

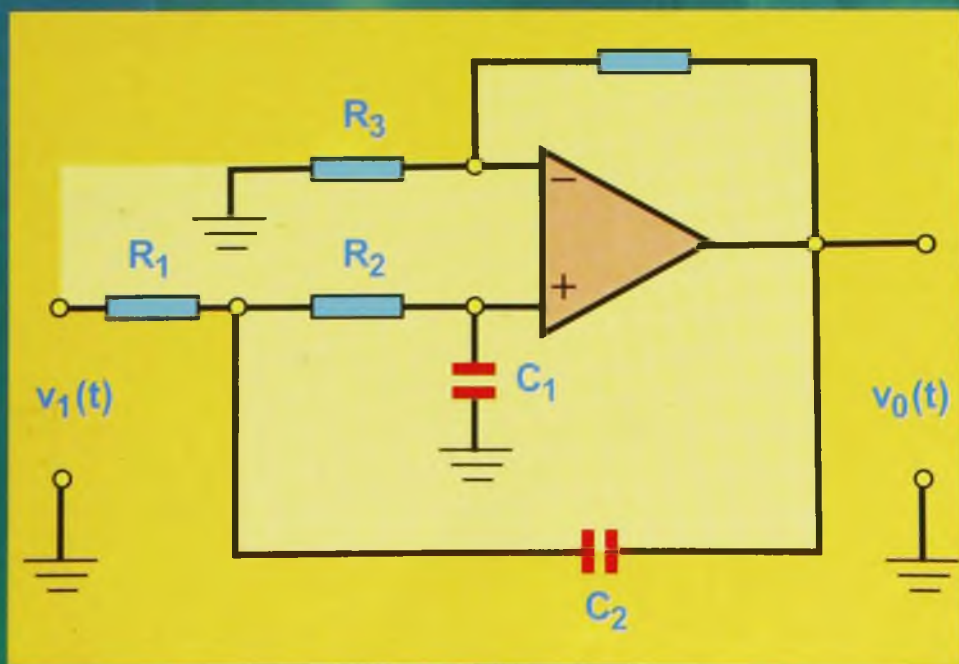
BÀI TẬP

CƠ SỞ KỸ THUẬT MẠCH ĐIỆN & ĐIỆN TỬ

Tập hai

MẠCH ĐIỆN CHỨC NĂNG

TÍNH TOÁN VÀ MÔ PHỎNG VỚI MATLAB



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TS. HỒ VĂN SUNG

BÀI TẬP
CƠ SỞ
KỸ THUẬT MẠCH ĐIỆN & ĐIỆN TỬ
TẬP HAI
MẠCH ĐIỆN CHỨC NĂNG
(TÍNH TOÁN VÀ MÔ PHỎNG VỚI MATLAB)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Chương 1

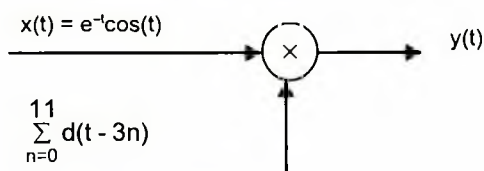
CÁC TÍN HIỆU CƠ SỞ

ĐỀ BÀI

1.1. Tính giá trị của các biểu thức sau đây:

a) $3t^4\delta(t-1)$ b) $\int_{-\infty}^{\infty} t\delta(t-3)$ c) $t^2\delta(t-2)$

1.2. Tìm tín hiệu lỗi ra $y(t)$ trong sơ đồ hình B 1.2:



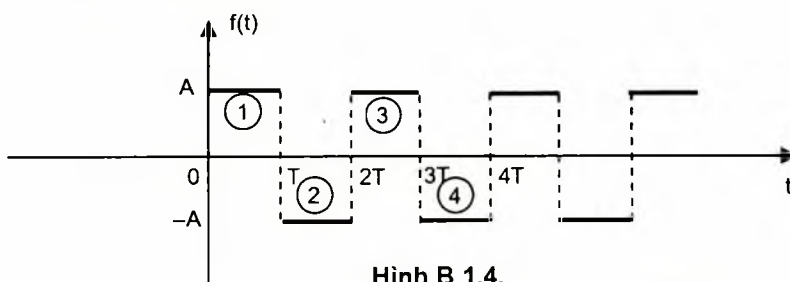
Hình B 1.2.

1.3. Tính giá trị các hàm sau:

a) $\sin t \delta(t - \frac{\pi}{6})$; b) $\cos 2t \delta(t - \frac{\pi}{4})$

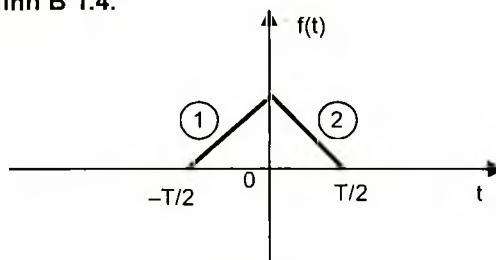
c) $\cos^2 t \delta(t - \frac{\pi}{2})$; d) $\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 e^{-t} \delta(t-2) dt$

1.4. Hãy biểu thị sóng vuông góc như trên hình B 1.4 dưới dạng khai triển của các xung nhảy bậc đơn vị.



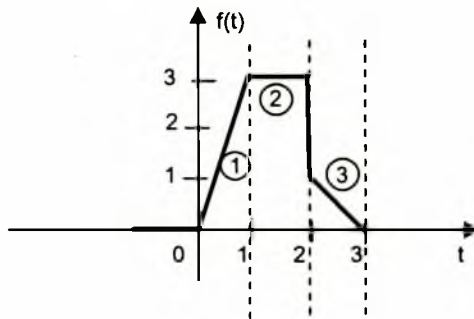
Hình B 1.4.

1.5. Khai triển một sóng tam giác đối xứng như trên hình B 1.5 thành các xung nhảy bậc đơn vị.



Hình B 1.5.

1.6. Khai triển dạng sóng cho trên hình B 1.6 thành các tín hiệu nhảy bậc đơn vị.

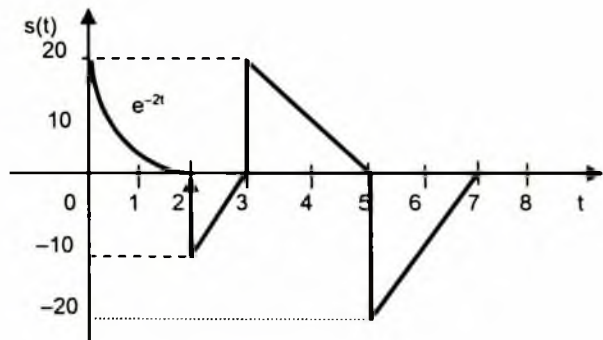


Hình B 1.6.

1.7.

a) Khai triển tín hiệu $s(t)$ biểu diễn trên hình B 1.7 thành dãy nhảy bậc đơn vị.

b) Tính đạo hàm bậc nhất tín hiệu $s(t)$ từ dãy khai triển và vẽ đồ thị đạo hàm bậc nhất đó.

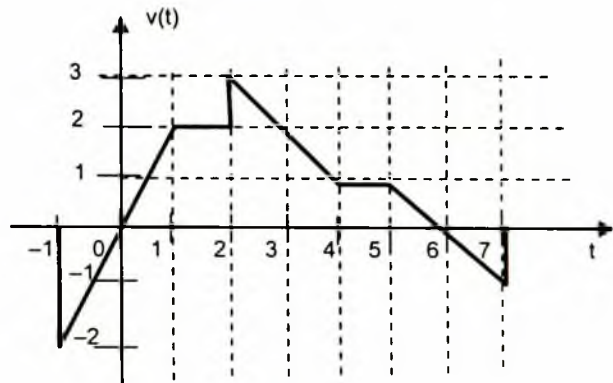


Hình B 1.7.

1.8. Một tín hiệu thế $v(t)$ thay đổi theo thời gian t trong khoảng từ 0 đến 7s có dạng như trên hình B 1.8.

a) Hãy phân tích tín hiệu thế đó thành tổng các xung nhảy bậc đơn vị.

b) Lấy đạo hàm bậc nhất biểu thức $v(t)$ và vẽ tín hiệu đạo hàm bậc nhất đó.



Hình B 1.8.

TRẢ LỜI VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1.1. a) Tính chất lấy mẫu cho ta : $f(t)\delta(t-a) = f(a)\delta(t-a)$

Trong ví dụ này, $f(t) = 3t^4$, còn $a = 1$, nên :

$$3t^4\delta(t-1) = 3t^4 \Big|_{t=1} \delta(t-1) = 3\delta(t-1)$$

b) Tính chất dịch chuyển cho ta:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-a)dt = f(a)$$

Trong ví dụ này, $f(t) = t$, còn $a = 3$, nên:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t\delta(t-3)dt = t|_{t=3} = 3$$

c) Biểu thức có chứa doublet, nên tính chất lấy mẫu đối với doublet cho ta:

$$f(t)\delta'(t-a) = f(a)\delta'(t-a) - f'(a)\delta(t-a)$$

Đối với ví dụ này thì $f(t) = t^2$, $a = 2$, nên:

$$\begin{aligned} t^2\delta'(t-2) &= t^2\bigg|_{t=2} \delta'(t-2) - \frac{d}{dt}t^2\bigg|_{t=2} \delta(t-2) \\ &= 4\delta'(t-2) - 4\delta(t-2) \end{aligned}$$

1.2. Tín hiệu lối ra tính được:

$$y(t) = \sum_{n=0}^{11} e^{-t} \cos(t)\delta(t-3n)$$

$$\text{Hàm } \delta(t-3n) = \begin{cases} 1, & \text{khi } t = 3n \\ 0, & \text{khi } t \neq 3n \end{cases},$$

nên tín hiệu lối ra bây giờ là:

$$y(n) = \sum_{n=0}^{11} e^{-3n} \cos(3n)$$

1.3. Theo tính chất lấy mẫu của hàm $\delta(t)$:

$$f(t)\delta(t-a) = f(a)\delta(t-a)$$

nên ta có:

$$\text{a) } \cos t \delta(t - \frac{\pi}{6}) = \cos(\pi/6)\delta(t - \pi/6) = \frac{\sqrt{3}}{2} \delta(t - \frac{\pi}{6})$$

$$\text{b) } e^{-2t} \cos 2t \delta(t - \frac{\pi}{4}) = e^{-2\frac{\pi}{4}} \cos(2\frac{\pi}{4})\delta(t - \frac{\pi}{4}) = e^{-\frac{\pi}{2}} \cos(\frac{\pi}{2})\delta(t - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\text{c) } \tan 2t \delta(t - \frac{\pi}{6}) = \tan(2\frac{\pi}{6})\delta(t - \frac{\pi}{6}) = \tan \frac{\pi}{3} \delta(t - \frac{\pi}{6}) = \sqrt{3} \delta(t - \frac{\pi}{6})$$

$$\text{d) Ta có tích phân } \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t-a) = f(a), \text{ nên tích phân } \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 e^{-t} \delta(t-2) = 4e^{-2}$$

1.4. Ta chia sóng vuông góc $f(t)$ thành những đoạn như trên hình B 1.4.

Trong đoạn 1 được biểu diễn bằng:

$$f_1(t) = A[u(t) - u(t-T)]$$

Đoạn thứ 2 được biểu thị dưới dạng:

$$f_2(t) = -A[u(t-T) - u(t-2T)]$$

Đoạn thứ 3 được biểu thị dưới dạng:

$$f_3(t) = A[u(t-2T) - u(t-3T)]$$

Đoạn thứ 4 được biểu thị dưới dạng:

$$f_4(t) = -A[u(t-3T) - u(t-4T)]$$

Như vậy sóng vuông góc $f(t)$ là tổng các khai triển:

$$\begin{aligned} f(t) &= f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) + f_4(t) + \dots \\ &= A[u(t) - 2u(t-T) + 2u(t-2T) - 2u(t-3T) + 2u(t-4T) - \dots] \end{aligned}$$

1.5. Ta phân sóng tam giác này thành hai đoạn như trên hình B 1.5.

Trong đoạn 1, sóng được biểu diễn dưới dạng:

$$f_1(t) = \left(\frac{2}{T}t + 1 \right) \left[u\left(t + \frac{T}{2}\right) - u(t) \right]$$

Trong đoạn 2, sóng được biểu diễn dưới dạng:

$$f_2(t) = \left(-\frac{2}{T}t + 1 \right) \left[u(t) - u\left(t + \frac{T}{2}\right) \right]$$

Do đó sóng tam giác đối xứng $f(t)$ được khai triển thành dạng:

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) = \left(\frac{2}{T}t + 1 \right) \left[u\left(t + \frac{T}{2}\right) - u(t) \right] + \left(-\frac{2}{T}t + 1 \right) \left[u(t) - u\left(t + \frac{T}{2}\right) \right]$$

Bây giờ chúng ta khai triển một tín hiệu phức tạp hơn thành các xung nhảy bậc đơn vị.

1.6. Chia tín hiệu $f(t)$ thành ba đoạn như trên hình BG 1.6.

Trong vùng 1, tín hiệu được biểu thị dưới dạng:

$$f_1(t) = (2t+1)[u(t) - u(t-1)]$$

Trong vùng 2, tín hiệu được biểu thị dưới dạng:

$$f_2(t) = 3[u(t-1) - u(t-2)]$$

Trong vùng 3, tín hiệu được biểu thị dưới dạng:

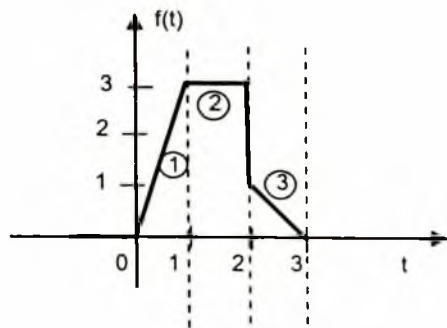
$$f_3(t) = (-t+3)[u(t-2) - u(t-3)]$$

Do đó dạng sóng $f(t)$ được biểu thị dưới dạng:

$$\begin{aligned} f(t) &= f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) \\ &= (2t+1)[u(t) - u(t-1)] + 3[u(t-1) - u(t-2)] + (-t+3)[u(t-2) - u(t-3)] \\ &= (2t+1)u(t) - 2(t-1)u(t-1) - tu(t-2) + (t-3)u(t-3) \end{aligned}$$

1.7. a) khai triển hàm $s(t)$ thành dãy xung nhảy bậc đơn vị $u(t)$:

$$\begin{aligned} s(t) &= e^{-2t} [u(t) - u(t-2)] + 10u(t-2) - 30u(t-2) - 10tu(t-3) + 30u(t-3) - 10u(t-3) \\ &\quad + 50u(t-3) + 10u(t-5) - 50u(t-5) + 10tu(t-5) - 70u(t-5) - 10u(t-7) + 70u(t-7) \end{aligned}$$



Hình BG 1.6.

$$= e^{-2t}u(t) + (e^{-2t} + 10t - 30)u(t-2) + (-20t + 80)u(t-3) + (20t - 120)u(t-5) + (-10t + 70)u(t-7).$$

b) Lấy đạo hàm biểu thức khai triển ta được:

$$\frac{ds(t)}{dt} = -2e^{-2t}u(t) + e^{-2t}\delta(t) + (2e^{-2t} + 10)u(t-2) + (-e^{-2t} + 10t - 30)\delta(t-2) - 20u(t-3) + (-20t + 80)\delta(t-3) + 20u(t-5) + (20t - 120)\delta(t-5) - 10u(t-7) + (-10t + 70)\delta(t-7).$$

Nhưng:

$$(-e^{-2t} + 10t - 30)\delta(t-2) = (-e^{-4} + 40 - 30)\delta(t-2) \approx -10\delta(t-2)$$

$$(-20t + 80)\delta(t-3) = (-60 + 80)\delta(t-3) = 20\delta(t-3)$$

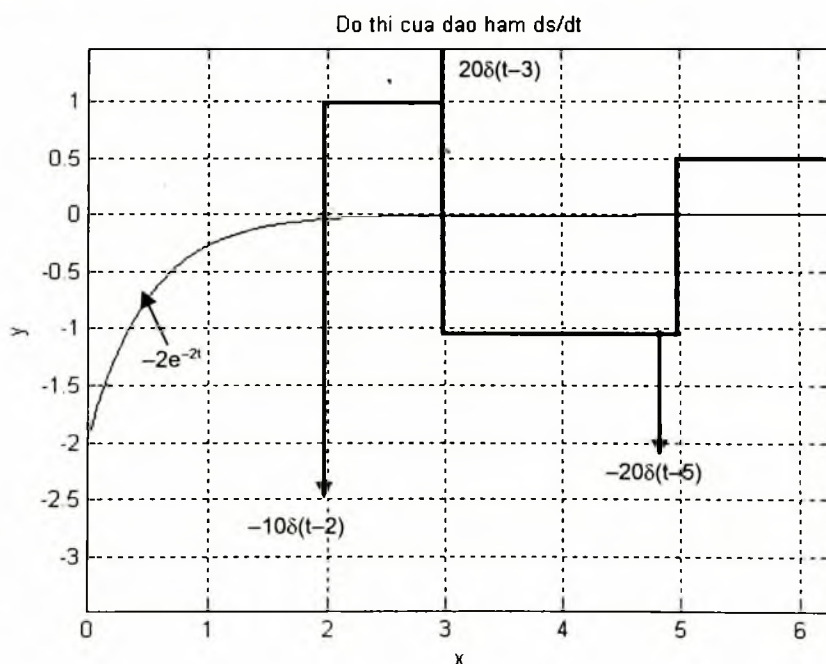
$$(20t - 120)\delta(t-5) = (100 - 120)\delta(t-5) = -20\delta(t-5)$$

và đạo hàm chỉ có các điểm nhảy tại các vị trí: $t = 2$, $t = 3$ và $t = 5$ nên $\delta(t)$ và $\delta(t-7) = 0$.

Thay các giá trị này vào biểu thức trên ta được:

$$\frac{ds(t)}{dt} = -2e^{-2t}[u(t) - u(t-2)] - 10\delta(t-2) + 10[u(t-2) - u(t-3)] + 20\delta(t-3) - 10[u(t-3) - u(t-5)] - 20\delta(t-5) + [u(t-5) - u(t-7)].$$

Đồ thị của đạo hàm $ds(t)/dt$ cho trên hình BG 1.7.



Hình BG 1.7.

Ta cũng có thể tính nhờ MATLAB với các lệnh sau:

```
syms t s;
s=exp(-2*t)*heaviside(t)+(-exp(-2*t)+10*t-30)*heaviside(t-2)+
(-20*t+80)*heaviside(t-3)+(-10*t+70)*heaviside(t-7);
```



```
>> s1=diff(s)
ans =
-2*exp(-2*t)*heaviside(t)+dirac(t)+2*heaviside(t-2)*exp(-2*t)
+10*heaviside(t-2)-dirac(t-2)*exp(-4)-10*dirac(t-2)-20*heaviside
(t-5)-20*dirac(t-5)-10*heaviside(t-7).
```

1.8. a) Trước hết ta phân tín hiệu $v(t)$ thành 5 đoạn như trên hình vẽ. Khi đó ta được:

$$\begin{aligned}v_1(t) &= 2t[u(t+1) - u(t-1)] \\v_2(t) &= 2[u(t-1) - u(t-2)] \\v_3(t) &= (-t+5)[u(t-2) - u(t-4)] \\v_4(t) &= [u(t-4) - u(t-5)] \\v_5(t) &= (-t+6)[u(t-5) - u(t-7)]\end{aligned}$$

Do đó:

$$\begin{aligned}v(t) &= 2t[u(t+1) - u(t-1)] + 2[u(t-1) - u(t-2)] + (-t+5)[u(t-2) - u(t-4)] \\&\quad - u(t-4) + [u(t-4) - u(t-5)] + (-t+6)[u(t-5) - u(t-7)] \\&= 2tu(t+1) + (-2t+2)u(t-1) + (-t+3)u(t-2) + (t-4)u(t-4) \\&\quad + (-t+5)u(t-5) + (t-6)u(t-7)\end{aligned}$$

b) Lấy đạo hàm bậc nhất $v(t)$, ta được:

$$\begin{aligned}\frac{dv(t)}{dt} &= 2*heaviside(t+1)+2*t*dirac(t+1)-2*heaviside(t-1) + \\&\quad + (-2*t+2)*dirac(t-1)-heaviside(t-2)+(-t+3)*dirac(t-2) + \\&\quad + heaviside(t-4)+(t-4)*dirac(t-4)-heaviside(t-5) + \\&\quad + (-t+5)*dirac(t-5)+heaviside(t-7)+(t-6)*dirac(t-7).\end{aligned}$$

Đối với tín hiệu đã cho, ta thấy sự nhảy bậc chỉ xảy ra tại các thời điểm $t = -1$; $t = 2$ và $t = 7$; do đó $\delta(t-1) = 0$; $\delta(t-4) = 0$; $\delta(t-5) = 0$.

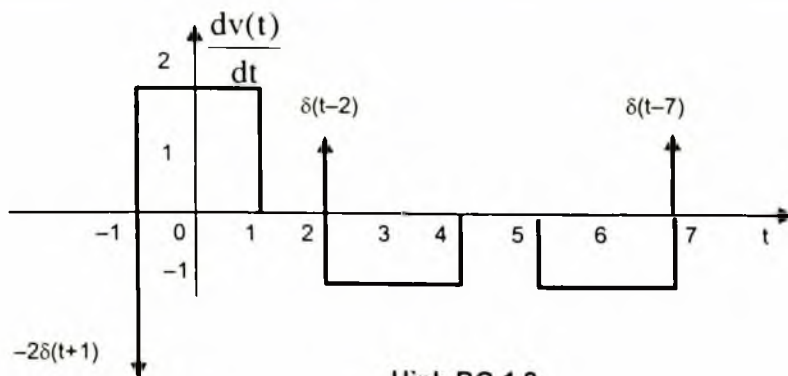
Do đó áp dụng tính chất lấy mẫu của hàm delta ta được:

$$\begin{aligned}2t\delta(t+1) &= -2\delta(t+1) \\(-t+3)\delta(t-2) &= \delta(t-2) \\(t-6)\delta(t-7) &= \delta(t-7)\end{aligned}$$

Do đó đạo hàm bậc nhất của $v(t)$ bây giờ được viết dưới dạng:

$$\begin{aligned}\frac{dv(t)}{dt} &= 2u(t+1) - 2\delta(t+1) - 2u(t-1) - u(t-2) + \delta(t-2) + \\&\quad + u(t-4) - u(t-5) + u(t-7) + \delta(t-7)\end{aligned}$$

Đồ thị của tín hiệu đạo hàm bậc nhất của $v(t)$ cho trên hình BG 1.8.



Hình BG 1.8.

Chương 2

BIẾN ĐỔI LAPLACE

ĐỀ BÀI

2.1. Tìm biến đổi Laplace của tín hiệu sau:

$$\text{a) } x_1(t) = \begin{cases} 0, & \text{khi } t < 0 \\ e^{\alpha t}, & \text{khi } t > 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } x_2(t) = \begin{cases} -e^{\alpha t}, & \text{khi } t < 0 \\ 0, & \text{khi } t > 0 \end{cases}$$

Trong đó α là một số thực.

2.2. Biết ảnh Laplace của một hằng số A là A/p . Tìm ảnh Laplace của hàm $f(t) = \alpha t$.

2.3. Biết biến đổi laplace của các hàm $\sin \omega t$ và $\cos \omega t$. Hãy tìm biến đổi Laplac của các hàm số: $e^{-\alpha t} \sin \omega t$ và $e^{-\alpha t} \cos \omega t$

2.4. Biết biến đổi laplace của các hàm $f_1(t) = t^n u(t)$ là $F_1(p) = \frac{n!}{p^{n+1}}$. Tìm biến đổi Laplace của hàm số $f(t) = t^n e^{-\alpha t} u(t)$.

2.5. Dùng mối liên hệ giữa biến đổi Fourier và laplace, tìm biến đổi Fourier của hàm số sau: $f(t) = \begin{cases} e^t, & \text{khi } t < 0 \\ e^{-t}, & \text{khi } t > 0 \end{cases}$

2.6. Tính biến đổi Laplace của các hàm số sau đây:

a) $f(t) = \cos(\omega t)$

b) $f(t) = e^{-2t} + \sin t$

2.7. Tính biến đổi Laplace của các hàm số sau đây:

a) $f(t) = 2u(t) + 3e^{-4t}u(t)$

b) $f(t) = \sin(t-2)u(t-2)$

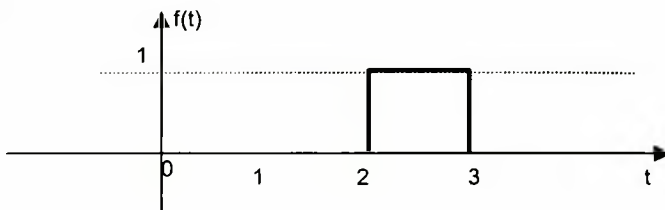
c) $f(t) = te^{-t}$

2.8. Tính biến đổi Laplace của các hàm số sau đây:

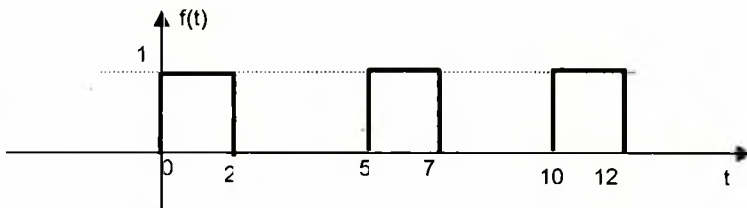
a) $f(t) = 3(1 - e^{-0,1t})$

b) $f(t) = 5\cos(3t + \pi/4)$

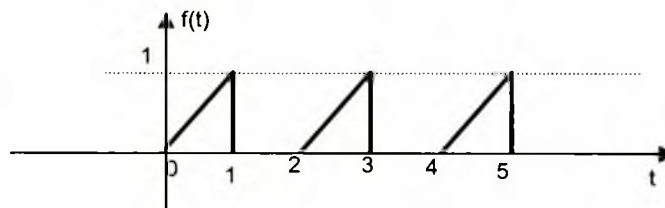
c)



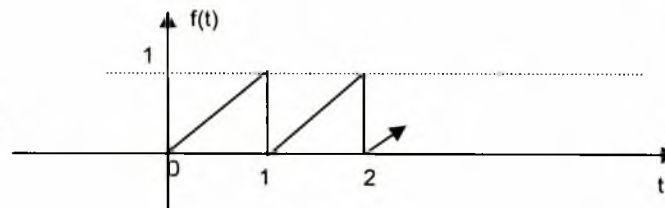
d)



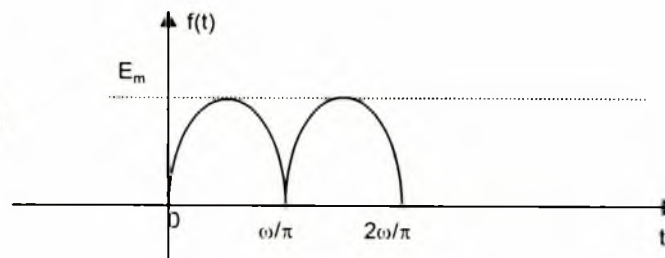
e)



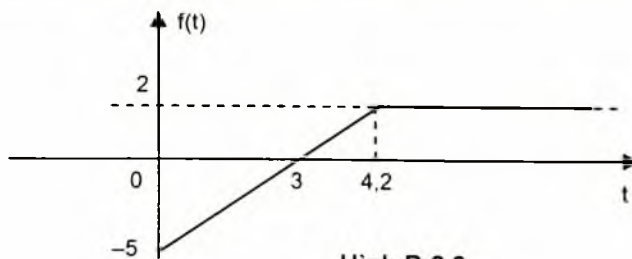
f)



g)

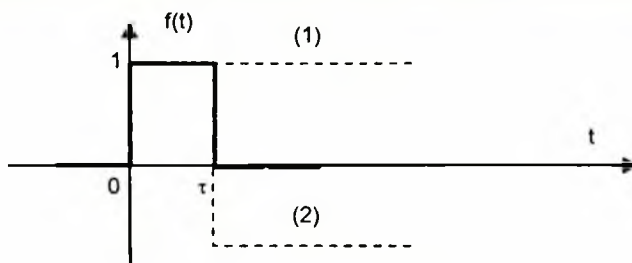


2.9. Tìm biến đổi Laplace của hàm số cho trên đồ thị sau:



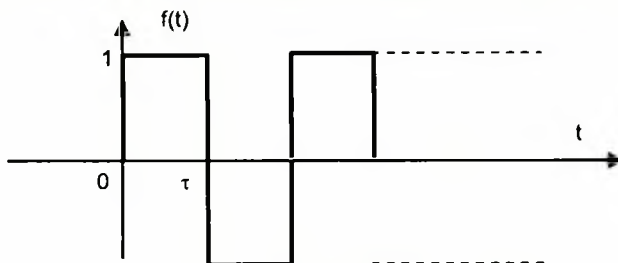
Hình B 2.9

2.10. Tìm biến đổi Laplace của một xung vuông cho trên hình B 2.10.



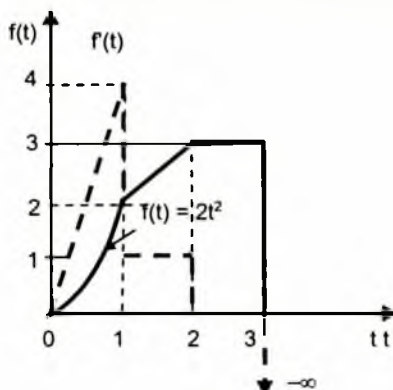
Hình B 2.10.

2.11. Tìm biến đổi Laplace của sóng vuông góc cho trên hình B 2.11.



Hình B 2.11.

2.12. Tính đạo hàm cho các hàm của hàm số có đồ thị như trong hình B 2.12.



Hình B 2.12

2.13. Tìm biến đổi Laplace nghịch đảo của các hàm sau đây:

a) $F(p) = \frac{1}{(p+3)(p+4)}$;

b) $F(p) = \frac{p+2}{(p+1)^2(p+3)}$

c) $F(p) = \frac{p+1}{p^2+4p+16}$;

d) $F(p) = \frac{p+2}{p(p+1)(p^2+9)}$

2.14. Tìm biến đổi Laplace nghịch đảo của hàm số sau đây:

$$F(p) = \frac{c+jd}{p+\alpha-j\omega} + \frac{c-jd}{p+\alpha+j\omega}$$

2.15. Tìm biến đổi Laplace nghịch đảo của hàm số sau đây:

$$F(p) = \frac{8p-3}{p^2+4p+13}$$

2.16. Tìm biến đổi Laplace nghịch đảo của hàm sau đây:

$$F(p) = \frac{4(p+1)(p+2)}{5(p^2+2p+2)}$$

2.17. Tìm biến đổi Laplace nghịch đảo của các hàm sau đây:

$$\text{a) } H(p) = -\frac{6p^2+6p+4}{p(p+1)(p+3)}; \quad \text{b) } G(p) = \frac{p+2}{p(p+1)(p^2+9)}$$

2.18. Cho biến đổi Laplace nghịch đảo của hàm $F_1(p) = \frac{3}{p^2+2p+17}$ là:

$$f_1(t) = \frac{3}{4}e^{-t} \sin 4t \cdot u(t-2)$$

Hãy tìm biến đổi Laplace nghịch đảo của hàm số sau đây:

$$F(p) = \frac{3e^{-2p}}{p^2+2p+17}$$

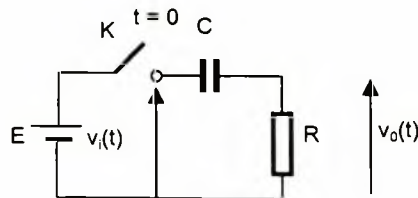
2.19. Tìm biến đổi Laplace nghịch đảo của các hàm số sau đây:

$$\text{a) } F(p) = \frac{p^2-5}{p(p+1)^2}; \quad \text{b) } F(p) = \frac{4p^2}{(p+5)^2}$$

2.20. Tìm biến đổi Laplace nghịch đảo của hàm số:

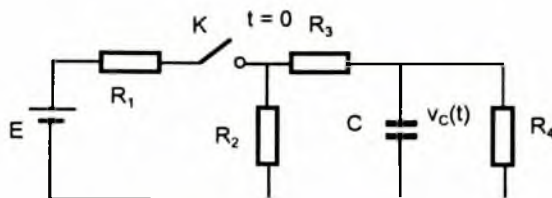
$$H(p) = \frac{e^{-p}}{p^2(p^2+p+1)}$$

2.21. Dùng biến đổi Laplace, tính thế lối ra trên hai đầu điện trở R trong sơ đồ hình B 2.21. Biết rằng khóa K đóng đột ngột tại thời điểm $t = 0$ và tụ điện không có điện tích ban đầu.



Hình B 2.21.

2.22. Dùng biến đổi Laplace, tính thế trên hai đầu tụ điện C , $v_C(t)$ với $t > 0$ trong sơ đồ hình B 2.22. Biết rằng khóa K lúc đầu đóng, sau đó mở đột ngột tại thời điểm $t = 0$ và tụ điện không có điện tích ban đầu. Áp dụng bằng số $R_1 = 6k\Omega$, $R_2 = 60k\Omega$, $R_3 = 30k\Omega$, $R_4 = 30k\Omega$, $C = 40/9\mu F$ và $E = 72V$.



Hình B 2.22.

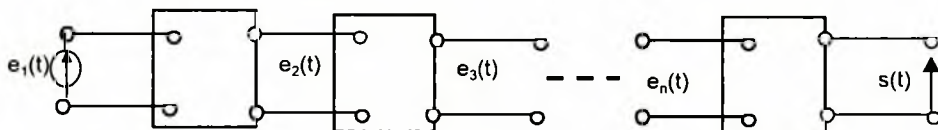
2.23. Tín hiệu lỗi ra của một hệ thống tuyến tính là:

$$s(t) = 10 \cdot e^{-t} \cdot \cos 4t u(t)$$

khi tín hiệu lỗi vào là $e(t) = e^{-t} u(t)$. Tìm đáp ứng xung đơn vị của hệ thống đó.

2.24. Tìm hàm truyền của một mạng điện ghép nối tiếp gồm n bộ khuếch đại giống hệt nhau như trên hình B 2.24. Biết rằng tín hiệu lỗi ra ở tầng đầu tiên đois với xung đơn vị ở lối vào là:

$$e_2(t) = -Ae^{-t/RC}$$



Hình B 2.24.

2.25. Một hệ thống có hàm truyền:

$$H(p) = \frac{3p + 2}{p^2 + 3p + 2}$$

Tìm đáp ứng xung đơn vị của hệ thống đó.

2.26. Một hệ thống có hàm truyền bậc ba:

$$H(p) = \frac{p + 3}{p^3 + 5p^2 + 12p + 8}$$

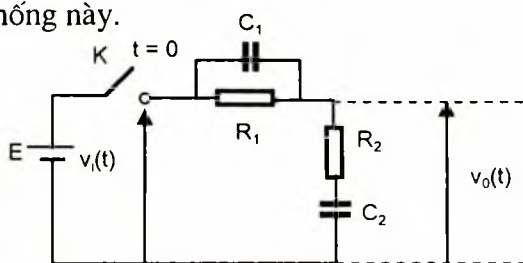
Tìm đáp ứng xung đơn vị của hệ thống này.

2.27. Một hệ thống có hàm truyền

$$H(p) = \frac{p^3 + 1}{p^3 + p}$$

Tìm đáp ứng xung đơn vị của hệ thống này.

2.28. Dùng biến đổi Laplace, tính thế lối ra trên hai đầu điện trở R trong sơ đồ hình B 2.28. Biết rằng khóa K đóng đột ngột tại thời điểm $t = 0$ và các tụ điện không có điện tích ban đầu.

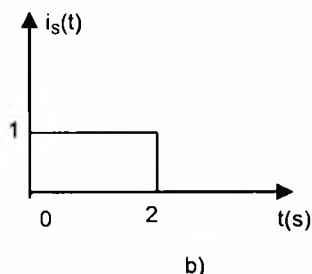
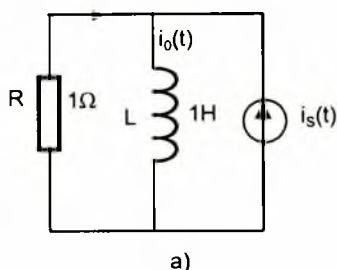


Hình B 2.28.

2.29. Cho mạch điện RL như trên hình B 2.29a.

a) Tìm hàm truyền $H(p)$ của mạch điện.

b) Tìm tín hiệu lỗi ra khi tín hiệu vào là nguồn dòng có dạng một xung vuông như trên hình B 2.29b.



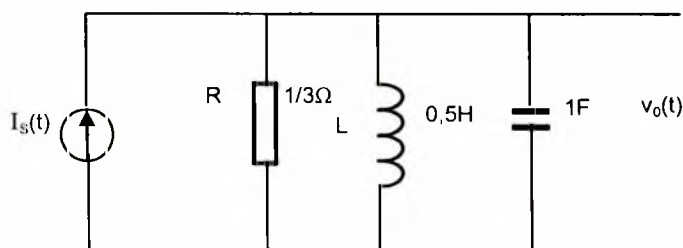
Hình B 2.29.

2.30. Một hệ thống điện tử có hàm truyền $H(p)$ cho bởi hệ thức sau:

$$H(p) = \frac{p+1}{p^2+5p+6}$$

- 1) Tìm đáp ứng xung của hệ thống, với $t = 0: 0.1: 15$.
- 2) Tìm đáp ứng của hệ thống đối với xung nhảy bậc đơn vị.
- 3) Tìm đáp ứng của hệ thống đối với tín hiệu $u(t) = \sin(2t)$ tác động ở lối vào.
- 4) Tìm đáp ứng của hệ thống đối với tín hiệu $u(t) = e^{-3t}$ tác động ở lối vào.

2.31. Tìm thế lỗi ra trong mạch điện cho trong hình B 2.31. Biết rằng nguồn dòng lối vào $i_s(t) = (1 + \sin t)u(t)$ và các linh kiện không tích trữ năng lượng ban đầu.



Hình B 2.31.

TRẢ LỜI VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

2.1. a)

$$X_1(p) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e^{(\alpha-p)t} dt = \frac{e^{-(p-\alpha)t}}{-(p-\alpha)} \Big|_0^{\infty}$$

$$X_1(p) = \frac{1}{p-\alpha}$$

Miền hội tụ với mọi $\sigma > \alpha$.

$$b) \quad X_2(p) = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t) e^{-pt} dt = - \int_{-\infty}^0 e^{(\alpha-p)t} dt = \frac{e^{-(p-\alpha)t}}{-(p-\alpha)} \Big|_{-\infty}^0$$

$$X_2(p) = \frac{1}{p-\alpha}$$

Miền hội tụ với mọi $\sigma < \alpha$.

2.2. Lấy đạo hàm của $f(t)$ ta được: $f'(t) = \alpha$

$f(t) = \alpha$ có ảnh là α/p . Lấy tích phân $f'(t)$, ta được $f(t)$.

Vậy theo (4.12), ta được:

$$F(p) = \frac{F'(p)}{p} = \frac{\alpha}{p^2}$$

Bây giờ nếu biết $F(p) = \frac{\alpha}{p^2}$, thì ta cũng có thể suy ra được hàm gốc của

$$\text{hàm ảnh } F(p) = \frac{\alpha}{(p+2)^2}$$

Thật vậy: $\mathcal{L}^{-1} [1/p^2] = t \quad t \geq 0$

Từ công thức (4.6), với $\alpha = 2$, ta được:

$$\mathcal{L}^{-1} [1/(p+2)^2] = t.e^{-2t} \quad t \geq 0$$

2.3. Ta biết, hàm $e^{-\alpha t}$ có ảnh là $F(p) = \frac{1}{p+\alpha}$

Mặt khác $e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$, nếu đặt $\alpha = -j\omega$, thì hàm $e^{j\omega t}$ sẽ có ảnh là:

$$\frac{1}{p-j\omega} = \frac{p}{p^2 + \omega^2} + j \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$$

Từ đó suy ra $\sin\omega t$ có ảnh là $\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$; còn $\cos\omega t$ có ảnh là: $\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

Bây giờ nếu đặt $\alpha = -\sigma + j\omega$, thì hàm $e^{(-\sigma+j\omega)t}$ sẽ có ảnh là:

$$\frac{1}{p+\sigma-j\omega} = \frac{p+\sigma+j\omega}{(p+\sigma)^2 + \omega^2}$$

$$\text{Vậy: } \mathcal{L}[e^{-\alpha t} \sin\omega t] = \frac{\omega}{(p+\alpha)^2 + \omega^2}$$

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} \cos\omega t] = \frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2 + \omega^2}$$

2.4. Theo tính chất trễ của biến đổi Laplace:

$$\mathcal{L}[e^{-\phi t} f_1(t)] = F_1(p+\phi)$$

$$\text{Do vậy: } F(p) = \frac{n!}{(p+\phi)^{n+1}}$$

2.5. Ta phân tích hàm $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ trong đó

$$f_1(t) = \begin{cases} e^t, & \text{khi } t < 0 \\ 0, & \text{khi } t > 0 \end{cases}$$

và
$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & \text{khi } t < 0 \\ e^{-t}, & \text{khi } t > 0 \end{cases}$$

Lấy biến đổi Laplace $f_1(t)$ ta được : $F_1(p) = \frac{1}{p+1}$

Do vậy biến đổi Fourier của nó là: $F_1(j\omega) = \frac{1}{p+1} \Big|_{p=j\omega} = \frac{1}{1+j\omega}$

Tương tự với $f_2(t)$:

$$F_2(-j\omega) = \frac{1}{p+1} \Big|_{p=-j\omega} = \frac{1}{1-j\omega}$$

Vậy biến đổi Fourier của hàm $f(t)$ là:

$$F(j\omega) = F_1(j\omega) + F_2(-j\omega) = \frac{1}{1+j\omega} + \frac{1}{1-j\omega} = \frac{2}{\omega^2 + 1}$$

2.6. a) $f(t) = \cos\omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \Rightarrow F(p) = \mathcal{L}[\cos\omega t] = \mathcal{L}\left[\frac{e^{j\omega t}}{2}\right] + \mathcal{L}\left[\frac{e^{-j\omega t}}{2}\right]$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{p-j\omega} + \frac{1}{p+j\omega} \right] = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$$

b) $\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[e^{-2t}] + \mathcal{L}[\sin t] = \frac{1}{p+2} + \frac{1}{p^2+1} = \frac{p^2+p+3}{(p+2)(p^2+1)}$

2.7. a) $\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[2u(t)] + \mathcal{L}[3e^{-t}u(t)] = \frac{2}{p} + \frac{3}{p+4} = \frac{5p+8}{p(p+4)}$

b) $\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[\sin(t-2)u(t-2)]$.

Áp dụng tính chất trễ: $F(p) = e^{-2p}\mathcal{L}[\sin t] = \frac{e^{-2p}}{p^2+1}$

c) $\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[te^{-t}]$

Áp dụng tính chất (2.8) ta được: $te^{-t} = -\frac{dF(p)}{dp}$

Trong đó $F(p)$ là biến đổi Laplace của $\mathcal{L}[e^{-t}] = \frac{1}{p+1}$

Do vậy: $\mathcal{L}[te^{-t}] = \frac{1}{(p+1)^2}$

2.8. a)
$$F(p) = \frac{0,3}{p(p+0,1)}$$

b)
$$F(p) = \frac{5}{\sqrt{2}} \frac{p-3}{p^2+9}$$

c)
$$F(p) = \frac{1}{1-e^{-p}} \left[\frac{1}{p^2} (1-e^{-p}) - \frac{1}{p} e^{-p} \right]$$

d)
$$F(p) = E_m \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \frac{1 + e^{-p\pi/\omega}}{1 - e^{-p\pi/\omega}}$$

2.9.
$$f(t) = \left(\frac{5}{3}t - 5\right)u(t) - \frac{5}{3}(t-4,2)u(t-4,2)$$

Do vậy:

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}\left[\left(\frac{5}{3}t - 5\right)u(t)\right] - \mathcal{L}\left[\frac{5}{3}(t-4,2)u(t-4,2)\right] = \frac{5}{3p^2} - \frac{5}{p} - \frac{5}{3} \frac{e^{-4,2p}}{p^2}$$

2.10. Ta có thể coi xung vuông góc trong hình B 2.10 là tổng của xung nhảy bậc đơn vị (+1) và xung nhảy bậc đơn vị (-1) trễ so với (+1) một lượng là τ giây. Có nghĩa là có thể biểu diễn $f(t)$ dưới dạng:

$$f(t) = u(t) - u(t-\tau)$$

Do vậy:
$$F(p) = \mathcal{L}[f(t)] = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-p\tau} = \frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau})$$

2.11. Sóng vuông góc là chồng chất của các xung vuông góc đồng nhất nhưng có dấu ngược nhau. Chu kỳ đầu tiên của sóng vuông góc là một xung vuông có dấu dương và một xung vuông có dấu âm. Do vậy, biến đổi Laplace của nó có dạng:

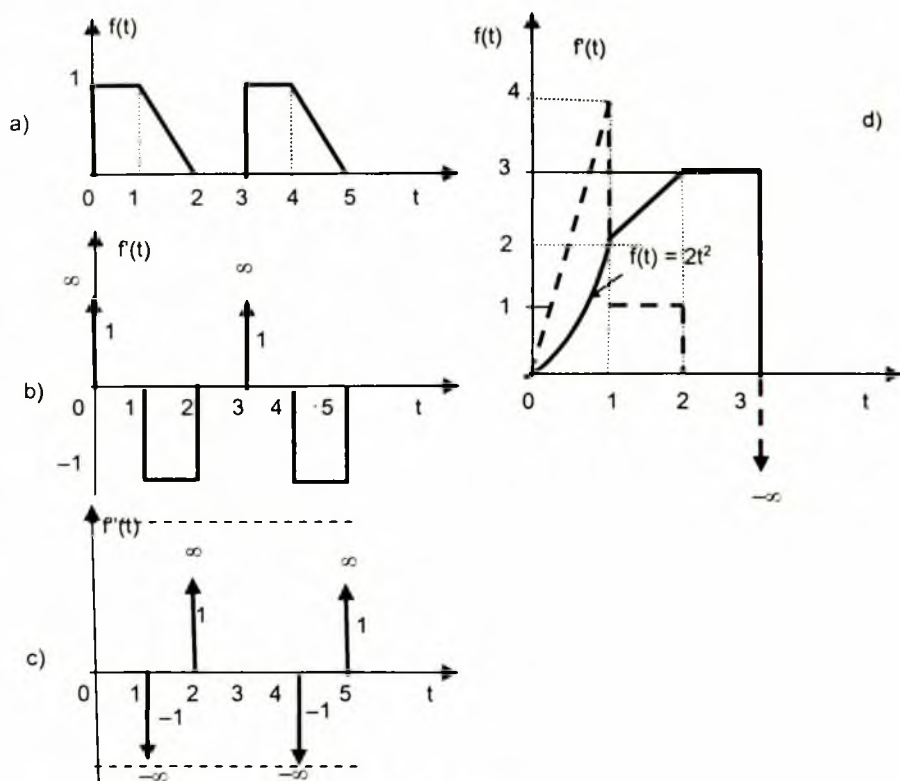
$$F_1(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-p\tau} + \left(-\frac{1}{p} + \frac{1}{p} e^{-p\tau}\right) e^{-p\tau} = \frac{(1 - e^{-p\tau})^2}{p}$$

Sóng này tuần hoàn với chu kỳ T , nên theo định lý trễ, ta được:

$$F(p) = (1 + e^{-pT} + e^{-2pT} + \dots) F_1(p) = \frac{1}{1 - e^{-pT}} F_1(p) = \frac{1}{p} \frac{(1 - e^{-p\tau})^2}{1 - e^{-pT}}$$

với $T = 2\tau$, nên:
$$F(p) = \frac{1}{p} \frac{(1 - e^{-p\tau})^2}{1 - e^{-2p\tau}} = \frac{1}{p} \tanh(p\tau)$$

2.12. Đầu tiên lấy đạo hàm bậc nhất $f(t)$ ta được $f'(t)$ sẽ thu được hai xung Dirac 1 và hai xung vuông âm. Lấy đạo hàm lần hai, ta được $f''(t)$, sẽ thu được hai xung Dirac 1 và hai xung Dirac (-1) như trên hình BG 2.12c.



Hình BG 2.12.

Biến đổi Laplace của dãy xung Dirac thứ nhất là: $\frac{1}{1 - e^{-3p}}$

Biến đổi Laplace của dãy xung Dirac thứ hai và thứ 3 là:

$$-\frac{e^{-p}}{1 - e^{-3p}} + \frac{e^{-2p}}{1 - e^{-3p}}$$

Như vậy, biến đổi Laplace của hàm gốc:

$$F(p) = -\frac{1}{p(1 - e^{-3p})} + \frac{e^{-2p} - e^{-p}}{p^2(1 - e^{-3p})}$$

Làm tương tự với hàm thứ hai trong hình BG 2.12d, ta được:

$$F(p) = \frac{4}{p^3} - \frac{4}{p^3}e^{-p} - \frac{3}{p^2}e^{-p} - \frac{1}{p^2}e^{-2p} - \frac{3}{p}e^{-3p}$$

2.13.

a) $f(t) = e^{-3t} - e^{-4t}$

b) $f(t) = \frac{1}{2}te^{-t} + \frac{1}{4}e^{-t} - \frac{1}{4}e^{-3t}$

c) Giải: $f(t) = 10[u(t-2) - u(t-3)]$

Do vậy: $F(p) = 10\left(\frac{e^{-2p}}{p} - \frac{e^{-3p}}{p}\right)$

d) Áp dụng biến đổi Laplace cho một tín hiệu tuần hoàn cho một xung vuông, ta tìm được:

$$F(p) = \frac{1 - e^{-2p}}{p(1 - e^{-5p})}$$

e) Từ hình vẽ ta thấy đây là tín hiệu tuần hoàn với chu kỳ $T = 2$.

Biến đổi Laplace của chu kỳ đầu tiên là:

$$\begin{aligned} f_1(t) &= 2t[u(t) - u(t-1)] = 2tu(t) - 2tu(t-2) \\ &= 2tu(t) - 2(t-1+1)u(t-1) = 2tu(t) - 2(t-1)u(t-1) - 2u(t-1) \end{aligned}$$

Vậy biến đổi Laplace thu được là:

$$F_1(p) = \frac{2}{p^2} - \frac{2e^{-p}}{p^2} - \frac{2e^{-p}}{p} = \frac{2}{p^2}(1 - e^{-p} - pe^{-p})$$

Biến đổi Laplace của tín hiệu tuần hoàn là:

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{1 - e^{-Tp}} = \frac{2}{p^2(1 - e^{-2p})}(1 - e^{-p} - pe^{-p})$$

$$f) \quad f(t) = e^{-2t} \left(\cos \sqrt{12}t - \frac{1}{\sqrt{12}} \sin \sqrt{12}t \right)$$

$$g) \quad f(t) = \frac{2}{9} - \frac{1}{10}e^{-t} - \frac{11}{90}\cos 3t - \frac{1}{30}\sin 3t$$

$$2.14. \quad a) \quad F(p) = \frac{c + jd}{p + \alpha - j\omega} + \frac{c - jd}{p + \alpha + j\omega} = \frac{Ae^{j\phi}}{p + \alpha - j\omega} + \frac{Ae^{-j\phi}}{p + \alpha + j\omega}$$

$$\text{Với} \quad A = \sqrt{c^2 + d^2} \quad \text{và} \quad \phi = \operatorname{artg} \frac{d}{c}$$

$$\text{Do đó:} \quad f(t) = Ae^{j\phi}e^{-\alpha t}e^{j\omega t} + Ae^{-j\phi}e^{-\alpha t}e^{-j\omega t} = 2Ae^{-\alpha t}\cos(\omega t + \phi)u(t)$$

$$2.15. \quad F(p) = \frac{8p-3}{p^2+4p+13} = \frac{8p-3}{(p+2+j3)(p+2-j3)} = \frac{A}{p+2+j3} + \frac{B}{p+2-j3}$$

$$A = (p+2-j3)F(p) = (p+2-j3) \frac{8p-3}{(p+2-j3)(p+2+j3)} \Big|_{p=-2+j3} = \frac{24+j19}{6}$$

$$B = (p+2+j3)F(p) = (p+2+j3) \frac{8p-3}{(p+2-j3)(p+2+j3)} \Big|_{p=-2-j3} = \frac{24-j19}{6}$$

$$\text{Vậy:} \quad F(p) = \frac{1}{6} \left[\frac{24+j19}{p+2+j3} + \frac{24-j19}{p+2-j3} \right]$$

Từ đó tìm được:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(p)] = Ce^{-2t}\cos(3t + \phi)$$

$$\text{Với:} \quad C = \frac{1}{3} \sqrt{24^2 + 19^2} = 10,2 \quad \text{và} \quad \phi = \operatorname{artg} \frac{19}{16} = 38,5^\circ$$

$$\text{Vậy:} \quad f(t) = 10,2 \cdot e^{-2t} \cos(3t + 38,5^\circ)u(t)$$

$$2.16. F(p) = \frac{2(p+2)}{5(p^2+2p+2)} = \frac{2(p+2)}{(p+1-j1)(p+1+j1)} = \frac{A}{(p+1-j1)} + \frac{B}{(p+1+j1)}$$

Trong đó:

$$A = (p+1-j1)F(p) = \frac{2(p+2)}{(p+1+j1)} \Big|_{p=-1-j} = \frac{-2(1+j)}{j2} = 1-j1 = \sqrt{2}e^{-j45^\circ}$$

$$B = (p+1+j1)F(p) = \frac{2(p+2)}{(p+1-j1)} \Big|_{p=-1-j} = \frac{-2(1-j)}{j2} = 1+j1 = \sqrt{2}e^{j45^\circ}$$

$$\text{Vậy: } F(p) = \frac{\sqrt{2}e^{-j45^\circ}}{(p+1-j1)} + \frac{\sqrt{2}e^{j45^\circ}}{(p+1+j1)}$$

Từ đó tính được biến đổi Laplace nghịch đảo:

$$\begin{aligned} f(t) &= \mathcal{L}^{-1}[F(p)] = \sqrt{2}e^{-j45^\circ}e^{-t}e^{jt} + \sqrt{2}e^{j45^\circ}e^{-t}e^{-jt} = \\ &= 2\sqrt{2}e^{-t} \cos(t-45^\circ) \end{aligned}$$

$$2.17. a) H(p) = -\frac{6p^2+6p+4}{p(p+1)(p+3)} = \frac{-4/3}{p} + \frac{2}{p+1} + \frac{-20/3}{p+3}$$

$$\text{Do vậy: } h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(p)] = -\left[-\frac{4}{3} + 2e^{-t} - \frac{20}{3}e^{-3t}\right]u(t)$$

$$b) \quad G(p) = \frac{p+2}{p(p+1)(p^2+9)} = \frac{2/9}{p} + \frac{-1/10}{p+1} + \frac{A}{p-3j} + \frac{B}{p+3j}$$

$$A = -0.0611 + 0.0167j = 0.0633\angle 164.7^\circ$$

$$B = -0.0611 - 0.0167j = 0.0633\angle -164.7^\circ$$

$$\text{Do vậy: } h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(p)] = \left[-\frac{4}{3} + \frac{1}{10}e^{-t} + 0,126\cos(3t+164,7^\circ)\right]u(t)$$

2.18. Theo tính chất trễ của biến đổi Laplace (2.10), ta thấy:

$$F(p) = F(p) = \frac{3e^{-2p}}{p^2+2p+17} = e^{-2p}F_1(p)$$

Vì vậy, biến đổi nghịch đảo của $F(p)$ là:

$$f(t) = f_1(t-2) = \frac{3}{4}e^{-(t-2)}\sin 4(t-2).u(t-2)$$

2.19. a) Hàm $F(p)$ có các điểm cực bội, nên ta khai triển dưới dạng:

$$F(p) = \frac{p^2-5}{p(p+1)^2} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p+1} + \frac{C}{(p+1)^2}$$

Các hệ số khai triển tìm được:

$$A = pF(p) \Big|_{p=0} = -5$$

$$C = (p+1)^2 F(p) \Big|_{p=-1} = 4$$

$$B = \frac{d[(p+1)^2 F(p)]}{dp} \Big|_{p=-1} = \frac{d}{dp} \left(p - \frac{5}{p} \right) \Big|_{p=-1} = 6$$

Vậy:
$$F(p) = \frac{p^2 - 5}{p(p+1)^2} = \frac{-5}{p} + \frac{6}{p+1} + \frac{4}{(p+1)^2}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(p)] = (-5 + 6e^{-t} + 4te^{-t})$$

b)
$$F(p) = \frac{4p^2}{(p+5)^3} = \frac{A}{(p+5)} + \frac{B}{(p+5)^2} + \frac{C}{(p+5)^3}$$

$$C = (p+5)^3 F(p) \Big|_{p=-5} = \frac{(p+5)^3 4p^2}{(p+5)^3} \Big|_{p=-5} = 4 \times (-5)^2 = 100$$

$$A = \frac{1}{2} \frac{d^2[(p+5)^3 F(p)]}{dp^2} \Big|_{p=-5} = \frac{1}{2} \frac{d}{dp} (8p) \Big|_{p=-5} = 4$$

$$B = \frac{d[(p+5)^3 F(p)]}{dp} \Big|_{p=-5} = (8p) \Big|_{p=-5} = -40$$

Vậy:
$$F(p) = \frac{4p^2}{(p+5)^3} = \frac{4}{(p+5)} + \frac{-40}{(p+5)^2} + \frac{100}{(p+5)^3}$$

$$\Rightarrow f(t) = (4 - 40t + 100t^2) e^{-5t} u(t)$$

2.20. Ta thấy:
$$\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{p^2(p^2+p+1)} \right] = \left[t - 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-\frac{t}{2}} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} t + \frac{\pi}{6} \right) \right] u(t)$$

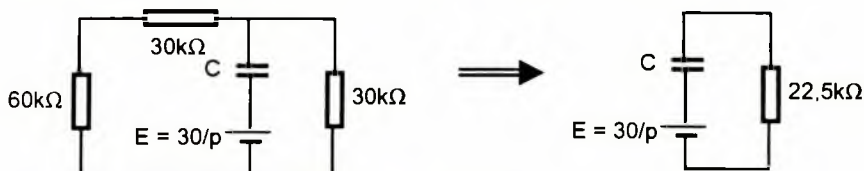
Do vậy, theo tính chất trễ của biến đổi Laplace, ta tìm được:

$$\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{e^{-p}}{p^2(p^2+p+1)} \right] = \left[t - 2 + \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-\frac{t-1}{2}} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} (t-1) + \frac{\pi}{6} \right) \right] u(t-1)$$

2.21. $v_0(t) = E \cdot e^{-t/RC}$

2.22. Tại $t = 0$, thế trên hai đầu tụ $v_C(0)$ tính được là 30V.

Khi $t > 0$, ta thu được sơ đồ như trên hình BG 2.22.



Hình BG 2.22.

Từ hình vẽ, ta tìm được:

$$V_C(p) = \frac{30}{p+10}$$

Do đó:
$$v_C(t) = 30e^{-10t} u(t)$$

2.23. Trước hết phải tìm hàm truyền $H(p)$ của hệ thống đó:

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$

Trong đó $S(p)$ là biến đổi Laplace của tín hiệu lỗi ra; còn $E(p)$ là biến đổi Laplace của tín hiệu lỗi vào:

$$E(p) = \mathcal{L}[e(t)] = \frac{1}{p+1}; \quad S(p) = \mathcal{L}[s(t)] = \frac{10(p+1)}{(p+1)^2 + 16}$$

Do vậy:
$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{10(p+1)(p+1)}{p^2 + 2p + 17}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo của $H(p)$, ta tìm được đáp ứng xung đơn vị $h(t)$:

$$h(t) = 10\delta(t) - 10.e^{-t}\sin 4t.u(t)$$

2.24. Ta thấy:
$$H(p) = \frac{S(p)}{E_1(p)} = \frac{E_n(p)}{E_1(p)} \times \frac{E_2(p)}{E_1(p)} \times \frac{E_3(p)}{E_2(p)} \times \dots \times \frac{E_n(p)}{E_{n-1}(p)} = (H_1(p))^n$$

Trong đó $H_1(p)$ là hàm truyền của mỗi tầng khuếch đại.

Đáp ứng của tầng khuếch đại đầu tiên đối với xung nhảy bậc đơn vị là:

$$e_2(t) = -Ae^{-t/RC}$$

nên hàm truyền tìm được là:

$$H_1(p) = \frac{E_2(p)}{E_1(p)} = \frac{-Ap}{p - 1/RC}$$

Do vậy hàm truyền của n bộ khuếch đại ghép nối tiếp sẽ là:

$$H(p) = \frac{E_n(p)}{E_1(p)} = \left(\frac{-Ap}{p - 1/RC} \right)^n$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo, ta được đáp ứng tổng thể:

$$s(t) = (-A)^n \left[1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(n-1)! \left(-\frac{t}{RC}\right)^k}{(n-k-1)!(k!)^2} \right] \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

2.25. Hàm truyền có hai điểm cực được xác định từ phương trình:

$$p^2 + 3p + 2 = 0$$

Phương trình này có 2 nghiệm là $p_1 = -1$; $p_2 = -2$; hai điểm cực phân biệt, nên hàm truyền có thể khai triển thành dạng:

$$H(p) = \frac{3p+2}{p^2+3p+2} = \frac{C_1}{p+1} + \frac{C_2}{p+2}$$

$$C_1 = (p+1)H(p) \Big|_{p=-1} = \frac{3p+2}{p+2} \Big|_{p=-1} = -1$$

tương tự:
$$C_2 = (p+2)H(p) \Big|_{p=-2} = \frac{3p+2}{p+1} \Big|_{p=-2} = 4$$

Do đó:
$$H(p) = \frac{3p+2}{p^2+3p+2} = \frac{-1}{p+1} + \frac{4}{p+2}$$

Vậy
$$h(t) = [-e^{-t} + 4e^{-2t}] \quad t \geq 0$$

Hoặc có thể dùng lệnh:

`syms p t;`

`Hp=(3*p+2)/(p^2+3*p+2);`

`ht=ilaplace(Hp)`

MATLAB cho:

`ht =`

`4*exp(-2*t)-exp(-t)`

2.26. Để giải bài toán này, ta sử dụng chương trình MATLAB

`sym p;`

`factor(p^3+5*p^2+12*p+8)`

`D=[1 4 8];`

`roots(D)`

`Hp1=(p+3)/(p^3+5*p^2+12*p+8);`

`ht1=ilaplace(Hp1)`

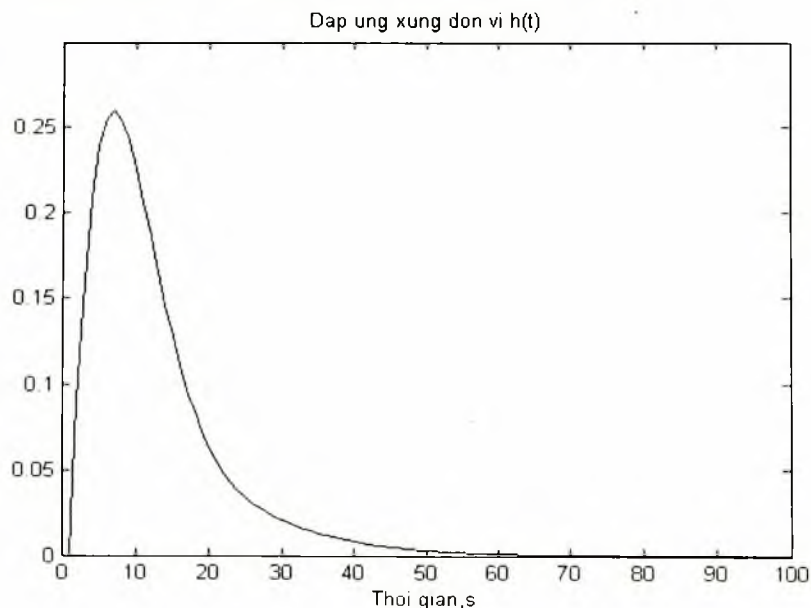
Kết quả MATLAB cho 3 điểm cực là $p = -1$ và hai điểm cực phức là $-2.0000 + 2.0000i$ $-2.0000 - 2.0000i$

Biến đổi Laplace nghịch đảo cho đáp ứng xung đơn vị của hệ thống là

$$ht = -2/5 \cdot \exp(-2 \cdot t) \cdot \cos(2 \cdot t) + 3/10 \cdot \exp(-2 \cdot t) \cdot \sin(2 \cdot t) + 2/5 \cdot \exp(-t)$$

Hay:
$$h(t) = \frac{2}{5} e^{-t} + \left[\frac{3}{10} \sin(2t) - \frac{2}{5} \cos(2t) \right] e^{-2t}$$

Đáp ứng xung đơn vị này được vẽ trên hình BG 2.26.



Hình BG 2.26.

2.27. Gọi $\alpha_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$; $\alpha_2 = \frac{1}{R_2 C_2}$; $\alpha_3 = \frac{1}{R_2 C_1}$

và $\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 = 2\alpha$.

Nếu $\alpha^2 < \alpha_1 \alpha_2$ và $\alpha^2 - \alpha_1 \alpha_2 = \omega^2$

thì $v_0(t) = E \left(1 - \frac{\alpha_3}{\omega} e^{-\alpha t} \sin \omega t \right)$.

Nếu $\alpha^2 > \alpha_1 \alpha_2$ và $\alpha_1 \alpha_2 - \alpha^2 = \omega'^2$

thì $v_0(t) = E \left(1 - \frac{\alpha_3}{\omega} e^{-\alpha t} \text{sh} \omega' t \right)$

Nếu $\alpha^2 = \alpha_1 \alpha_2$ thì $v_0(t) = E (1 - \alpha_3 t e^{-\alpha t})$.

2.28. $H(p) = \frac{p^3 + 1}{p^3 + p} = 1 + \frac{-p + 1}{p(p^2 + 1)} = 1 + \frac{A}{p} + \frac{B}{p^2 + 1} = 1 + \frac{1}{p} - \frac{\sqrt{2}}{2} \left[\frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{p - j} + \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{p + j} \right]$

$\Rightarrow h(t) = \delta(t) + u(t) - \sqrt{2} \cos(t - \frac{\pi}{4}) u(t)$

2.29. Hàm truyền tìm được:

$$H(p) = \frac{I_0(p)}{I_s(p)} = \frac{1}{p + 1}$$

Biến đổi Laplace của xung vuông lối vào cho trong hình B 2.27b là:

$$I_s(p) = \frac{1}{p} (1 - e^{-2p})$$

Vậy biến đổi Laplace của tín hiệu lối ra là:

$$I_0(p) = I_s(p) H(p) = \frac{1}{p(p + 1)} (1 - e^{-2p})$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo của $I_0(p)$, ta sẽ thu được tín hiệu lối ra là dòng điện ở lối ra của mạch điện. Trước khi tính biến đổi Laplace nghịch đảo, ta biến đổi $I_0(p)$ thành dạng:

$$I_0(p) = \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p + 1} \right] (1 - e^{-2p}) = \frac{1}{p} + \frac{e^{-2p}}{p} - \frac{1}{p + 1} - \frac{e^{-2p}}{p + 1}$$

Từ đó tính được:

$$i_0(t) = u(t) + u(t-2) - e^{-t} - e^{-(t+2)} u(t-2) = u(t) - e^{-t} + (1 - e^{-(t+2)}) u(t-2) \text{ A}$$

2.30.

1) Chương trình MATLAB sau đây tính và vẽ đáp ứng xung của hệ thống là:

t=0: 0.1: 15;

num=[1 1];

den=[1 5 6];

%Tinh va ve dap ung xung

```
impulse(num,den,t)
```

```
grid
```

```
title('Dap ung xung ')
```

```
ylabel('Thoi gian,s')
```

```
ylabel('Bien do')
```

Kết quả cho trên hình BG 2.30a.

2) Tính và vẽ đáp ứng xung nhảy bậc đơn vị

```
step(num,den,t);
```

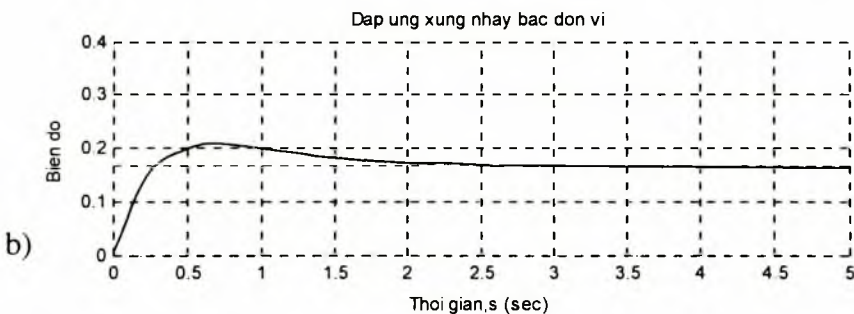
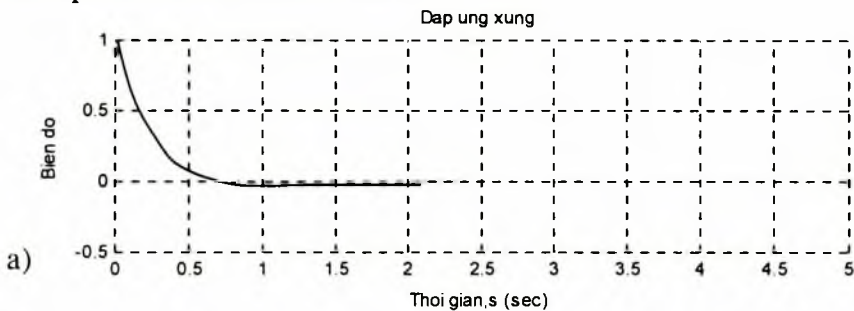
```
grid
```

```
title('Dap ung xung nhay bac don vi ')
```

```
xlabel('Thoi gian,s')
```

```
ylabel('Bien do')
```

Kết quả cho trên hình BG 2.30b.



Hình BG 2.30.

3) Đáp ứng của hệ thống lên tín hiệu $u(t) = \sin(2t)$

$t=0: 0.1: 5;$

$u=\sin(2*t);$

```
lsim(num,den,u,t)
```

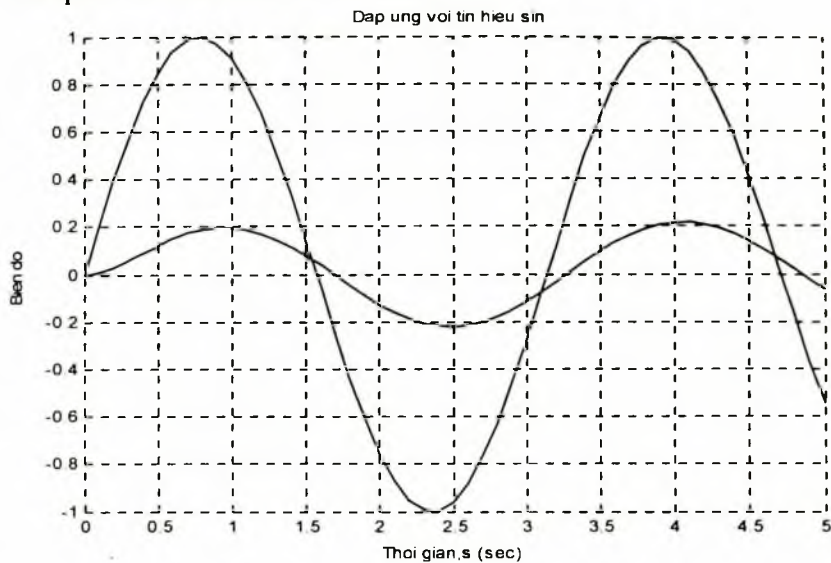
```
grid
```

```
title('Dap ung voi tin hieu sin ')
```

```
xlabel('Thoi gian,s')
```

```
ylabel('Bien do')
```

Kết quả cho trên hình BG 2.30c.



Hình BG 2.30c.

4) Đáp ứng của hệ thống lên tín hiệu $u_1(t) = e^{-t}$

$t=0: 0.1: 5;$

$u1=\exp(-t);$

$lsim(num,den,u1,t)$

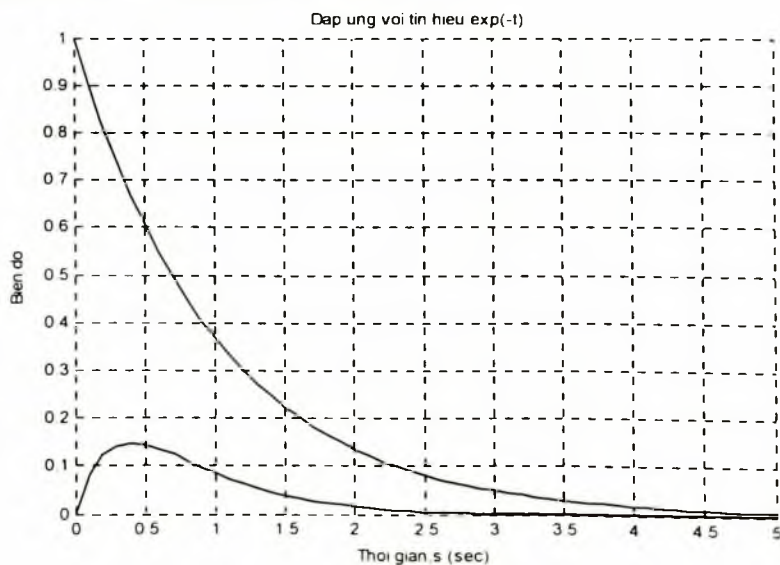
$title('Dap ung voi tin hieu \exp(-t)')$

$xlabel('Thoi gian,s')$

$ylabel('Bien do')$

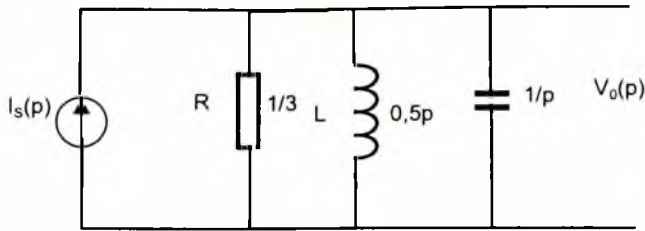
$grid$

Kết quả cho trên hình BG 2.30d.



Hình BG 2.30d.

2.31. Biểu diễn mạch điện dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 2.31.



Hình BG 2.31.

Khi đó, biến đổi Laplace của trở kháng của toàn mạch được tính bằng:

$$Z(p) = \frac{1}{p + 3 + \frac{2}{p}} = \frac{p}{p^2 + 3p + 2}$$

Bây giờ ta phải tính $I_s(p)$ là biến đổi Laplace của nguồn dòng lối vào:

$$I_s(p) = \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2 + 1} = \frac{p^2 + p + 1}{p(p^2 + 1)}$$

Từ đó tính được biến đổi Laplace của thế lối ra:

$$V_o(p) = I_s(p)Z(p) = \frac{p^2 + p + 1}{(p^2 + 1)(p^2 + 3p + 2)}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo của $V_o(p)$, ta sẽ thu được thế lối ra:

$$v_o(t) = \mathcal{L}^{-1}[V_o(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{p^2 + p + 1}{(p^2 + 1)(p^2 + 3p + 2)}\right]$$

$$V_o(p) = \frac{p^2 + p + 1}{(p^2 + 1)(p^2 + 3p + 2)} = \frac{p^2 + p + 1}{(p^2 + 1)(p + 1)(p + 2)} =$$

$$= \frac{A}{(p + 1)} + \frac{B}{(p + 2)} + \frac{C}{(p^2 + 1)}$$

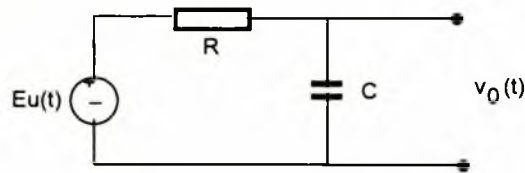
$$\text{Tính ra ta được: } v_o(t) = \frac{1}{2}e^{-t} - \frac{3}{5}e^{-2t} + \frac{1}{\sqrt{10}}\cos(t - \frac{\pi}{2,5})$$

Chương 3

PHÂN TÍCH VÀ TỔNG HỢP MẠCH ĐIỆN DÙNG BIẾN ĐỔI LAPLACE

ĐỀ BÀI

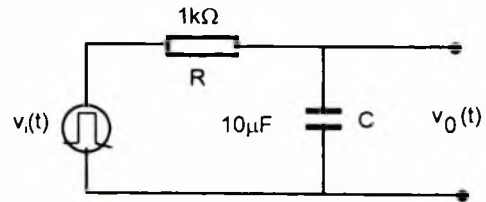
- 3.1. Cho sơ đồ mạch điện như trên hình B 3.1. Biết rằng tụ C không tích điện ở thời điểm ban đầu.



Hình B 3.1.

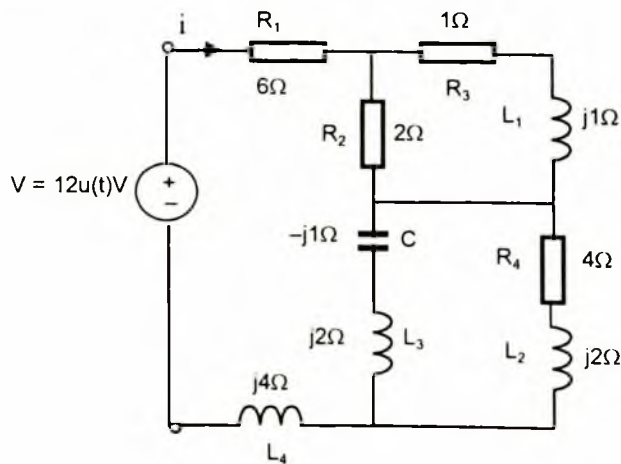
- a) Tính thế lối ra $v_0(t)$ theo thời gian t với $E = 10V$; $R = 1k\Omega$ và $C = 10\mu F$.
b) Viết chương trình MATLAB vẽ thế lối ra đó theo t từ 0 đến 0,05 giây với 3 giá trị khác nhau của R là $0,1k\Omega$, $1k\Omega$ và $10k\Omega$.

- 3.2. Tìm thế lối ra $v_0(t)$ khi thế lối vào $v_i(t)$ là một xung vuông biên độ 1V và độ rộng 0,5s như trên hình B 3.2. Tụ C không tích điện ở thời điểm ban đầu.



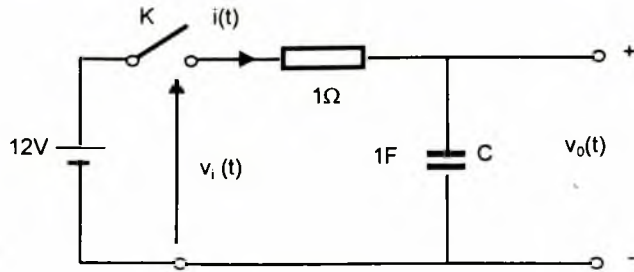
Hình B 3.2.

- 3.3. Tìm dòng điện i chạy trong mạch điện cho trong hình B 3.3 với các điều kiện ban đầu bằng không.



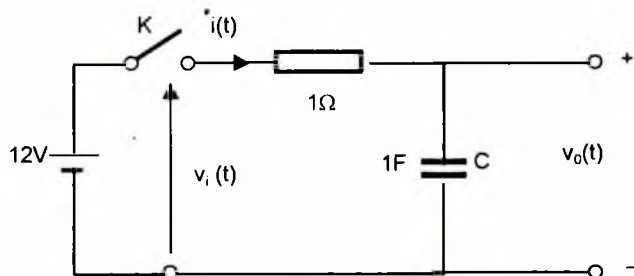
Hình B 3.3.

- 3.4. Tìm thế lối ra $v_o(t)$, $t > 0$ trong mạch điện cho trong hình B 3.4 với thế trên tụ tại thời điểm ban đầu $v_C(0^-) = 6V$. Biết rằng khoá K đóng tại $t = 0$.



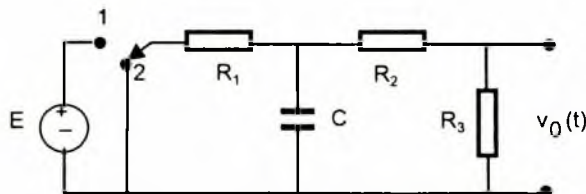
Hình B 3.4.

- 3.5. Tìm thế lối ra $v_o(t)$, $t > 0$ trong mạch điện cho trong hình B 3.5 với thế trên tụ tại thời điểm ban đầu $v_C(0^-) = 6V$. Biết rằng khoá K đóng tại $t = 0$.



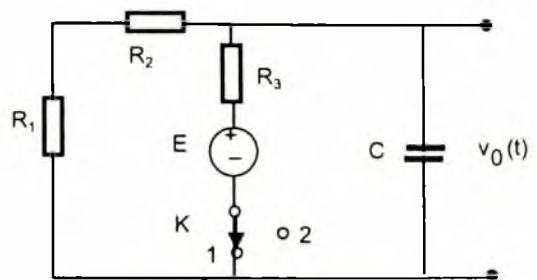
Hình B 3.5.

- 3.6. Cho mạch điện như trên hình B 3.6. Tại thời điểm $t = 0$, khóa K chuyển từ chốt 1 sang chốt 2. Tìm thế lối ra $v_o(t)$ với $t > 0$. Viết chương trình MATLAB để vẽ thế đó.



Hình B 3.6.

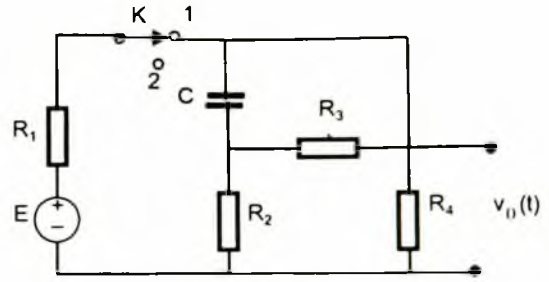
- 3.7. Tìm và vẽ thế lối ra $v_o(t)$ trên hai đầu tụ điện C trong sơ đồ mạch điện hình B 3.7. Biết rằng tại thời điểm $t = 0$, khóa K chuyển từ chốt 1 sang chốt 2. Áp dụng bằng số $R_1 = 3k\Omega$; $R_2 = 9k\Omega$; $R_3 = 4k\Omega$; $C = 100\mu F$ và $E = 6V$.



Hình B 3.7.

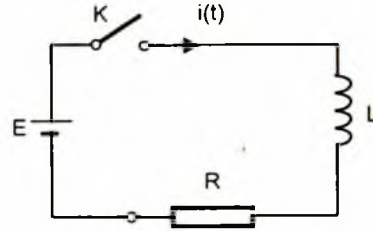
- 3.8. Tìm và vẽ thế lối ra $v_0(t)$ trong sơ đồ mạch điện hình B 3.8. Biết rằng tại thời điểm $t = 0$, khóa K chuyển từ chốt 1 sang chốt 2.

Áp dụng bằng số: $R_1 = 2\text{k}\Omega$; $R_2 = R_3 = R_4 = 6\text{k}\Omega$; $C = 100\mu\text{F}$ và $E = 12\text{V}$.



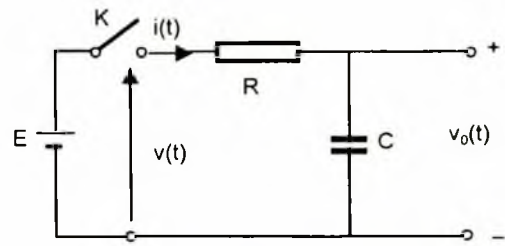
Hình B 3.8.

- 3.9. Tìm đáp ứng của mạch điện LR như trên hình B 3.9 khi khóa K đóng tại $t = 0$. Trong sơ đồ E là một nguồn thế không đổi.



Hình B 3.9.

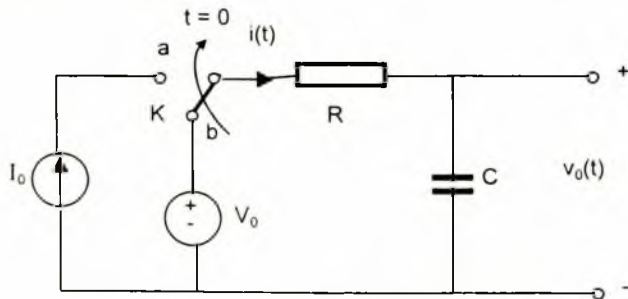
- 3.10. Tìm thế lối ra $v_0(t)$ ở hai đầu tụ điện khi $t > 0$ trong hình B 3.10. Biết rằng khóa K đóng tại thời điểm $t = 0$ và tụ điện C không có điện tích ban đầu, $v(0) = 0$. Trong sơ đồ E là một nguồn thế không đổi.



Hình B 3.10.

- 3.11. Đáp ứng của mạch RC song song đối với xung nhảy bậc như trên hình B 3.11.

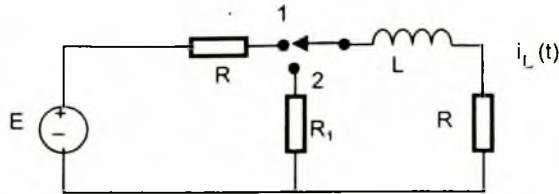
Giả sử khoá K nằm ở vị trí b trong khoảng thời gian đủ dài và tại thời điểm $t = 0$, khoá K chuyển nhanh từ vị trí b sang a và dừng ở đấy. Xác định thế lối ra $v_0(t)$.



Hình B 3.11.

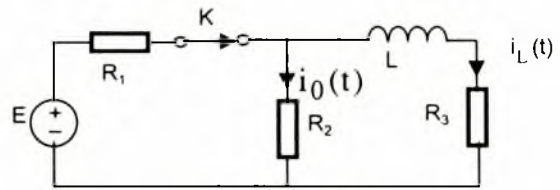
- 3.12. Cho mạch điện như trên hình vẽ B 3.12. Tại thời điểm $t = 0$, khóa K nối với chốt 1, sau khoảng thời gian $t = 1\text{s}$, khóa K chuyển từ chốt 1 sang chốt 2 và

giữ nguyên tại đó. Tìm và vẽ sự thay đổi của dòng điện i chạy qua cuộn cảm L theo thời gian t . Áp dụng bằng số $L = 200\text{H}$; $R = 50\Omega$; $R_1 = 150\Omega$.



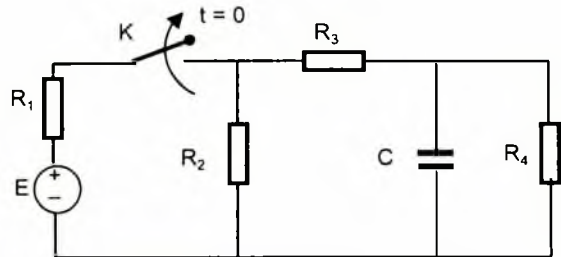
Hình B 3.12.

- 3.13.** Cho mạch điện như trên hình vẽ B 3.13. Tìm dòng điện $i_0(t)$, $t > 0$. Biết rằng khóa K mở tại $t = 0$. Áp dụng bằng số $R_1 = 4\Omega$; $R_2 = 12\Omega$; $R_3 = 6\Omega$; $L = 2\text{H}$ và $E = 24\text{V}$.



Hình B 3.13.

- 3.14.** Cho mạch điện như trên hình B 3.14. Biết rằng, lúc đầu khóa K đóng, sau đó thì mở tại thời điểm $t = 0$. Dùng phương pháp toán tử Laplace, tính hiệu điện thế ở hai đầu tụ C khi $t > 0$. Cho:



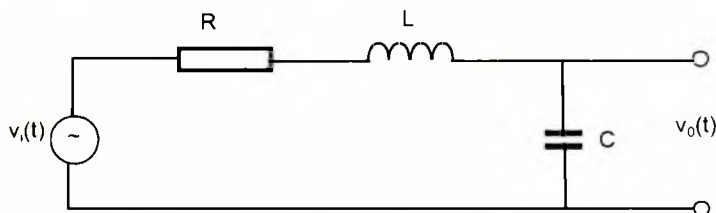
Hình B 3.14.

$$R_1 = 6\text{k}\Omega; R_1 = 60\text{k}\Omega;$$

$$R_3 = 30\text{k}\Omega; R_4 = 30\text{k}\Omega; C = \frac{40}{9} \mu\text{F}$$

Nguồn thế không đổi $E = 72\text{V}$.

- 3.15.** Cho mạch điện như trên hình B 3.15.



Hình B 3.15.

a) Tìm hàm truyền $H(p)$ của mạch điện đó. Biết rằng tụ C và cuộn cảm L không tích điện ở thời điểm ban đầu.

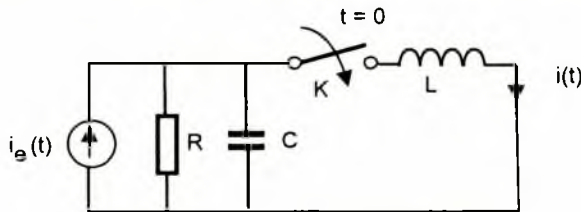
b) Vẽ đáp ứng tần số của mạch điện này với 3 giá trị khác nhau của $R = 50\Omega$, 120Ω và 500Ω và với $L = 0.02H$; $C = 10\mu F$.

c) Tìm và vẽ giản đồ điểm cực/điểm không của mạch điện.

d) Tìm đáp ứng xung đơn vị của mạch điện.

e) Tìm đáp ứng của hệ thống đối với xung nhảy bậc $u(t)$ ở lối vào.

3.16. Cho mạch điện như trên hình B 3.16. Tính thế trên hai đầu tụ C , $v_C(t)$, biết rằng $R = 8\Omega$; $L = 1/32H$; $C = 50\mu F$, $i_C(t) = 2A$, khóa K đóng tại $t = 0$.



Hình B 3.16.

3.17. Cho mạch điện như trên hình B 3.17.

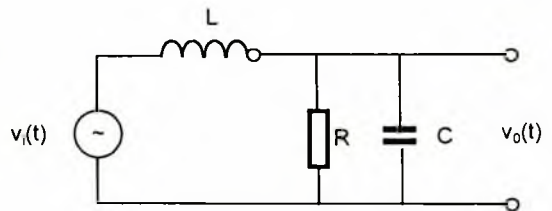
a) Tìm hàm truyền $H(p)$ của mạch điện đó. Biết rằng tụ C và cuộn cảm L không tích điện ở thời điểm ban đầu.

b) Vẽ đáp ứng tần số của mạch điện này với 3 giá trị khác nhau của $R = 8\Omega$, 150Ω và 300Ω và với $L = 1/32H$; $C = 50\mu F$.

c) Tìm và vẽ giản đồ điểm cực/điểm không của mạch điện.

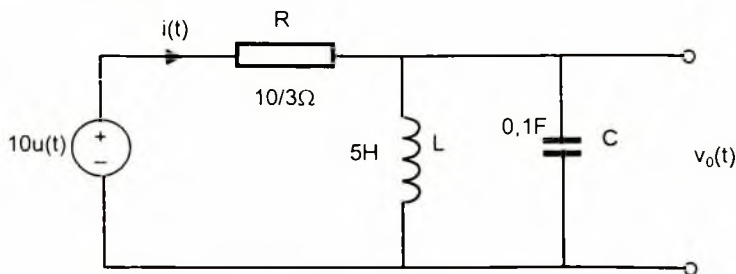
d) Tìm đáp ứng xung đơn vị của mạch điện.

e) Tìm đáp ứng của hệ thống đối với xung nhảy bậc $u(t)$ ở lối vào.



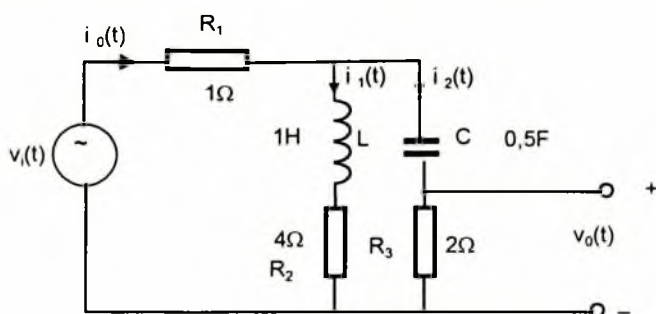
Hình B 3.17.

3.18. Tìm thế lối ra $v_o(t)$ của mạch điện cho trong hình B 3.18 nếu thế lối vào $v_i(t) = 10u(t)$ và dòng ban đầu qua cuộn cảm $i_L(0) = -1A$ và thế ban đầu của tụ C là $v_C(0) = 5V$.



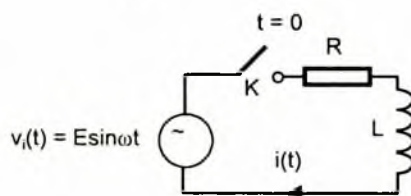
Hình B 3.18.

3.19. Tìm hàm truyền $H(p) = V_o(p)/I_o(p)$ của mạch điện cho trong hình B 3.19.



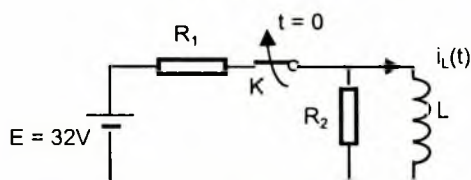
Hình B 3.19.

3.20. Tính cường độ dòng điện $i(t)$ chạy trong mạch điện cho trên sơ đồ hình B 3.20. Biết rằng khóa K đóng đột ngột tại $t = 0$.



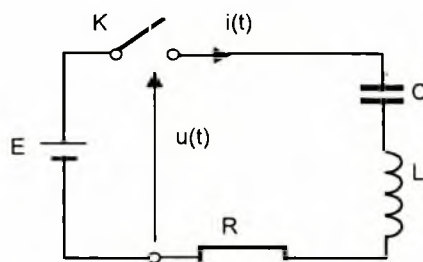
Hình B 3.20.

3.21. Tính cường độ dòng điện $i(t)$, $t > 0$ chạy trong mạch điện cho trên sơ đồ hình B 3.21. Biết rằng khóa K mở đột ngột tại $t = 0$. Áp dụng bằng số $R_1 = 10Ω$; $R_2 = 20Ω$ và $L = 1mH$.



Hình B 3.21.

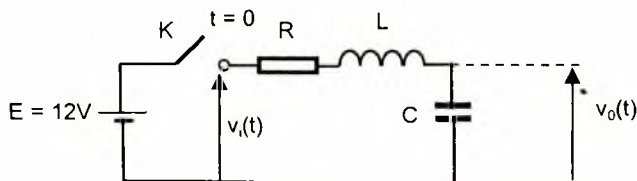
3.22. Tìm dòng điện $i(t)$ trong mạch RLC nối tiếp cho trong hình B 3.22 khi $t > 0$. Biết rằng cuộn cảm và tụ điện không tích trữ điện năng ban đầu.



Hình B 3.22

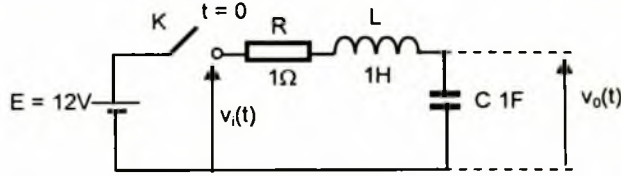
3.23. Cho mạch điện như trên hình B 3.23. Tính thế lối ra $v_o(t)$. Biết rằng khóa K đóng tại $t = 0$ và tụ C không tích điện ở thời điểm ban đầu. Xét các trường hợp:

- 1) $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$; 2) $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$; 3) $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$



Hình B 3.23.

- 3.24. Cho mạch điện như trên hình B 3.24. Tính thế lối ra $v_o(t)$. Biết rằng khóa K đóng tại $t = 0$ và tụ C không tích điện ở thời điểm ban đầu.



Hình B 3.24.

- 3.25. Cho mạch điện như trên hình B 3.25.

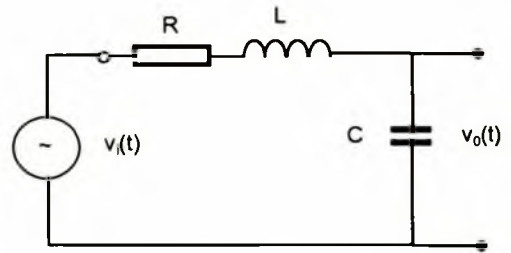
a) Tìm hàm truyền $H(p)$ của mạch điện đó. Biết rằng tụ C và cuộn cảm L không tích điện ở thời điểm ban đầu.

b) Vẽ đáp ứng tần số của mạch điện này với 3 giá trị khác nhau của $R = 500\Omega$, 1500Ω và 3000Ω và với $L = 20\text{mH}$; $C = 4,7\text{nF}$.

c) Tìm và vẽ giản đồ điểm cực/điểm không của mạch điện.

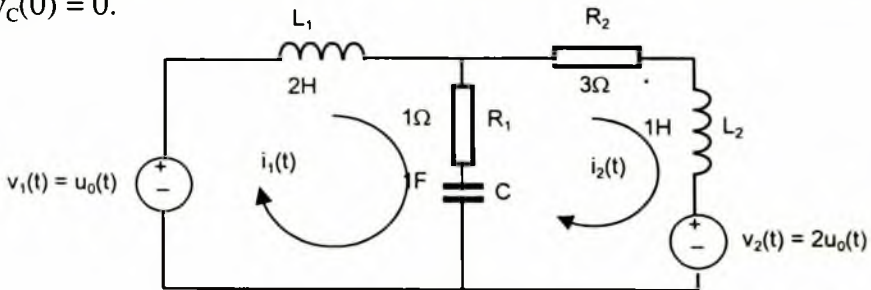
d) Tìm đáp ứng xung đơn vị của mạch điện.

e) Tìm đáp ứng của hệ thống đối với xung nhảy bậc $u(t)$ ở lối vào.



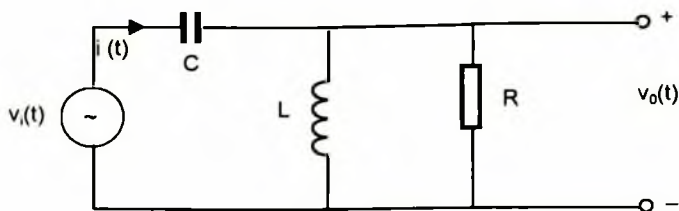
Hình B 3.25.

- 3.26. Cho mạch điện như trên hình B 3.26. Dùng biến đổi Laplace và phương pháp mắt mạng độc lập, tính dòng điện $i_1(t)$ và $i_2(t)$. Biết rằng $i_L(0) = 0$ và $v_C(0) = 0$.



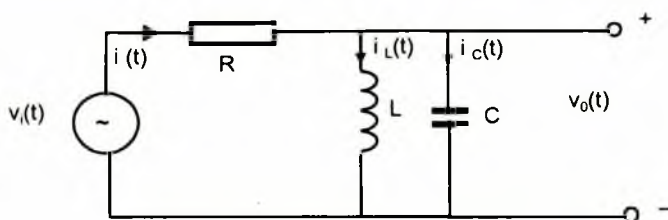
Hình B 3.26.

- 3.27. a) Tìm hàm truyền của mạch điện RLC như trên hình B 3.27. Biết rằng cuộn cảm và tụ C không dự trữ năng lượng ban đầu.
b) Vẽ đáp ứng tần số của mạch điện này với 3 giá trị khác nhau của $R = 500\Omega$, 1500Ω và 3000Ω và với $L = 20\text{mH}$; $C = 4,7\text{nF}$.
c) Tìm và vẽ giản đồ điểm cực/điểm không của mạch điện.
d) Tìm đáp ứng xung đơn vị của mạch điện.
e) Tìm đáp ứng của hệ thống đối với xung nhảy bậc $u(t)$ ở lối vào.



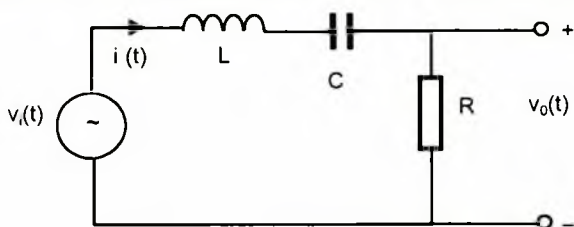
Hình B 3.27

3.28. Tìm hàm truyền của mạch điện RLC như trên hình B 3.28.



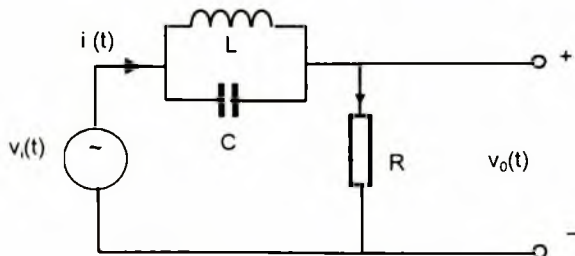
Hình B 3.28

- 3.29. a) Tìm hàm truyền của mạch điện RLC như trên hình B 3.29. Biết rằng cuộn cảm và tụ C không dự trữ năng lượng ban đầu.
 b) Vẽ đáp ứng tần số của mạch điện này với 3 giá trị khác nhau của $R = 500\Omega$, 1500Ω và 3000Ω và với $L = 20\text{mH}$; $C = 4,7\text{nF}$.
 c) Tìm và vẽ giản đồ điểm cực/điểm không của mạch điện.
 d) Tìm đáp ứng xung đơn vị của mạch điện.
 e) Tìm đáp ứng của hệ thống đối với xung nhảy bậc $u(t)$ ở lối vào.



Hình B 3.29

3.30. Tìm hàm truyền của mạch điện cho trong hình B 3.30; với $L = 20\text{mH}$; $C = 4,7\text{nF}$ và $R = 500\Omega$. Vẽ đáp ứng tần số của mạch điện này với 3 giá trị khác nhau của $R = 500\Omega$, 1500Ω và 3000Ω .



Hình B 3.30

3.31. a) Tìm hàm truyền của mạch điện cho trong hình B 3.31 dưới đây.

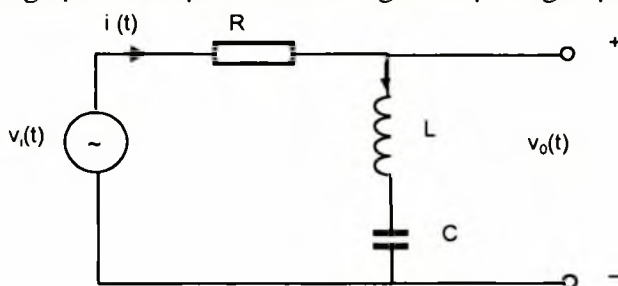
b) Vẽ đáp ứng tần số của mạch điện này với 3 giá trị khác nhau của $R = 500\Omega$, 1500Ω và 3000Ω và với $L = 20\text{mH}$; $C = 4,7\text{nF}$.

c) Tìm và vẽ giản đồ điểm cực/điểm không của mạch điện.

d) Tìm đáp ứng xung đơn vị của mạch điện.

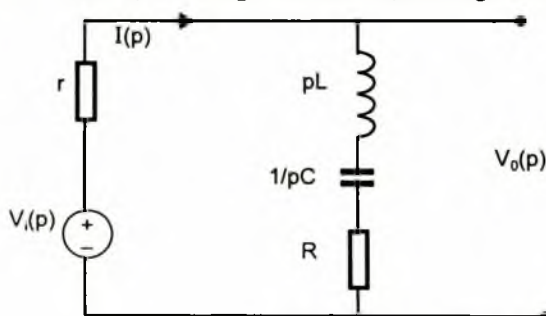
e) Tìm đáp ứng của hệ thống đối với xung nhảy bậc $u(t)$ ở lối vào.

Biết rằng tụ C và cuộn cảm L không tích tụ năng lượng ban đầu.



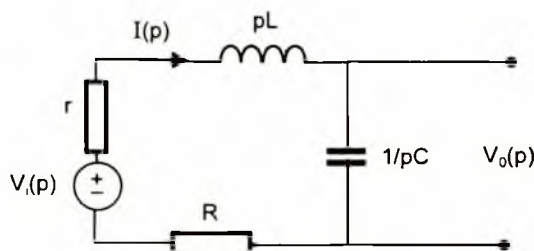
Hình B 3.31

3.32. Tìm hàm truyền của mạch điện cho trong sơ đồ hình B 3.32. Biết rằng cuộn cảm và tụ điện không tích trữ điện năng ban đầu.



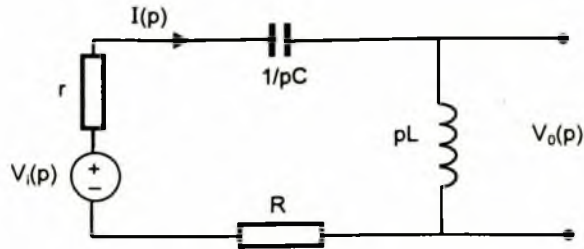
Hình B 3.32.

3.33. Tìm hàm truyền của mạch điện cho trong sơ đồ hình B 3.33. Biết rằng cuộn cảm và tụ điện không tích trữ điện năng ban đầu.



Hình B 3.33.

3.34. Tìm hàm truyền của mạch điện cho trong sơ đồ hình B 3.34. Biết rằng cuộn cảm và tụ điện không tích trữ điện năng ban đầu.



Hình B 3.34.

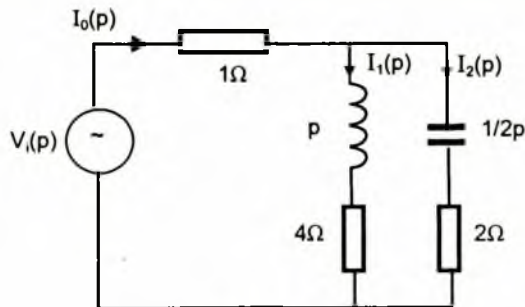
3.35. Tìm và vẽ giản đồ Bode một hệ thống có hàm truyền:

$$H(p) = \frac{1/Cp}{R + pL + 1/Cp}$$

Dùng MATLAB vẽ với $L = 20 \text{ mH}$; $C = 0.047 \text{ } \mu\text{F}$ và 3 giá trị khác nhau của R là: 50Ω , 100Ω và 500Ω .

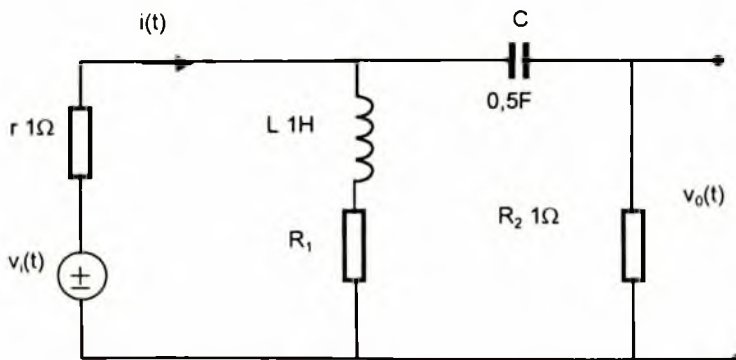
3.36. a) Tìm hàm truyền $H(p) = I_1(p)/I_0(p)$ của mạch điện cho trong hình B 3.36 và cho biết mạch điện có ổn định không?

b) Tìm và vẽ giản đồ điểm cực/điểm không của hàm truyền đó.



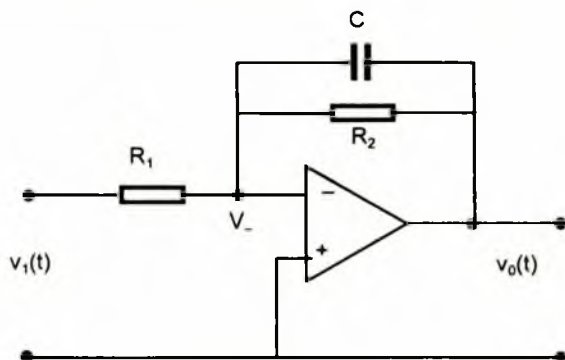
Hình B 3.36.

3.37. Tìm đáp ứng xung đơn vị của mạch điện cho trong sơ đồ hình B 3.37. Biết rằng cuộn cảm và tụ điện không tích trữ điện năng ban đầu.



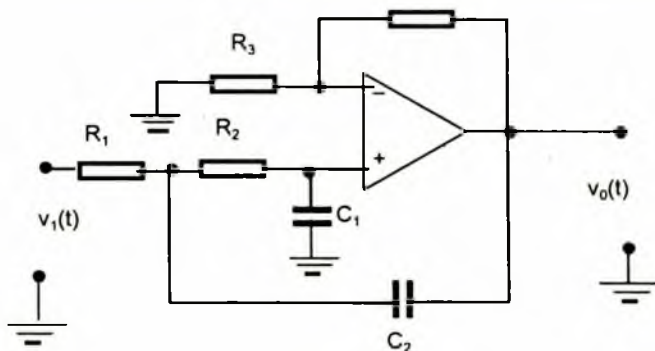
Hình B 3.37.

3.38. Tìm đáp ứng xung đơn vị của mạch điện cho trên sơ đồ hình B 3.38. Biết rằng tụ C không tích điện ở thời điểm ban đầu.



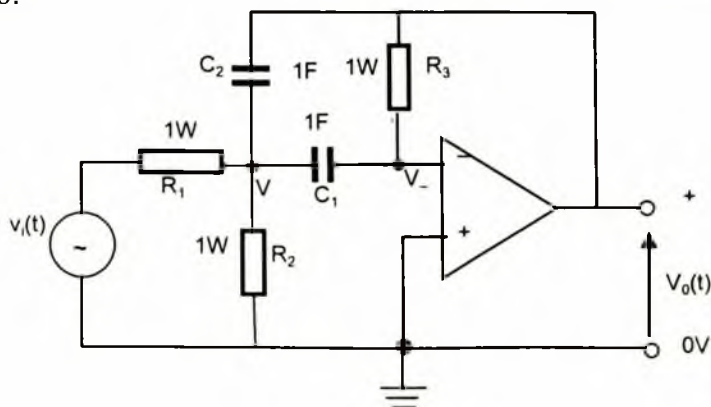
Hình B 3.38.

3.39. Tìm hàm truyền của mạch điện cho trên sơ đồ hình B 3.39.



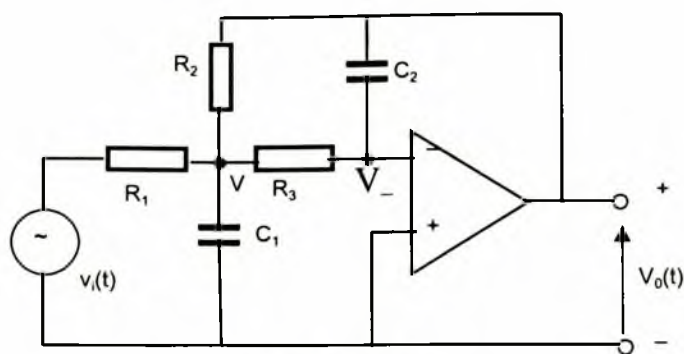
Hình B 3.39.

3.40. Tìm đáp ứng của mạch điện dùng khuếch đại thuật toán như trên hình B 3.40.



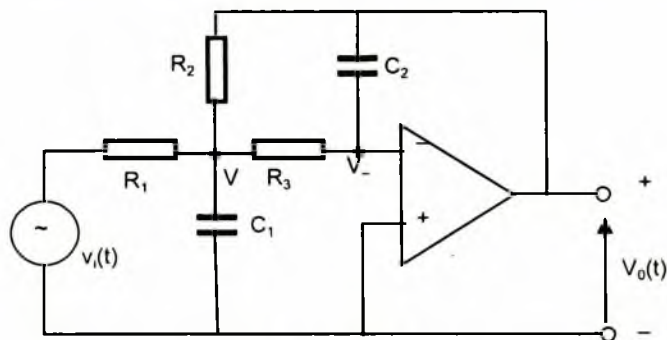
Hình B 3.40.

3.41. Tìm hàm truyền của mạch điện chứa khuếch đại thuật toán có sơ đồ cho trên hình B 3.41.



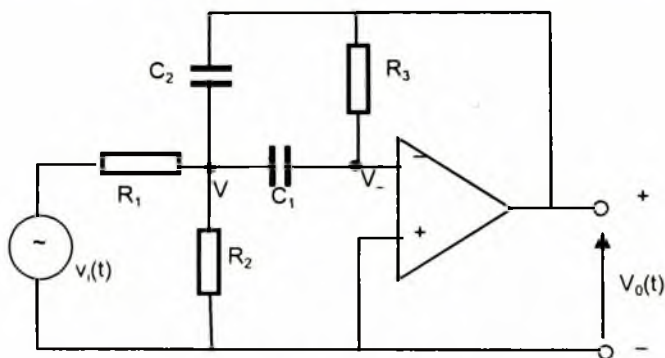
Hình B 3.41.

- 3.42. Tìm thế lối ra $v_o(t)$ khi thế lối vào $v_i(t) = 6,25\cos(6280t)$ với các điều kiện ban đầu $V_{C1}(0) = V_{C2}(0) = 0$ trong sơ đồ mạch điện dùng khuếch đại thuật toán cho trong hình B 3.42; với $R_1 = 200\text{k}\Omega$; $R_2 = 40\text{k}\Omega$; $C_1 = 25\text{nF}$; $C_2 = 10\text{nF}$.



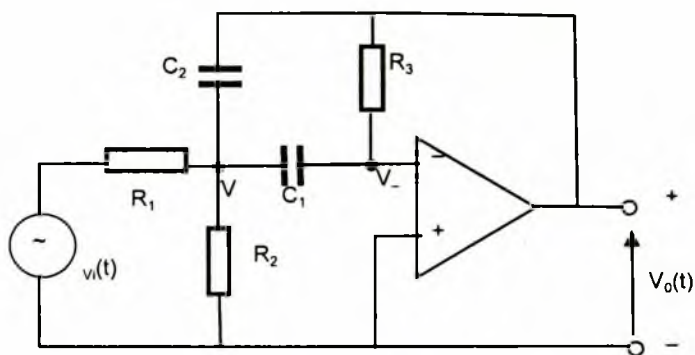
Hình B 3.42.

- 3.43. Tính hàm truyền của mạch bậc hai dùng khuếch đại thuật toán có sơ đồ cho trên hình B 3.43. Vẽ đáp ứng tần số của mạch điện này.



Hình B 3.43.

- 3.44. Vẽ đáp ứng tần số của mạch lọc thông dải tích cực có sơ đồ cho trên hình B 3.44; với $C_1 = C_2 = 0,1\mu\text{F}$; $R_1 = 2\text{k}\Omega$; $R_2 = 667\Omega$ và $R_3 = 200\text{k}\Omega$.

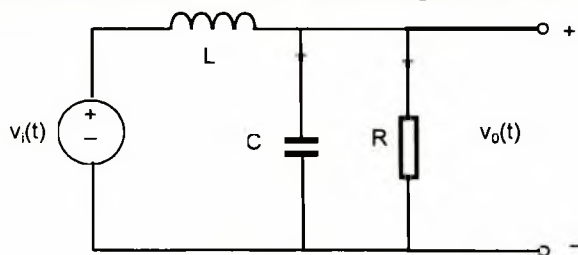


Hình B 3.44.

3.45. Thiết kế một mạch điện dùng các phần tử thụ động R, L và C có hàm truyền:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{10}{p^2 + 3p + 10}$$

như trong hình B 3.45. Chọn $R = 5\Omega$, tìm giá trị của L và C.

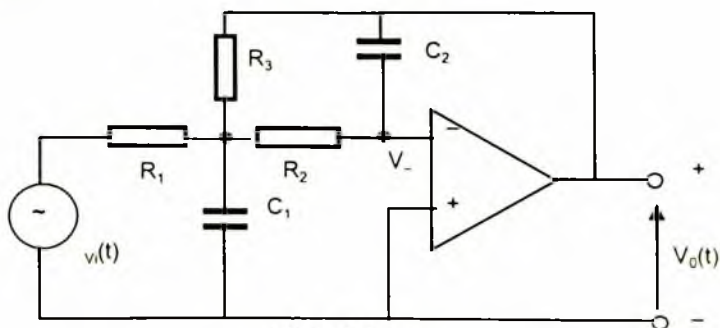


Hình B 3.45.

3.46. Thiết kế mạch lọc thông thấp tích cực bậc hai có hàm truyền:

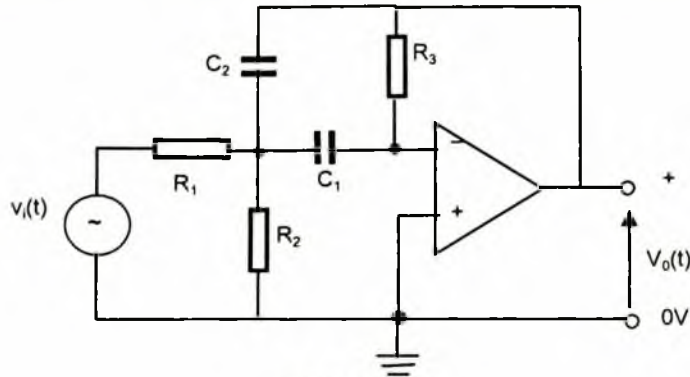
$$H(p) = \frac{-\frac{R_3}{R_1} \left(\frac{1}{R_2 R_3 C_2} \right)}{p^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_3 C_1} \right) p + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

và có sơ đồ cho trên hình B 3.46. Với $H(0) = -10$; $f_c = 5\text{kHz}$ và $C_1 = C_2 = 10\text{nF}$ và $R_1 = 1\text{k}\Omega$.



Hình B 3.46

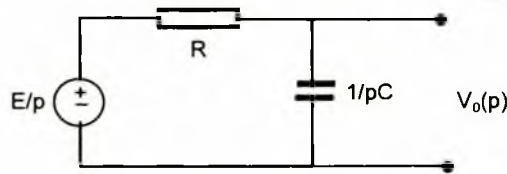
- 3.47. Thiết kế một mạch lọc thông dải tích cực có sơ đồ cho trên hình B 3.47 với hệ số khuếch đại $H_0 = -50$, tần số trung tâm $f_c = 160\text{Hz}$ và độ rộng dải thông tại 3dB là 16Hz. Chọn $C_1 = C_2 = 0,1\mu\text{F}$, hãy xác định giá trị của R_1 , R_2 và R_3 .



Hình B 3.47.

TRẢ LỜI VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

- 3.1. a) Dưới dạng biến đổi Laplace, mạch điện có dạng như trên hình BG 3.1a.



Hình BG 3.1a.

Do đó thế lối ra tính được là:

$$V_o(p) = \frac{E/p}{R + \frac{1}{pC}} \times \frac{1}{pC} = \frac{E/RC}{p(p + \frac{1}{RC})}$$

$$V_o(p) = \frac{E/RC}{p(p + \frac{1}{RC})} = \frac{E}{p} - \frac{E}{p + \frac{1}{RC}}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo $V_o(p)$, ta được:

$$v_o(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

b) Chương trình MATLAB vẽ $v_o(t)$:

`C=10e-6; R=[0.1e3 1e3 10e3];`

`t=0: 0.001: 0.05;`

`v1=10*(1-exp(-t/(C*R(1))));`

`v2=10*(1-exp(-t/(C*R(2))));`

`v3=10*(1-exp(-t/(C*R(3))));`

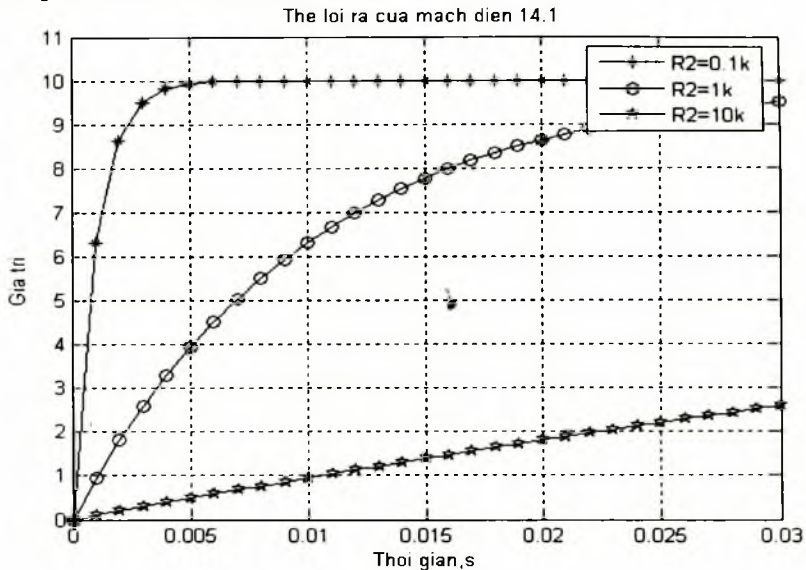
`plot(t,v1,'*-',t,v2,'o-',t,v3,'p-');grid`

```

legend('R2=0.1k','R2=1k','R2=10k');
axis([0 0.03 0 11])
title('The loi ra cua mach dien 3.1')
xlabel('Thoi gian,s')
ylabel('Gia tri')

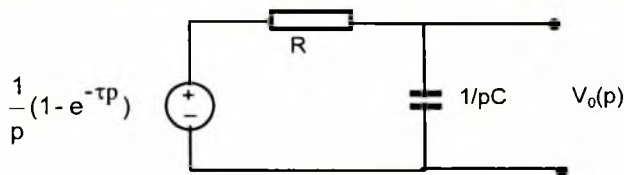
```

Kết quả cho trên hình BG 3.1b.



Hình BG 3.1b.

3.2. a) Dưới dạng biến đổi Laplace, mạch điện có dạng như trên hình BG 3.2.



Hình BG 3.2.

Do đó thế lối ra tính được là:

$$V_o(p) = \frac{\frac{1}{p}(1 - e^{-\tau p})}{R + \frac{1}{pC}} \times \frac{1}{pC} = \frac{(1 - e^{-\tau p}) / RC}{p(p + \frac{1}{RC})}$$

$$V_o(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p + \frac{1}{RC}} - \frac{e^{-\tau p}}{p(p + \frac{1}{RC})}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo $V_o(p)$, ta được:

$$v_o(t) = (1 - e^{-\frac{t}{RC}})u(t) + (1 - e^{-\frac{t-\tau}{RC}})u(t - \tau)$$

Với $\tau = RC$

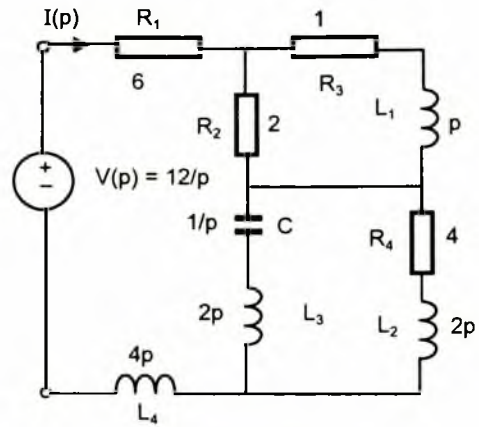
3.3. Trước hết, ta biểu diễn mạch điện dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.3. Khi đó tổng trở của toàn mạch tính được:

$$z_1(p) = R_3 + z_{L1} = 1 + p$$

$$z_2(p) = R_4 + z_{L2} = 4 + 2p$$

$$z_3(p) = \frac{z_1(p)R_2}{z_1(p) + R_2} = \frac{2(1+p)}{3+p}$$

$$z_4(p) = \frac{z_2(p) \cdot (p)}{z_2(p) + (p)} = \frac{p(4+2p)}{4+3p}$$



Hình BG 3.3.

Tổng trở Z của toàn mạch:

$$Z(p) = R_1 + z_3(p) + z_4(p) + z_{L4}(p) = 6 + \frac{2(1+p)}{3+p} + \frac{p(4+2p)}{4+3p} + 4p$$

Vậy dòng điện chạy trong mạch dưới dạng biến đổi Laplace tìm được là:

$$I(p) = \frac{V(p)}{Z(p)} = \frac{1}{p} \cdot \frac{12}{6 + 4p + \frac{2(1+p)}{3+p} + \frac{2p(2+p)}{4+3p}}$$

3.4. Thế ở hai đầu tụ chính là thế lối ra $v_0(t)$ tuân theo phương trình:

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 12u(t)$$

Hay đối với thế lối ra:

$$\frac{dv_0(t)}{dt} + v_0(t) = 12u(t)$$

Lấy biến đổi Laplace hai vế phương trình này với điều kiện ban đầu $v_0(0^-) = 6$, ta được:

$$pV_0(p) - v_0(0^-) + V_0(p) = \frac{12}{p}$$

Từ đó tìm được:

$$V_0(p) = \frac{6p+12}{p(p+1)} = \frac{C_1}{p} + \frac{C_2}{p+1}$$

$$C_1 = pV_0(p)|_{p=0} = \frac{6p+12}{(p+1)} \Big|_{p=0} = 12$$

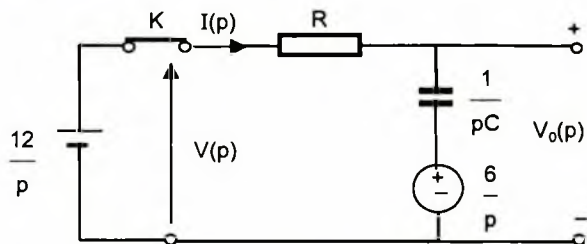
$$C_1 = (p+1)V_0(p)|_{p=-1} = \frac{6p+12}{p} \Big|_{p=-1} = -6$$

Do đó:
$$V_0(p) = \frac{6p+12}{p(p+1)} = \frac{12}{p} + \frac{-6}{p+1}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo ta được:

$$v_0(t) = 12 - 6e^{-t}, t > 0$$

- 3.5. Dưới dạng biến đổi Laplace với điều kiện ban đầu khác không, ta có sơ đồ như trên hình BG 3.5.



Hình BG 3.5.

Khi đó phương trình Kirchhoff đối với mắt mạng độc lập cho ta:

$$\left(1 + \frac{1}{p}\right)I(p) = \frac{12}{p} - \frac{6}{p}$$

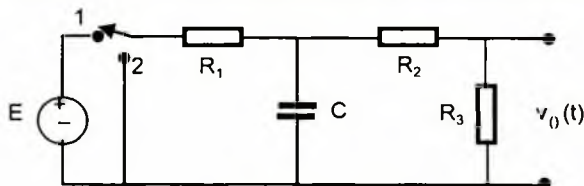
Từ đó tìm được dòng điện $I(p)$: $I(p) = \frac{6}{p+1} A$

Do vậy thế lối ra $V_0(p) = Z_C(p)I(p) + \frac{6}{p} = \frac{1}{p} \cdot \frac{6}{p+1} + \frac{6}{p}$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo sẽ thu được kết quả:

$$v_0(t) = (12 - 6e^{-t})u(t)$$

- 3.6. Tại thời điểm $t < 0$, sơ đồ mạch điện có dạng như trên hình BG 3.6a.

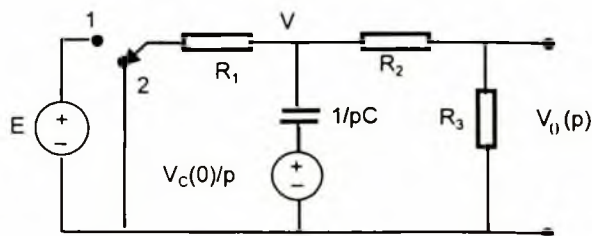


Hình BG 3.6a.

Thế trên tụ tại thời điểm đó:

$$V_C(0) = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} (R_2 + R_3) \quad (1)$$

Khi $t > 0$, mạch điện có dạng như trên hình B 3.6b.



Hình BG 3.6b.

Từ sơ đồ hình BG 3.6b, ta tìm được hai phương trình xác định thế V và V_0 , nhờ áp dụng định luật Kirchhoff cho dòng điện tại các nút:

* Tại nút V :

$$\frac{V}{R_1} + \frac{V - V_0}{R_2} + \frac{V - V_c(0)/p}{1/pC} = 0$$

$$\frac{V_0 - V}{R_2} + \frac{V_0}{R_3} = 0 \Rightarrow V = \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)V_0$$

Từ đó tính được:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + pC\right)\left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)V_0 - \frac{V_0}{R_2} = CV_c(0)$$

$$\Rightarrow V_0(p) = \frac{\frac{(R_2 + R_3)}{R_3} V_c(0)}{p + \frac{R_1 + R_2 + R_3}{(R_2 + R_3)R_1 C}} \quad (2)$$

Thay $V_c(0)$ từ (1) vào (2), ta được:

$$V_0(p) = \frac{\frac{E(R_2 + R_3)^2}{R_3(R_1 + R_2 + R_3)}}{p + \frac{R_1 + R_2 + R_3}{(R_2 + R_3)R_1 C}}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo ta được:

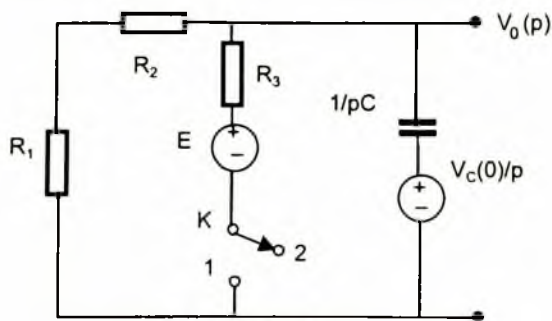
$$v_0(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

Với $\tau = \frac{(R_2 + R_3)R_1 C}{R_1 + R_2 + R_3}$ và $A = \frac{E(R_2 + R_3)^2}{R_3(R_1 + R_2 + R_3)}$

3.7. Khi $t \leq 0$, thế trên tụ:

$$V_c(0) = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}(R_1 + R_2) \quad (1)$$

Khi khóa K chuyển từ 1 $\Rightarrow$ 2, sơ đồ mạch điện có dạng như trên hình BG 3.7.



Hình BG 3.7.

Từ sơ đồ hình BG 3.7, ta tìm được thế lối ra dưới dạng biến đổi Laplace là:

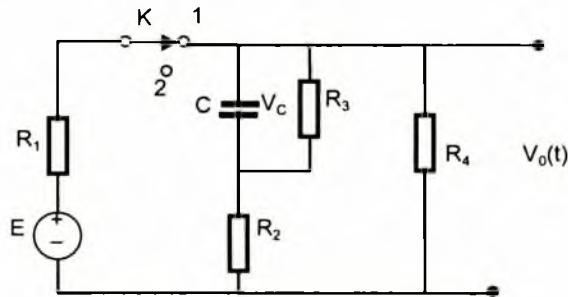
$$V_0(p) = \frac{V_C(0)/p}{R_1 + R_2 + \frac{1}{pC}}(R_1 + R_2) = \frac{V_C(0)}{p + \frac{1}{(R_1 + R_2)C}} \quad (2)$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo sẽ thu được thế lối ra $v_0(t)$:

$$v_0(t) = V_C(0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Với: $\tau = (R_1 + R_2)C$ và $V_C(0)$ từ (1)

- 3.8. Khi $t \leq 0$, sơ đồ mạch điện như trong hình BG 3.8a. Ta xem thế hai đầu tụ C bằng bao nhiêu?



Hình BG 3.8a.

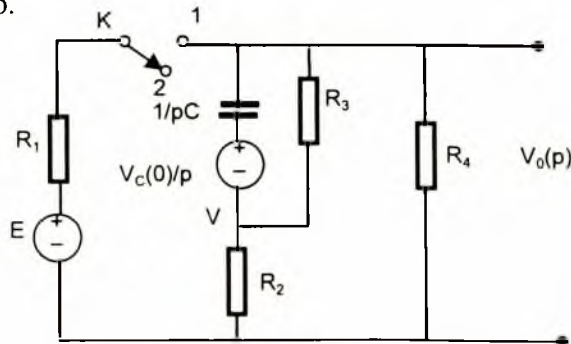
Định luật Kirchhoff đối với dòng tại nút V_0 cho ta:

$$\frac{V_0}{R_2 + R_3} + \frac{V_0}{R_4} + \frac{V_0 - E}{R_1} = 0$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{E(R_2 + R_3)R_4}{(R_1 + R_2 + R_3)R_4 + (R_2 + R_3)R_1}$$

Do vậy: $V_C = \frac{V_0}{R_2 + R_3} R_3 = \frac{R_3 R_4}{(R_1 + R_2 + R_3)R_4 + (R_2 + R_3)R_1} E$

Khi khóa K chuyển từ chốt 1 sang chốt 2, thì mạch điện có sơ đồ như trên hình BG 3.8b.



Hình B 3.8b.

Định luật Kirchhoff đối với dòng điện tại nút V và V_0 cho ta các phương trình:

$$\frac{V_0 - V}{R_3} + \frac{V_0}{R_4} + \frac{V_0 - V_C(0)/p}{1/pC} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{V - V_0}{R_3} + \frac{V}{R_2} + \frac{V + V_C(0)/p}{1/pC} = 0 \quad (2)$$

Từ phương trình (1) ta tìm được:

$$V = \left[1 + \frac{R_3}{R_4} + pCR_3 \right] V_0 - CR_3 V_C(0) \quad (3)$$

Thay (3) vào (2), ta sẽ tìm được $V_0(p)$:

$$\left[\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + pC \right] \left\{ \left[1 + \frac{R_3}{R_4} + pCR_3 \right] V_0 - CR_3 V_C(0) \right\} - \frac{V_0}{R_3} + CV_C(0) = 0$$

Theo bài ra $R_2 = R_3 = R_4 = R = 6k\Omega$, nên:

$$V_C(0) = \frac{R^2}{2R^2 + 3RR_1} E = 4V \quad (4)$$

và:
$$\left[\frac{2}{R} + pC \right] \{ [2 + pCR] V_0 - CR V_C(0) \} - \frac{V_0}{R} + CV_C(0) = 0$$

Hay:
$$[(2 + pCR)^2 - 1] V_0 = (1 - pCR) CR V_C(0)$$

Từ đó, tìm được thế lối ra $V_0(p)$:

$$V_0(p) = \frac{(1 - pCR)CR}{(2 + pCR)^2 - 1} V_C(0) \quad (5)$$

Thay $V_C(0)$ từ (4) vào (5), ta được:

$$V_0(p) = \frac{\frac{12}{5} - \frac{36}{25}p}{(2 + \frac{3}{5}p)^2 - 1}$$

Dùng MATLAB tính biến đổi Laplace nghịch đảo, ta được:

$$v_0 = -8 \exp(-5t) + 4 \exp(-5/3t)$$

Tức là:
$$v_0(t) = -8e^{-5t} + 4e^{-\frac{5}{3}t} \quad (V)$$

- 3.9. Tại thời điểm $t = 0$, ta đóng khóa K. Như vậy, thế tác động vào mạch LR có dạng một xung nhảy bậc có độ lớn bằng E; có nghĩa là thế lối vào được biểu thị dưới dạng:

$$u(t) = \begin{cases} E, & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Tại mọi thời điểm, phương trình vi phân mô tả mạch:

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

Dưới dạng biến đổi Laplace: $U(p) = RI(p) + LpI(p)$

Từ đó tìm được: $I(p) = \frac{U(p)}{R + Lp}$

Với $U(p) = \frac{E}{p}$; do vậy: $I(p) = \frac{E}{p(R + Lp)}$

Để tìm cường độ dòng điện $i(t)$ chạy trong mạch, ta phải lấy biến đổi Laplace nghịch đảo của biểu thức $I(p)$. Muốn vậy, ta phải đưa biểu thức của $I(p)$ về dạng quen biết và dùng bảng để tìm $i(t)$.

Trước tiên chia cả tử số và mẫu số của $I(p)$ cho L ta được:

$$I(p) = \frac{E/L}{p(p + R/L)}$$

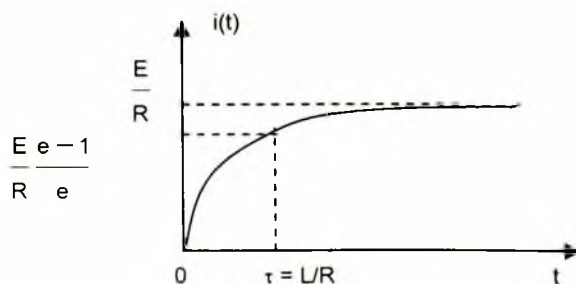
Đặt $\alpha = R/L = 1/\tau$; với τ là hằng số thời gian của mạch, thì:

$$I(p) = \frac{E/L}{p(p + \alpha)} = \frac{E/R}{p} + \frac{-E/R}{p + \alpha}$$

Như vậy biến đổi Laplace nghịch đảo sẽ là: $i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\alpha t})$

Biểu thức này chính là đáp ứng của mạch RL đối với xung nhảy bậc có biên độ E ở lối vào. Đáp ứng này được biểu thị trên hình BG 3.9.

Rõ ràng là khi $t = \tau = L/R$ thì $i(\tau) = \frac{E}{R}(1 - e^{-1}) = \frac{E}{R} \frac{e-1}{e}$



Hình BG 3.9.

- 3.10.** Tại thời điểm $t = 0$, ta đóng khóa K. Như vậy, thế tác động vào mạch có dạng một xung nhảy bậc có độ lớn bằng E ; có nghĩa là thế lối vào được biểu thị dưới dạng:

$$u(t) = \begin{cases} E, & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Khi đó, dòng điện chạy trong mạch tuân theo phương trình vi phân:

$$\frac{v_c(t) - Eu(t)}{R} + C \frac{dv_c(t)}{dt} = 0$$

Trong đó thế $v_c(t) = v_0(t)$ là thế ở hai đầu tụ điện cũng là thế lối ra. Do vậy thế lối ra tuân theo phương trình vi phân:

$$RC \frac{dv_0(t)}{dt} + v_0(t) = Eu(t)$$

Lấy biến đổi Laplace phương trình vi phân này, ta được:

$$RCpV_0(p) + V_0(p) = \frac{E}{p}$$

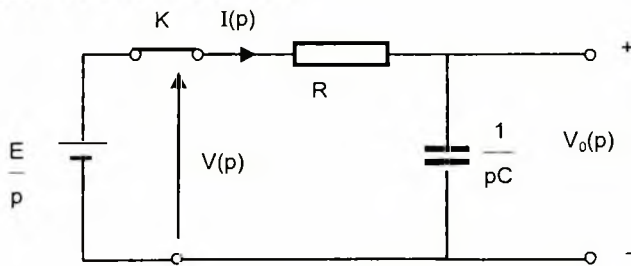
Hay:
$$V_0(p) = \frac{E}{p(RCp + 1)} = \frac{E}{p} - \frac{E}{p + 1/\tau}$$

Với $\tau = RC$ là hằng số thời gian của mạch RC.

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo, ta được thế lối ra trên lĩnh vực thời gian:

$$v_0(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$$

Một phương pháp khác là biểu diễn sơ đồ mạch dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.10.



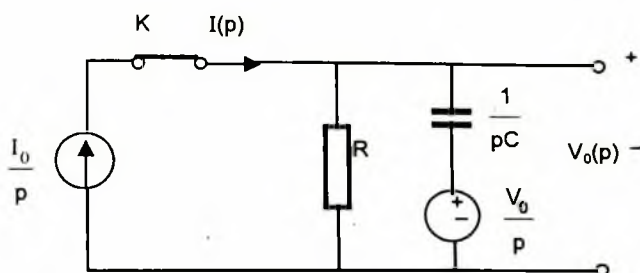
Hình BG 3.10.

Khi đó thế lối ra trên hai đầu tụ C dưới dạng biến đổi Laplace tính được:

$$V_0(p) = Z_C(p).I(p) = \frac{1}{pC} \cdot \frac{E}{p(R + \frac{1}{pC})} = \frac{E}{p(RCp + 1)}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo ta sẽ được kết quả như trên.

- 3.11.** Ở thời điểm ngay trước $t = 0$, thế trên tụ C chính là thế V_0 . Vậy khi khoá K chuyển từ b sang a, sơ đồ mạch điện dưới dạng biểu diễn Laplace sẽ có dạng như trên hình BG 3.11.



Hình BG 3.11.

Từ sơ đồ hình BG 3.11, ta tìm được phương trình tại nút:

$$\frac{V_0(p)}{R} + \frac{V_0(p) - \frac{V_0}{p}}{\frac{1}{pC}} = \frac{I_0}{p}$$

Hay:

$$\frac{V_0(p)}{R} + pC \left[V_0(p) - \frac{V_0}{p} \right] = \frac{I_0}{p}$$

Từ đó tính được:

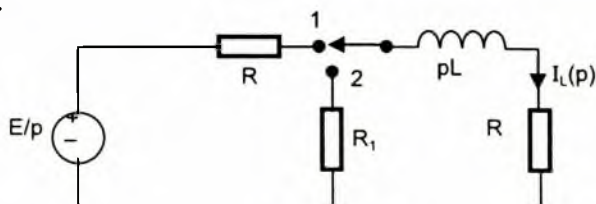
$$V_0(p) = \frac{V_0 RC}{pRC + 1} + \frac{I_0 R}{p(pRC + 1)} = \frac{V_0}{p + 1/RC} + \frac{I_0 R}{p} - \frac{I_0 R}{p + 1/RC}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo ta được:

$$v_0(t) = (V_0 - I_0 R) \cdot e^{-t/\tau} + I_0 R, t > 0$$

Trong đó $\tau = RC$ là hằng số thời gian của mạch.

3.12. Trong khoảng thời gian $0 < t < 1$ s, sơ đồ mạch điện có dạng như trên hình BG 3.12a.



Hình BG 3.12a.

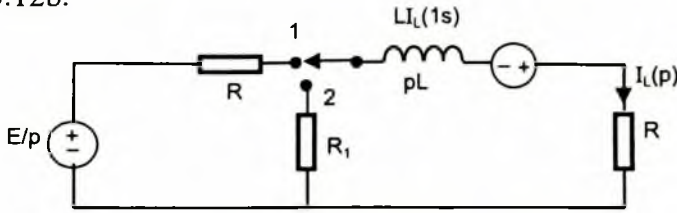
Từ sơ đồ hình BG 3.12a, ta tính được dòng $I_L(p)$ là:

$$I_L(p) = \frac{E/p}{2R + pL} = \frac{E/L}{p(p + \frac{2R}{L})} = \frac{E/2R}{p} - \frac{E/2R}{p + \frac{2R}{L}}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo, ta được:

$$i_L(t) = \frac{E}{2R} (1 - e^{-\frac{L}{2R}t})$$

Khi khóa K chuyển từ 1 $\Rightarrow$ 2 ($t > 1s$), sơ đồ mạch có dạng như trên hình BG 3.12b.



Hình BG 3.12b.

Do đó, dòng $I_L(p)$ tìm được:

$$I_L(p) = \frac{LI_L(1s)}{pL + R_1 + R} = \frac{I_L(1s)}{p + \frac{R_1 + R}{L}}$$

với:
$$I_L(1s) = \frac{E}{2R} (1 - e^{-\frac{2R}{L}})$$

Sau khi thay $I_L(1s)$ và sau đó lấy biến đổi Laplace nghịch đảo, ta sẽ được:

$$i_L(t) = I_L(1s) e^{-\frac{R_1 + R}{L}(t - \frac{2R}{L})}$$

Như vậy dòng điện chạy qua cuộn cảm L được biểu thị dưới dạng:

$$i_L(t) = \begin{cases} \frac{E}{2R} (1 - e^{-\frac{2R}{L}t}), & 0 < t < 1s \\ I_L(1s) e^{-\frac{R_1 + R}{L}(t - \frac{2R}{L})}, & t > 1s \end{cases}$$

Thay các giá trị, ta được:

$$i_L(t) = \begin{cases} 0,4(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}), & \frac{(t - 0,5)}{\tau_2} & 0 < t < 1s \\ (1 - e^{-0,5}).e^{-} & t > 1s \end{cases}$$

Trong đó $\tau_1 = \frac{L}{2R} = \frac{200}{100} = 2s$; $\tau_2 = \frac{L}{R + R_1} = \frac{200}{200} = 1s$;

b) Vẽ dòng điện nhờ MATLAB:

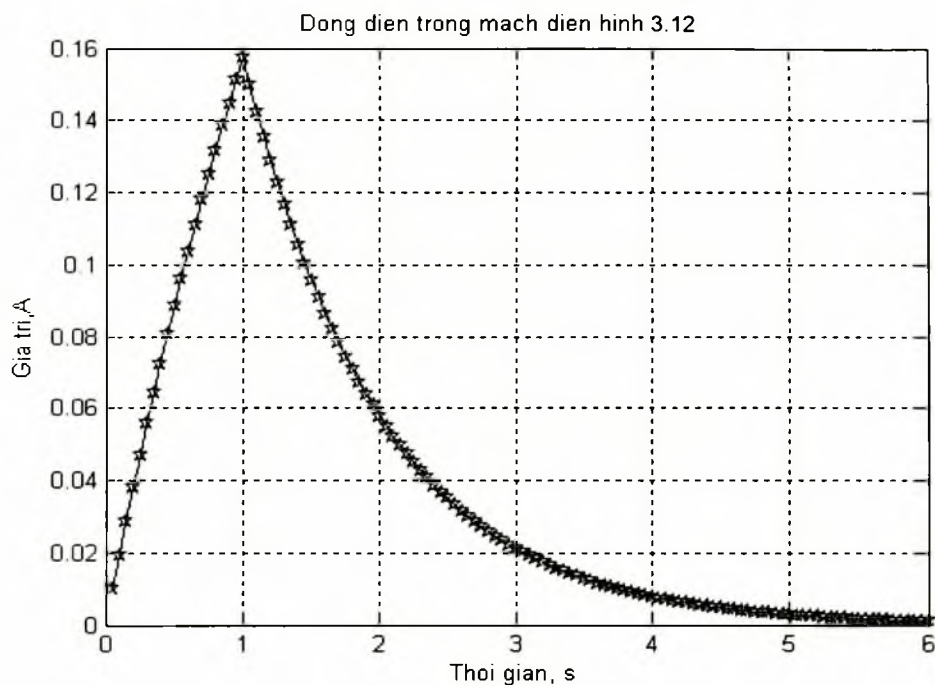
```
for k=1: 20
t(k)=k/20;
i(k)=0.4*(1-exp(-(t(k)/2)));
end
for k=21: 120
t(k)=k/20;
i(k)=i(20)*exp(-(t(k)-20));
end
plot(t,i,'p-');grid
```

title('Dong dien trong mach dien hinh B3.12')

xlabel('Thoi gian, s')

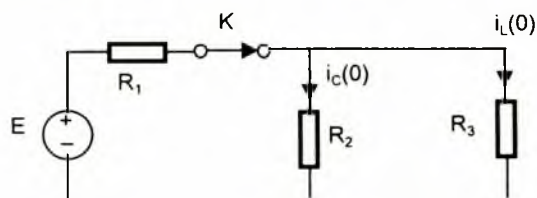
ylabel('Gia tri,A')

Kết quả cho trên hình BG 3.12c.



Hình BG 3.12c.

3.13. Khi khóa K còn đóng, $t \leq 0$, dòng điện chạy qua cuộn cảm L, như trên sơ đồ hình BG 3.13a.

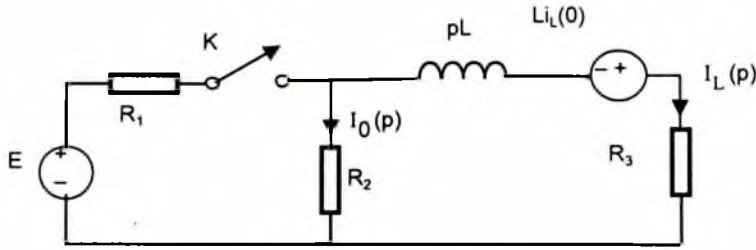


Hình BG 3.13a.

Từ sơ đồ hình BG 3.13a, ta tìm được dòng $i_L(0)$:

$$\begin{aligned}
 i_L(0) &= \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \times \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{E R_2}{R_1 (R_2 + R_3) + R_2 R_3} = \\
 &= \frac{12 \times 12}{4 \times 18 + 12 \times 6} = 1 \text{ A}
 \end{aligned}$$

Khi mở $t > 0$, mạch điện có sơ đồ như trong hình BG 3.13b.



Hình BG 3.13b.

Từ sơ đồ hình BG 3.13b, ta tìm được dòng $I_0(p)$:

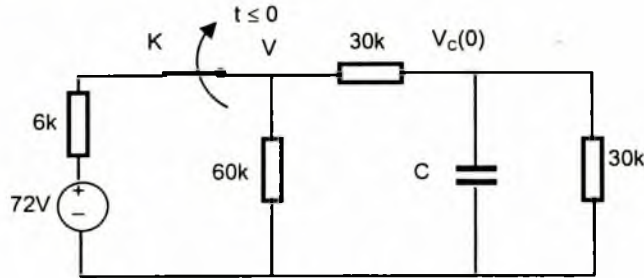
$$I_0(p) = -\frac{Li_L(0)}{R_2 + R_3 + pL} = -\frac{i_L(0)}{\frac{R_2 + R_3}{L} + p} = -\frac{1}{p + 9}$$

Lấy biến đổi Laplace ta sẽ được:

$$i_0(t) = -e^{-9t} \text{ A}$$

Dấu trừ có nghĩa dòng điện có chiều ngược với chiều trong sơ đồ.

3.14. Khi $t \leq 0$, khóa K còn đóng, nên sơ đồ mạch điện như trên hình BG 3.14a.



Hình BG 3.14a.

Khi đó, thế trên tụ C là $V_C(0)$ tính được nhờ áp dụng định luật Kirchhoff cho dòng điện tại nút V và $V_C(0)$ là:

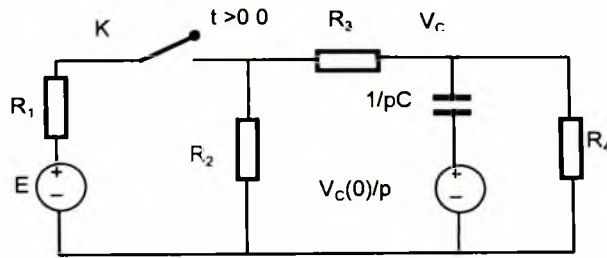
$$\frac{V - E}{6} + \frac{V}{60} + \frac{V - V_C(0)}{30} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{V_C(0) - V}{R_3} + \frac{V_C(0)}{R_4} = 0 \Rightarrow V = 2V_C(0) \quad (2)$$

Thay V tìm được từ (2) vào (1), ta tìm được $V_C(0)$:

$$\left[\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{60} + \frac{1}{30} \right) (2) - \frac{1}{30} \right] V_C(0) = \frac{72}{6} \Rightarrow V_C(0) = 30V$$

Khi khóa K mở, sơ đồ mạch điện có dạng như trên hình BG 3.14b.



Hình BG 3.14b.

Khi đó, định luật Kirchhoff tại nút V_C cho ta:

$$\frac{V_C}{60+30} + \frac{V_C}{30} + \frac{V_C - 30/p}{1/pC} = 0$$

Hay:
$$\left(\frac{1}{R_2+R_3} + \frac{1}{R_4} + pC\right)V_C = CV_C(0)$$

Từ đó tìm được thế trên tụ C:

$$V_C(p) = \frac{30}{p + \frac{120000}{(90)30(40/9)}} \quad (5)$$

Thay các giá trị bằng số vào, ta được:

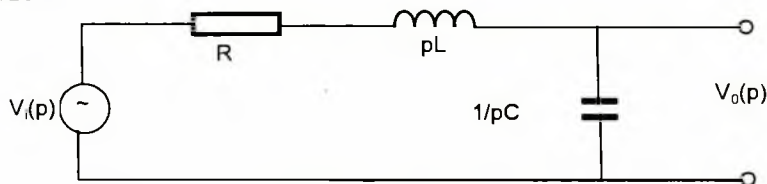
$$V_C(0) = 30V$$

$$V_C(p) = \frac{30}{p+10}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo ta được:

$$v_C(t) = 30e^{-10t}u(t) \text{ (V)}$$

3.15. Trước tiên, ta vẽ lại sơ đồ dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.15a.



Hình BG 3.15a.

Từ sơ đồ hình BG 3.15a, ta tìm được thế lối ra theo thế lối vào:

$$V_o(p) = \frac{V_i(p)}{R + pL + \frac{1}{pC}} \times \frac{1}{pC} \Rightarrow \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{\frac{1}{LC}}{p^2 + p\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Từ đó suy ra hàm truyền:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{\frac{1}{LC}}{p^2 + p\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Đây là hàm truyền của mạch lọc thông thấp.

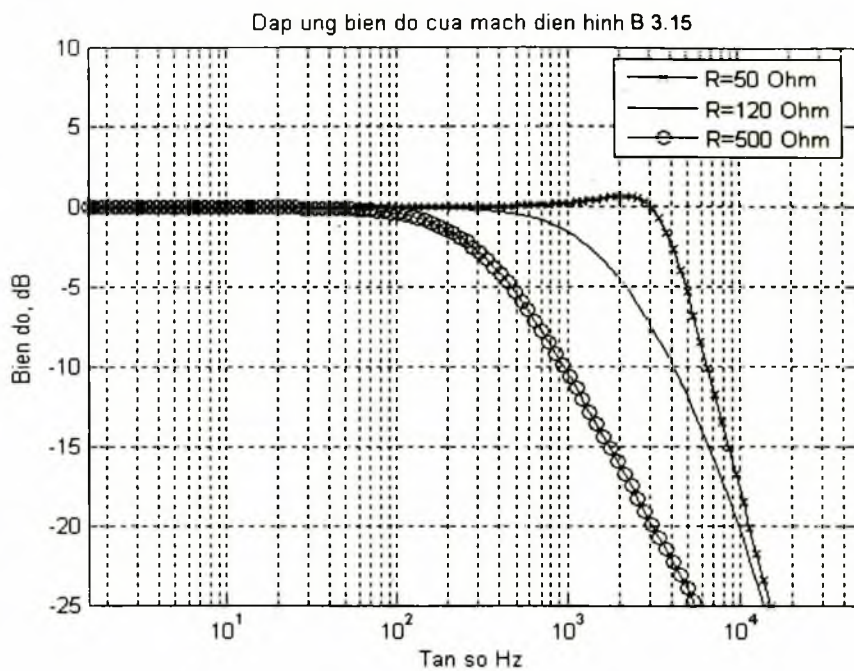
Đáp ứng tần số của mạch lọc này tìm được bằng cách thay $p = j\omega$ vào biểu thức của hàm truyền:

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{LC}}{(j\omega)^2 + (j\omega)\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Bây giờ ta vẽ đáp ứng tần số này với 3 giá trị R đã cho, nhờ chương trình MATLAB:

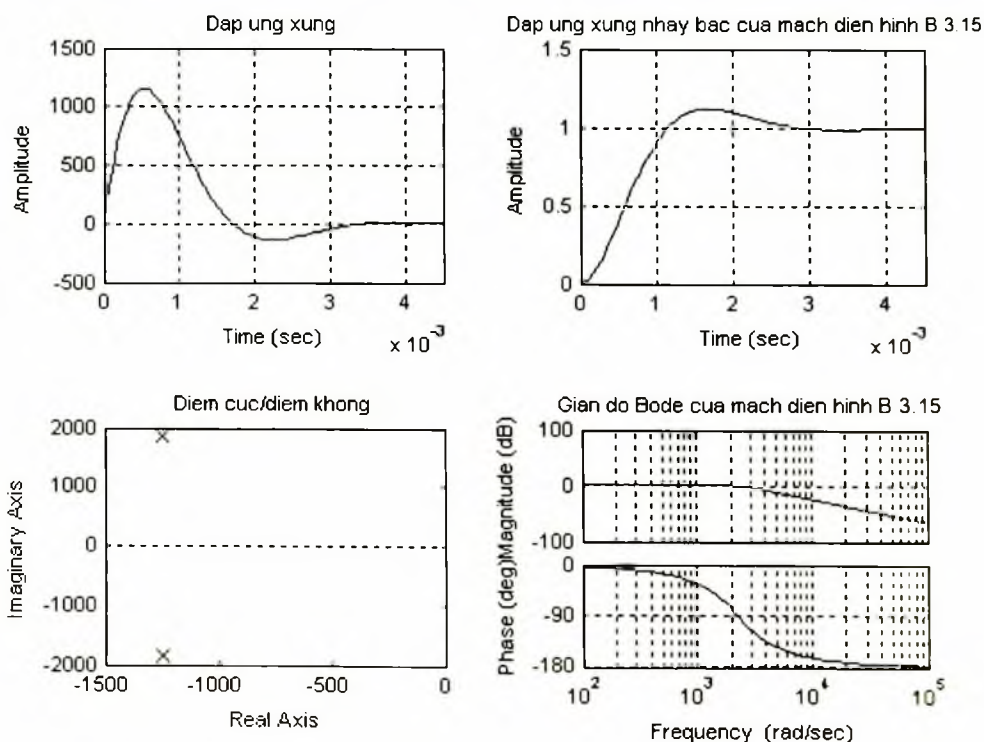
```
L=0.02;
C=10e-6;
R=[50 120 500];
b1=[0 0 1/(L*C)];
b2=[0 0 1/(L*C)];
b3=[0 0 1/(L*C)];
a1=[1 R(1)/L 1/(L*C)];
a2=[1 R(2)/L 1/(L*C)];
a3=[1 R(3)/L 1/(L*C)];
w=logspace(0,8,200);
h1=freqs(b1,a1,w);
h2=freqs(b2,a2,w);
h3=freqs(b3,a3,w);
f=w/2*pi;
semilogx(f,20*log10(abs(h1)), 'x-', f,20*log10(abs(h2)), 'm-',
'f,20*log10(abs(h3)), 'o-')
grid;
axis([0 5*10^4 -25 10])
title('Đáp ứng biên độ của mạch điện hình 3.15')
xlabel('Tần số Hz')
ylabel('Biên độ, dB')
legend('R=50 Ohm', 'R=120 Ohm', 'R=500 Ohm')
```

Kết quả chạy chương trình cho trên hình BG 3.15b.



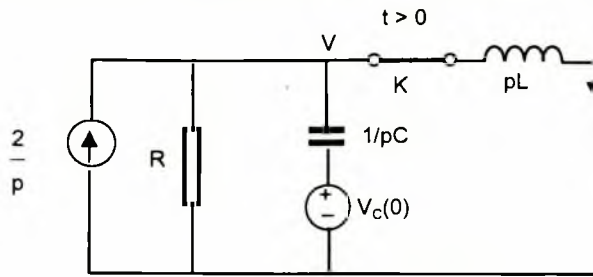
Hình BG 3.15b.

Để tìm đáp ứng xung đơn vị và các thông số khác cho trong hình BG 3.15c.



Hình BG 3.15c.

3.16. Khi khóa K đóng, $t > 0$, mạch điện có dạng như trên hình BG 3.16.



Hình BG 3.16.

Định luật Kirchhoff đối với dòng điện tại nút V cho ta:

$$\frac{2}{p} = \frac{V}{R} + \frac{V - V_c(0)}{1/pC} + \frac{V}{pL}$$

Hay:
$$\frac{2}{p} + CV_c(0) = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{pL} + pC\right)V$$

Từ đó tìm được:

$$V(p) = \frac{\frac{2}{p} + CV_c(0)}{pC + \frac{1}{pL} + \frac{1}{R}} = \frac{pLR(\frac{2}{p} + CV_c(0))}{p^2RLC + pL + R} = \frac{pV_c(0) + 2/C}{p^2 + p\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

Thay các giá trị bằng số và $V_c(0)$ là thế ở hai đầu tụ C tại thời điểm ban đầu khi khóa K còn chưa đóng:

$$V_c(0) = I_c \times R = 2A \times 10\Omega = 20V$$

ta sẽ thu được $V(p)$:

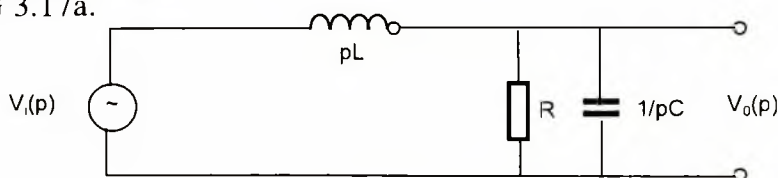
$$V(p) = \frac{20p + 4 \cdot 10^4}{p^2 + 2 \cdot 10^3 p + 64 \cdot 10^4}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo sẽ tìm được $v_c(t)$. Dùng MATLAB tính ra, ta được:

$$v = 80/3 \exp(-400 t) - 20/3 \exp(-1600 t)$$

Vậy:
$$v_c(t) = \frac{80}{3} e^{-400t} - \frac{20}{3} e^{-1600t}$$

3.17. Trước tiên, ta vẽ lại sơ đồ dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.17a.



Hình BG 3.17a.

Từ sơ đồ hình BG 3.17a, áp dụng định luật Kirchhoff cho dòng điện tại nút $V_0(p)$, ta tìm được thế lối ra theo thế lối vào:

$$\frac{V_0 - V_i}{pL} + \frac{V_0}{R} + pCV_0 = 0 \Rightarrow (pC + \frac{1}{R} + \frac{1}{pL})V_0 = \frac{V_i}{pL}$$

Từ đó suy ra hàm truyền:

$$H(p) = \frac{V_0(p)}{V_i(p)} = \frac{\frac{1}{LC}}{p^2 + p\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

Đây là hàm truyền của mạch lọc thông thấp.

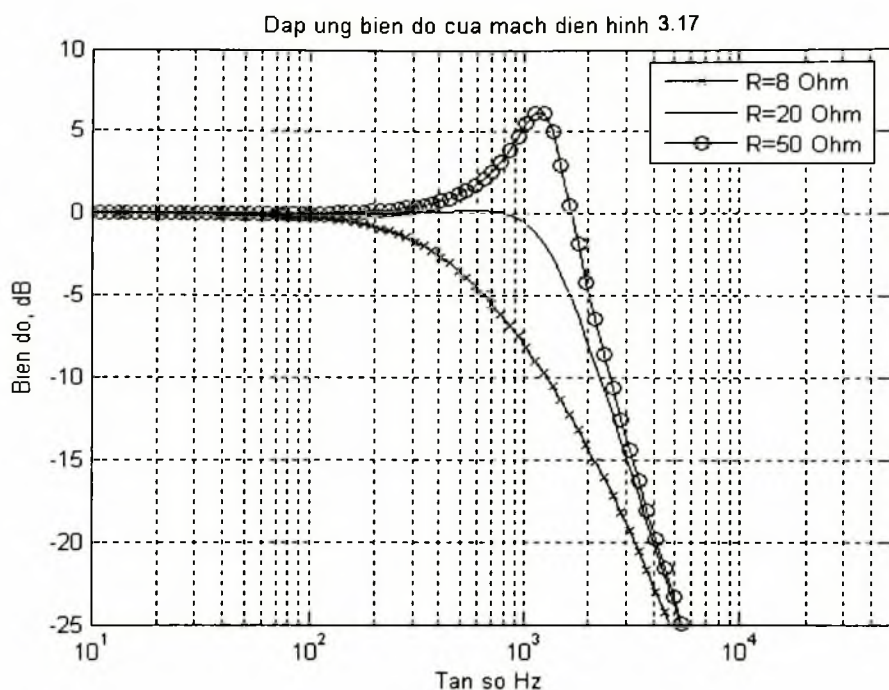
Đáp ứng tần số của mạch lọc này tìm được bằng cách thay $p = j\omega$ vào biểu thức của hàm truyền:

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{LC}}{(j\omega)^2 + (j\omega)\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

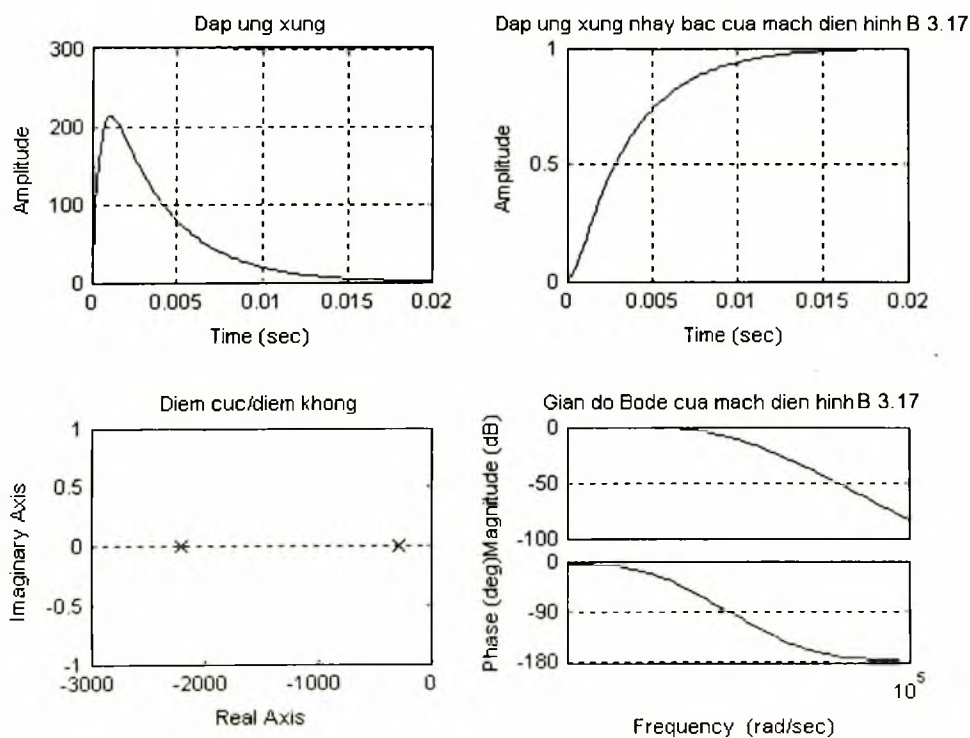
Bây giờ ta vẽ đáp ứng tần số này với 3 giá trị R đã cho, nhờ chương trình MATLAB:

```
L=1/32;
C=50e-6;
R=[8 20 50];
b1=[0 0 1/(L*C)];
b2=[0 0 1/(L*C)];
b3=[0 0 1/(L*C)];
a1=[1 1/(R(1)*C) 1/(L*C)];
a2=[1 1/(R(2)*C) 1/(L*C)];
a3=[1 1/(R(3)*C) 1/(L*C)];
w=logspace(0,8,200);
h1=freqs(b1,a1,w);
h2=freqs(b2,a2,w);
h3=freqs(b3,a3,w);
f=w/2*pi;
semilogx(f,20*log10(abs(h1)), 'x-', f, 20*log10(abs(h2)), 'm-',
f, 20*log10(abs(h3)), 'o-')
grid;
axis([10 5*10^4 -25 10])
title('Đáp ứng biên độ của mạch điện hình 3.17')
xlabel('Tần số Hz')
ylabel('Biên độ, dB')
legend('R=8 Ohm', 'R=20 Ohm', 'R=50 Ohm')
```

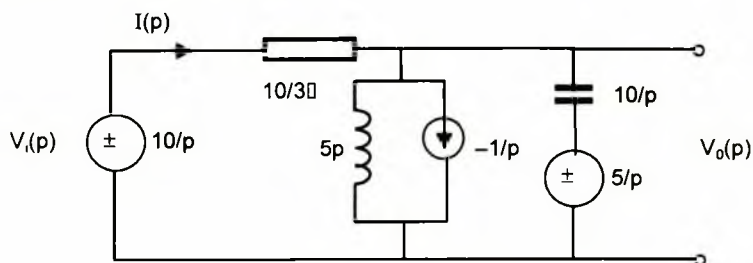
Kết quả chạy chương trình cho trên hình BG 3.17b.



Để tìm đáp ứng xung đơn vị và các đáp ứng khác cho trên hình BG 3.17c.



3.18. Để giải quyết bài toán này, trước tiên ta đưa mạch điện về dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.18.



Hình BG 3.18.

Từ hình BG 3.18, ta viết phương trình đối với dòng điện tại nút lối ra:

$$\frac{V_o - V_i}{10/3} + \frac{V_o - 0}{5p} - \frac{-1}{p} + \frac{V_o - 5/p}{1/(10/p)} = 0$$

Với $V_i(p) = 10/p$, nên ta tìm được:

$$\frac{3V_o p - 30}{10p} + \frac{2V_o}{10p} + \frac{10}{10p} + \frac{V_o \cdot p^2 - 5p}{10p} = 0$$

Từ đó tìm được:

$$(p^2 + 3p + 2)V_o(p) = 20 + 5p$$

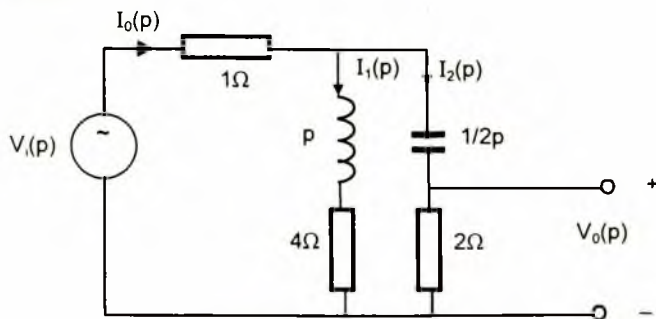
Hay
$$V_o(p) = \frac{20 + 5p}{p^2 + 3p + 2} = \frac{C_1}{p+1} + \frac{C_2}{p+2}$$

Với
$$C_1 = (p+1)V_o(p)\Big|_{p=-1} = \frac{20+5p}{p+2}\Big|_{p=-1} = 15$$

Và
$$C_2 = (p+2)V_o(p)\Big|_{p=-2} = \frac{20+5p}{p+1}\Big|_{p=-2} = -10$$

Vậy thế lối ra: $v_o(t) = [15e^{-t} - 10e^{-2t}]u(t)$ V

3.19. Trước hết ta biểu diễn mạch điện dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.19a.



Hình BG 3.19a.

Theo định lý phân chia dòng trong mạch điện mắc song song, ta tìm được:

$$I_0 = I_1 + I_2 = \left(\frac{Z_2}{Z_1} + 1 \right) I_2$$

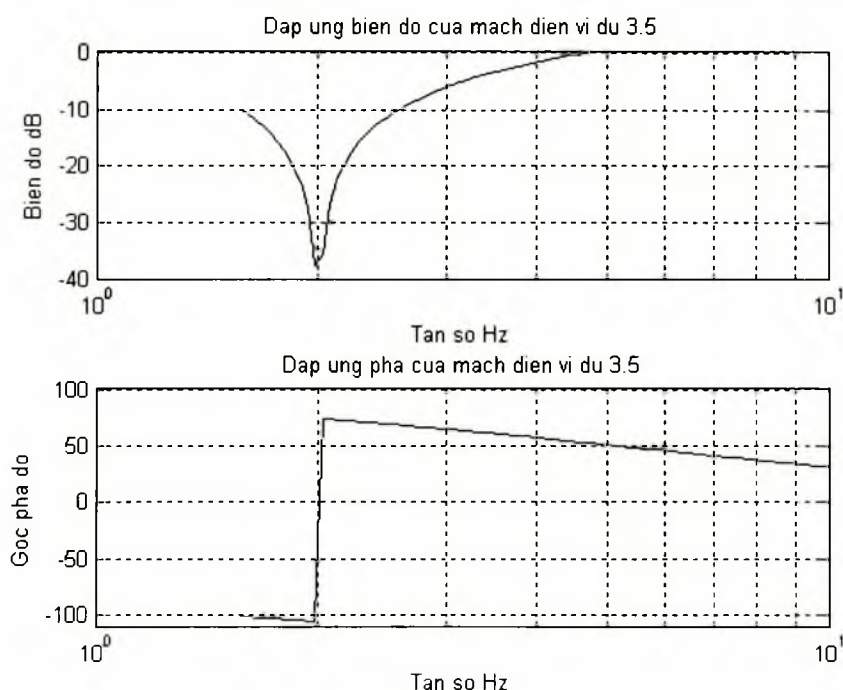
$$z_1 = p + 4; z_2 = 1/2p + 2$$

Mặt khác $I_2 = V_0/2$, nên:

$$I_0(p) = \frac{(p + 4)}{p + 4 + 2 + 1/2p} \frac{V_0(p)}{2}$$

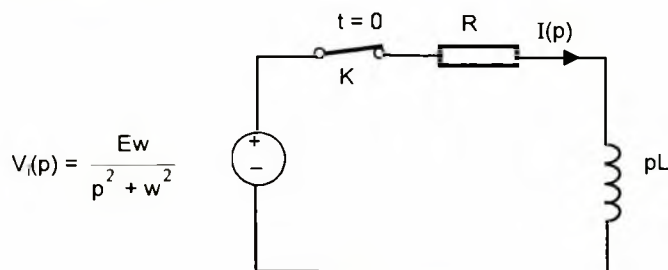
$$\text{Do đó: } H(p) = \frac{V_0(p)}{I_0(p)} = \frac{4p(p + 4)}{2p^2 + 12p + 1}$$

Hình BG 3.19b vẽ đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của mạch điện này.



Hình BG 3.19b.

3.20. Dưới dạng biến đổi Laplace, mạch điện được biểu thị dưới dạng như trong sơ đồ hình BG 3.20.



Hình BG 3.20.

Như vậy dòng điện $I(p)$ tìm được:

$$I(p) = \frac{V_i(p)}{R + pL} = \frac{E\omega}{(p^2 + \omega^2)(R + pL)}$$

Để tìm $i(t)$, ta lấy biến đổi Laplace nghịch đảo $I(p)$. Muốn vậy, ta viết $I(p)$ dưới dạng phân tích:

$$I(p) = \frac{E\omega}{(p^2 + \omega^2)(R + pL)} = \frac{A/L}{p + R/L} + \frac{B}{p - j\omega} + \frac{C}{p + j\omega}$$

$$A/L = (p + R/L) \times I(p) \Big|_{p = -R/L} = \frac{EL\omega}{R^2 + L^2\omega^2}$$

$$B = (p - j\omega)I(p) \Big|_{p = j\omega} = \frac{E\omega/L}{(p + j\omega)(p + \frac{R}{L})} \Big|_{p = j\omega} = \frac{E\omega/L}{2j\omega(j\omega + \frac{R}{L})} =$$

$$= -\frac{E\omega}{2L\omega^2 - j2\omega R} = \frac{E(-L\omega - jR)}{2(L^2\omega^2 + R^2)}$$

$$C = B^* = \frac{E(-L\omega + jR)}{2(L^2\omega^2 + R^2)}$$

Như vậy:
$$I(p) = \frac{EL\omega / (R^2 + L^2\omega^2)}{p + R/L} + \frac{E(-L\omega - jR) / 2(R^2 + L^2\omega^2)}{p - j\omega} - \frac{E(-L\omega + jR) / 2(R^2 + L^2\omega^2)}{p + j\omega}$$

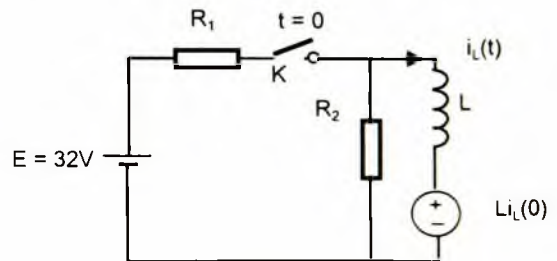
Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo, ta được:

$$i(t) = \frac{EL\omega}{R^2 + L^2\omega^2} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin(\omega t - \phi);$$

với $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$

- 3.21.** Tại thời điểm $t = 0$ (khóa K còn đóng), cuộn cảm L có điện trở thuần rất nhỏ, nên nó đoản mạch điện trở R_2 , vì vậy dòng qua cuộn cảm L tại thời điểm này tính được là:

$$i_L(0) = \frac{E}{R_1} = \frac{32}{10} = 3,2 \text{ A}$$



Hình BG 3.21.

Khi $t > 0$, sơ đồ mạch điện dưới dạng biến đổi Laplace có dạng như trên hình BG 3.21.

Từ hình BG 3.21, ta tìm được dòng qua cuộn cảm L dưới dạng biến đổi Laplace là:

$$I_L(p) = \frac{Li_L(0)}{R_2 + Lp} = \frac{3,2 \times 10^{-3}}{20 + 10^{-3}p} = \frac{3,2}{2 \cdot 10^4 + p}$$

Do vậy: $i_L(t) = 3,2 \cdot e^{-2 \cdot 10^4 t} u(t) \text{ A}$

3.22. Dưới dạng biến đổi Laplace (hình BG 3.22), dòng điện chạy trong mạch tìm được là:

$$I(p) = \frac{V(p)}{R + Lp + \frac{1}{Cp}}$$

Nhưng $V(p) = E/p$, nên hệ thức trên được viết dưới dạng:

$$I(p) = \frac{E/L}{p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC}}$$

Đặt $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$; $2\alpha = \frac{R}{L}$; $\alpha = \frac{1}{\tau}$

α là hệ số tắt dần của mạch điện. Khi đó:

$$I(p) = \frac{E/L}{(p + \alpha)^2 + \omega_0^2 - \alpha^2}$$

Xét một số trường hợp:

a) Nếu $\omega_0^2 > \alpha^2$ ($R < 2\sqrt{L/C}$)

Đặt $\omega = \omega_0^2 - \alpha^2$; từ bảng biến đổi ta tìm được:

$$i(t) = \frac{E}{L\omega} e^{-\alpha t} \sin \omega t$$

b) Nếu $\omega_0^2 < \alpha^2$ ($R > 2\sqrt{L/C}$)

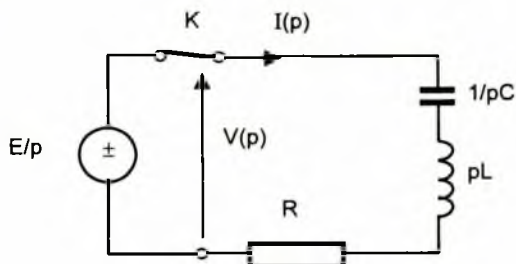
Đặt $\omega = \alpha^2 - \omega_0^2$; từ bảng biến đổi ta tìm được:

$$i(t) = \frac{E}{L\omega} e^{-\alpha t} \text{sh} \omega t$$

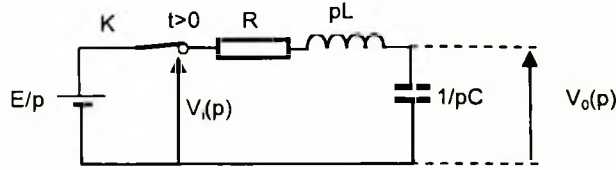
c) Nếu $\omega_0^2 = \alpha^2$ ($R = 2\sqrt{L/C}$); khi đó $I(p) = \frac{E/L}{(p + \alpha)^2}$

Vì vậy $i(t) = \frac{E}{L} t e^{-\alpha t}$

3.23. Khi K đóng, mạch điện dưới dạng biến đổi Laplace được biểu thị trên sơ đồ hình BG 3.23.



Hình BG 3.22.



Hình BG 3.23.

Từ sơ đồ hình BG 3.23, ta tính được thế lối ra dưới dạng biến đổi Laplace là:

$$V_o(p) = \frac{E/p}{R + pL + 1/pC} \times \frac{1}{pC} = \frac{\frac{E}{LC}}{p(p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC})}$$

Đặt: $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}; \quad \frac{R}{L} = 2\alpha; \quad \alpha = \frac{1}{\tau};$

Với τ là hằng số thời gian của mạch điện. Khi đó thế lối ra có dạng:

$$V_o(p) = \frac{E\omega_0^2}{p(p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2)} \quad (1)$$

Để tìm biểu diễn thế lối ra trên lĩnh vực thời gian, ta lấy biến đổi Laplace nghịch đảo biểu thức (1). Muốn vậy, phải phân tích (1) dưới dạng:

$$V_o(p) = \frac{E\omega_0^2}{p(p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2)} = \frac{A}{p} + \frac{Bp + C}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2}$$

Từ đây ta tìm được:

$$A = E; \quad B = -A = -E; \quad C = -2\alpha A = -2\alpha E$$

Do đó:
$$V_o(p) = \frac{E\omega_0^2}{p(p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2)} = \frac{E}{p} + \frac{-Ep - 2\alpha E}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2}$$

Thế lối ra có thể viết dưới dạng:

$$V_o(p) = \frac{E}{p} + \frac{-Ep - 2\alpha E}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2} = \frac{E}{p} + \frac{-Ep - 2\alpha E}{(p + \alpha)^2 + \omega_0^2 - \alpha^2}$$

Xét các trường hợp:

1) Khi $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, tức là khi $\omega_0^2 > \alpha^2$, thì $\omega^2 = \alpha^2 - \omega_0^2 > 0$

Khi đó, biến đổi Laplace nghịch đảo của $V_o(p)$ sẽ là:

$$v_o(t) = E \left[1 - e^{-\alpha t} \cos \omega t - \frac{\alpha}{\omega} e^{-\alpha t} \sin \omega t \right] u(t)$$

2) Khi $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, tức là khi $\omega_0^2 < \alpha^2$, thì $\omega^2 = \alpha^2 - \omega_0^2 < 0$

Khi đó, biến đổi Laplace nghịch đảo của $V_o(p)$ sẽ là:

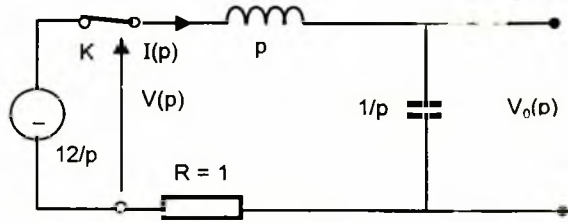
$$v_o(t) = E \left[1 - e^{-\alpha t} \cosh \omega t - \frac{\alpha}{\omega} e^{-\alpha t} \sinh \omega t \right] u(t)$$

3) Khi $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, tức là khi $\omega_0^2 = \alpha^2$, thì $\omega^2 = \alpha^2 - \omega_0^2 = 0$

Khi đó, biến đổi Laplace nghịch đảo của $V_0(p)$ sẽ là:

$$v_0(t) = E[1 - e^{-\alpha t} - \alpha t e^{-\alpha t}]u(t)$$

3.24. Tại thời điểm $t = 0$, thế trên tụ $v_C(0)$ bằng 0V và cuộn cảm L không có dòng điện ban đầu. Vì vậy dưới dạng biến đổi Laplace (hình BG 3.24), dòng điện chạy trong mạch tìm được là:



Hình BG 3.24.

$$I(p) = \frac{V(p)}{1 + p + \frac{1}{p}}$$

Nhưng $V(p) = E/p$, nên hệ thức trên được viết dưới dạng:

$$I(p) = \frac{12}{p^2 + p + 1}$$

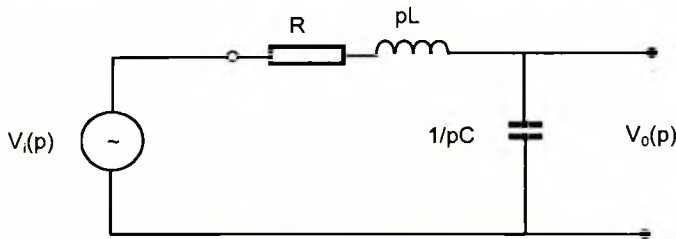
Thế lối ra sẽ là: $V_0(p) = Z_c(p)I(p) = \frac{12}{p^2 + p + 1} \times \frac{1}{p} = \frac{12}{p(p^2 + p + 1)}$

Dùng MATLAB tính biến đổi Laplace nghịch đảo, ta được:

$$v = 12 - 12 \exp(-1/2 t) \cos(1/2 \sqrt{3} t) - 4 \sqrt{3} \exp(-1/2 t) \sin(1/2 \sqrt{3} t)$$

Hay:
$$v_0(t) = 12 - e^{-\frac{1}{2}t} \left[12 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} t - 4\sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} t \right] V$$

3.25. Ta vẽ lại sơ đồ dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.25a.



Hình BG 3.25a.

Từ sơ đồ hình BG 3.25a, ta tìm được thế lối ra theo thế lối vào:

$$V_0(p) = \frac{V_i(p)}{R + pL + \frac{1}{pC}} \times \frac{1}{pC}$$

Từ đó suy ra hàm truyền:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{\frac{1}{LC}}{p^2 + p\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Đây là hàm truyền của mạch lọc thông thấp.

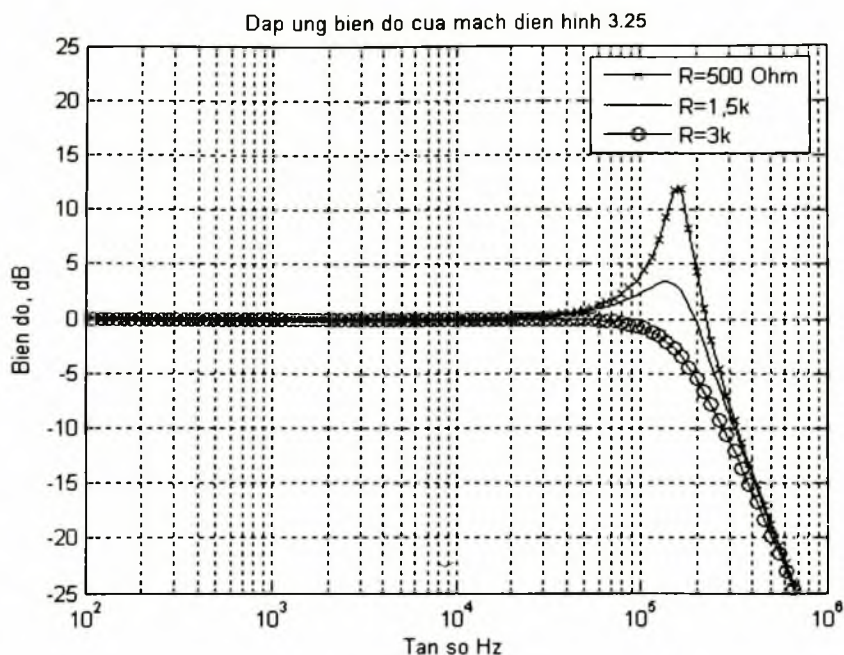
Đáp ứng tần số của mạch lọc này tìm được bằng cách thay $p = j\omega$ vào biểu thức của hàm truyền:

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{LC}}{(j\omega)^2 + (j\omega)\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Bây giờ ta vẽ đáp ứng tần số này với 3 giá trị R đã cho, nhờ chương trình MATLAB:

```
L=20e-3;
C=0.47e-8;
R=[500 1500 3000];
b1=[0 0 1/(L*C)];
b2=[0 0 1/(L*C)];
b3=[0 0 1/(L*C)];
a1=[1 (R(1)/L) 1/(L*C)];
a2=[1 (R(2)/L) 1/(L*C)];
a3=[1 (R(3)/L) 1/(L*C)];
w=logspace(0,8,200);
h1=freqs(b1,a1,w);
h2=freqs(b2,a2,w);
h3=freqs(b3,a3,w);
f=w/2*pi;
semilogx(f,20*log10(abs(h1)), 'x-', f, 20*log10(abs(h2)), 'm-',
f, 20*log10(abs(h3)), 'o-')
grid;
axis([10^2 10^6 -25 25])
title('Đáp ứng biên độ của mạch điện hình 3.25')
xlabel('Tần số Hz')
ylabel('Biên độ, dB')
legend('R=500 Ohm', 'R=1,5k', 'R=3k')
```

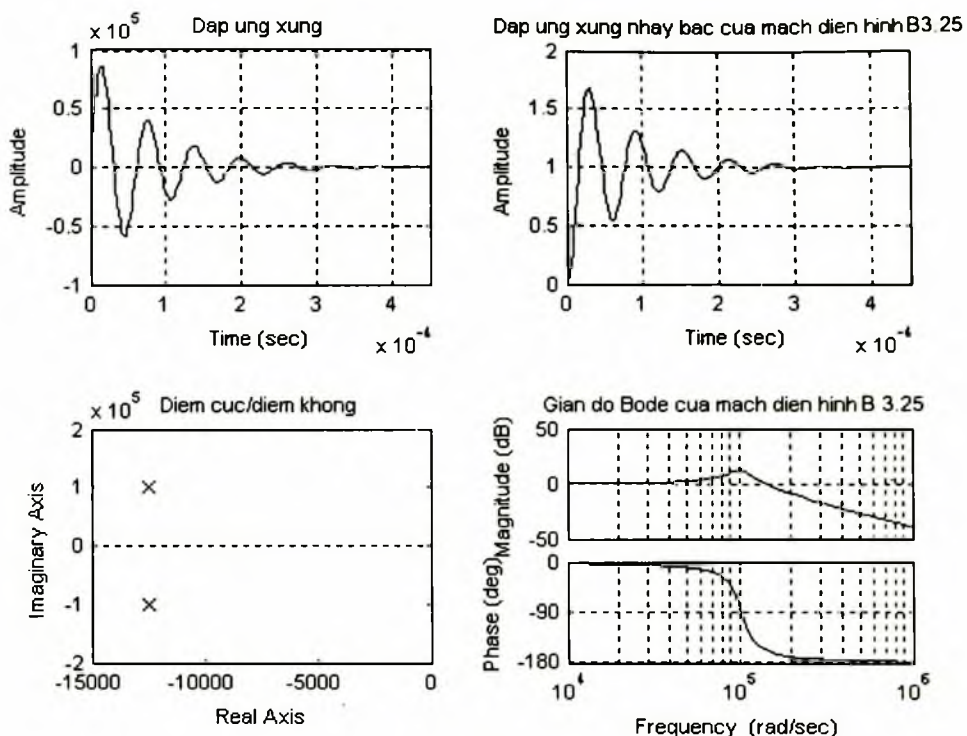
Kết quả chạy chương trình cho trên hình BG 3.25b.



Hình BG 3.25b.

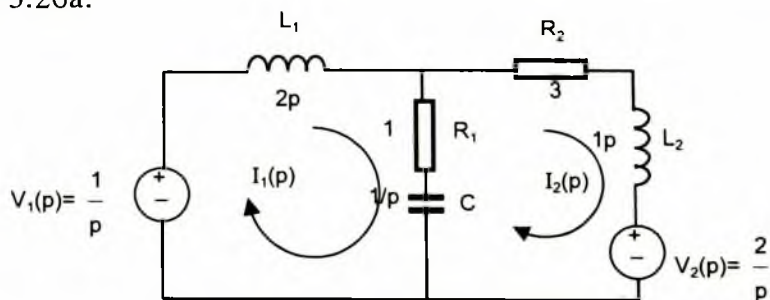
Để tìm đáp ứng xung đơn vị và các đáp ứng khác, ta dùng chương trình MATLAB sau:

```
L=20e-3;
C=0.47e-8;
R=[500 1500 3000];
b1=[0 0 1/(L*C)];
b2=[0 0 1/(L*C)];
b3=[0 0 1/(L*C)];
a1=[1 (R(1)/L) 1/(L*C)];
a2=[1 (R(2)/L) 1/(L*C)];
a3=[1 (R(3)/L) 1/(L*C)];
subplot(221)
impz(b1,a1);grid
title('Dap ung xung')
subplot(222)
step(b1,a1);grid
title('Dap ung xung nhay bac cua mach dien hinh B3.25')
subplot(223)
pzmap(b1,a1);
title('Diem cuc/diem khong')
subplot(224)
Bode(b1,a1);grid
title('Gian do Bode cua mach dien hinh B3.25')
Kết quả chạy chương trình cho trên hình BG 3.25c.
```



Hình BG 3.25c.

3.26. Ta vẽ lại sơ đồ mạch điện dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.26a.



Hình BG 3.26a.

Từ sơ đồ hình BG 3.26a, ta áp dụng định luật Kirchhoff cho hai mắt mạng độc lập, sẽ thu được hai phương trình để xác định $I_1(p)$ và $I_2(p)$ là:

$$\begin{aligned} (2p+1+\frac{1}{p})I_1(p) - (1+\frac{1}{p})I_2(p) &= \frac{1}{p} \\ -(1+\frac{1}{p})I_1(p) + (3+1p+\frac{1}{p}+1)I_2(p) &= -\frac{2}{p} \end{aligned}$$

Hay:

$$(2p+1+\frac{1}{p})I_1(p) - (1+\frac{1}{p})I_2(p) = \frac{1}{p}$$

$$-(1 + \frac{1}{p})I_1(p) + (4 + p + \frac{1}{p})I_2(p) = -\frac{2}{p}$$

Để giải hệ phương trình này, ta dùng MATLAB với đoạn chương trình sau:

```
syms p I V Z;
Z=[2*p+1+1/p -(1+1/p); -(1+1/p) 4+p+1/p];
V=[1/p; -2/p];
I=inv(Z)*V
pretty(I)
```

Kết quả MATLAB cho:

```
[ 2 ]
[4 p + p + 1 p + 1 ]
[----- - 2 -----]
[ %1 p %1 p ]
[ ]
[ 2 ]
[p + 1 2 p + p + 1 ]
[----- - 2 -----]
[%1 p %1 p ]
2 3
%1: = 9 p + 2 p + 6 p + 3
```

Như vậy, ta tìm được: $I_1(p) = \frac{p^2 + 2p - 1}{2p^3 + 9p^2 + 6p + 3}$

$$I_2(p) = -\frac{4p^2 + p + 1}{2p^3 + 9p^2 + 6p + 3}$$

Để tìm $i_1(t)$ và $i_2(t)$, ta phân tích $I_1(p)$ và $I_2(p)$ thành dạng:

$$I_1(p) = \frac{p^2 + 2p - 1}{2p^3 + 9p^2 + 6p + 3} = \frac{A}{p - p_1} + \frac{B}{p - p_2} + \frac{C}{p - p_3}$$

Trong đó p_1 , p_2 và p_3 là nghiệm của đa thức ở mẫu số. Dùng MATLAB giải đa thức ở mẫu số ta tìm được 3 nghiệm là:

```
D=[2 9 6 3];
roots(D)
-3.8170
-0.3415 + 0.5257i
-0.3415 - 0.5257i
```

$$\text{Vậy: } I_1(p) = \frac{A}{p + 3,817} + \frac{B}{p + 0,3415 - j0,5257} + \frac{C}{p + 0,3415 + j0,5257}$$

Bây giờ xác định các giá trị A, B và C:

$$A = (p + 3,817)I_1(p) = \frac{p^2 + 2p - 1}{(p + 0,3415 - j0,5257)(p + 0,3415 + j0,5257)} \Big|_{p=-3,817} =$$

Dùng MATLAB tính ra ta được:

$$A = 0.4804;$$

$$B = 0.2598 + 0.4650i = 0.5327 \angle 60.8075^\circ$$

$$C = 0.2598 - 0.4650i = 0.5327 \angle -60.8075^\circ$$

Từ đó tính được biến đổi Laplace nghịch đảo của $I_1(p)$:

$$i_1(t) = 0,48e^{-3,2t} + 1,07e^{-0,35t} \cos(0,53t + 60,8^\circ)$$

Tính biến đổi Laplace nghịch đảo của $I_2(p)$, ta cũng làm tương tự như trên:

$$I_2(p) = -\frac{4p^2 + p + 1}{2p^3 + 9p^2 + 6p + 3} = \frac{A}{p - p_1} + \frac{B}{p - p_2} + \frac{C}{p - p_3}$$

Trong đó p_1, p_2 và p_3 là nghiệm của đa thức ở mẫu số.

$$\text{Vậy: } I_2(p) = \frac{A}{p + 3,817} + \frac{B}{p + 0,3415 - j0,5257} + \frac{C}{p + 0,3415 + j0,5257}$$

Bây giờ xác định các giá trị A, B và C :

$$A = (p + 3,817)I_2(p)$$

$$= \left. \frac{4p^2 + p + 1}{(p + 0,3415 - j0,5257)(p + 0,3415 + j0,5257)} \right|_{p = -3,817} =$$

Dùng MATLAB tính ra ta được:

$$A = -4.4888$$

$$B = 0.2444 - 0.0316i = 0.2464 \angle -7.3714^\circ$$

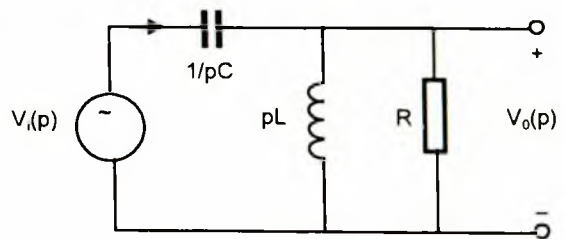
$$C = 0.2444 + 0.0316i = 0.2464 \angle 7.3714^\circ$$

Từ đó tính được biến đổi Laplace nghịch đảo của $I_2(p)$:

$$i_1(t) = -4,5e^{-3,187t} + 0,5e^{-0,341t} \cos(0,53t - 7,4^\circ)$$

3.27. Ta vẽ lại hình dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.27a.

Áp dụng định luật Kirchhoff cho dòng điện tại các nút $V_0(p)$ của hình BG 3.27a, ta được phương trình liên hệ thế lối vào và ra:



Hình BG 3.27a.

$$\frac{V_0 - V_i}{1/pC} + \frac{V_0}{R} + \frac{V_0}{pL} = 0 \Rightarrow (pC + \frac{1}{pL} + \frac{1}{R})V_0 = pCV_i$$

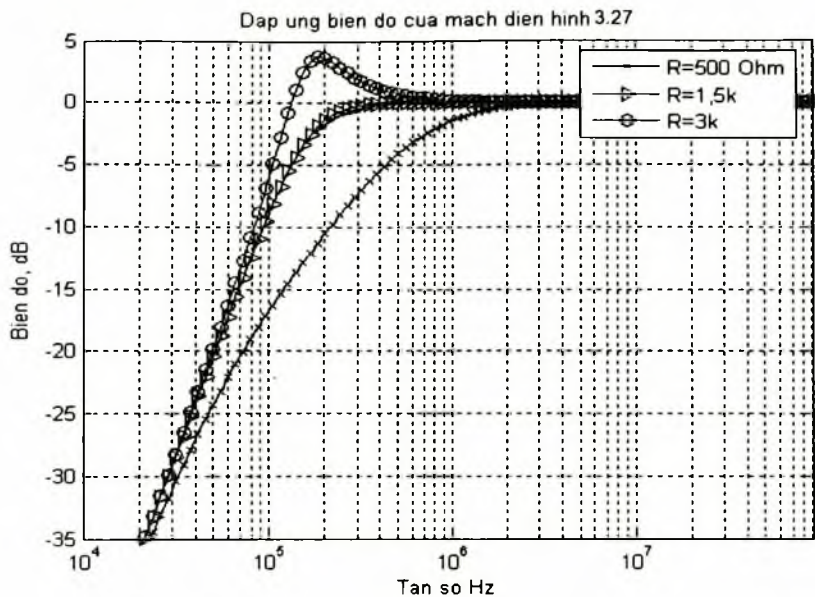
$$\text{Từ đây ta tìm được: } H(p) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{p^2}{p^2 + p\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

Đây là hàm truyền của mạch lọc thông cao bậc hai.

Đáp ứng tần số của mạch lọc này tìm được bằng cách thay $p = j\omega$ vào hàm truyền:

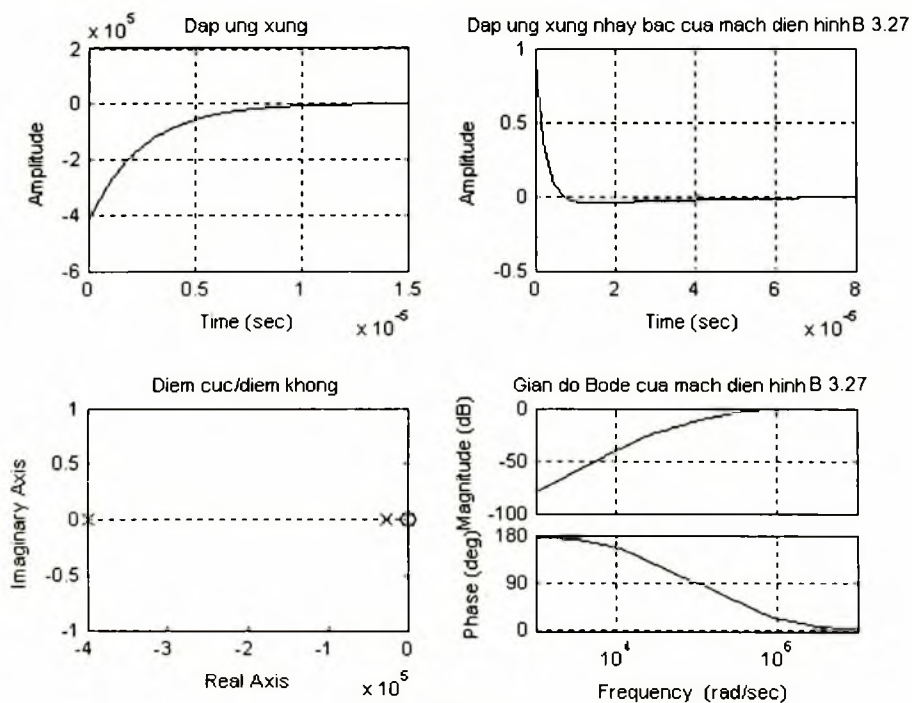
$$H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + (j\omega)\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

Hình BG 3.27b vẽ đáp ứng tần số với 3 giá trị điện trở đã cho, nhờ chương trình MATLAB.



Hình BG 3.27b.

Đáp ứng xung đơn vị, đáp ứng xung nhảy bậc và giản đồ điểm cực/điểm không và giản đồ Bode của mạch lọc này cho trên hình BG 3.27c.

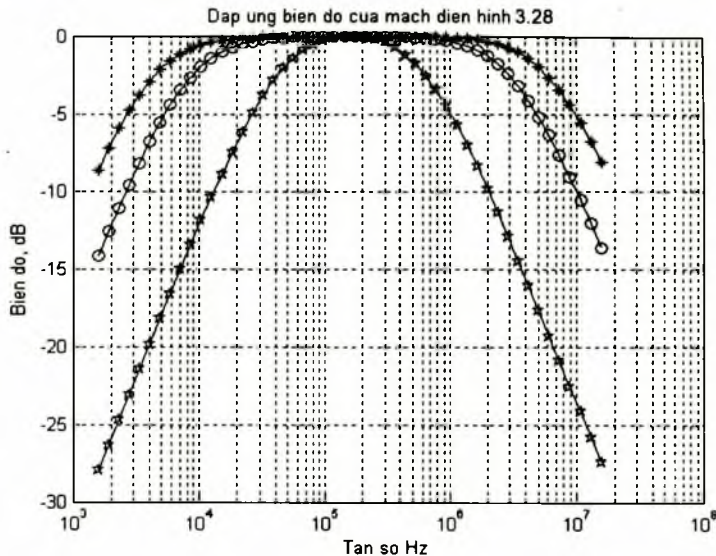


Hình BG 3.27c.

3.28. Sơ đồ là mạch lọc thông dải có hàm truyền:

$$H(p) = \frac{p \cdot 1 / RC}{p^2 + p \cdot 1 / RC + 1 / LC}$$

Bộ lọc này có đáp ứng biên độ cho trên hình BG 3.28.

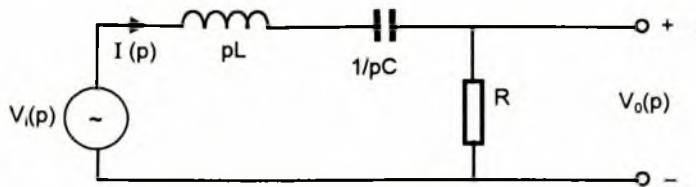


Hình BG 3.28.

Với các thông số:

```
L=2e-2;
C=0.47e-8;
R=[50 100 500];
b1=[0 1/(R(1)*C) 0];
a1=[1 1/(R(1)*C) 1/(L*C)];
b2=[0 1/(R(2)*C) 0];
a2=[1 1/(R(2)*C) 1/(L*C)];
b3=[0 1/(R(3)*C) 0];
a3=[1 1/(R(3)*C) 1/(L*C)];
w=logspace(3,7);
h1=freqs(b1,a1,w);
h2=freqs(b2,a2,w);
h3=freqs(b3,a3,w);
f=w/2*pi;
semilogx(f,20*log10(abs(h1)),'*-',f,20*log10(abs(h2)), 'o-
',f,20*log10(abs(h3)), '-p')
grid;
title('Dap ung bien do cua mach dien hinh 3.28')
xlabel('Tan so Hz')
ylabel('Bien do, dB')
legend('R=50 Om','R=150 Om','R=500 Om')
```

3.29. Ta vẽ lại hình dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.29a.



Hình BG 3.29a

Từ hình BG 3.29a, ta tìm được hàm truyền $H(p)$:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{p \frac{R}{L}}{p^2 + p \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Đây là hàm truyền của mạch lọc thông dải.

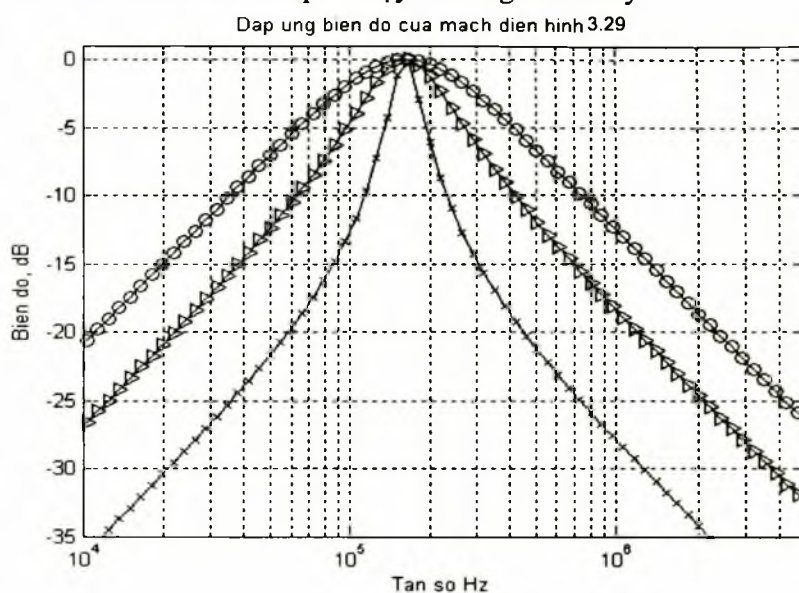
Thay $p = j\omega$ vào biểu thức của hàm truyền, ta thu được đáp ứng tần số của mạch điện:

$$H(j\omega) = \frac{(j\omega) \frac{R}{L}}{(j\omega)^2 + (j\omega) \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Ta viết chương trình MATLAB vẽ đáp ứng biên độ của mạch lọc này với 3 giá trị khác nhau của R như bài đã cho.

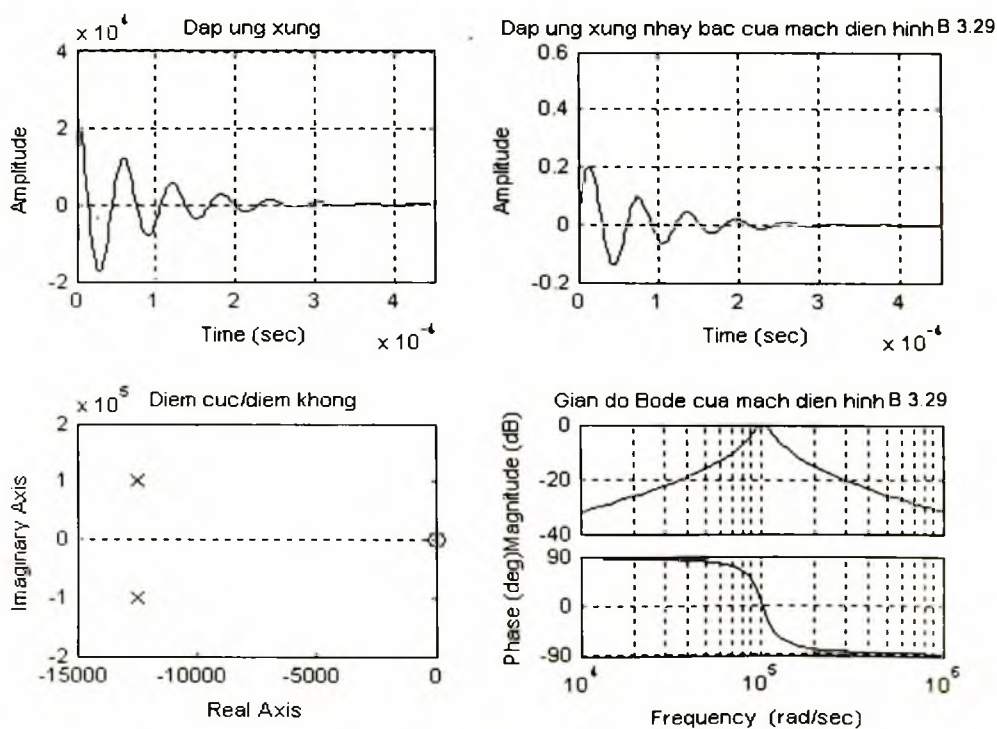
```
L=20e-3;
C=0.47e-8;
R=[500 1500 3000];
b1=[0 R(1)/L 0];
a1=[1 R(1)/L 1/(L*C)];
b2=[0 R(2)/L 0];
a2=[1 R(2)/L 1/(L*C)];
b3=[0 R(3)/L 0];
a3=[1 R(3)/L 1/(L*C)];
w=logspace(0,8,200);
h1=freqs(b1,a1,w);
h2=freqs(b2,a2,w);
h3=freqs(b3,a3,w);
f=w/2*pi;
semilogx(f,20*log10(abs(h1)),'b-x',f,20*log10(abs(h2)),'k-
>',f,20*log10(abs(h3)),'m-o')
grid;
axis([10^4 5*10^6 -35 1])
title('Dap ung bien do cua mach dien hinh 3.29')
xlabel('Tan so Hz')
ylabel('Bien do, dB')
```

Hình BG 3.29b cho kết quả chạy chương trình này.



Hình BG 3.29b

Hình BG 3.29c cho thấy đáp ứng xung đơn vị, đáp ứng đối với xung nhảy bậc, giản đồ điểm cực/điểm không và giản đồ Bode của mạch điện này.

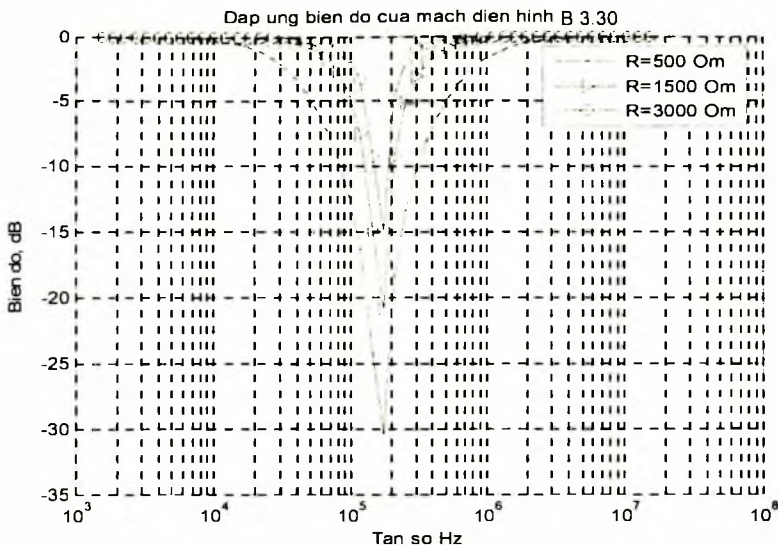


Hình BG 3.29c

3.30. Đây là mạch lọc chặn dải có hàm truyền là:

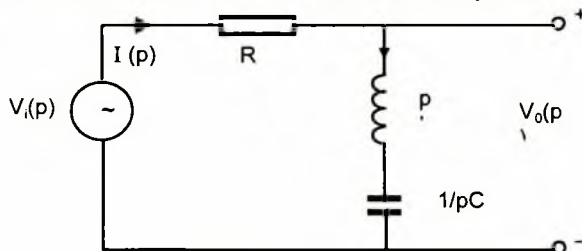
$$H(p) = \frac{p^2 + 1/LC}{p^2 + p.1/RC + 1/LC}$$

Mạch điện này có đáp ứng biên độ cho trên hình BG 3.30 với ba giá trị điện trở R khác nhau.



Hình BG 3.30.

3.31. Từ hình vẽ trên hình BG 3.31a, ta tìm được hàm truyền:



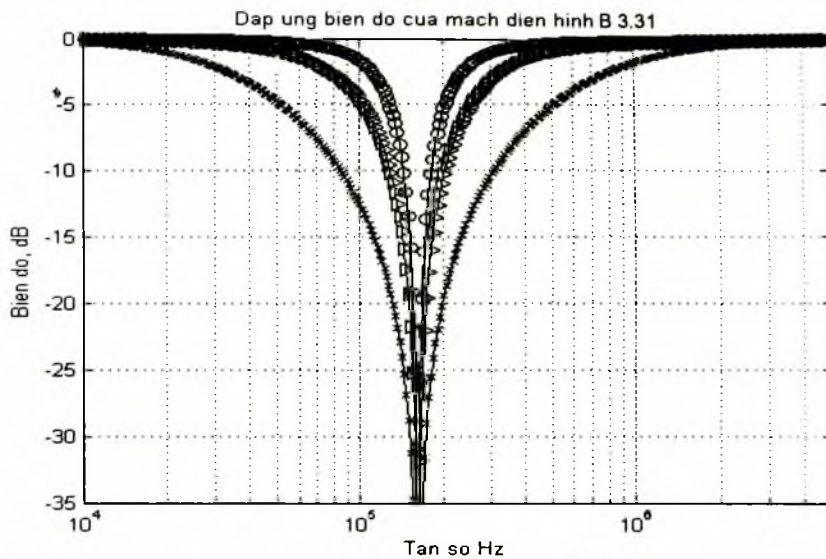
Hình BG 3.31a.

$$H(p) = \frac{p^2 + 1/LC}{p^2 + p \frac{L}{R} + \frac{1}{LC}}$$

Thay $L = 20\text{mH}$; $C = 4,7\text{nF}$; $R = 500\Omega$ và dùng MATLAB tính ra, ta được:

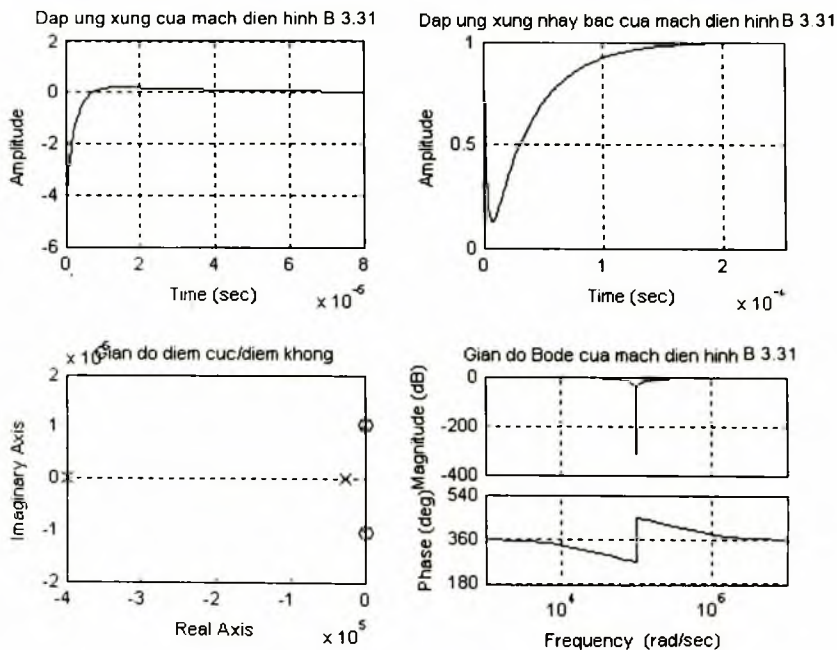
$$H(p) = \frac{p^2 + \frac{1}{2.10^{-3} \times 4,7.10^{-9}}}{p^2 + p \frac{2.10^{-3}}{500} + \frac{1}{2.10^{-3} \times 4,7.10^{-9}}} = \frac{p^2 + \frac{10^{12}}{9,4}}{p^2 + p 4.10^{-6} + \frac{10^{12}}{9,4}}$$

Đây là hàm truyền của mạch lọc chặn dải. Hình BG 3.31b vẽ đáp ứng biên độ của mạch lọc này với ba giá trị điện trở R như bài đã cho.



Hình BG 3.31b.

Hình BG 3.31c vẽ đáp ứng xung đơn vị, đáp ứng đối với xung nhảy bậc đơn vị, giản đồ điểm cực/điểm không và giản đồ Bode của mạch lọc này với điện trở $R = 500\Omega$.



Hình BG 3.31c.

3.32. Thế lối ra tìm được:

$$V_o(p) = \frac{R + pL + 1/pC}{R + r + pL + 1/pC} V_i(p)$$

Vậy hàm truyền tìm được là:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{R + pL + 1/pC}{R + r + pL + 1/pC}$$

3.33. Trong sơ đồ này, thế lối ra tìm được:

$$V_o(p) = \frac{1/pC}{R + r + pL + 1/pC} V_i(p)$$

Vậy hàm truyền tìm được là:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{1/pC}{R + r + pL + 1/pC}$$

3.34. Trong sơ đồ này, thế lối ra tìm được:

$$V_o(p) = \frac{pL}{R + r + pL + 1/pC} V_i(p)$$

Vậy hàm truyền tìm được là:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{pL}{R + r + pL + 1/pC}$$

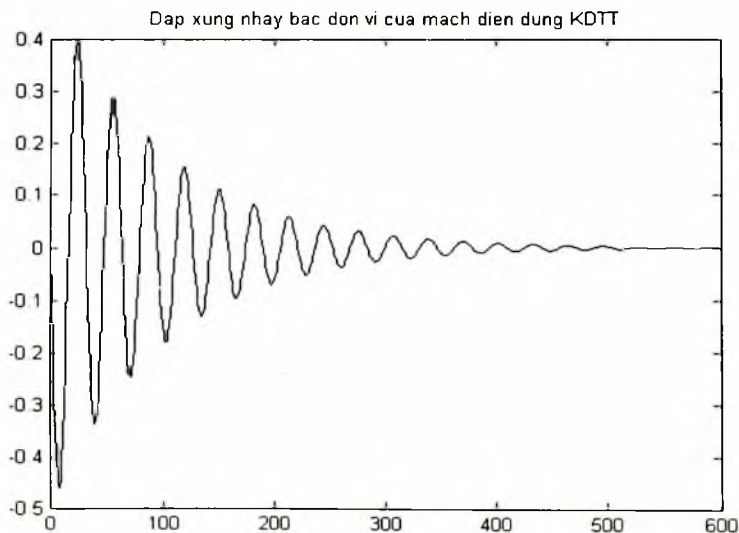
Thay giá trị vào, ta thu được:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{-5 \cdot 10^2 p}{p^2 + 10^2 p + 10^6}$$

Ta có thể tính ngay được đáp ứng của mạch điện đối với xung nhảy bậc đơn vị bằng cách dùng đoạn lệnh MATLAB sau:

```
num=[0 -5*10^2 0];
den=[1 10^2 10^6];
v=step(num,den)
```

Kết quả cho trên hình BG 3.34a.



Hình BG 3.34a.

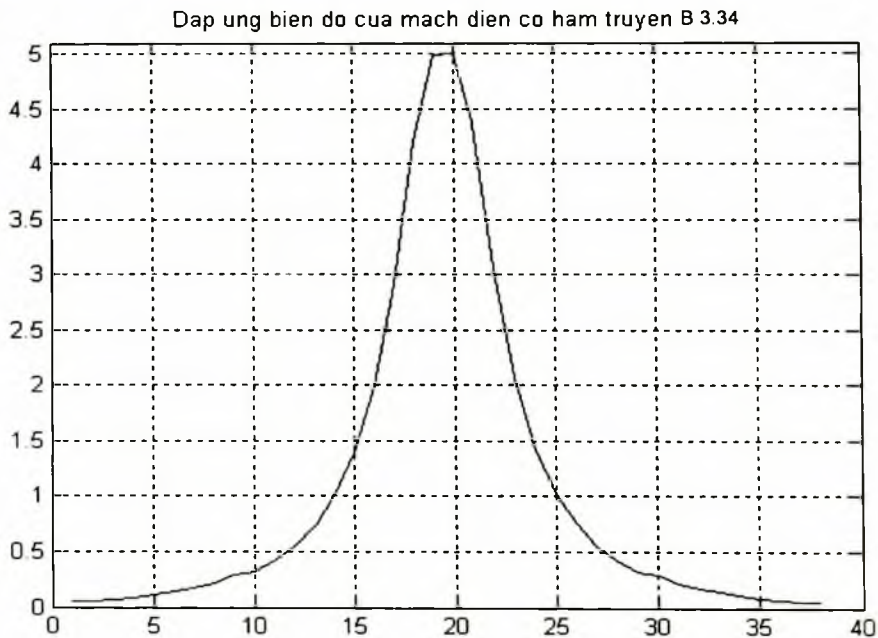
Để tìm đáp ứng tần số của mạch điện có hàm truyền này, ta chỉ việc thay $p = j\omega$ là được:

$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{-5 \cdot 10^2 j\omega}{(j\omega)^2 + 10^2 j\omega + 10^6}$$

Đáp ứng tần số này có biên độ và pha được vẽ bằng cách dùng đoạn lệnh MATLAB sau:

```
num=[0 -5*10^2 0];
den=[1 10^2 10^6];
H= bode(num,den);
```

Kết quả cho trên hình BG 3.34b.



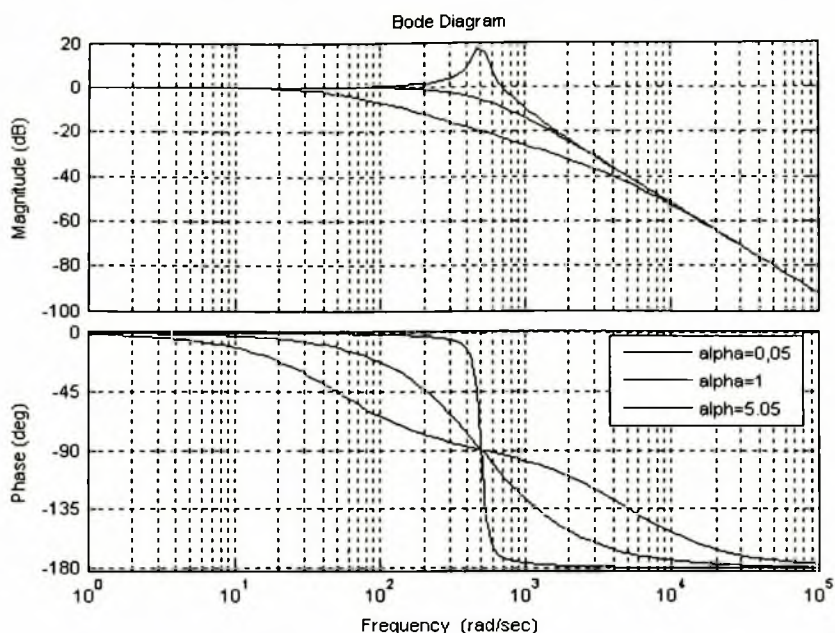
Hình BG 3.34b.

3.35. Thay $p = j\omega$ vào biểu thức của hàm truyền, ta sẽ được đáp ứng tần số:

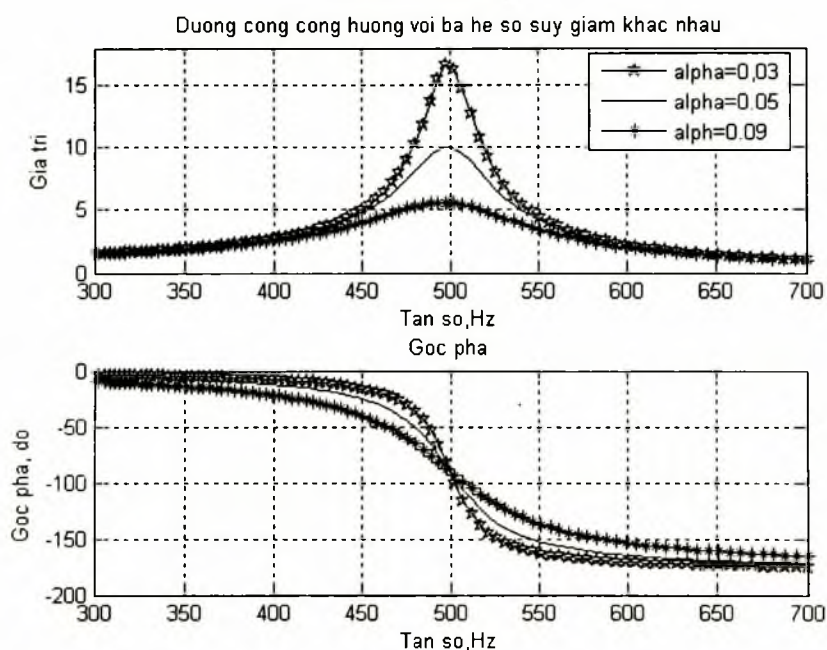
$$H(j\omega) = \frac{1/j\omega}{R + jL\omega + 1/jC\omega} = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

Giản đồ Bode của đáp ứng biên độ và đáp ứng pha nhờ hàm **Bode**. Hình BG 3.35a vẽ đáp ứng tần số của hàm truyền ở trên với các hệ số suy giảm $\alpha_1 = 0.05 < 1$; $\alpha_2 = 1$ và $\alpha_3 = 5.05$; tần số cộng hưởng $\omega_0 = 500\text{Hz}$.

Hình BG 3.35b vẽ đường cong cộng hưởng với ba hệ số suy giảm khác nhau là: 0,03; 0,05 và 0,09.



Hình BG 3.35a.



Hình BG 3.35b.

3.36. Áp dụng định lý Kirchhoff tại nút V_1 , ta được:

$$I_0 = I_1 + I_2; \quad I_1 = \frac{V_1}{p+4}; \quad I_2 = \frac{V_1}{\frac{1}{2p} + 2};$$

Do vậy:
$$I_0 = \frac{V_1}{p+4} + \frac{V_1}{1/2p+2} = V_1 \left(\frac{1}{p+4} + \frac{2p}{4p+1} \right)$$

Từ đó tìm được:

$$V_1 = \frac{(p+4)(4p+1)}{2p^2+12p+1} I_0$$

Thay biểu thức của V_1 này vào biểu thức của I_1 ở trên, ta tìm được hệ thức liên hệ giữa I_1 và I_0 :

$$I_1 = \frac{V_1}{p+4} = \frac{4p+1}{2p^2+12p+1} I_0$$

Từ đó tìm được hàm truyền:

$$H(p) = \frac{I_1}{I_0} = \frac{4p+1}{2p^2+12p+1}$$

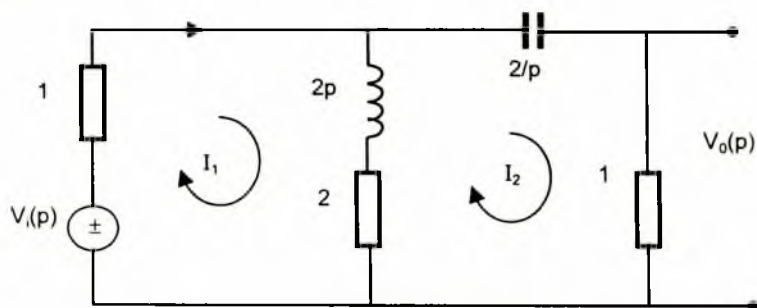
Bây giờ xét mạch điện có ổn định không, ta cần tính điểm cực của mạch điện đó; tức là tính điểm cực của hàm truyền $H(p)$ này.

Điểm cực được xác định nhờ giải phương trình:

$$D(p) = 2p^2 + 12p + 1 = 0$$

Phương trình này có hai nghiệm là $p_1 = -0,0845$ và $p_2 = -5,9155$. Cả hai điểm cực đều thực và âm; tức là nằm trên trục thực về phía trái gốc toạ độ, nên mạch điện ổn định.

3.37. Trước hết ta biểu diễn mạch điện dưới dạng biến đổi Laplace như trong hình BG 3.37.



Hình BG 3.37.

Từ sơ đồ này, ta thiết lập được hai phương trình liên hệ dòng điện với các thế lối vào và lối ra nhờ định luật Kirchhoff đối với hai mắt mạng độc lập:

$$(2p+3)I_1 - (2p+2)I_2 = V_i(p)$$

$$-(2p+2)I_1 + \left(2p+3 + \frac{2}{p}\right)I_2 = 0$$

$$V_o(p) = R_2 I_2(p) = I_2(p)$$

Dùng MATLAB giải hệ phương trình này với các lệnh:

```

syms p I1 I2 Vi;
Z=[2*p+3 -(2*p+2);-(2*p+2) 2*p+3+2/p];
V=[Vi;0];
I=inv(Z)*V;
pretty(I)

```

Kết quả thu được:

```

[ 2 ]
[(2 p + 3 p + 2) Vi]
[-----]
[ 2 ]
[ 4 p + 9 p + 6 ]
[ ]
[ (p + 1) p Vi ]
[ 2 ----- ]
[ 2 ]
[ 4 p + 9 p + 6 ]

```

Như vậy: $I_1(p) = \frac{(2p^2 + 3p + 2)V_i}{4p^2 + 9p + 6}$

$$I_2(p) = \frac{2p(p+1)V_i}{4p^2 + 9p + 6}$$

Từ đó tìm được thế lối ra:

$$V_o(p) = I_2(p) = \frac{2p(p+1)V_i}{4p^2 + 9p + 6}$$

và hàm truyền của mạng điện:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{2p(p+1)}{4p^2 + 9p + 6}$$

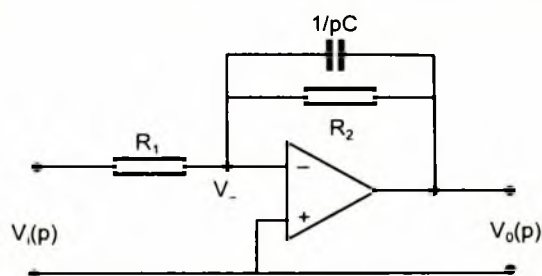
Từ đó tìm được đáp ứng xung của mạch điện:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(p)\} = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2p(p+1)}{4p^2 + 9p + 6}\right]$$

Dùng MATLAB tính biến đổi Laplace nghịch đảo, ta được:

$$\begin{aligned}
& 1/2 \\
& 1/2 \operatorname{dirac}(t) - 5/8 \exp(-9/8 t) \cos(1/8 \sqrt{15} t) \\
& 1/2 \quad 1/2 \\
& - 1/40 \sqrt{15} \exp(-9/8 t) \sin(1/8 \sqrt{15} t) \\
& h(t) = \frac{1}{2} \delta(t) - \left[\frac{5}{8} \cos \frac{\sqrt{15}}{8} t + \frac{\sqrt{15}}{40} \sin \frac{\sqrt{15}}{8} t \right] e^{-\frac{9}{8} t}
\end{aligned}$$

3.38. Ta vẽ lại sơ đồ dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.38.



Hình BG 3.38.

Từ sơ đồ, áp dụng định luật Kirchhoff cho dòng điện tại các nút, ta thu được các phương trình:

$$* \text{ Tại nút } V_-: \frac{V_- - V_i}{R_1} + \frac{V_- - V_o}{R_2 + \frac{1}{pC}} = 0$$

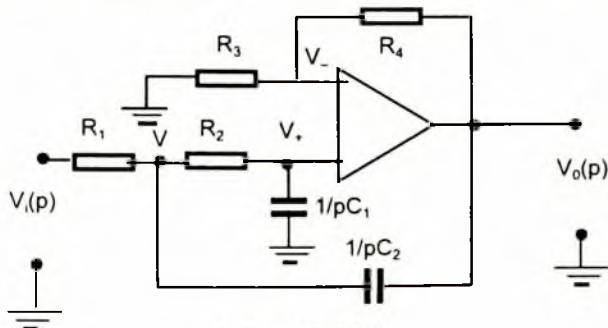
$$V_- = V_+ = 0, \text{ nên từ phương trình trên ta tìm được: } \frac{(R_2 + \frac{1}{pC})V_o}{R_2 + \frac{1}{pC}} = -\frac{V_i}{R_1}$$

$$\text{Từ đó, tìm được hàm truyền: } H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{-\frac{R_1}{C}}{p + \frac{1}{R_2 C}}$$

Từ đó tìm được đáp ứng xung:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-\frac{R_1}{C}}{p + \frac{1}{R_2 C}}\right] = -\frac{R_1}{C} e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$

3.39. Ta vẽ sơ đồ dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.39.



Hình BG 3.39.

Tại nút V_- , ta có:

$$\frac{V_-}{R_3} + \frac{V_- - V_0}{R_4} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) V_- = \frac{1}{R_4} V_0 \quad (1)$$

Tại nút V_+ , ta có

$$\frac{V_+}{1/pC_1} + \frac{V_+ - V}{R_2} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{R_2} + pC_1 \right) V_- = \frac{1}{R_2} V \quad (2)$$

Tại nút V , ta có:

$$\begin{aligned} \frac{V - V_-}{R_2} + \frac{V - V_i}{R_1} + \frac{V - V_0}{1/pC_2} &= 0 \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + pC_2 \right) V &= \frac{V_i}{R_1} + \frac{V_-}{R_2} + pC_2 V_0 \end{aligned} \quad (3)$$

Từ (1), ta tìm được:

$$V_- = \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_0 \quad (4)$$

Từ (2), ta tìm được:

$$V = (1 + R_2 C_1 p) V_- = \frac{R_3 (1 + R_2 C_1 p)}{R_3 + R_4} V_0 \quad (5)$$

Thay (4), (5) vào (3), được:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + pC_2 \right) \frac{R_3 (1 + R_2 C_1 p)}{R_3 + R_4} V_0 = \frac{V_i}{R_1} + \frac{1}{R_2} \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_0 + pC_2 V_0$$

$$\text{Hay } \left[\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + pC_2 \right) \frac{R_3 (1 + R_2 C_1 p)}{R_3 + R_4} - \frac{1}{R_2} \frac{R_3}{R_3 + R_4} - pC_2 \right] V_0 = \frac{V_i}{R_1}$$

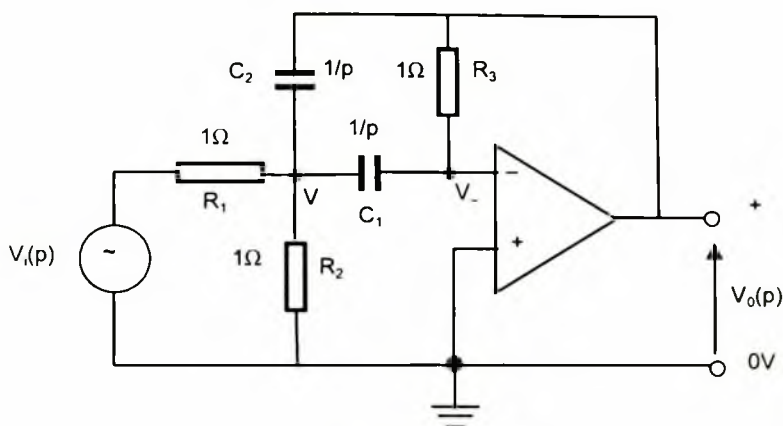
Từ đó tìm được:

$$H(p) = \frac{V_0}{V_i} = \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + pC_2 \right) \frac{R_3 (1 + R_2 C_1 p)}{R_3 + R_4} - \frac{1}{R_2} \frac{R_3}{R_3 + R_4} - pC_2} \right]$$

Thay giá trị bằng số vào ta được:

$$H(p) = \frac{V_0(p)}{V_i(p)} = \left[\frac{7,83 \cdot 10^7}{p^2 + 1,77 \cdot 10^4 p + 5,87 \cdot 10^7} \right]$$

3.40. Trước tiên ta tìm hàm truyền $H(p)$ của mạch điện này. Để tìm hàm truyền, ta biểu diễn mạch điện dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 3.40a.



Hình BG 3.40a.

Do đó phương trình đối với các dòng điện tại nút V là:

$$\frac{V_i - V}{1} - \frac{V}{1} - \frac{V}{1/p} - \frac{V - V_0}{1/p} = 0$$

Tại nút V_- : $\frac{V_0}{1} + \frac{V}{1/p} = 0$

Hay ta tìm được hệ hai phương trình:

$$V_i - 2V - 2Vp + V_0p = 0$$

$$V_0 + Vp = 0$$

Loại V khỏi hai phương trình trên, ta được phương trình liên hệ giữa biến đổi Laplace của tín hiệu lối vào $V_i(p)$ với biến đổi Laplace của tín hiệu lối ra $V_0(p)$:

$$V_i(p) = -\frac{p^2 + 2p + 2}{p} V_0(p)$$

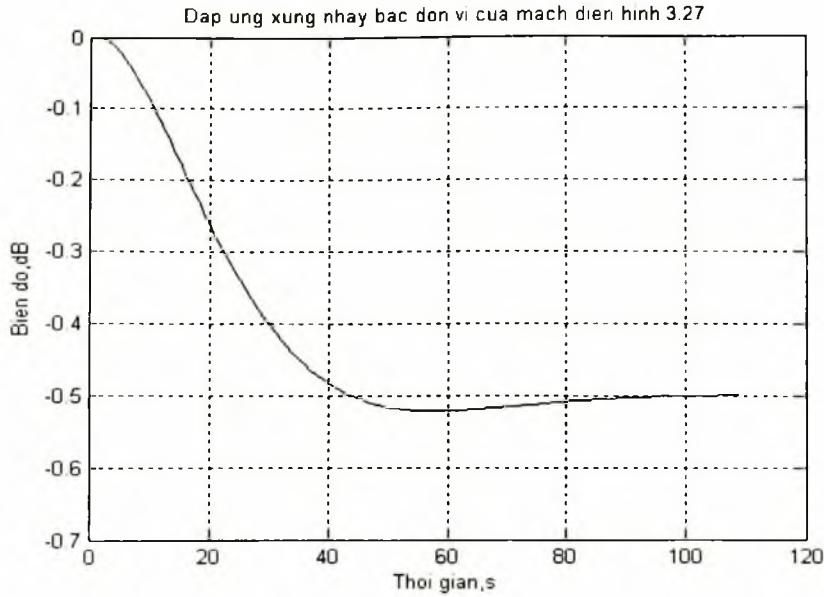
Từ đó tìm được hàm truyền của mạch điện này là:

$$H(p) = \frac{V_0(p)}{V_i(p)} = -\frac{p}{p^2 + 2p + 2}$$

Từ đây, ta tìm được đáp ứng của mạch điện đối với xung nhảy bậc đơn vị ở lối vào nhờ đoạn lệnh MATLAB:

```
num=-1;
den=[1 2 2];
v=step(num,den);
plot(v)
```

Kết quả cho trên hình BG 3.40b. Từ hình vẽ cho thấy mạch điện này suy giảm quá mức.



Hình BG 3.40b.

3.41. Trong sơ đồ này, cực dương của khuếch đại thuật toán nối đất, nên thế cực dương bằng thế ở cực âm bằng 0V, do vậy:

* Tại nút V: ta có:

$$\frac{V - V_i}{R_1} + C_1 \frac{dV}{dt} + \frac{V - V_0}{R_2} + \frac{V}{R_3} = 0$$

hay
$$C_1 \frac{dV}{dt} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) V - \frac{V_0}{R_2} = \frac{V_i}{R_1} \quad (1)$$

* Tại nút V_0 :
$$C_2 \frac{dV_0}{dt} + \frac{V}{R_3} = 0$$

hay
$$V = -R_3 C_2 \frac{dV_0}{dt} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1), ta được:

$$R_3 C_1 C_2 \frac{d^2 V_0}{dt^2} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) R_3 C_2 \frac{dV_0}{dt} + \frac{V_0}{R_2} = -\frac{V_i}{R_1}$$

hay
$$\frac{d^2 V_0}{dt^2} + \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 R_2 R_3 C_1} \frac{dV_0}{dt} + \frac{V_0}{R_2 R_3 C_1 C_2} = -\frac{V_i}{R_1 R_3 C_1 C_2} \quad (3)$$

Nếu đặt:
$$2\alpha = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 R_2 R_3 C_1}; \quad \omega_{01}^2 = \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}; \quad \omega_{02}^2 = \frac{1}{R_1 R_3 C_1 C_2} \quad (4)$$

thì phương trình vi phân mô tả quan hệ giữa thế lối ra với thế lối vào của mạch điện sẽ là:

$$\frac{d^2 V_0}{dt^2} + 2\alpha \frac{dV_0}{dt} + \omega_{01}^2 V_0 = -\omega_{02}^2 V_i \quad (5)$$

Lấy biến đổi Laplace hai vế của phương trình (5), ta tìm được hàm truyền của mạch điện là:

$$H(p) = \frac{V_0(p)}{V_i(p)} = \frac{-\omega_{02}^2}{p^2 + 2\alpha p + \omega_{01}^2}$$

3.42. Trong sơ đồ này, cực dương của khuếch đại thuật toán nối đất, nên thế cực dương bằng thế ở cực âm bằng 0V, do vậy:

* Tại nút V:

$$\frac{V - V_i}{R_1} + C_1 \frac{dV}{dt} + \frac{V - V_0}{R_2} + \frac{V}{R_3} = 0$$

$$\text{hay} \quad C_1 \frac{dV}{dt} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) V - \frac{V_0}{R_2} = \frac{V_i}{R_1} \quad (1)$$

$$\text{* Tại nút } V_-: C_2 \frac{dV_0}{dt} + \frac{V}{R_3} = 0$$

$$\text{hay} \quad V = -R_3 C_2 \frac{dV_0}{dt} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1), ta được:

$$R_3 C_1 C_2 \frac{d^2 V_0}{dt^2} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) R_3 C_2 \frac{dV_0}{dt} + \frac{V_0}{R_2} = -\frac{V_i}{R_1}$$

$$\text{hay} \quad \frac{d^2 V_0}{dt^2} + \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 R_2 R_3 C_1} \frac{dV_0}{dt} + \frac{V_0}{R_2 R_3 C_1 C_2} = -\frac{V_i}{R_1 R_3 C_1 C_2} \quad (3)$$

$$\text{Nếu đặt:} \quad 2\alpha = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 R_2 R_3 C_1}; \quad \omega_{01}^2 = \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}; \quad \omega_{02}^2 = \frac{1}{R_1 R_3 C_1 C_2} \quad (4)$$

thì phương trình vi phân mô tả quan hệ giữa thế lối ra với thế lối vào của mạch điện sẽ là:

$$\frac{d^2 V_0}{dt^2} + 2\alpha \frac{dV_0}{dt} + \omega_{01}^2 V_0 = -\omega_{02}^2 V_i \quad (5)$$

Thay giá trị bằng số, ta tính được:

$$2\alpha = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 R_2 R_3 C_1} = \frac{2 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^5 \times 4 \cdot 10^4 \times 5 \cdot 10^4 \times 25 \times 10^{-9}} = 2 \times 10^3;$$

$$\omega_{01}^2 = \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2} = \frac{1}{4 \cdot 10^4 \times 5 \cdot 10^4 \times 25 \times 10^{-9} \times 10 \cdot 10^{-9}} = 2 \cdot 10^6;$$

$$\omega_{02}^2 = \frac{1}{R_1 R_3 C_1 C_2} = \frac{1}{2 \cdot 10^5 \times 5 \cdot 10^4 \times 25 \cdot 10^{-9} \times 10 \cdot 10^{-9}} = 10^6;$$

Do vậy phương trình vi phân mô tả quan hệ vào/ra bây giờ có dạng:

$$\frac{d^2 V_0}{dt^2} + 2.10^3 \frac{dV_0}{dt} + 2.10^6 V_0 = -10^6 \times 6,25 \cdot \cos(6280t) \quad (6)$$

Thế lối ra $v_0(t)$ là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân (6). Nghiệm này là tổng của nghiệm thuần nhất và nghiệm riêng.

Để tìm nghiệm thuần nhất, trước tiên ta phải tìm nghiệm của đa thức đặc trưng:

$$\lambda^2 + 2.10^3 \lambda + 2.10^6 = 0$$

Đa thức đặc trưng có 2 nghiệm là:

$$\lambda_1 = -1000 + 1000i$$

$$\lambda_2 = -1000 - 1000i$$

Hai nghiệm liên hợp phức, nên nghiệm thuần nhất tìm được dưới dạng:

$$v_{in}(t) = e^{-1000t}(K_1 \cos 1000t + K_2 \sin 1000t) \quad (7)$$

Trong đó K_1 và K_2 là những hằng số được xác định từ điều kiện ban đầu.

Bây giờ ta tìm nghiệm riêng. Nghiệm riêng có dạng

$$v_m(t) = K_3 \cos 6280t + K_4 \sin 6280t \quad (8)$$

Thay (8) vào phương trình (6); sau đó so sánh các hệ số của $\cos 6280t$ và $\sin 6280t$ ta sẽ thu được hai phương trình để xác định các hệ số K_3 và K_4 là:

$$-37438400.K_3 + 12560000.K_4 = 10^6$$

$$-12560000K_3 - 37438400.K_4 = 0$$

Giải ra tìm được:

$$K_3 = 0,024; K_4 = 0,024;$$

Vậy nghiệm riêng bằng:

$$v_i(t) = 0,024 \cos 6280t - 0,024 \sin 6280t \quad (9)$$

Vậy thế lối ra:

$$v_0(t) = e^{-1000t}(K_1 \cos 1000t + K_2 \sin 1000t) + 0,024 \cos 6280t - 0,024 \sin 6280t \quad (10)$$

Các hệ số K_1 và K_2 tìm được nhờ điều kiện ban đầu:

$$V_{C1}(0) = V_{C2}(0) = 0.$$

Thế trên tụ C_2 chính là thế lối ra $v_0(t)$; do vậy $V_{C2}(0) = v_0(0) = 0$. Thay $t = 0$ vào (10) ta được $K_1 = -0,024$. Bây giờ phải tìm K_2 dựa vào điều kiện $V_{C1}(0) = 0$.

Thế trên tụ C_1 chính là thế V . Vậy theo công thức (2), ta tìm được:

$$V_{C1}(0) = -R_3 C_2 \left. \frac{dV_s}{dt} \right|_{t=0} = 5.10^4 \times 10.10^{-9} \left. \frac{dV_s}{dt} \right|_{t=0} = 0$$

vậy
$$\left. \frac{dV_s}{dt} \right|_{t=0} = 0$$

Lấy đạo hàm:

$$v_s(t) = e^{-1000t}(-0,024 \cos 1000t + K_2 \sin 1000t) + 0,024 \cos 6280t - 0,024 \sin 6280t \quad (11)$$

sau đó thay $t = 0$, ta được phương trình để tìm K_2

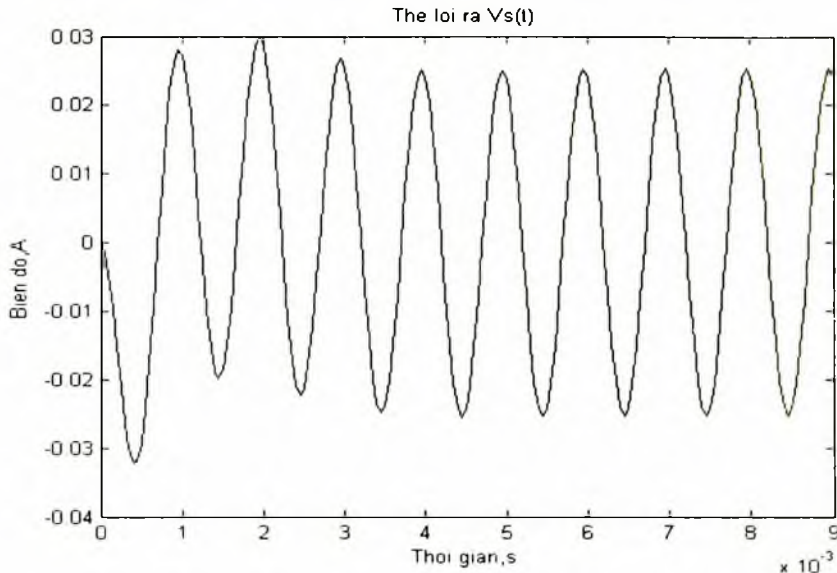
$$1000K_2 - 26,24 = 0$$

Từ đó tìm được $K_2 = 0,026$.

$$\text{Do đó } v_s(t) = e^{1000t}(0,026\sin 1000t - 0,024\sin 1000t) + 0,024\cos 6280t - 0,024\sin 6280t$$

(12)

Hình BG 3.42 vẽ thể lồi ra này.



Hình BG 3.42.

3.43. Từ sơ đồ ta thấy tại nút V, ta có:

$$\frac{V - V_i}{R_1} + \frac{V}{R_2} + C_1 \frac{dV}{dt} + C_2 \frac{d(V - V_0)}{dt} = 0 \quad (1)$$

Tại nút V_0 , ta có:

$$\frac{V_0}{R_3} + C_1 \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = -\frac{V_0}{C_1 R_3} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1), ta được:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)V - \frac{1}{R_3}\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)V_0 - C_2 \frac{dV_0}{dt} = \frac{V_i}{R_1} \quad (3)$$

Lấy đạo hàm cả hai vế của (3), sau đó thay (2) vào, ta được:

$$C_2 \frac{d^2 V_0}{dt^2} + \frac{C_1 + C_2}{R_3 C_1} \frac{dV_0}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1} V_0 = -\frac{1}{R_1} \frac{dV_i}{dt}$$

$$\text{Hay: } \frac{d^2 V_0}{dt^2} + \frac{C_1 + C_2}{R_3 C_1 C_2} \frac{dV_0}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2} V_0 = -\frac{1}{R_1 C_2} \frac{dV_i}{dt} \quad (4)$$

$$\text{Đặt: } 2\alpha = \frac{C_1 + C_2}{R_3 C_1 C_2}; \quad \omega_{01}^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}; \quad \omega_{02}^2 = \frac{1}{R_1 C_2} \quad (5)$$

Khi đó phương trình vi phân (4) được viết dưới dạng:

$$\frac{d^2 V_0}{dt^2} + 2\alpha \frac{dV_0}{dt} + \omega_{01}^2 V_0 = -\omega_{02}^2 \frac{dV_i}{dt} \quad (6)$$

Từ (4), ta cũng tìm được hàm truyền của mạch điện này:

$$H(p) = \frac{-p / R_1 C_2}{p^2 + (C_1 + C_2) / R_3 C_1 C_2 p + (R_1 + R_2) / R_1 R_2 R_3 C_1 C_2} \quad (7)$$

3.44. Từ sơ đồ ta thấy tại nút V, ta có:

$$\frac{V - V_i}{R_1} + \frac{V}{R_2} + C_1 \frac{dV}{dt} + C_2 \frac{d(V - V_0)}{dt} = 0 \quad (1)$$

Tại nút V_0 , ta có:

$$\frac{V_0}{R_3} + C_1 \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = -\frac{V_0}{C_1 R_3} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1), ta được:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)V - \frac{1}{R_3}\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)V_0 - C_2 \frac{dV_0}{dt} = \frac{V_i}{R_1} \quad (3)$$

Lấy đạo hàm cả hai vế của (3), sau đó thay (2) vào, ta được:

$$C_2 \frac{d^2 V_0}{dt^2} + \frac{C_1 + C_2}{R_3 C_1} \frac{dV_0}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1} V_0 = -\frac{1}{R_1} \frac{dV_i}{dt}$$

Hay:
$$\frac{d^2 V_0}{dt^2} + \frac{C_1 + C_2}{R_3 C_1 C_2} \frac{dV_0}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2} V_0 = -\frac{1}{R_1 C_2} \frac{dV_i}{dt} \quad (4)$$

Đặt:
$$2\alpha = \frac{C_1 + C_2}{R_3 C_1 C_2}; \quad \omega_{01}^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}; \quad \omega_{02}^2 = \frac{1}{R_1 C_2} \quad (5)$$

Khi đó phương trình vi phân (4) được viết dưới dạng:

$$\frac{d^2 V_0}{dt^2} + 2\alpha \frac{dV_0}{dt} + \omega_{01}^2 V_0 = -\omega_{02}^2 \frac{dV_i}{dt} \quad (6)$$

Với các giá trị của các linh kiện đã cho, ta tìm được:

$$\begin{aligned} 2\alpha &= \frac{C_1 + C_2}{R_3 C_1 C_2} = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^5 \times 10^{-14}} = 10^2 \\ \omega_{01}^2 &= \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2} = \frac{2 \cdot 10^3 + 667}{2 \cdot 10^3 \times 667 \times 2 \cdot 10^5 \times 10^{-14}} \approx 10^6 \\ \omega_{02}^2 &= \frac{1}{R_1 C_2} = \frac{1}{2 \cdot 10^3 \times 10^{-7}} = 5 \cdot 10^2 \end{aligned}$$

Khi đó phương trình vi phân (6) có dạng:

$$\frac{d^2 V_0}{dt^2} + 10^2 \frac{dV_0}{dt} + 10^6 V_0 = -5 \cdot 10^2 \frac{dV_i}{dt} \quad (7)$$

Dưới dạng toán tử, phương trình vi phân này có dạng:

$$p^2 V_o(p) + 10^2 p V_o(p) + 10^6 V_o(p) = -5 \cdot 10^2 p V_i(p)$$

Từ đó tìm được hàm truyền:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{-5 \cdot 10^2 p}{p^2 + 10^2 p + 10^6} \quad (8)$$

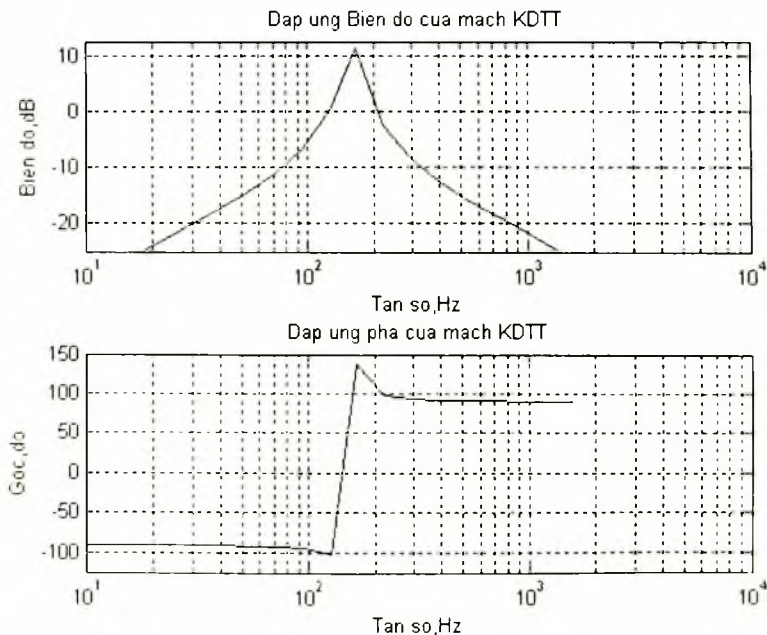
Đáp ứng tần số tìm được bằng cách thay $p = j\omega$ và biểu thức của hàm truyền, khi đó thu được:

$$H(j\omega) = \frac{j 5 \cdot 10^2 \omega}{\omega^2 - j 10^2 \omega - 10^6} \quad (9)$$

Chương trình MATLAB sau đây cho phép vẽ đáp ứng tần số và đáp ứng pha của mạch này.

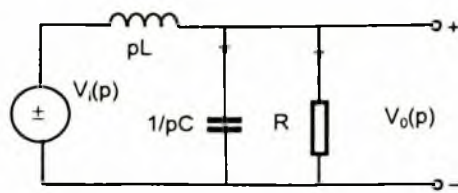
```
num=[0 -5*10^2 0];
den=[1 10^2 10^6];
w=logspace(2,4);
h=freqs(num,den,w);
f=w/(2*pi);
subplot(211)
semilogx(f,20*log10(abs(h)));grid;
subplot(212)
p=angle(h)*180/pi;
semilogx(f,p); grid
```

Hình BG 3.44 vẽ đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của mạch khuếch đại thuật toán này.



Hình BG 3.44.

3.45. Từ hình BG 3.45a, ta tìm được biến đổi Laplace của thế lối ra trên hai đầu điện trở R là:



Hình BG 3.45a.

$$V_o(p) = \frac{V_i(p)}{R + \frac{1}{pC}} = \frac{R}{pL(1 + pRC) + R} V_i(p)$$

Từ đó tìm được hàm truyền:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{R}{pL(1 + pRC) + R}$$

Hay:
$$H(p) = \frac{R}{p^2RLC + pL + R} = \frac{R/L}{p^2 + p/RC + 1/LC}$$

So sánh với hàm truyền của mạch điện cần tổng hợp, ta có:

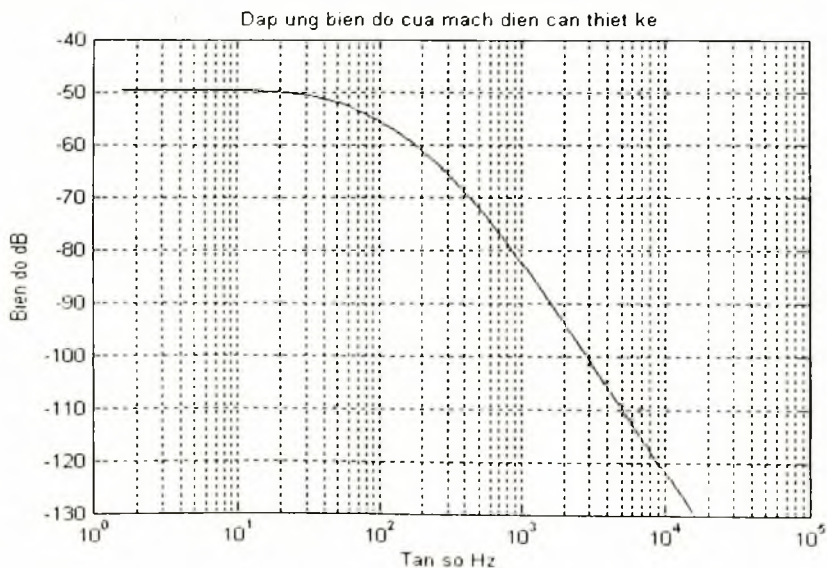
$$\frac{1}{LC} = 10; \quad \frac{1}{RC} = 3$$

Vậy nếu chọn $R = 5\Omega$ thì ta tìm được C và L:

$$C = \frac{1}{3R} = \frac{1}{15} = 66,67\mu F$$

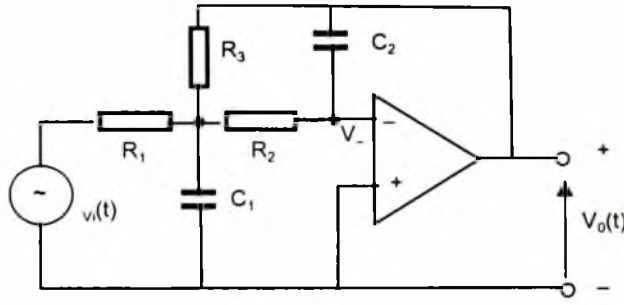
$$L = \frac{1}{10C} = 1,5H$$

Hình BG 3.45b là đáp ứng biên độ của mạch điện cần thiết kế.



Hình BG 3.45b.

3.46. Sơ đồ mạch điện hình BG 3.46 có hàm truyền:



Hình BG 3.46.

$$H(p) = \frac{-\frac{R_3}{R_1} \left(\frac{1}{R_2 R_3 C_2} \right)}{p^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_3 C_1} \right) p + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

Hàm truyền này là mạch lọc thông dải có tần số trung tâm là:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2} = (2\pi f_c)^2 \quad (1)$$

Hệ số khuếch đại tại $\omega = 0$:

$$H(0) = -\frac{R_3}{R_1} \left(\frac{1}{R_2 R_3 C_2} \right) = -10 \quad (2)$$

Với $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $C_2 = 10\text{ nF}$, ta tìm được R_2 :

$$R_2 = \frac{1}{10 R_1 C_2} = 10\text{k}\Omega$$

Từ (1), ta tìm được giá trị của R_3 :

$$R_3 = \frac{1}{R_2 C_1 C_2 (2\pi f_c)^2} = 1012 \quad \Omega$$

3.47. Mạch lọc này có hàm truyền:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{-p / R_1 C}{p^2 + p(2 / R_1 C) + 1 / R' R_3 C^2}$$

Trong đó $R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

Ta thấy hàm truyền có một điểm không tại gốc tọa độ và hai điểm cực.
Nếu đặt:

$$R_1 C = \frac{Q}{\omega_c (-H_0)}$$

và
$$\frac{R_3 C}{2} = \frac{Q}{\omega_c}$$

Ta sẽ tìm được:

$$R_3' R_3 C^2 = \frac{1}{\omega_c^2}$$

hay:
$$2R_3' C = \frac{1}{\omega_c Q}$$

Khi đó hàm truyền trên, ta tìm được đáp ứng biên độ dưới dạng chuẩn:

$$\left| \frac{H}{H_0} \right| = \frac{1}{\left[1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2}}$$

Trong đó Q là độ phẩm chất của mạch lọc thông dải. Đường cong đáp ứng biên độ có đỉnh cộng hưởng tại tần số trung tâm $\omega = \omega_c$ và đối xứng qua điểm này. Tần số cắt của mạch lọc thông dải này tại 3dB là ω_1 và ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$).

Độ rộng dải thông của mạch lọc này được xác định bởi:

$$B_w = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left(\omega_2 - \frac{\omega_c^2}{\omega_2} \right)$$

vì ta luôn luôn có $\omega_c^2 = \omega_1 \omega_2$. Các tần số cắt ω_1 và ω_2 tìm được bằng cách cho đáp ứng biên độ bằng $1/\sqrt{2}$, ta sẽ tìm được:

$$\frac{Q}{\omega_0} \left(\omega_2 - \frac{\omega_c^2}{\omega_2} \right) = 1$$

Do vậy độ rộng dải thông B tìm được là:

$$B_w = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega_c}{Q} = \frac{f_c}{Q}$$

Như vậy độ rộng dải thông của một mạch lọc thông dải bằng tần số trung tâm f_c chia cho độ phẩm chất Q của nó.

Với $B_w = 16\text{Hz}$, ta tìm được độ phẩm chất:

$$Q = \frac{f_c}{B} = \frac{160}{16} = 10$$

Tần số góc trung tâm $\omega_c = 2\pi f_c = 2\pi \times 160 = 1005 \text{ rad/s}$.

Do đó từ công thức:

$$R_1 C = \frac{Q}{\omega_c (-H_0)}$$

suy ra:
$$R_1 = \frac{Q}{\omega_c (-H_0) C} = \frac{10}{50 \cdot 10^{-3} \times 0.1 \cdot 10^{-6}} = 20000 \Omega$$

Từ công thức: $\frac{R_3 C}{2} = \frac{Q}{\omega_c}$

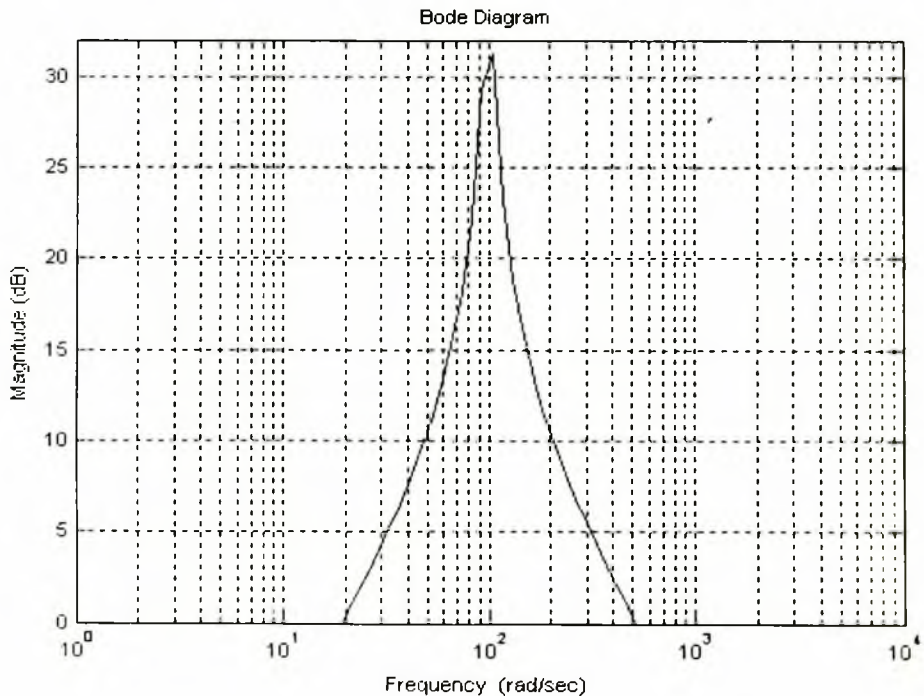
suy ra $R_3 = \frac{Q}{\omega_c C} = \frac{20}{1005 \times 0.1 \cdot 10^{-6}} \Omega = 200 \text{ k}\Omega$

Từ hệ thức: $R' R_3 C^2 = \frac{1}{\omega_c^2}$

suy ra: $R' = \frac{1}{2\omega_c Q C} = \frac{10}{2 \times 1005 \times 10 \times 0.1 \cdot 10^{-6}} = 500 \Omega$

Từ đó tính được R_2 : $R_2 = \frac{R' R_1}{R_1 - R'} = 667 \Omega$

Hình BG 3.47 vẽ đáp ứng biên độ của mạch lọc tích cực thông dải với các tham số đã tính ở trên.



Hình BG 3.47.

Chương 4

CÁC MẠCH LIÊN KẾT CẢM ỨNG

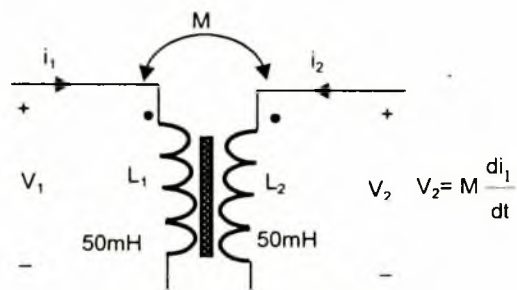
ĐỀ BÀI

4.1. Tìm thế lối ra V_2 trên mạch liên kết hồ cảm trong hình B 4.1 khi:

a) $i_1 = 50 \text{ (mA)}$; $i_2 = 25 \text{ (mA)}$.

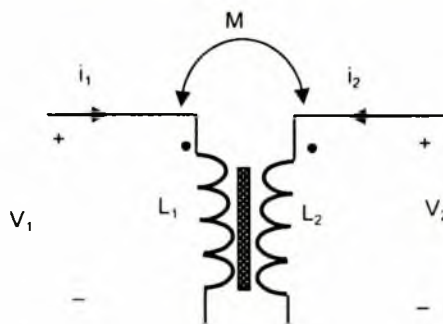
b) $i_1 = 0$; $i_2 = 20\sin 377t \text{ (mA)}$.

c) $i_1 = 15\cos 377t \text{ (mA)}$;
 $i_2 = 40\sin(377t + 60^\circ) \text{ (mA)}$.



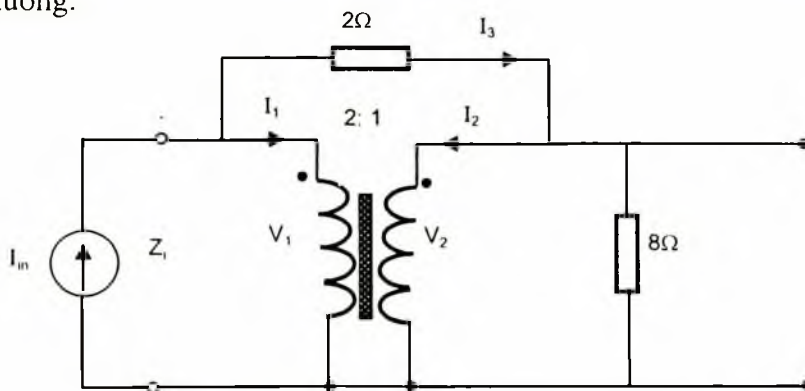
Hình B 4.1

4.2. Tìm ma trận trở kháng của mạch điện liên kết cho trong hình B 4.2.



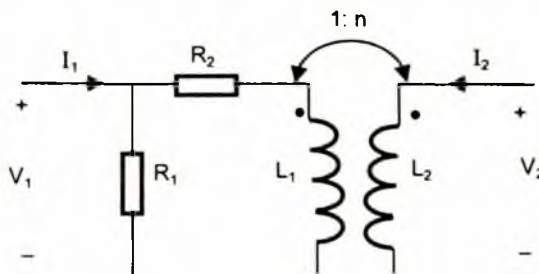
Hình B 4.2.

4.3. Tìm trở kháng lối vào của mạch điện cho trong hình B 4.3. Biến thế là lý tưởng.



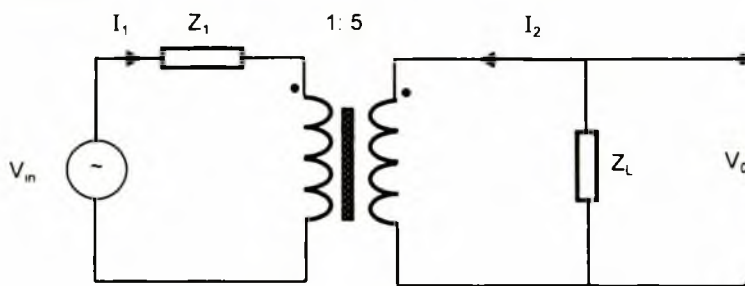
Hình B 4.3.

4.4. Tìm ma trận trở kháng của mạch điện liên kết cho trong hình B 4.4.



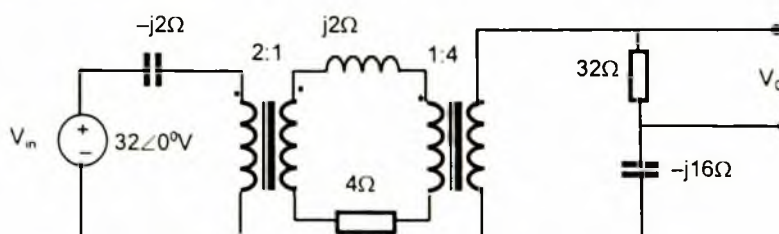
Hình B 4.4.

4.5. Tìm trở kháng lối vào $Z_{in} = V_{in}/I_1$ và thế lối ra trong mạng điện cho trong hình B 4.5. Biết trở tải $Z_L = 100 - j75$; trở kháng $Z_1 = 2 + j3\Omega$. Biến thế là lý tưởng.



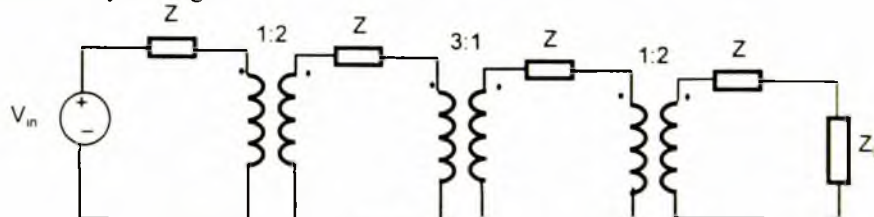
Hình B 4.5.

4.6. Tìm trở kháng lối vào của mạng điện cho trên hình B 4.6. Biết rằng các biến thế lý tưởng.



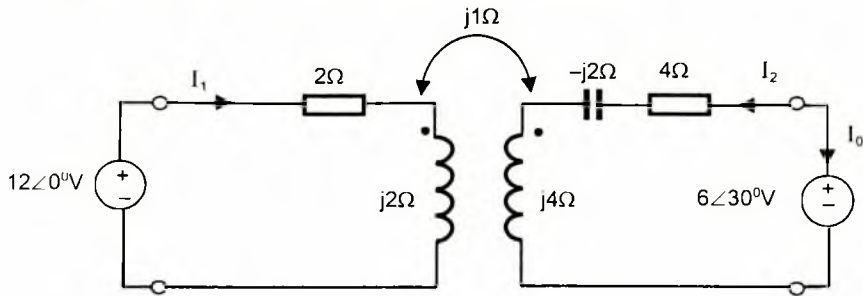
Hình B 4.6.

4.7. Tìm trở kháng lối vào của mạng điện cho trên hình B 4.7. Biết rằng các biến thế lý tưởng.



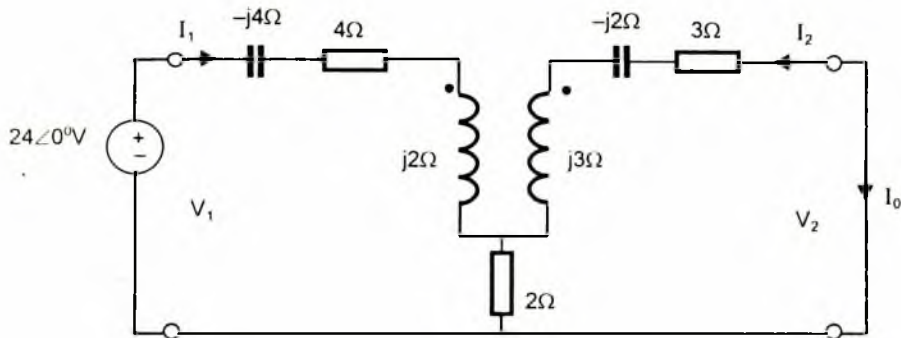
Hình B 4.7.

- 4.8. Tìm ma trận trở kháng của mạch điện liên kết và dòng điện I_0 cho trong hình B 4.4 khi nối nguồn thế lối vào và lối ra.



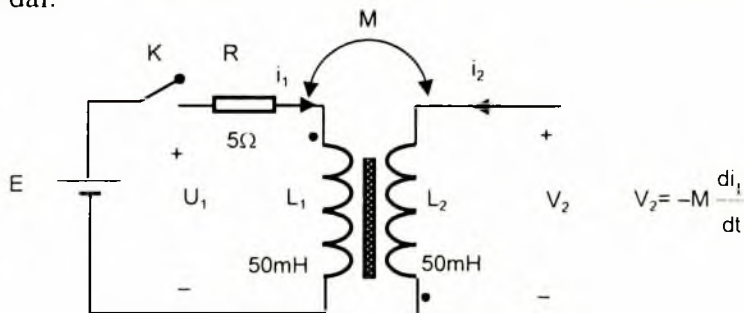
Hình B 4.8.

- 4.9. Tìm ma trận trở kháng của mạch điện liên kết và dòng điện I_0 cho trong hình B 4.9 khi nối nguồn thế lối vào và lối ra.



Hình B 4.9.

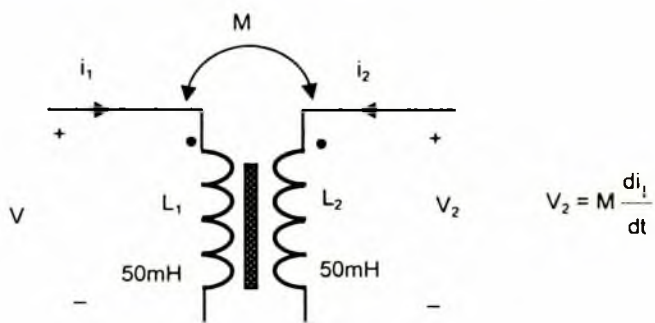
- 4.10. Xét mạch điện liên kết hồ cảm như trên hình B 4.10. Tìm thế lối ra v_2 hồ mạch. Biết rằng khóa K đóng tại thời điểm $t = 0$ và duy trì trong một thời gian dài.



Hình B 4.10.

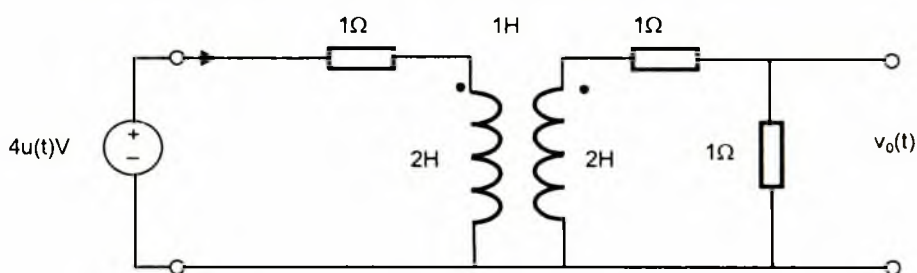
- 4.11. Tính năng lượng dự trữ trong mạch liên kết trong mạch điện hình B 4.11, tại thời điểm $t = 0$, với:

- a) $i_1 = 50 \text{ (mA)}$; $i_2 = 25 \text{ (mA)}$.
 b) $i_1 = 0$; $i_2 = 20\sin 377t \text{ (mA)}$.
 c) $i_1 = 15\cos 377t \text{ (mA)}$; $i_2 = 40\sin(377t + 60^\circ) \text{ (mA)}$.



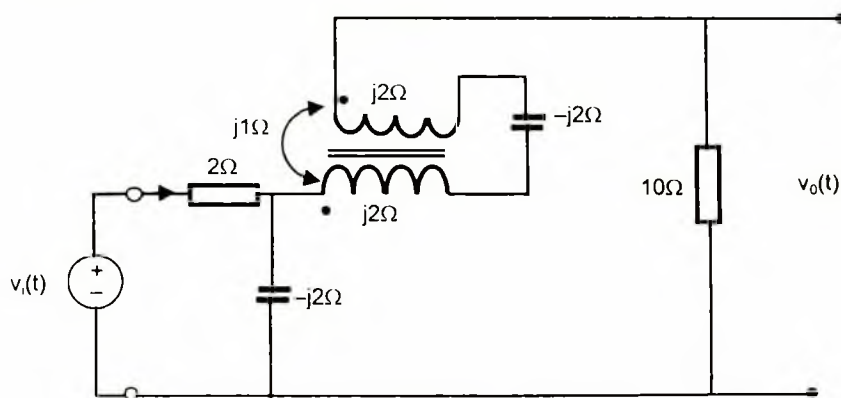
Hình B 4.11.

4.12. Tìm thế lối ra $v_o(t)$, với $t > 0$ trong mạch điện cho trên hình B 4.12.



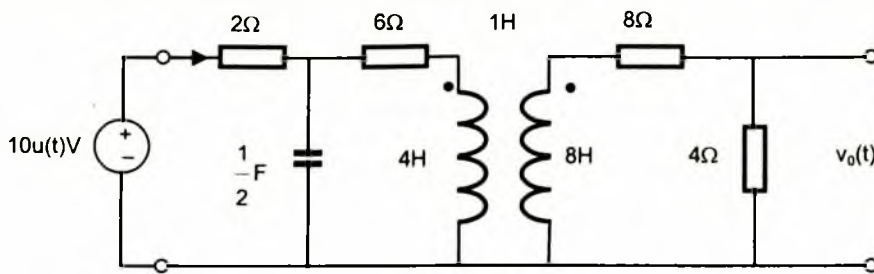
Hình B 4.12.

4.13. Tìm hệ số khuếch đại thế $G = V_o/V_i$ trong sơ đồ mạch điện cho trên hình B 4.13.



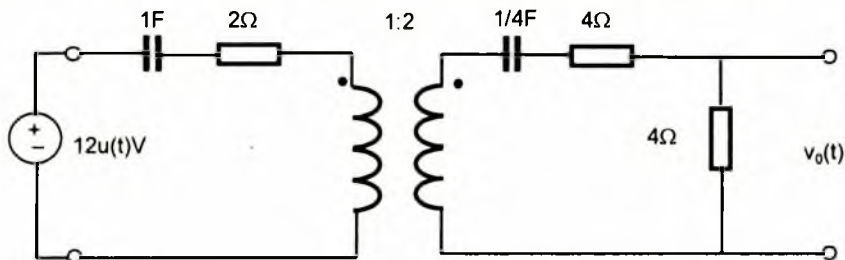
Hình B 4.13.

4.14. Tìm thế lối ra $v_o(t)$, với $t > 0$ trong mạch điện cho trên hình B 4.14.



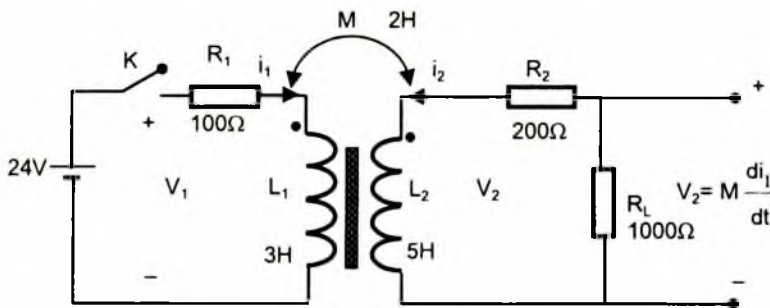
Hình B 4.14.

4.15. Tìm thế lối ra $v_o(t)$, với $t > 0$ trong mạch điện cho trên hình B 4.15.



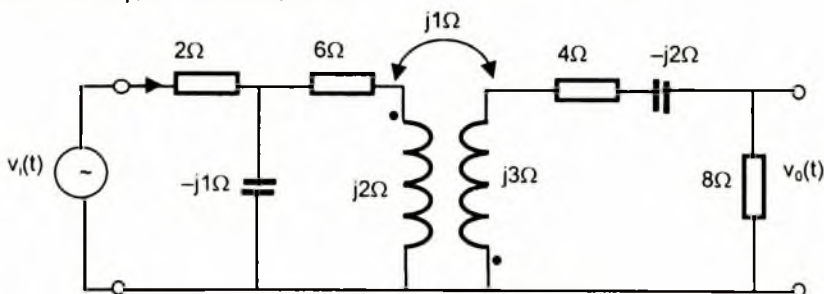
Hình B 4.15.

4.16. Tìm tín hiệu lối ra của mạch điện có sơ đồ cho trong hình B 4.16, $t > 0$. Biết rằng khóa K đóng tại $t = 0$ và các cuộn dây không tích tụ năng lượng ban đầu.



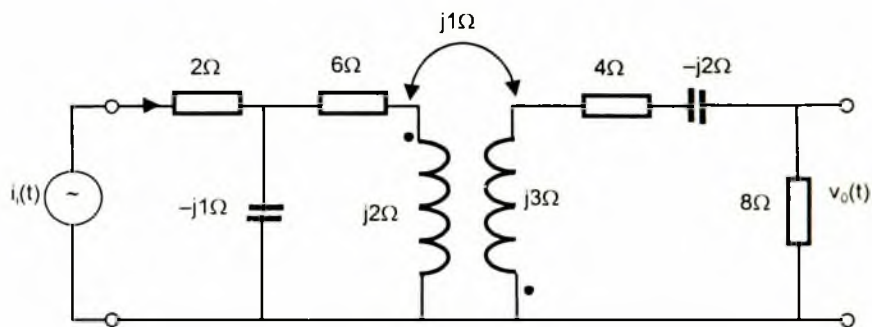
Hình B 4.16.

4.17. Tìm thế lối ra trong sơ đồ mạch điện cho trên hình B 4.17 với nguồn thế lối vào $v_i(t) = 12\cos(377t)$.



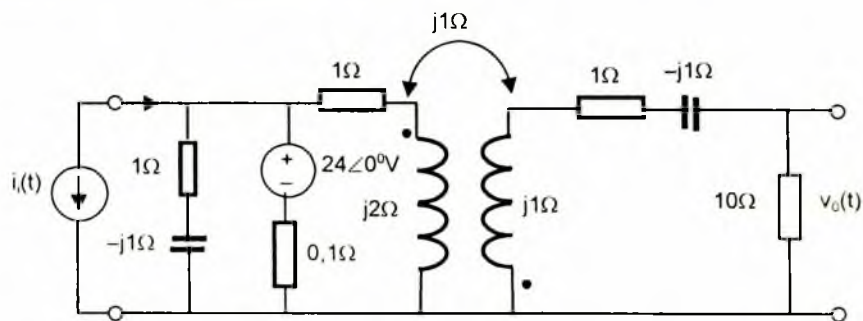
Hình B 4.17.

4.18. Tìm thế lỗi ra trong mạng điện có sơ đồ cho trên hình B 4.18. Biết rằng nguồn dòng $i_s(t) = 2\sin(1000t)$.



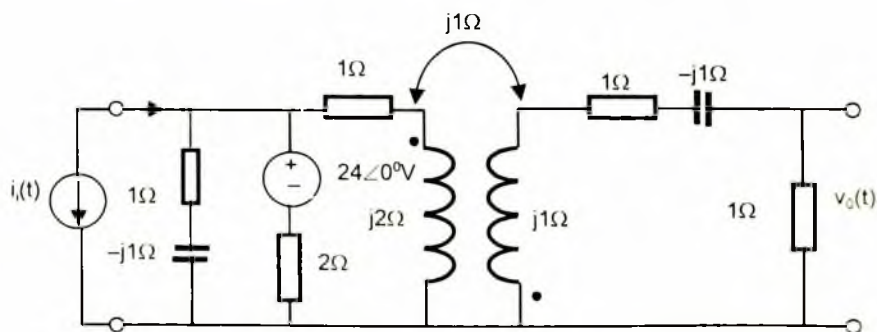
Hình B 4.18.

4.19. Tìm thế lỗi ra trong sơ đồ mạch điện cho trên hình B 4.19 với nguồn dòng lỗi vào $i_s(t) = 12\sin(377t + 45^\circ)$.



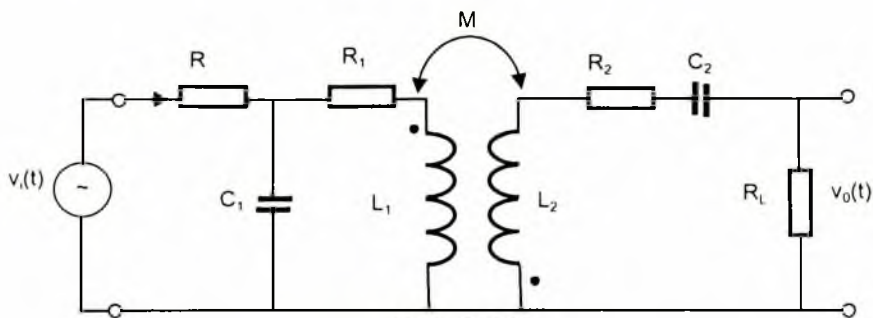
Hình B 4.19.

4.20. Tìm thế lỗi ra trong sơ đồ mạch điện cho trên hình B 4.20 với nguồn dòng lỗi vào $i_s(t) = 12\cos(377t + 45^\circ)$.



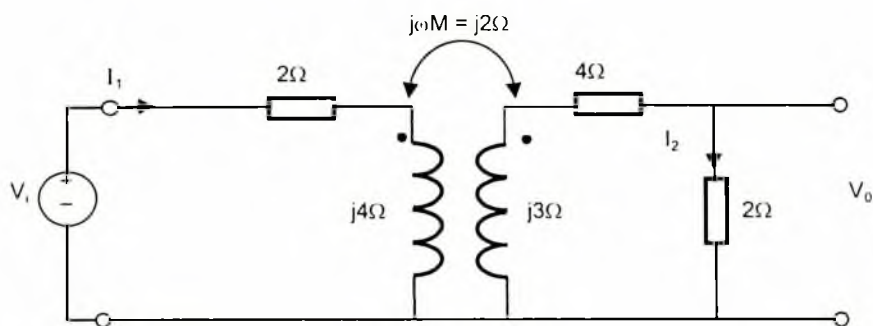
Hình B 4.20.

- 4.21. Tìm hàm truyền $H(p)$ của mạch điện cho trên hình B 4.21. Vẽ đáp ứng tần số của mạch điện đó với ba giá trị khác nhau của hệ số hỗ cảm M . Áp dụng bằng số: $R = 0,1\Omega$; $R_1 = R_2 = R_3 = 1\Omega$; $C_1 = C_2 = 0,1\mu F$; $L_1 = L_2 = 0,01H$.



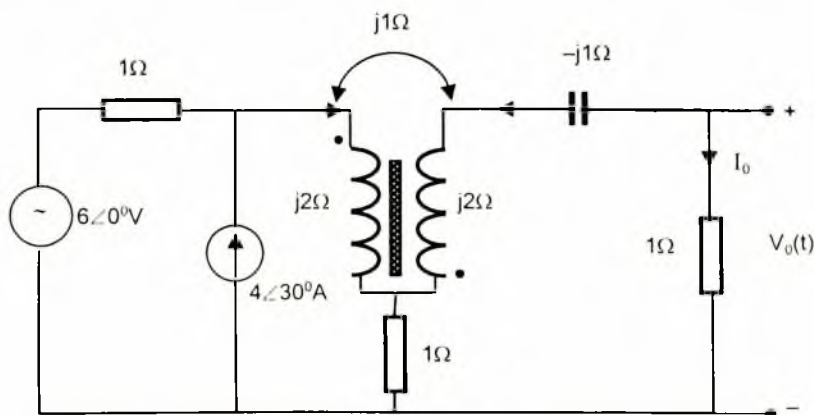
Hình B 4.21.

- 4.22. Tìm hệ số khuếch đại thế V_o/V_i của mạch điện trong sơ đồ hình B 4.22.



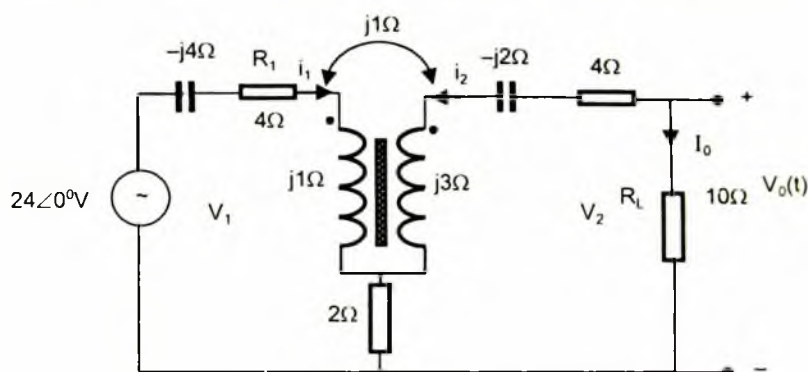
Hình B 4.22.

- 4.23. Tìm thế lối ra trong sơ đồ mạng điện cho trong hình B 4.23.



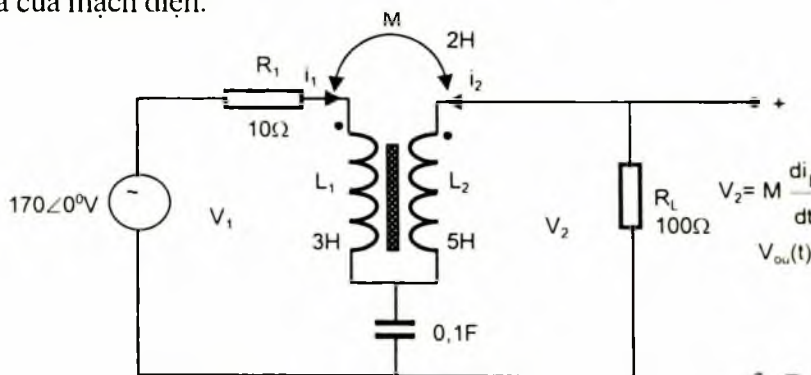
Hình B 4.23.

4.24. Tìm thế lối ra V_o của mạch điện liên kết hồ cảm như trên hình B 4.24.



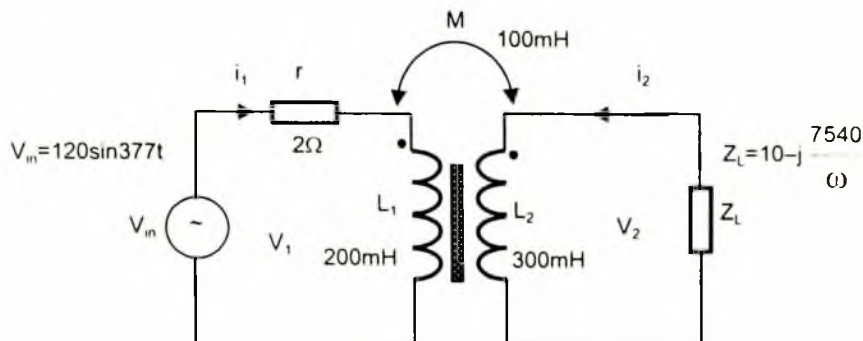
Hình B 4.24.

4.25. Xét một mạch liên kết phối hợp như trên hình B 4.25, gồm hai mạch RLC liên kết với nhau bằng cảm ứng với hệ số hồ cảm M . Trong sơ đồ này, mạch RLC đầu tiên được nuôi bằng một nguồn thế xoay chiều $V_m = 170\sin\omega t$. Còn mạch RLC thứ cấp có thế lối ra lấy trên trở tải R_L . Tìm hàm truyền và thế lối ra của mạch điện.



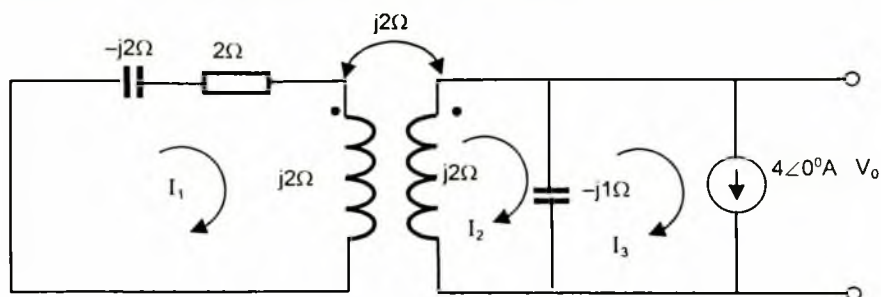
Hình B 4.25.

4.26. Tìm trở kháng lối vào Z_m , thế lối ra V_2 và các dòng điện chạy trong mạch liên kết cảm ứng trong sơ đồ hình B 4.26.



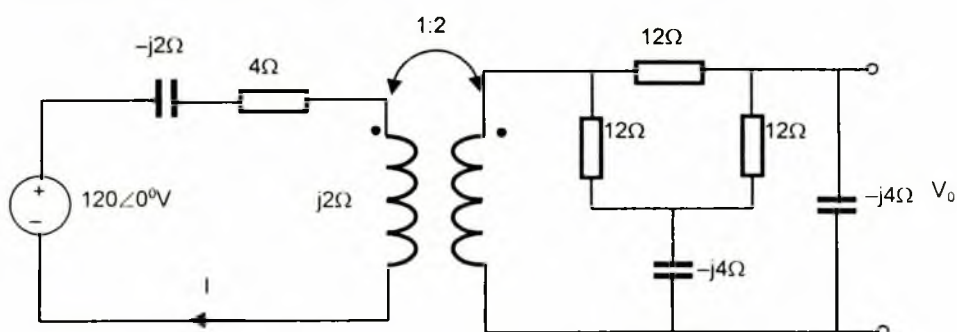
Hình B 4.26.

4.27. Tìm thế lối ra V_0 trong sơ đồ mạch điện cho trên hình B 4.27.



Hình B 4.27.

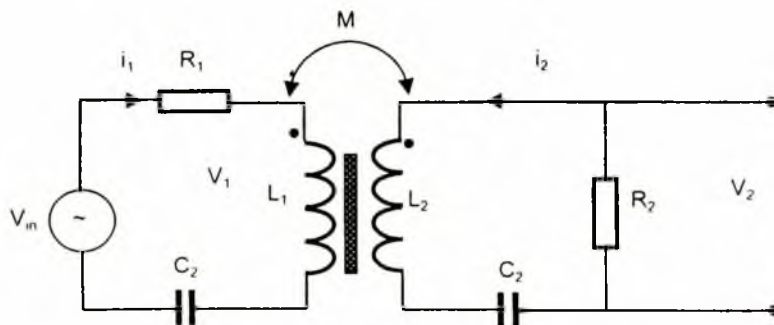
4.28. Tìm dòng điện I chạy trong mạng điện có sơ đồ cho trong hình B 4. 28. Biết rằng biến thế là lý tưởng.



Hình B 4.28.

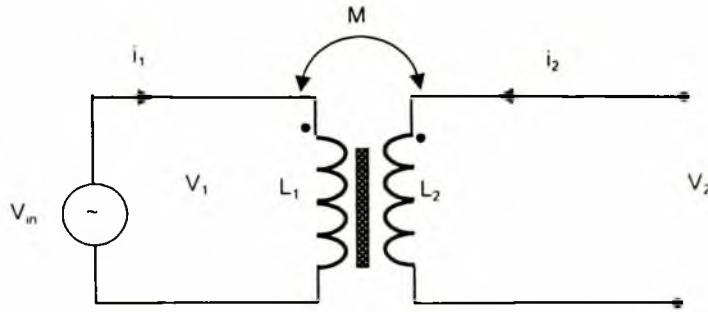
4.29. Xét mạch liên kết gồm hai mạch RLC liên kết hỗ cảm với nhau như trên sơ đồ hình B 4.29. Mạch RLC sơ cấp được nuôi bằng một nguồn thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, trong khi tần số lại có thể thay đổi. Xác định dòng điện trong mạch thứ cấp và thế lối ra. Dùng MATLAB vẽ giản đồ Bode của mạch điện với $L_1 = 2\text{mH}$; $L_2 = 2\text{mH}$; $m_1 = m_2 = 0,02$ và với ba hệ số liên kết k khác nhau:

$$k_1 = 2 \cdot 10^{-3}; k_2 = 0,1; k_3 = 0,345.$$



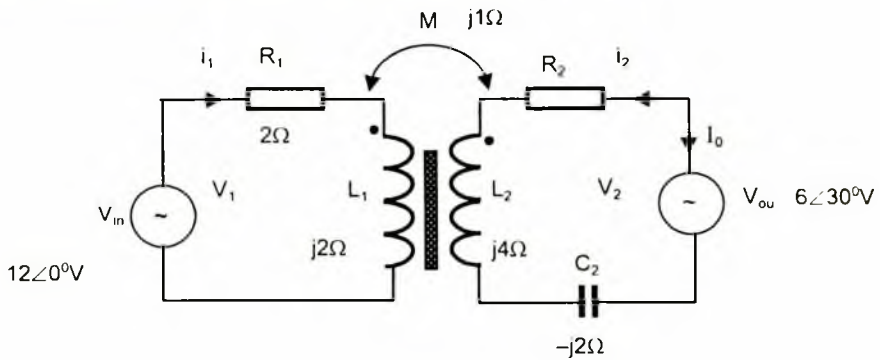
Hình B 4.29.

- 4.30. Tìm ma trận truyền của mạch điện được tạo thành bởi hai cuộn cảm liên kết hỗ cảm với nhau như trên hình B 4.30.



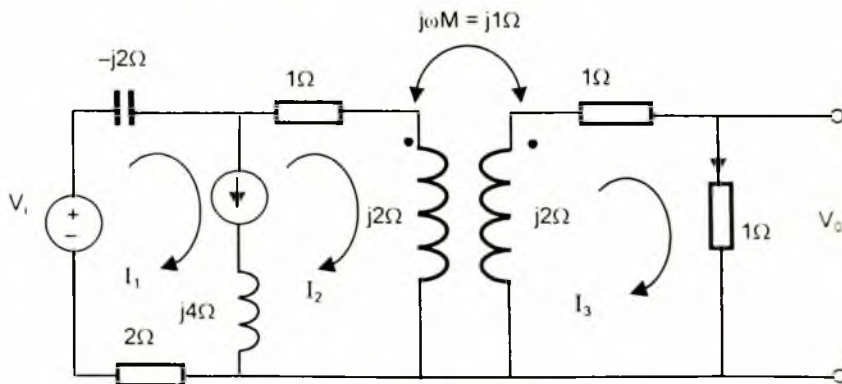
Hình B 4.30

- 4.31. Cho mạch điện như trong hình B 4.31. Tìm ma trận truyền của mạch điện đó và dòng điện qua tải I_0 như chỉ trên sơ đồ.



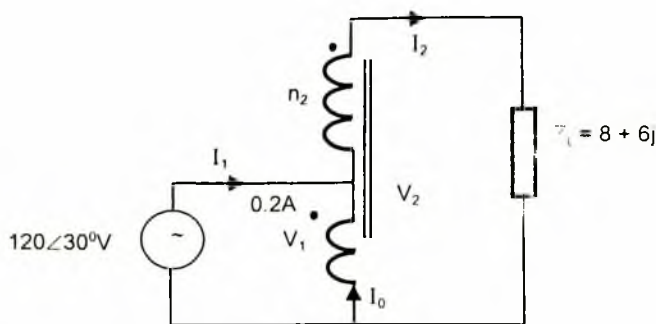
Hình B 4.31.

- 4.32. Tìm thế lối ra V_0 trong sơ đồ mạch điện cho trên hình B 4.32.



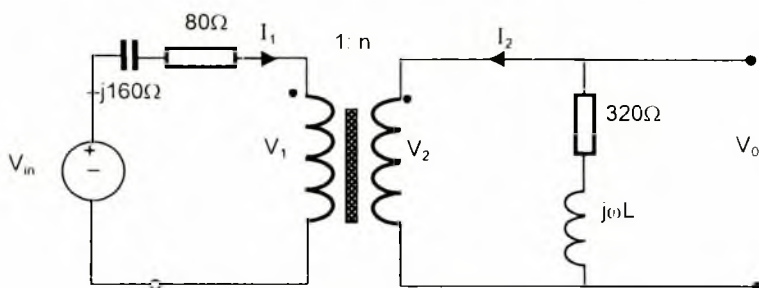
Hình B 4.32.

- 4.33. Tìm các dòng điện I_1 , I_2 và I_0 , và công suất toả ra trên tải của sơ đồ tự biến thế cho trong hình 4.33. Biết rằng thế lối vào: $V_m = 120\angle 30^\circ \text{ V}$, trở tải: $Z_L = 8 + 6j$. Số vòng của tự biến thế là: $n_1 = 120$ vòng $n_2 = 80$ vòng.



Hình B 4.33.

4.34. Tìm giá trị của cuộn cảm L trong sơ đồ mạch điện trong hình B 4.34 để công suất tỏa ra trên tải, tại tần số góc $\omega = 100000 \text{ rad/s}$ đạt giá trị cực đại.



Hình B 4.34.

TRẢ LỜI VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

4.1. a) Trường hợp này cả v_1 lẫn v_2 đều bằng không vì dòng điện là một chiều, không đổi. Cuộn cảm lý tưởng và liên kết hỗ cảm bằng không.

$$b) v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = 0 + 20 \cdot 10^{-3} \frac{d}{dt} (20 \sin 377t) = 150,8 \cos 377t (\text{mV})$$

$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = 50 \cdot 10^{-3} \frac{d}{dt} (20 \sin 377t) + 0 = 377 \cos 377t (\text{mV})$$

$$\begin{aligned} v_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = \\ &= 0,05(-15 \times 377 \sin 377t) + 0,02 \times 40 \times 377 \cos(377t + 60^\circ) (\text{mV}) \\ &= -282,75 \sin 377t + 301,6 \cos(377t + 60^\circ) (\text{mV}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = \\ &= 0,02(-15 \times 377 \sin 377t) + 0,05 \times 40 \times 377 \cos(377t + 60^\circ) (\text{mV}) \\ &= -113,1 \sin 377t + 754 \cos(377t + 60^\circ) (\text{mV}). \end{aligned}$$

$$4.2. \quad V_1 = (j\omega L_1)I_1 + (j\omega M)I_2$$

$$V_2 = (j\omega M)I_1 + (j\omega L_2)I_2$$

Từ đó suy ra $z_{11} = j\omega L_1$; $z_{12} = j\omega M$; $z_{21} = j\omega M$; $z_{22} = j\omega L_2$.

$$4.3. \quad z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = R_1$$

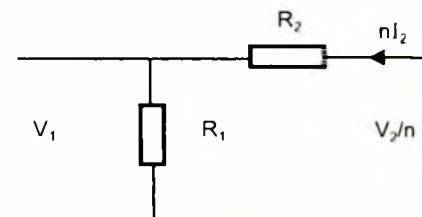
Cho $I_1 = 0$, ta sẽ thu được sơ đồ như trên hình BG 4.3. Khi đó $V_1 = nI_2R_1$ và

$$\frac{V_2}{n} = nI_2(R_1 + R_2)$$

do vậy
$$z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = nR_1$$

và
$$z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = n^2(R_1 + R_2)$$

$$\frac{V_2}{n} = I_1 R_1 \Rightarrow z_{21} = nR_1$$



Hình BG 4.3.

4.4. Biến thế là lý tưởng, nên: $V_2 = \frac{V_1}{2}$

$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{2} = \frac{V_1}{4};$$

$$I_2 = I_3 - \frac{V_2}{8} = \frac{V_1}{4} - \frac{V_1}{16} = \frac{3V_1}{16}$$

$$I_1 = -\frac{I_2}{2} = -\frac{3V_1}{32};$$

$$I_m = I_3 + I_1 = \frac{V_1}{4} - \frac{3V_1}{32} = \frac{5V_1}{32}$$

$$Z_m = \frac{V_1}{I_m} = \frac{32}{5} = 6,4\Omega$$

4.5. Vì biến thế là lý tưởng, nên sơ đồ mạch điện tương đương có dạng như trong hình BG 4.5.

Từ hình BG 4.5, ta tính được dòng điện I_1 :

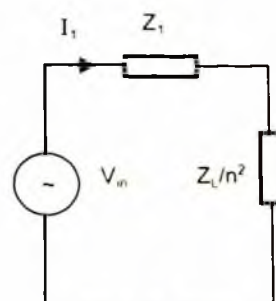
$$I_1 = \frac{V_m}{Z_1 + \frac{Z_{L_2}}{5^2}} = \frac{12\angle 0^\circ}{2 + j3 + \frac{100 - j75}{25}} = 2A$$

Vậy, ta tính được dòng điện I_2 :

$$I_2 = \frac{I_1}{5} = \frac{2}{5} = 0,4A$$

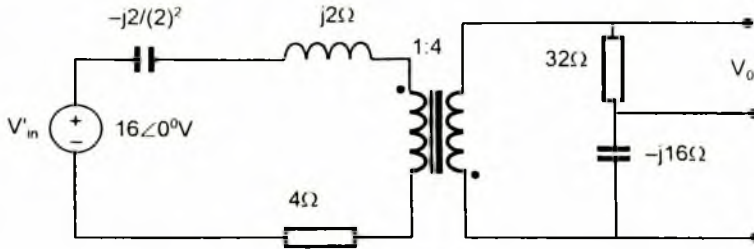
và:
$$Z_m = \frac{V_m}{I_1} = \frac{12\angle 0^\circ}{2} = 6\Omega$$

Thế lỗi ra: $V_0 = -Z_L I_2 = -40 + j30 = 50\angle 143,1^\circ V$

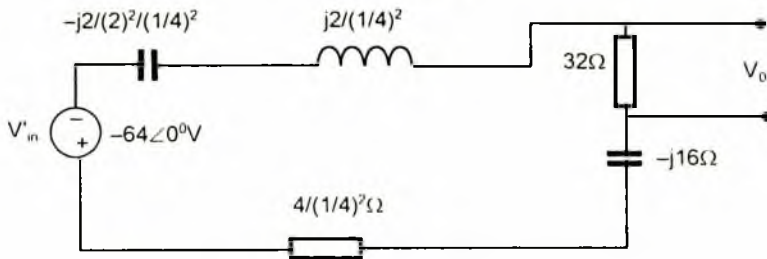


Hình BG 4.5.

- 4.6. Vì các biến thế là lý tưởng, nên sơ đồ trên được biến đổi thành các dạng như trên hình BG 4.6a và b.



Hình BG 4.6a

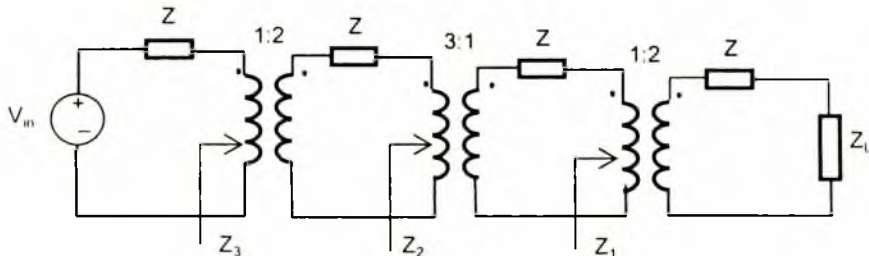


Hình BG 4.6b.

Từ hình BG 4.6b, ta tìm được thế lối ra:

$$V_0 = \frac{-64\angle 0^\circ}{-j8 + j32 + 32 - j16 + 64} \times 32 = \frac{-64\angle 0^\circ \times 32}{96 + j8} = 21.1862 - 1.7655i = 21.1862 - 1.7655i = 21,3\angle -4,8^\circ \text{ V}$$

- 4.7. Gọi trở kháng do các cuộn thứ cấp đưa vào lần lượt là Z_1 , Z_2 và Z_3 như trên sơ đồ hình BG 4.7.



Hình BG 4.7

Vì biến thế là lý tưởng nên, ta tìm được:

$$Z_1 = \frac{Z + Z_L}{4}$$

$$Z_2 = \frac{Z + Z_1}{1} = 9(Z + Z_1)$$

$$9$$

$$Z_3 = \frac{Z + Z_2}{4} = 0,25(Z + Z_2)$$

$$\begin{aligned} Z_{in} &= Z + Z_3 = Z + 0,25(Z + Z_2) = Z + 0,25Z + 2,25(Z + Z_1) \\ &= 3,5Z + 2,25Z_1 = 3,5Z + 2,25\left(\frac{Z + Z_L}{4}\right) = 4,0625Z + 0,5625Z_L \end{aligned}$$

- 4.8. Khi chưa mắc nguồn thế lối vào và ra, mạch điện được coi như một tứ cực; do vậy ta thu được hệ phương trình:

$$V_1 = (2 + 2j)I_1 + jI_2$$

$$V_2 = jI_1 + (4 + 2j)I_2$$

Từ đó tìm được:

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = \frac{2+2j}{j} = 2-2j$$

$$D = -\left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0} = \frac{4+2j}{j} = 2-4j$$

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = \frac{2+2j}{j} = -j$$

Khi cho $V_2 = 0$, ta tìm được :

$$I_1 = -(2-4j)I_2 \text{ và } V_1 = -[(2-4j)(2+2j)-j]I_2 = -(12-5j)I_2.$$

Từ đó suy ra $B = 12 - 5j$.

Khi nối với nguồn thế lối vào và lối ra, ta thu được:

$V_1 = 12\angle 0^\circ V$ và $V_2 = 12\angle 30^\circ V$; nên $I_0 = -I_2$; Do vậy ta thu được phương trình ma trận:

$$\begin{bmatrix} 2+2j & -j \\ j & -4-2j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12\angle 0^\circ \\ 6\angle 30^\circ \end{bmatrix}$$

Giải ra đối với $I_0 = 0,48\angle 157,6^\circ A$.

- 4.9. Khi chưa nối tắt mạch ngoài và với nguồn thế lối vào, sơ đồ là một tứ cực có phương trình:

$$V_1 = (2-2j)I_1 + (2+j)I_2$$

$$V_2 = (2+j)I_1 + (5+j)I_2$$

Từ đó tìm được ma trận trở kháng của tứ cực:

$$[Z] = \begin{bmatrix} 6-2j & 2+j \\ 2+j & 5+j \end{bmatrix}$$

Khi nối nguồn thế lối vào và nối tắt lối ra, ta có $V_1 = 24\angle 0^\circ V$; $V_2 = 0$ và $I_2 = -I_0$, nên ta có phương trình tứ cực dưới dạng ma trận là:

$$\begin{bmatrix} 6-2j & 2+j \\ 2+j & 5+j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ -I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24\angle 0^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

Giải ra tìm được $I_0 = 1,78\angle 42^\circ A$.

4.10. Khi $t > 0$, ta có các phương trình:

$$L \frac{di_1}{dt} + Ri_1 = E$$

Từ phương trình này ta tìm được dòng $i_1(t)$: gồm nghiệm thuần nhất và nghiệm riêng. Nghiệm thuần nhất có dạng

$$i_c(t) = I_0 e^{-(R/L)t}$$

I_0 là hằng số được xác định từ điều kiện ban đầu $t = 0$ thì $i = 0$;

Nghiệm riêng tìm được $i_p = \frac{E}{R}$.

Vậy ta tìm được $i_1(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$

Do đó thế lối ra $v_2 = -M \frac{di_1}{dt} = -M \frac{E}{L} e^{-\frac{R}{L}t}$

Với giá trị đã cho trên sơ đồ, ta tìm được

$$v_2 = -0,02 \frac{24}{0,05} e^{-\frac{5}{0,05}t} = -9,6 e^{-100t} \text{ (V)}$$

4.11. a) Trường hợp này sử dụng công thức:

$$\begin{aligned} W(t) &= \frac{1}{2} (L_1 i_1^2 + L_2 i_2^2) + M i_1 i_2 \\ &= 0,5 [0,05 \times (50 \cdot 10^{-3})^2 + 0,05 \times (25 \cdot 10^{-3})^2] + 0,02 \times 50 \cdot 10^{-3} \times 25 \cdot 10^{-3} \\ &= 103,125 \cdot 10^{-6} \text{ J} = 103,125 \mu\text{J}. \end{aligned}$$

b) $i_1 = 0$; $i_2(0) = \sin 377 \times 0 = 0$, nên $W(0) = 0$;

c) $W(0) = 0,5 [0,05 \times (4 \cdot 10^{-3})^2 + 0,05 \times (40 \sin 60^\circ \cdot 10^{-3})^2] + 0,02 \times 4 \cdot 10^{-3} \times 40 \sin 60^\circ \cdot 10^{-3}$
 $= 46 \cdot 10^{-6} \text{ J} = 46 \mu\text{J}.$

4.12. Khi $t > 0$, ta tìm được phương trình dưới dạng biến đổi Laplace:

$$(2p+1)I_1 - 2pI_2 = \frac{4}{p}$$

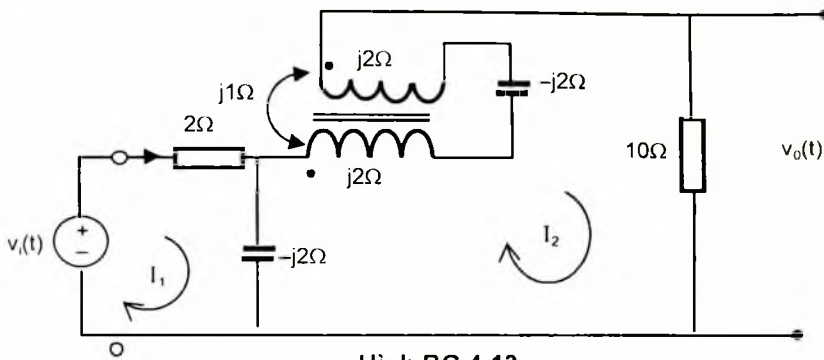
$$-pI_1 + (2p+2)I_2 = 0$$

Từ đó tìm được $I_2 = \frac{4/3}{p^2 + 4p + 2/3}$

Do vậy $V_o(p) = 1\Omega \cdot I_2 = \frac{4/3}{p^2 + 4p + 2/3} = \frac{1,15}{p + 0,42} - \frac{1,15}{p + 1,58}$

Lấy biến được $v_o(t) = 1,15 [e^{-0,42t} - e^{-1,58t}] u(t) \text{ V}$

4.13. Vẽ sơ đồ lại như trên hình BG 4.13.



Hình BG 4.13.

Áp dụng định luật Kirchhoff cho hai mắt mạng độc lập với hai dòng điện I_1 và I_2 như trong hình BG 4.13, ta được:

$$(2 - j2)I_1 - (-j2)I_2 = V_i$$

$$(-j2 + j2 - j2 + j2 - j1 + 10)I_2 - (-j2)I_1 = 0$$

$$V_o = 10I_2$$

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} 2 - j2 & j2 \\ j2 & 10 - j1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

Giải phương trình tìm I_1 và I_2 theo V_i , ta được:

$$I =$$

$$(1/4 + 9/44 * i) * V_i$$

$$(1/22 - 1/22 * i) * V_i$$

$$I_2 = \frac{1 - j}{22} V_i$$

$$\text{Thế lối ra: } V_o = 10I_2 = \frac{10}{22}(1 - j)V_i$$

Vậy hệ số khuếch đại thế:

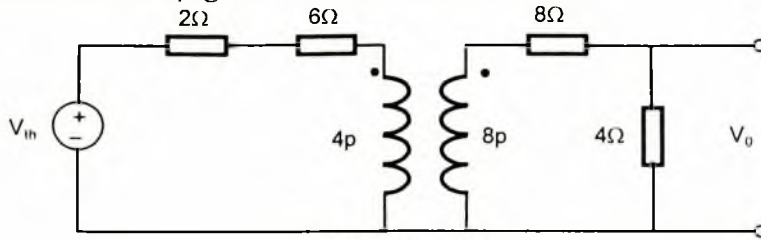
$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{10}{22}(1 - j) = \frac{5\sqrt{2}}{11} \angle -45^\circ$$

4.14. Sử dụng định lý Thevenin ta được:

$$V_{th} = \frac{10}{p} \left(\frac{2/p}{2/p + 2} \right) = \frac{10}{p(p+1)} V$$

$$z_{th} = 2 \left(\frac{2}{p} \right) / (2 + 2/p) = \frac{2}{p+1} \Omega$$

Khi đó sơ đồ có dạng như trên hình BG 4.14.



Hình BG 4.14.

Từ hình vẽ BG4.14, ta có:

$$\begin{aligned}(4p + 6 + z_{th})I_1 - 2pI_2 &= V_{th} \\ -2p I_1 + (8p + 12)I_2 &= 0\end{aligned}$$

Từ đó tìm được $I_1 = \frac{4p+6}{p} I_2$

và $V_{th} = [(4p + 6 + z_{th})(4p + 6) - 2p]I_2$

Giải ra tìm I_2 và sử dụng $V_o = 4I_2$ ta sẽ tìm được biến đổi Laplace của thế lối ra $v_o(t)$ là:

$$V_o(p) = \frac{20/7}{p^3 + \frac{31}{7}p^2 + \frac{46}{7}p + \frac{24}{7}}$$

Sử dụng *ilaplace*, ta tìm được:

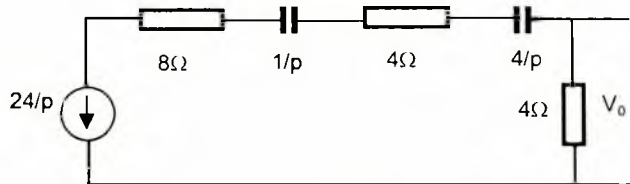
$$v_o(t) = \left[-\frac{10}{3} \cos\left(\frac{\sqrt{47}}{14}t\right) + \frac{110}{141} \sin\left(\frac{\sqrt{47}}{14}t\right) \right] e^{-\frac{17}{14}t} + \frac{10}{3} e^{-2t}$$

4.15. Dưới dạng toán tử Laplace, sơ đồ có dạng như trên hình BG 4.15.

Từ đó tìm được:

$$V_o = \frac{24}{p} \left(\frac{4}{8/p + 16} \right)$$

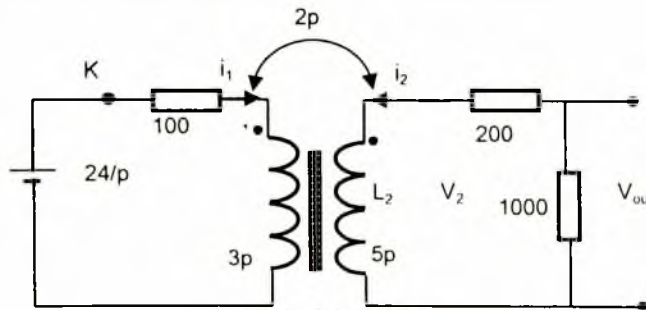
$$\Rightarrow V_o(p) = \frac{6}{p + 1/2}$$



Hình BG 4.15.

Vậy $v_o(t) = 6 \cdot e^{-1/2 \cdot t} \cdot u(t) V$

4.16. Tại thời điểm $t = 0$, khóa K đóng, phương trình trong mạch dưới dạng toán tử Laplace như trong hình BG 4.16a có dạng:



Hình BG 4.16a.

$$(3p + 100)I_1 - 3pI_2 = \frac{24}{p} - 2pI_1 + (5p + 1200)I_2 = 0$$

Giải hệ phương trình trên, tìm được I_2 :

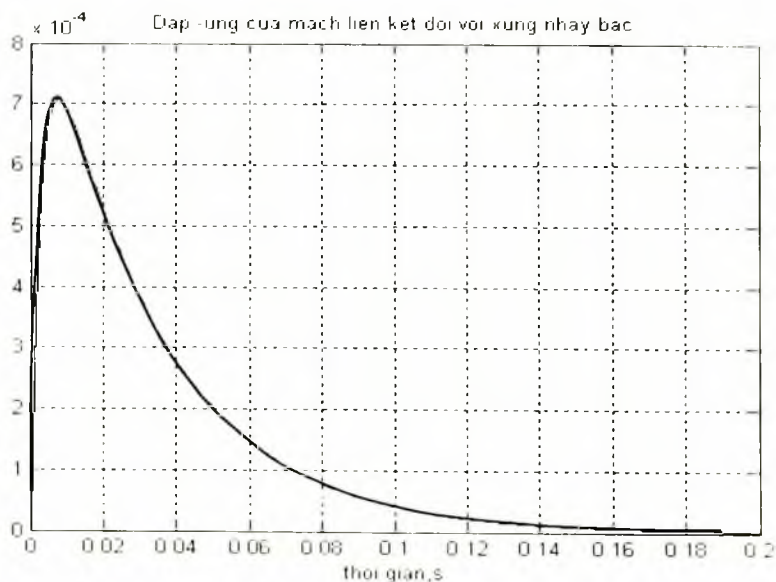
$$I_2 = \frac{\begin{bmatrix} 3p+100 & 24/p \\ -2p & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 3p+100 & -2p \\ -2 & 5p+1200 \end{bmatrix}} = \frac{48}{11P^2 + 4100P + 120000} =$$

$$= \frac{4,36}{P^2 + 372,73P + 10909,01}$$

Hay
$$I_2(P) = \frac{4,36}{(P + 340,71)(P + 32,02)} = \frac{0,01}{P + 32,02} - \frac{0,01}{P + 340,71}$$

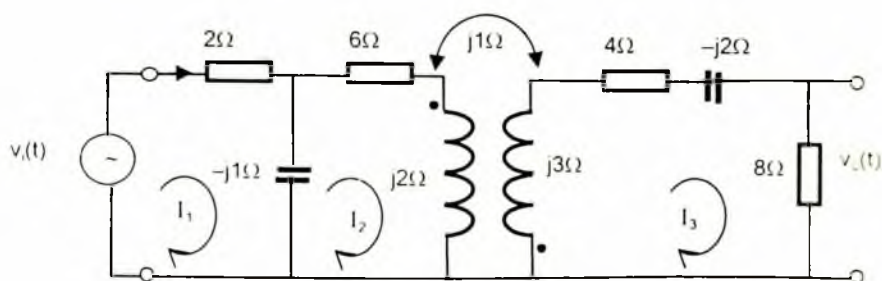
Từ đó tìm được $i_2(t) = 0,01(e^{-32,02t} - e^{-340,71t})$

Dòng I_2 này được mô tả trên đồ thị hình BG 4.16b.



Hình BG 4.16b.

4.17. Ta vẽ lại sơ đồ mạch điện như trên hình BG 4.17.



Hình BG 4.17.

Từ sơ đồ này, ta tìm được 3 phương trình liên hệ thế lối ra, hế lối vào và 3 dòng điện trong 3 mắt mạng, nhờ áp dụng định luật Kirchhoff:

$$\begin{aligned}(2 - j1)I_1 - j1I_2 &= 12\angle 0^\circ \\(j1)I_1 + (6 + j1)I_2 + (j1)I_3 &= 0 \\(j1)I_2 + (12 + j1)I_3 &= 0 \\V_0 &= 8I_3\end{aligned}$$

Vậy, để tìm thế lối ra phải xác định được I_2 ; muốn vậy phải giải hệ phương trình dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} 2 - j1 & -j1 & 0 \\ j1 & 6 + j1 & j1 \\ 0 & 12 + j1 & j1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dùng MATLAB giải hệ phương trình này, ta được:

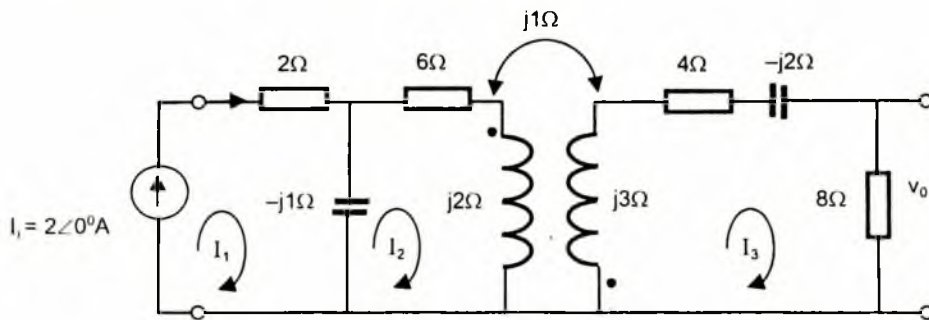
$$\begin{aligned}I &= \\4.5659 + 2.1073i \\-0.3512 + 0.7610i \\-8.7805 - 4.9756i\end{aligned}$$

Vậy: $I_3 = -8.7805 - 4.9756i = 10.1\angle 150.5^\circ \text{ A}$

Thế lối ra: $V_0 = 8I_3 = 8 \times 10.1\angle 150.5^\circ = 80.8\angle 150.5^\circ \text{ V}$

$$v_0(t) = 80,8\cos(377t + 150,5^\circ) \text{ V}$$

4.18. Đầu tiên vẽ lại sơ đồ như trên hình BG 4.18.



Hình BG 4.18.

Từ sơ đồ hình BG 4.18, ta thiết lập được 3 phương trình cho ba mắt mạng độc lập nhờ định luật Kirchhoff:

$$\begin{aligned}I_1 &= 2\angle 0^\circ \text{ A} \\(-j1)I_1 + (6 + j2 - j1)I_2 + (j1)I_3 &= 0 \\(j1)I_2 + (4 + 8 + j3 - j2)I_3 &= 0 \\V_0 &= 8I_3\end{aligned}$$

Để tìm I_3 , phải giải hệ phương trình:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -j & 6+j & j \\ 0 & j & 12+j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Giải ra ta được:

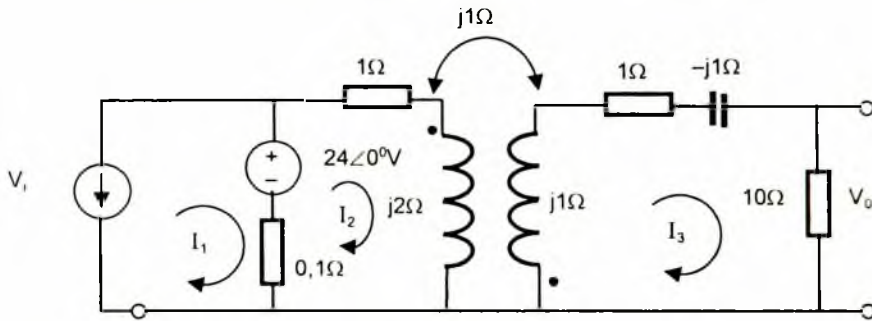
$$\begin{aligned} I &= \\ 2.0000 \\ 0.0523 + 0.3203i \\ 0.0261 - 0.0065i \end{aligned}$$

Như vậy: $I_3 = 0.0261 - 0.0065i = 0.03 \angle -14^\circ \text{ A}$

Thế lối ra: $V_0 = 8 \times 0.03 \angle -14^\circ = 0.3 \angle -14^\circ \text{ V}$

$$v_0(t) = 0.3 \sin(1000t - 14^\circ) \text{ V}$$

4.19. Đặt $z_1 = 1-j1$, thì sơ đồ mạch điện trên được vẽ lại như phương pháp biến đổi nguồn dòng i_1 thành nguồn thế V_1 như trên hình BG 4.19.



Hình BG 4.19.

Trong đó:

$$V_1 = I_1 \times z_1 = 12 \angle 45^\circ \times (1-j1) = 12 \angle 45^\circ \times \sqrt{2} \angle -45^\circ = 12\sqrt{2} = 16.9706 \text{ V}$$

Bây giờ ta áp dụng định luật Kirchhoff cho 3 mắt mạng độc lập, ta sẽ thu được 3 phương trình:

$$\begin{aligned} (1,1-j)I_1 - 0,1I_2 &= -12\sqrt{2} - 24 \angle 0^\circ \\ -0,1I_1 + (1,1+j2)I_2 + (j1)I_3 &= 24 \angle 0^\circ \\ (j1)I_2 + 11I_3 &= 0 \end{aligned}$$

Dùng MATLAB giải ra ta được:

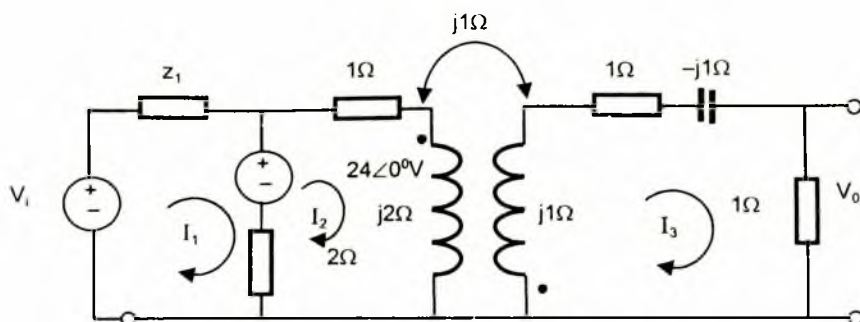
$$\begin{aligned} I &= \\ -19.7997 - 18.7762i \\ 4.1468 - 8.5408i \\ -0.7764 - 0.3770i \\ I_3 &= -0.7764 - 0.3770i = 0.86 \angle -154.1^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Vậy: $V_0 = (10)I_3 = 8.6 \angle -154.1^\circ \text{ V}$

$$v_0(t) = 8.6 \sin(377t + 45^\circ - 154.1^\circ) \text{ V}$$

$$v_0(t) = 8.6 \sin(377t + 109.1^\circ) \text{ V}$$

4.20. Đặt $z_1 = 1-j1$, thì sơ đồ mạch điện trên được vẽ lại nhờ phương pháp biến đổi nguồn dòng i_1 thành nguồn thế V_1 như trên hình BG 4.20.



Hình BG 4.20.

Trong đó:

$$V_1 = I_1 \times z_1 = 12\angle 0^\circ \times (1-j1) = 12\angle 0^\circ \times \sqrt{2}\angle -45^\circ = 12\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{ V}$$

Bây giờ ta áp dụng định luật Kirchhoff cho 3 mắt mạng độc lập, ta sẽ thu được 3 phương trình:

$$(3-j)I_1 - 2I_2 = -12\sqrt{2}\angle -45^\circ - 24\angle 0^\circ$$

$$-2I_1 + (3+j2)I_2 + (j1)I_3 = 24\angle 0^\circ$$

$$(j1)I_2 + 2I_3 = 0$$

Dùng MATLAB giải ra ta được:

$$\begin{aligned} I &= \\ &-12.9392 - 5.8345i \\ &-1.8408 - 2.2821i \\ &-1.1411 + 0.9204i \end{aligned}$$

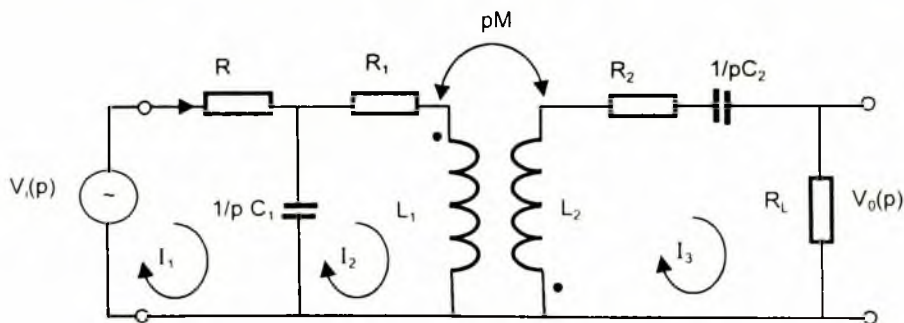
Vậy: $I_3 = -1.1411 + 0.9204i = 1.47\angle 141,1^\circ \text{ A}$

$$V_0 = (1)I_3 = 1.47\angle 141,1^\circ \text{ V}$$

$$v_0(t) = 1,47\sin(377t + 45^\circ + 141,1^\circ) \text{ V}$$

$$v_0(t) = 1,47\cos(377t + 186,1^\circ) \text{ V}$$

4.21. Trước tiên, ta vẽ sơ đồ dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 4.21a.



Hình BG 4.21a.

Từ sơ đồ hình BG 4.21a, áp dụng định luật Kirchhoff cho ba mắt mạng độc lập như trong sơ đồ, ta thu được 3 phương trình:

$$\begin{aligned}(R + \frac{1}{pC_1})I_1 - \frac{1}{pC_1}I_2 &= V_i \\ -\frac{1}{pC_1}I_1 + (R_1 + pL_1 + \frac{1}{pC_1})I_2 + pMI_3 &= 0 \\ pMI_2 + (R_2 + R_L + pL_2 + \frac{1}{pC_2})I_3 &= 0\end{aligned}$$

$$V_o(p) = R_L I_3$$

Như vậy, để tìm I_3 , ta phải giải phương trình ma trận sau:

$$\begin{bmatrix} R + \frac{1}{pC_1} & -\frac{1}{pC_1} & 0 \\ -\frac{1}{pC_1} & R_1 + pL_1 + \frac{1}{pC_1} & pM \\ 0 & pM & R_2 + R_L + pL_2 + \frac{1}{pC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dùng MATLAB giải ra ta tìm được dòng điện I_3 :

$$\begin{aligned}I_3 = & \frac{100000000000 M p V_i}{(10^{11} M^2 - 10001.10^3) p^3 - 1200009.10^4 p^2 + 100019.10^{11} p - 2.10^{21}} \\ & + 100000000000 p M\end{aligned}$$

Hay:

$$V_o(p) = R_L I_3 = \frac{10^{11} M p^2 V_i}{(10^4 M^2 - 1) p^4 + (10^{11} M^2 - 10001.10^3) p^3 - 1200009.10^4 p^2 + 100019.10^{11} p - 2.10^{21}}$$

Do đó thế lối ra tìm được là:

$$V_o(p) = R_L I_3 =$$

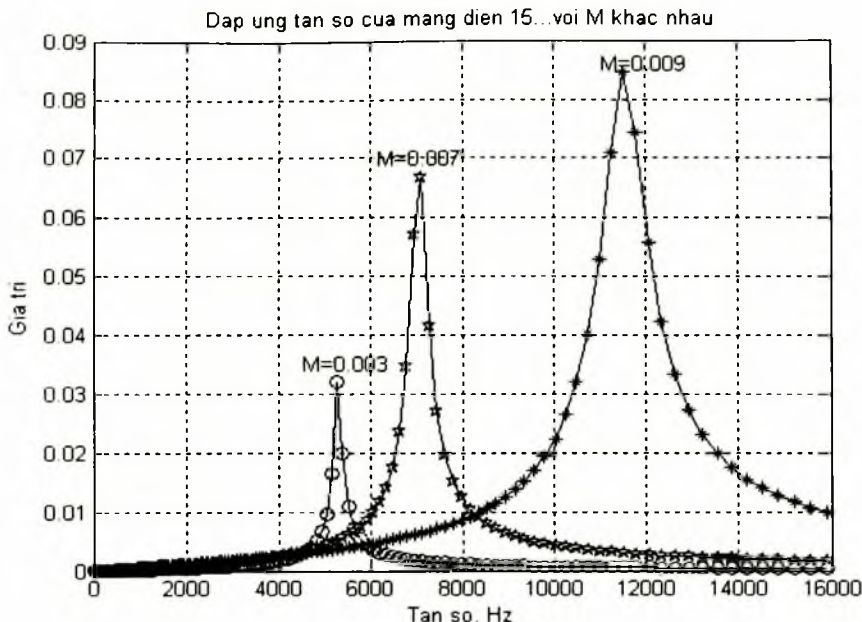
$$\frac{10^{11} M p^2 V_i}{(10^4 M^2 - 1) p^4 + (10^{11} M^2 - 10001.10^3) p^3 - 1200009.10^4 p^2 + 100019.10^{11} p - 2.10^{21}}$$

Từ đây tìm được hàm truyền:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} =$$

$$\frac{10^7 M p^2}{(M^2 - 10^{-4}) p^4 + (10^7 M^2 - 1000.1) p^3 - 1200009 p^2 + 100019.10^7 p - 2.10^{17}}$$

Hình BG 4.21b vẽ đáp ứng biên độ với ba giá trị khác nhau của M là 0,003; 0,005 và 0,009.



Hình BG 4.21b.

Các lệnh MATLAB dùng để tính và vẽ đáp ứng biên độ:

syms p M Vi w;

R=1;R1=1;R2=1;R3=1;RL=8;C1=1.0e-7;C2=1.0e-7;L1=0.01; L2=0.01;

$$Z = [R + 1/(p^*C1) - 1/(p^*C1) \ 0; -1/(p^*C1) \ R + p^*L + 1/(p^*C1) \ p^*M; 0 \ p^*M \\ R2 + RL + p^*L2 + 1/(p^*C2)];$$
$$V = [V_i; 0; 0]$$
$$I = \text{inv}(Z) * V;$$

I(3)

```
pretty(I(3))
```

$$M = [0.003 \ 0.007 \ 0.009]:$$

```
w=logspace(0,5,500);
```

```
f=w./(2*pi);
```

$$p = j^* w;$$
$$131=1000000000000*M(1)*p.^2./(-12000090000*p.^2-10001000*p.^3-100019000000000000*p-p.^4-2000000000000000000+10000*p.^4*M(1).^2+1000000000000*p.^3.*M(1).^2);$$
$$I_{32} = 100000000000 * M(2) * p.^2 ./ (-12000090000 * p.^2 - 10001000 * p.^3 - 100019000000000000 * p - p.^4 - 20000000000000000000 + 10000 * p.^4 * M(2).^2 + 1000000000000 * p.^3 * M(2).^2);$$
$$I_{33} = 1000000000000 * M(3) * p.^2./(-12000090000 * p.^2 - 10001000 * p.^3 -$$

Ta sử dụng MATLAB để giải phương trình này nhờ đoạn lệnh sau:

$$Z=[6-j*2 \ 2+j; 2+j \ 15+j];$$

$$V=[24;0];$$

$$I=\text{inv}(Z)*V$$

Kết quả MATLAB cho:

$$I =$$

$$3.6034 + 1.4033i$$

$$-0.4136 - 0.3998i$$

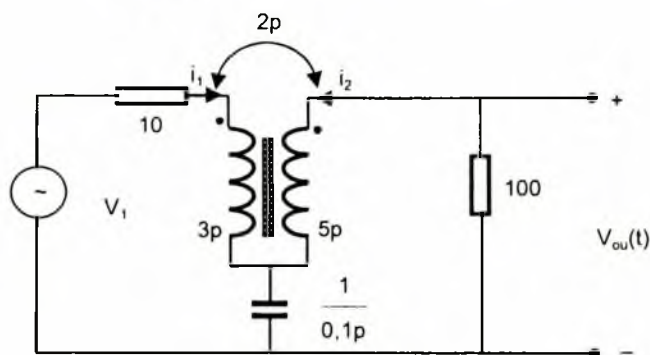
Từ đó tìm được:

$$I_2 = -0.4136 - 0.3998i$$

$$I_0 = -I_2 = 0.4136 + 0.3998i = 0.58 \angle 44.03^\circ \text{ A}$$

Thế lối ra: $V_0 = R_L I_0 = 10 \times 0.58 \angle 44.03^\circ = 5,8 \angle 44.03^\circ \text{ V}$

4.25.



Hình BG 4.25a.

Ta viết phương trình Kirchhoff cho hai mắt mạng dưới dạng biến đổi Laplace trên hình BG 4.25a:

$$(3p + 10 + \frac{1}{0,1p})I_1(p) - (2p + \frac{1}{0,1p})I_2(p) = V_m$$

$$-(2p + \frac{1}{0,1p})I_1(p) + (5p + 100 + \frac{1}{0,1p})I_2(p) = 0$$

Từ hệ hai phương trình này, giải tìm $I_2(p)$

$$I_2(p) = \frac{\begin{bmatrix} 3p + 10 + \frac{1}{0,1p} & V_m \\ -(2p + \frac{1}{0,1p}) & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 3p + 10 + \frac{1}{0,1p} & -(2p + \frac{1}{0,1p}) \\ -(2p + \frac{1}{0,1p}) & 5p + 100 + \frac{1}{0,1p} \end{bmatrix}}$$

$$I_2(p) = \frac{(2p + 10/p)V_{in}}{11p^2 + 350p + 1040 + 1100/p} = \frac{(2p^2 + 10)V_{in}}{11p^3 + 350p^2 + 1040p + 1100}$$

$$I_2(p) = \frac{(0,81p^2 + 0,91)V_{in}}{p^3 + 31,82p^2 + 94,55p + 100}$$

Thế lối ra lấy trên tải 100Ω , nên tìm được:

$$\begin{aligned} V_{ou}(p) &= 100I_2(p) = \\ &= \frac{100 \times (0,81p^2 + 0,91)V_{in}}{p^3 + 31,82p^2 + 94,55p + 100} = \frac{(81p^2 + 91)V_{in}}{p^3 + 31,82p^2 + 94,55p + 100} \end{aligned}$$

Từ đây ta tìm được hàm truyền của mạch liên kết:

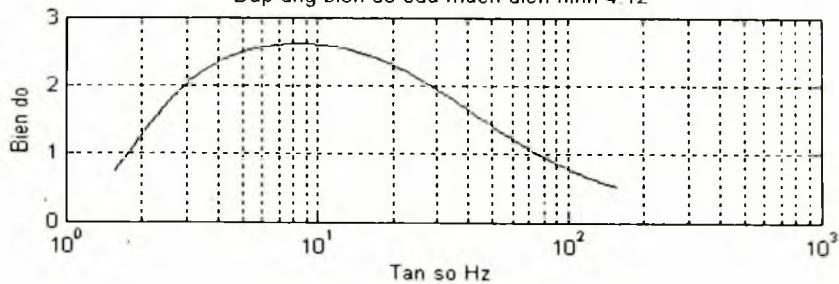
$$H(p) = \frac{V_{ou}}{V_{in}} = \frac{(81p^2 + 91)}{p^3 + 31,82p^2 + 94,55p + 100}$$

Mạch liên kết này có đáp ứng biên độ và đáp ứng pha cho trên hình BG 4.25b.

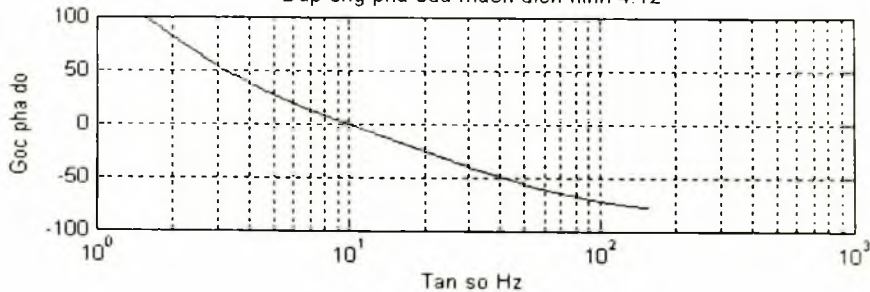
Từ hàm truyền tìm được đáp ứng tần số:

$$H(j\omega) = \frac{(-81\omega^2 + 91)}{-j\omega^3 - 31,82\omega^2 + j94,55\omega + 100}$$

Đáp ứng biên độ của mạch điện hình 4.12



Đáp ứng pha của mạch điện hình 4.12



Hình BG 4.25b.

$$V_{in} = 170\sin 377t = 170\angle 0^\circ$$

Do đó:
$$V_{ou} = \frac{(-81(377)^2 + 91)}{-j(377)^3 - 31,82(377)^2 + j94,55(377) + 100} 170\angle 0^\circ$$

$$V_{ou} = \frac{-4,35 \cdot 10^8 \angle 0^\circ}{-4,52 \cdot 10^6 - j5,36 \cdot 10^7} = \frac{43,5 \angle 180^\circ}{5,38 \angle -94,82^\circ} =$$

$$= 8,09 \angle 274,82^\circ = 8,09 \angle -85,18^\circ$$

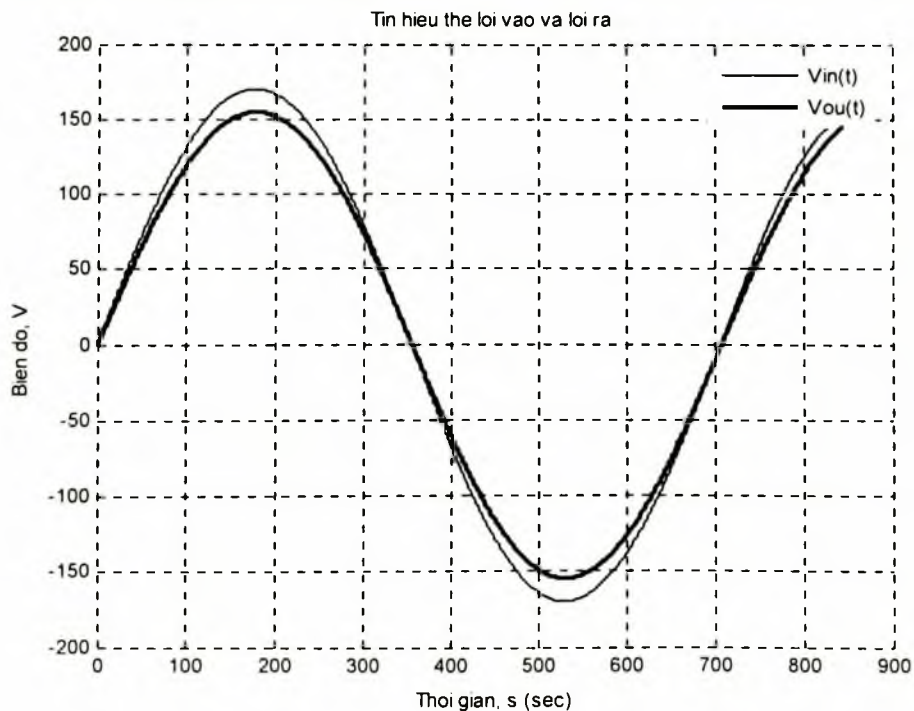
Như vậy: $v_{ou}(t) = 8,09 \sin(377t - 85,18)$ (V)

Kết quả này cho thấy thế lối ra có giá trị nhỏ hơn thế lối vào. Điều đó có nghĩa là liên kết biến thế là hạ thế.

Các kết quả trên có thể tìm được nhờ MATLAB với đoạn chương trình sau:

```
num=[0 81 0 91];
den=[1 31.82 94.55 100];
t=0: 0.1: 845;
Vin=170*sin(377*t);
lsim(num,den,Vin,t);
grid
title('Tin hieu the loi vao va loi ra ')
ylabel('Bien do, V')
xlabel('Thoi gian, s')
legend('Vin(t)','Vou(t)')
```

Kết quả chạy đoạn chương trình này được thể hiện trên hình BG 4.25c.



Hình BG 4.25c.

4.26. Thiết lập phương trình Kirchhoff cho hai mắt mạng trong mạch, ta được:

$$(j\omega L_1 + r)I_1 - j\omega M I_2 = V_{in}$$

và
$$-j\omega M I_1 + (j\omega L_2 + Z_L)I_2 = 0$$

Loại I_2 và giải V_{in} theo I_1 , ta tìm được trở kháng lối vào của mạch liên kết này là:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_1} = j\omega L_1 + r + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z_L}$$

Thay số vào ta được:

$$Z_{in} = 2 + j75,4 + \frac{142129 \times 0,01}{j113,1 + 10 - j20} = 3,62 + j60,31 = 60,42 \angle 86,56^\circ (\Omega)$$

Dòng điện trong mạch sơ cấp:

$$I_1 = \frac{V_{in}}{Z_{in}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{60,42 \angle 86,56^\circ} = 1,98 \angle -86,56^\circ \text{ (A)}$$

Từ phương trình Kirchhoff thứ hai ta tìm được dòng I_2 :

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{j\omega M}{j\omega L_2 + Z_L} I_1 = \frac{j37,7}{j113,1 + 10 - j20} 1,98 \angle -86,56^\circ \text{ (A)} = \\ &= 0,8 \angle 80,83^\circ \text{ (A)} \end{aligned}$$

Thế lối ra bằng thế:

$$\begin{aligned} V_2 &= Z_L I_2 = (10 - j20) \times 0,8 \angle -80,83^\circ = 22,36 \angle -63,43^\circ \times 0,8 \angle -80,83^\circ = \\ &= 17,890,8 \angle -144,26^\circ \text{ (V)} \end{aligned}$$

4.27.
$$\begin{aligned} 2I_1 - 2jI_2 &= 0 \\ -2jI_1 + jI_2 + jI_3 &= 0 \\ I_3 &= -4 \angle 0^\circ \text{ A.} \end{aligned}$$

Dưới dạng ma trận:

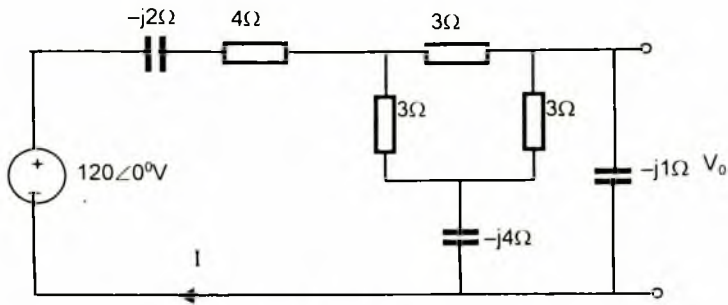
$$\begin{bmatrix} 2 & -2j & 0 \\ -2j & j & j \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Giải ra theo:

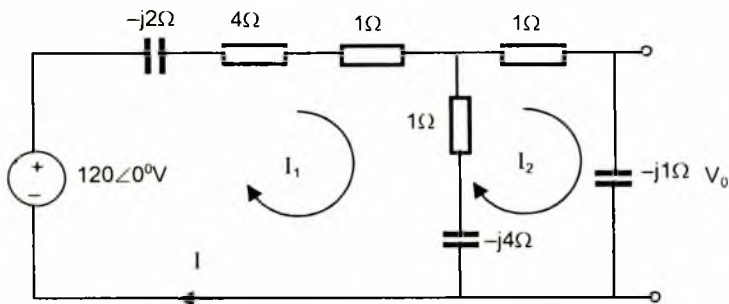
$$I_2 = 0,8 + 1,6j; I_3 = -4;$$

$$V_0 = -j(I_2 - I_3) = 5,06 \angle -71,6^\circ \text{ V.}$$

4.28. Vì biến thế là lý tưởng, nên sơ đồ mạch điện tương đương như trên hình BG 4.28a.



Hình BG 4.28a



Hình BG 4.28b

Từ sơ đồ hình BG 4.28b, ta tìm được 2 phương trình cho hai mắt mạng độc lập nhờ định luật Kirchhoff là:

$$(6 - j3)I_1 - (1 - j1)I_2 = 120\angle 0^\circ$$

$$-(1 - j1)I_1 + (2 - j2)I_2 = 0$$

Dùng MATLAB giải ra, ta được:

$$I =$$

$$18.0822 + 8.2192i$$

$$9.0411 + 4.1096i$$

Như vậy, ta tìm được:

$$I = I_1 = 18.0822 + 8.2192i = 19.8625\angle 24.444^\circ \text{ A}$$

4.29. Vì liên kết chặt, nên phương trình Kirchhoff cho hai mắt mạng là:

$$V_m = [R_1 + j(\omega L_1 - \frac{1}{C_1 \omega})] I_1 + j\omega M I_2$$

$$0 = [R_2 + j(\omega L_2 - \frac{1}{C_2 \omega})] I_2 + j\omega M I_1$$

Đặt: $Z_1 = R_1 + jX_1$; với $X_1 = (\omega L_1 - \frac{1}{C_1 \omega})$

và $Z_2 = R_2 + jX_2$; với $X_2 = (\omega L_2 - \frac{1}{C_2 \omega})$

Khi đó hai phương trình trên được viết dưới dạng:

$$V_{in} = Z_1 I_1 + j\omega M I_2$$

$$0 = [Z_2 I_2 + j\omega M I_1]$$

Từ đó tìm được dòng I_2 :

$$I_2 = \frac{-j\omega M}{(R_1 + jX_1)(R_2 + jX_2) + M^2 \omega^2} V_{in}$$

Hoặc dưới dạng ma trận lai thu được:

$$H = \frac{I_2}{V_{in}} = \frac{-j\omega M}{(R_1 + jX_1)(R_2 + jX_2) + M^2 \omega^2}$$

Hay dưới dạng toán tử Laplace:

$$H(p) = \frac{I_2(p)}{V_{in}(p)} = \frac{-Mp}{(R_1 + L_1 p + \frac{1}{C_1 p})(R_2 + L_2 p + \frac{1}{C_2 p}) - M^2 p^2}$$

Đây chính là hàm truyền của một mạch liên kết phối hợp cảm ứng.

Để vẽ các đáp ứng biên độ và pha của mạch liên kết này, chúng ta viết hàm truyền dưới dạng:

$$\begin{aligned} H(p) &= \frac{-MC_1 C_2 p^3}{(C_1 L_1 p^2 + R_1 C_1 p + 1)(C_2 L_2 p^2 + R_2 C_2 p + 1) - C_1 C_2 M^2 p^4} \\ &= -\frac{k}{\sqrt{L_1 L_2}} \frac{p^3}{(p^2 + 2m_1 \omega_1 p + \omega_1^2)(p^2 + 2m_2 \omega_2 p + \omega_2^2) - k^2 p^4} \end{aligned}$$

Với $m_1 = \frac{1}{2Q_1}$ và $m_2 = \frac{1}{2Q_2}$; $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$ là hệ số liên kết

Hình BG 4.29 vẽ giản đồ Bode hai mạch cộng hưởng giống hệt nhau, liên kết với nhau bằng cảm ứng với ba trường hợp khác nhau: liên kết yếu, liên kết tới hạn và liên kết mạnh. Chương trình MATLAB sau đây thực hiện chức năng này.

Với:

```

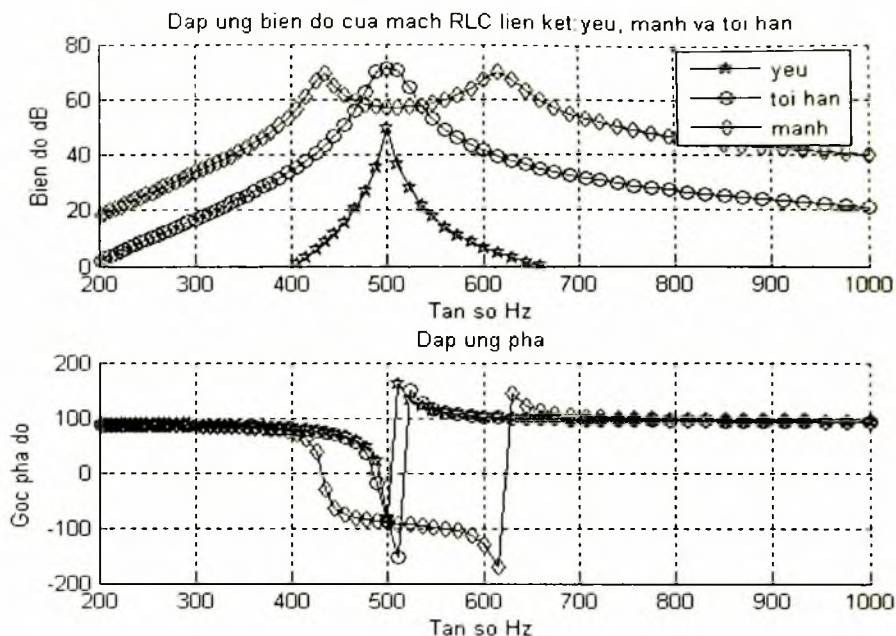
omega_1 = 500;
omega_2 = 500;
L1 = 2*10^-3;
L2 = 2*10^-3;
m1 = 0.02;
m2 = 0.02;
k1 = 2*10^-3
k2 = 0.1;
k3 = 0.345;
w1=500;
w2=500;
L1=2*10^-3;
L2=2*10^-3;
```

```

m1=0.02;
m2=0.02;
k1=10^-3
k2=0.0535;
k3=0.345;
num1=[0 -k1/(L1*L2)^1/2 0 0 0];
den1=[1-k1^2 2*m1*w1+2*m2*w2 w1^2+w2^2+2*m1*m2*w1*w2
2*m1*w1*w2^2+2*m2*w1*w2^2 w1^2*w2^2];
num2=[0 -k2/(L1*L2)^1/2 0 0 0];
den2=[1-k2^2 2*m1*w1+2*m2*w2 w1^2+w2^2+2*m1*m2*w1*w2
2*m1*w1*w2^2+2*m2*w1*w2^2 w1^2*w2^2];
num3=[0 -k3/(L1*L2)^1/2 0 0 0];
den3=[1-k3^2 2*m1*w1+2*m2*w2 w1^2+w2^2+2*m1*m2*w1*w2
2*m1*w1*w2^2+2*m2*w1*w2^2 w1^2*w2^2];
hold on
w=logspace(2,4,200);
subplot(211)
hold on
f=w/2*pi;
h1=freqs(num1,den1,f);
h2=freqs(num2,den2,f);
h3=freqs(num3,den3,f);
semilogx(f,20*log10(abs(h1)), 'b-p')
semilogx(f,20*log10(abs(h2)), 'g-o')
semilogx(f,20*log10(abs(h3)), 'r-d')
axis([200 10^3 0 80]);
Legend('yeu','toi han','manh')
grid
title('Dap ung bien do cua mach RLC lien ket: yeu, manh va toi han')
ylabel('Bien do dB')
xlabel('Tan so Hz')
subplot(212)
hold on
p1=angle(h1)*180/pi;
p2=angle(h2)*180/pi;
p3=angle(h3)*180/pi;
semilogx(f,p1,'b-p')
semilogx(f,p2,'g-o')
semilogx(f,p3,'r-d')
axis([200 10^3 -200 200]);
title('Dap ung pha')
ylabel('Goc pha do')
xlabel('Tan so Hz')
grid

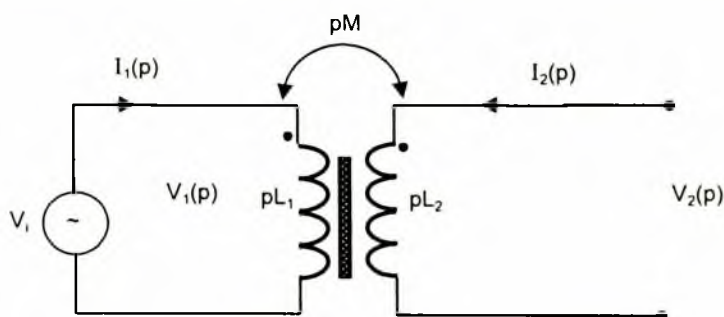
```

Kết quả chạy chương trình cho trên hình BG 4.29.



Hình B 4.29.

4.30. Đầu tiên, ta vẽ sơ đồ dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 4.30.



Hình BG 4.30.

Từ sơ đồ hình BG 4.30, ta thu được các phương trình:

$$V_1 = pL_1 I_1 + pM I_2 \quad (1)$$

$$V_2 = pL_2 I_2 + pM I_1 \quad (2)$$

Từ hệ phương trình này, ta tìm được các thành phần của ma trận truyền là:

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = \frac{L_1}{M}; \quad C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = \frac{1}{pM};$$

$$D = \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{V_2=0} = \frac{L_2}{M}; \quad B = \left. \frac{V_1}{-I_2} \right|_{V_2=0};$$

Khi $V = 0$, thì từ phương trình (2), ta tìm được:

$$I_1 = -\frac{L_2}{M} I_2 \quad (3)$$

Thay (3) vào (1), ta được:

$$V_1 = -pL_1 \frac{L_2}{M} I_2 + pMI_2 \Rightarrow B = \frac{V_1}{-I_2} \bigg|_{V_2=0} = p\left(\frac{L_1 L_2}{M} - M\right)$$

Do vậy, mối liên hệ giữa I_1 , I_2 , V_1 , V_2 của mạch điện nói trên được biểu thị dưới dạng ma trận truyền như sau:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_1}{M} & p\left(\frac{L_1 L_2 - M^2}{M}\right) \\ \frac{1}{pM} & \frac{L_2}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

4.31. Phương trình Kirchhoff cho hai mắt mạng:

$$V_1 = (R_1 + j\omega L_1)I_1 + j\omega MI_2$$

$$V_2 = j\omega MI_1 + (R_2 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C})I_2$$

Thay các giá trị như đã chỉ trên sơ đồ ta được:

$$V_1 = (2 + j2)I_1 + jI_2$$

$$V_2 = jI_1 + (4 + j2)I_2$$

Từ đây ta tìm được các thành phần của ma trận truyền T là:

$$A = \frac{V_1}{V_2} \bigg|_{I_2=0} = \frac{2 + j2}{j} = 2 - j2;$$

$$D = -\frac{I_1}{I_2} \bigg|_{V_1=0} = \frac{4 + j2}{j} = 2 - j4$$

$$C = \frac{I_1}{V_2} \bigg|_{I_2=0} = -j;$$

$$B = -\frac{V_1}{I_2} \bigg|_{V_2=0} = \frac{[-(2 + j2)(2 - j4) - j]I_2}{I_2} = 12 - j5$$

Như vậy, ta thu được phương trình truyền dẫn:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

Trong đó các hệ số ABCD đã tìm được ở trên, $V_2 = 6\angle 30^\circ$, $V_1 = 12\angle 0^\circ$ và $I_2 = -I_0$, nên:

$$\begin{bmatrix} 12\angle 0^\circ \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + j2 & 12 - j5 \\ j & -4 - j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6\angle 30^\circ \\ -I_0 \end{bmatrix}$$

Từ đó tìm được I_0

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{12\angle 0^\circ - (2 - j2)6\angle 30^\circ}{12 - j5} = \frac{12\angle 0^\circ - 2\sqrt{2}\angle -45^\circ \times 6\angle 30^\circ}{13\angle -22,62^\circ} = \\ &= \frac{12\angle 0^\circ - 12\sqrt{2}\angle -15^\circ}{13\angle -22,62^\circ} = \\ &= \frac{12 - 12\sqrt{2}[\cos(15) - j\sin(15)]}{13\angle -22,62^\circ} = \frac{-4,4 + j4,4}{13\angle -22,62^\circ} = 0,48\angle 157,6^\circ \text{ (A)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4.32. \quad (2+2j)I_1 - 4jI_2 &= 12\angle 0^\circ - 24\angle 30^\circ \\ -4jI_1 + (1+6j)I_2 - jI_3 &= 24\angle 30^\circ \\ -jI_2 + (2+2j)I_3 &= 0. \end{aligned}$$

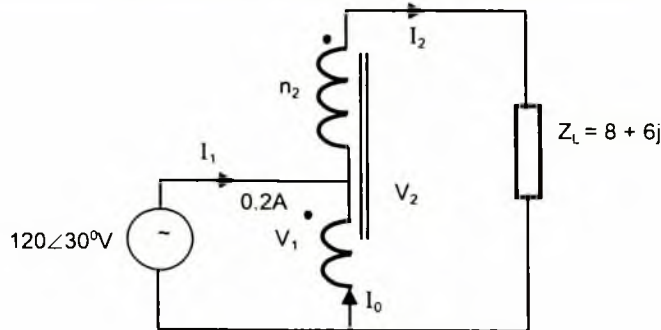
Dưới dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} 2+2j & -4j & 0 \\ -4j & 1+6j & -j \\ 0 & -j & 2+2j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,78 - 12j \\ 20,8 + 12j \\ 0 \end{bmatrix}$$

Giải ra theo $I_3 = 1,63\angle 6,49^\circ \text{ A}$.

Vậy $V_0 = 1\Omega \cdot I_3 = 1,63\angle 6,49^\circ \text{ V}$.

4.33. Tự biến thế có sơ đồ tương đương như trên hình BG 4.33.



Hình BG 4.33.

Từ hình vẽ tìm được:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_1 + n_2} = \frac{80}{120 + 80} = \frac{2}{5}$$

Do vậy $V_2 = (5/2)V_1 = 300\angle 30^\circ \text{ V}$.

Từ đó tính được:

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_L} = \frac{300\angle 30^\circ}{8 + 6j} = 30\angle -6,87^\circ \text{ A}$$

Mặt khác:
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_1 + n_2}{n_1} = \frac{200}{80} = \frac{5}{2}$$

nên: $I_1 = (5/2)I_2 = 75\angle -6,78^\circ \text{A}$

Dòng $I_0 = I_1 - I_2 = 75\angle -6,78^\circ \text{A} - 30\angle -6,78^\circ \text{A} = 45\angle 173,13^\circ \text{A}$

b) Công suất toả ra trên tải:

$$P_L = V_2 I_2 = |I_2|^2 Z_L = (30)^2 (10\angle 36,87^\circ) = 9000\angle 36,87^\circ \text{W}.$$

4.34. Để công suất thu được trên tải đạt giá trị cực đại, thì trở kháng nối vào của mạch điện phải bằng trở kháng tải; nghĩa là trở kháng nối vào của mạch điện:

$$Z_{in} = 80 - j160 = \left(\frac{320 + j\omega L}{n^2} \right)^*$$

Từ đây, ta tìm được hai phương trình:

$$\frac{320}{n^2} = 80 \Rightarrow n^2 = \frac{320}{80} = 4 \Rightarrow n = 2$$

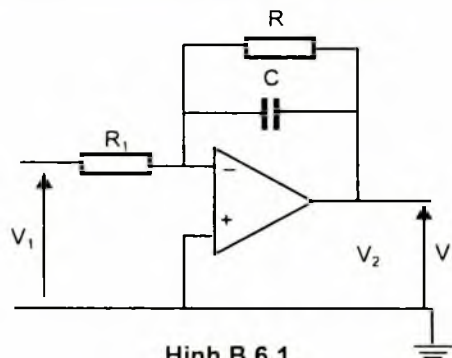
$$\frac{\omega L}{n^2} = 160 \text{k}\Omega \Rightarrow L = \frac{160 \cdot 10^3 \times n^2}{10^5} = 6,4 \text{H}$$

Chương 6

CÁC LOẠI MẠCH LỌC TÍCH CỰC

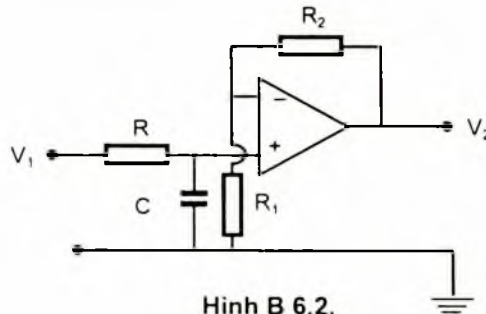
ĐỀ BÀI

- 6.1. Tìm hàm truyền của mạch lọc tích cực có sơ đồ cho trên hình B 6.1. Vẽ đáp ứng tần số của mạch lọc này với $R = 20\text{k}\Omega$; $R_1 = 10\text{k}\Omega$ và với 3 giá trị khác nhau của $C = 0,1\mu\text{F}$; $0,47\mu\text{F}$ và $1\mu\text{F}$.



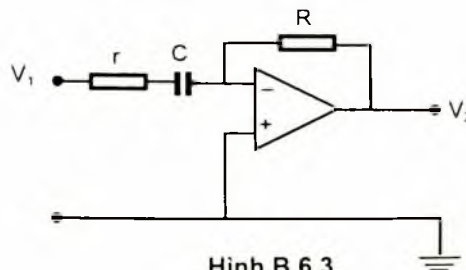
Hình B 6.1

- 6.2. Tìm và vẽ đáp ứng tần số của mạch lọc tích cực có sơ đồ cho trên hình B 6.2.



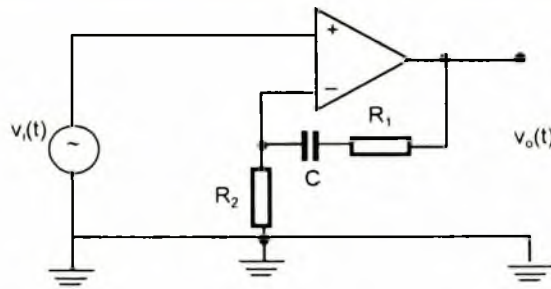
Hình B 6.2.

- 6.3. Tìm hàm truyền của mạch lọc tích cực có sơ đồ cho trên hình B 6.3. Vẽ đáp ứng biên độ với $r = 10\text{k}\Omega$; $R = 20\text{k}\Omega$ và 3 giá trị khác nhau của tụ C : $C = 0,1\mu\text{F}$; $0,47\mu\text{F}$ và $1\mu\text{F}$.



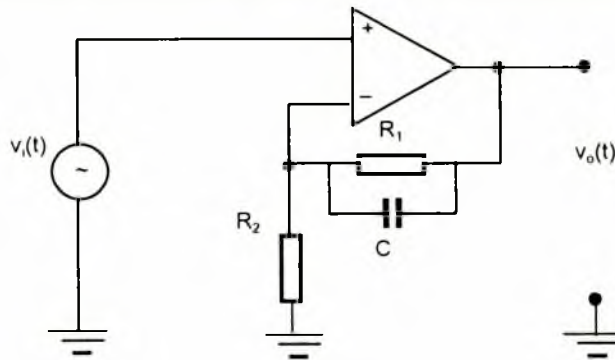
Hình B 6.3.

6.4. Tìm hàm truyền của mạch điện có sơ đồ cho trong hình B 6.1.



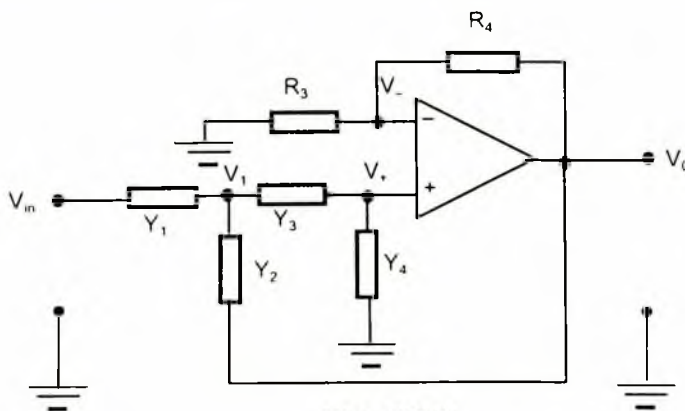
Hình B 6.4.

6.5. Tìm hàm truyền của mạch điện có sơ đồ cho trong hình B 6.5.



Hình B 6.5.

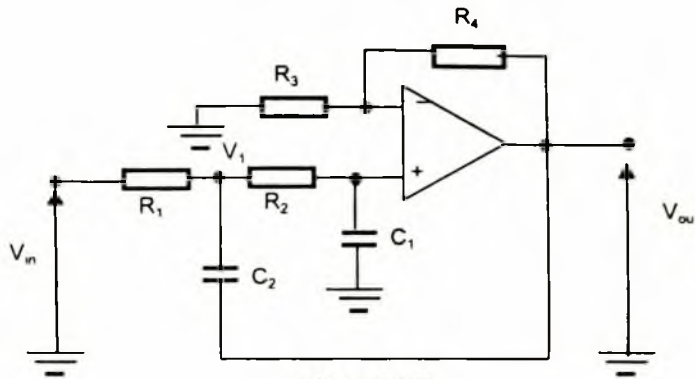
6.6. Tìm hàm truyền của mạch lọc có sơ đồ cho trên hình B 6.6.



Hình B 6.6.

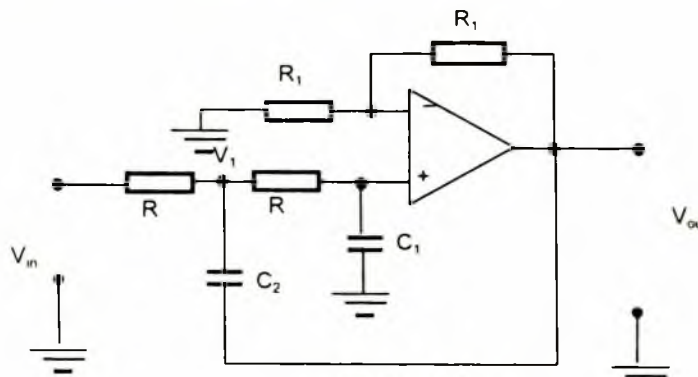
6.7. Tìm và hàm truyền của mạch lọc tích cực có sơ đồ cho trên hình B 6.7. Viết chương trình MATLAB vẽ đáp ứng biên độ và pha của mạch lọc đó với 3 giá trị khác nhau của tụ $C_2 = 0,01\mu\text{F}$; $0,047\mu\text{F}$ và $0,2\mu\text{F}$ và với:

$R_1 = 11,3\text{k}\Omega$; $R_2 = 22,6\text{k}\Omega$; $R_3 = 68,1\text{k}\Omega$; $C_1 = 0,01\mu\text{F}$.



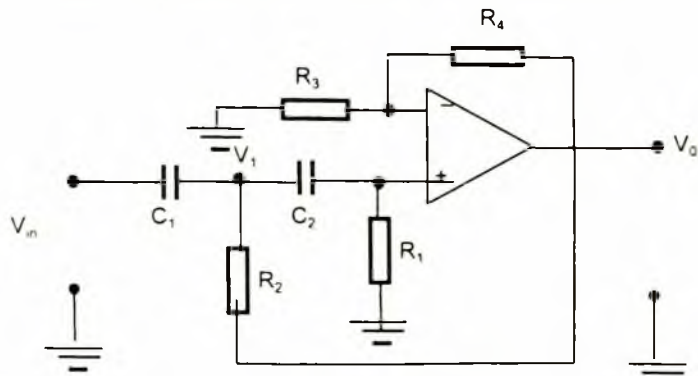
Hình B 6.7.

- 6.8. Tìm và hàm truyền của mạch lọc tích cực có sơ đồ cho trên hình B 6.8. Viết chương trình MATLAB vẽ đáp ứng biên độ và pha của mạch lọc đó với 3 giá trị khác nhau của $C_2 = 0,01\mu\text{F}$; $0,047\mu\text{F}$ và $0,1\mu\text{F}$; và với: $R = 22,6\text{k}\Omega$; $R_1 = 68,1\text{k}\Omega$; $C_1 = 0,01\mu\text{F}$.
 Tìm tần số cắt và hệ số suy giảm của mạch lọc.



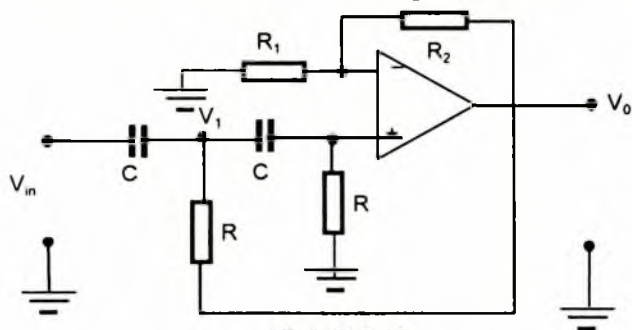
Hình B 6.8.

- 6.9. Tìm hàm truyền và đáp ứng tần số của mạch lọc tích cực có sơ đồ cho trong hình B 6.9. Vẽ đáp ứng biên độ và đáp ứng pha với 3 giá trị khác nhau của $R_2 = 11,3\text{k}\Omega$; $22,6\text{k}\Omega$ và 113Ω với: $R_1 = 11,3\text{k}\Omega$; $R_3 = R_4 = 68,1\text{k}\Omega$; $C_1 = C_2 = 0,01\mu\text{F}$.



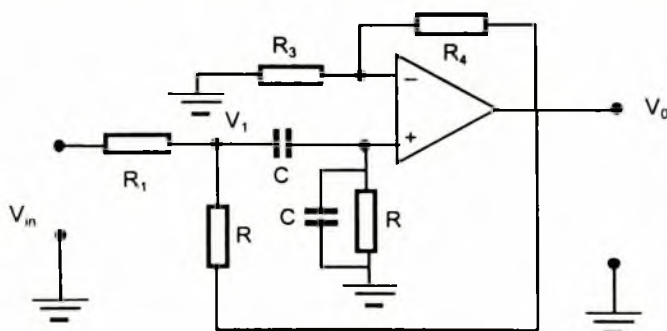
Hình B 6.9.

- 6.10.** Tìm hàm truyền và đáp ứng tần số của mạch lọc tích cực có sơ đồ cho trong hình B 6.10. Dùng MATLAB vẽ đáp ứng biên độ với:
 $R = 11,3\text{k}\Omega; 22,6\text{k}\Omega$ và $90,4\text{k}\Omega$; $R_1 = 68,1\text{k}\Omega$; $C = 0,01\mu\text{F}$.
 Tính tần số cắt của mạch lọc với các giá trị của các linh kiện đã cho.



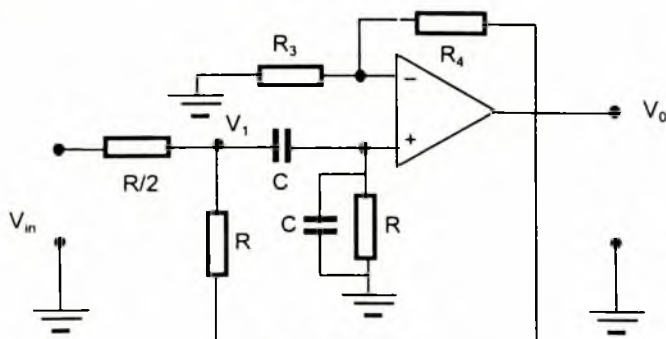
Hình B 6.10.

- 6.11.** Tìm hàm truyền và vẽ đáp ứng tần số của mạch lọc có sơ đồ cho trên hình B 6.11. Viết chương trình MATLAB vẽ đáp ứng biên độ và pha của mạch lọc này với các giá trị khác nhau của điện trở R : $11,3\text{k}\Omega$; $22,3\text{k}\Omega$ và $90,4\text{k}\Omega$ và với 3 giá trị khác nhau của tụ điện C : $0,01\mu\text{F}$; $0,047\mu\text{F}$ và $1\mu\text{F}$. Tính tần số cắt, dải thông và độ suy giảm đối với các trường hợp đã cho.



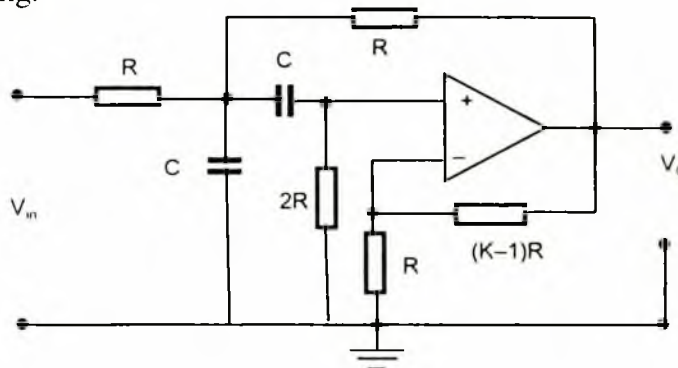
Hình B 6.11.

- 6.12.** Tìm hàm truyền và vẽ đáp ứng tần số của mạch lọc có sơ đồ cho trên hình B 6.12. Viết chương trình MATLAB vẽ đáp ứng biên độ và pha của mạch lọc này với $R = 45\text{k}\Omega$; $C = 10\mu\text{F}$.



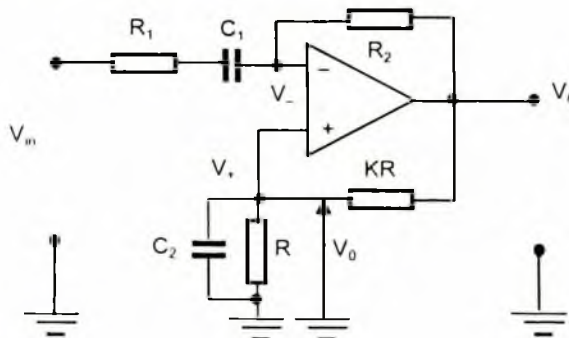
Hình B 6.12.

- 6.13.** Sơ đồ hình B 6.13 là mạch lọc Sallen–Key thông dải. Tìm hàm truyền của mạch lọc này và sau đó vẽ đáp ứng tần số với: $C = 0,1\mu\text{F}$; $R = 40\text{k}\Omega$ và hệ số $K = 2$. Tính tần số trung tâm ω_c , độ suy giảm α và hệ số khuếch đại của dải thông.



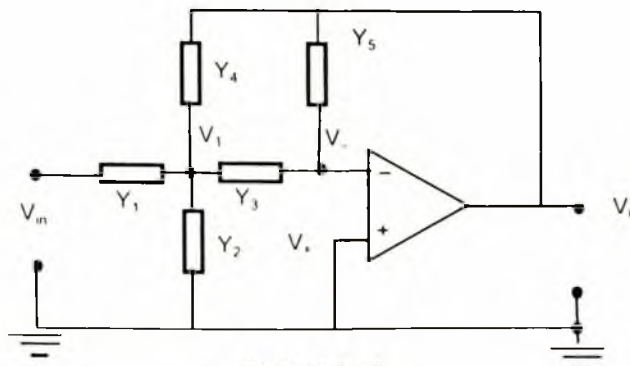
Hình B 6.13.

- 6.14.** Tìm hàm truyền của mạch lọc tích cực có sơ đồ cho trên hình B 6.14. Vẽ đáp ứng tần số với: $K = 2$; $R_1 = 1\text{k}\Omega$; $C_1 = 0,1\mu\text{F}$ và $C_2 = 0,5\mu\text{F}$ và 3 giá trị điện trở R_2 là $3\text{k}\Omega$, $30\text{k}\Omega$ và $300\text{k}\Omega$.



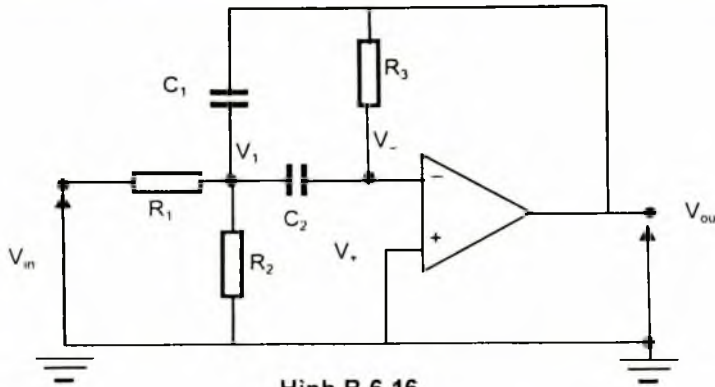
Hình B 6.14.

- 6.15.** Tìm hàm truyền của mạch lọc có sơ đồ cho trên hình B 6.15. Trong đó Y_1 , Y_2 , Y_3 và Y_4 là các độ dẫn phức.



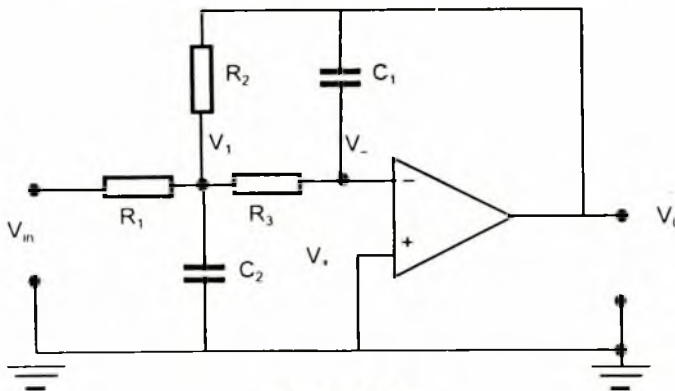
Hình B 6.15.

6.16. Tìm hàm truyền của mạch điện có sơ đồ cho trong hình B 6.16.



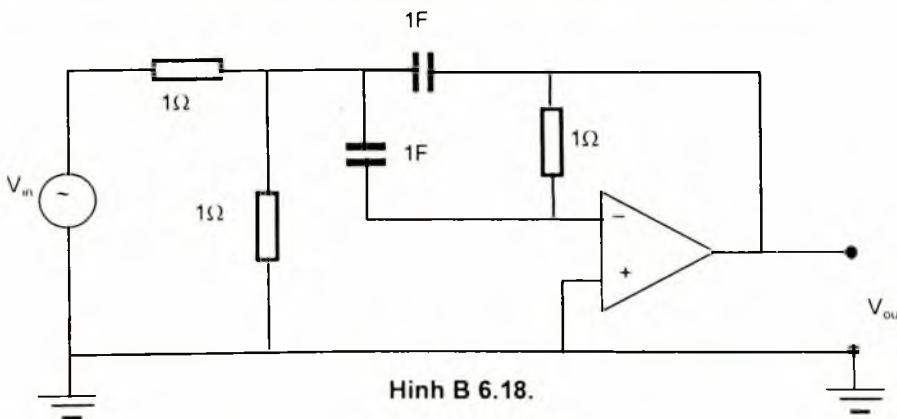
Hình B 6.16.

6.17. Tìm hàm truyền của mạch lọc tích cực có sơ đồ cho trên hình B 6.17.



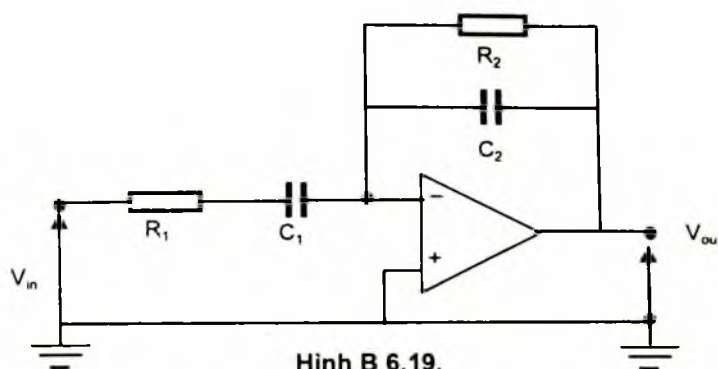
Hình B 6.17.

6.18. Tìm hàm truyền của mạch điện có sơ đồ cho trong hình B 6.18.



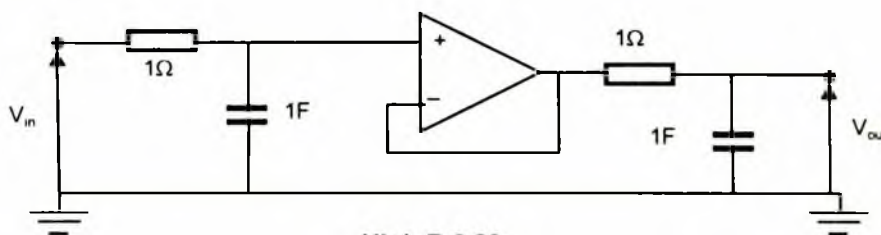
Hình B 6.18.

6.19. Tìm hàm truyền và vẽ đáp ứng biên độ của mạch điện có sơ đồ cho trong hình B 6.19 và cho biết đó là mạch lọc loại gì? Tìm dải thông của mạch lọc đó.



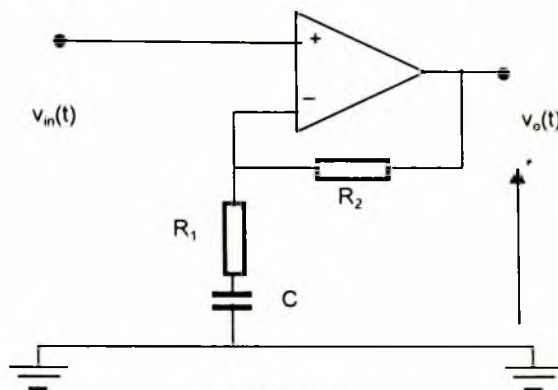
Hình B 6.19.

- 6.20. Tìm hàm truyền và vẽ đáp ứng biên độ của mạch điện có sơ đồ cho trong hình B 6.20 và cho biết đó là mạch lọc loại gì?



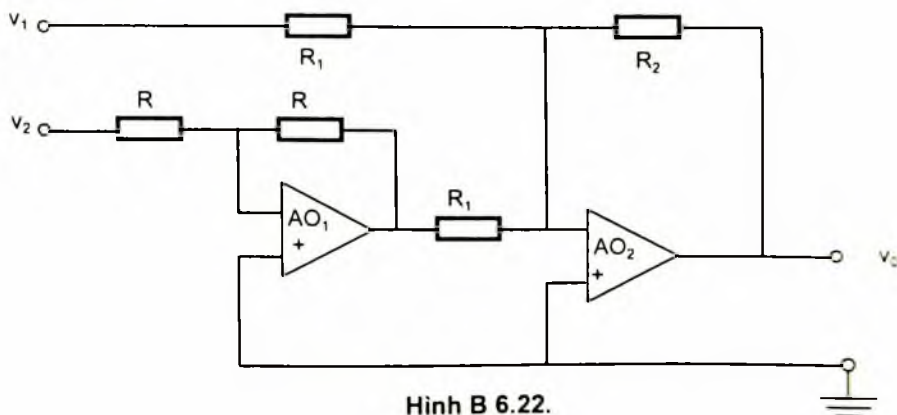
Hình B 6.20.

- 6.21. Tìm hàm truyền và vẽ đáp ứng biên độ của mạch điện có sơ đồ cho trong hình B 6.21 và cho biết đó là mạch lọc loại gì?



Hình B 6.21.

- 6.22. Tìm thế lối ra trong sơ đồ mạch điện cho trong hình B 6.22 với giả thiết các bộ khuếch đại thuật toán là lý tưởng.

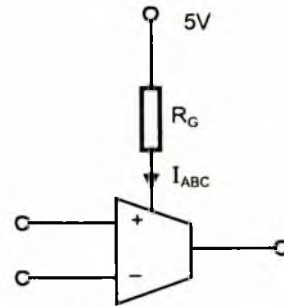


Hình B 6.22.

6.23. Một OTA có sơ đồ cho trên hình B 6.23 yêu cầu có độ truyền dẫn $g_m = 1\text{mS}$ với nguồn nuôi 5V và độ nhạy của g_m đối với dòng I_{ABC} là 20.

1) Hãy cho biết giá trị của I_{ABC} và của R_G bằng bao nhiêu?

2) Nếu R_G có sai số là +5% thì g_m có giá trị nằm trong vùng nào?

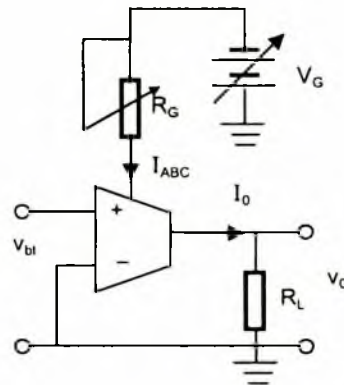


Hình B 6.23.

6.24. Một biến tử đo mức nước có thể lối ra tỷ lệ trực tiếp với mức nước cần đo. Thế nhưng, độ nhạy của biến tử lại thay đổi khoảng 10% đối với thời gian. Vì vậy, để điều chỉnh độ nhạy của biến tử, người ta dùng một mạch điều chỉnh dùng bộ khuếch đại thuật toán chuyển đổi độ dẫn OTA như trên hình B 6.24:

1) Hãy chỉ ra rằng có thể dùng R_G và V_G để điều chỉnh độ nhạy của biến tử.

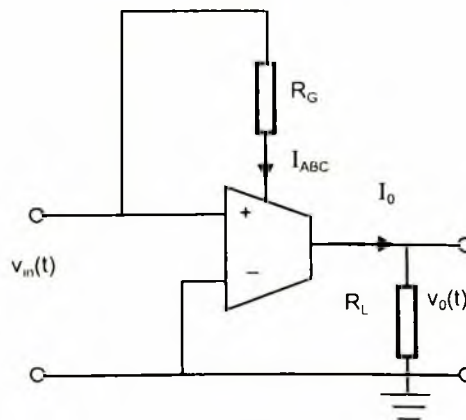
2) Hai phương pháp điều chỉnh độ nhạy đó thì phương pháp nào ích lợi hơn? Vì sao?



Hình B 6.24.

6.25. a) Tìm thế lối ra $v_o(t)$ của mạch điện cho trong hình B 6.25 biết rằng thế lối vào là tín hiệu hình sin $v_{in}(t) = \sin\omega t$.

b) Chứng tỏ rằng đây là một mạch nhân tần số. Tính giá trị của R_G và R_L để thế lối ra có biên độ bằng 1 nếu độ dẫn nằm trong vùng $10\mu\text{S}$ đến 10mS .



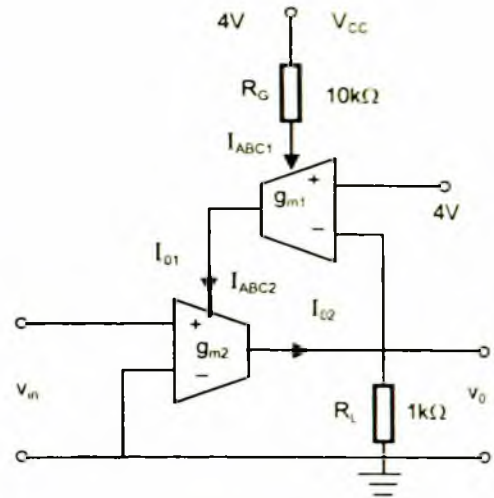
Hình B 6.25.

6.26. Hình B 6.26 là một mạch điều chỉnh tự động hệ số khuếch đại.

a) Tính thế lối ra v_o theo thế lối vào v_m , R_G và R_L .

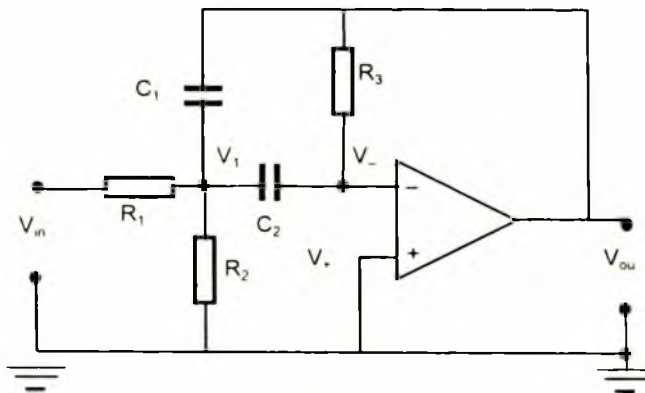
b) Biểu thị độ truyền dẫn tiệm cận i_o/v_m khi thế lối vào $v_m = 0$ và bằng vô cùng.

Cho các giá trị của R_L và R_G trong sơ đồ, xác định giá trị của độ truyền dẫn tiệm cận đó.



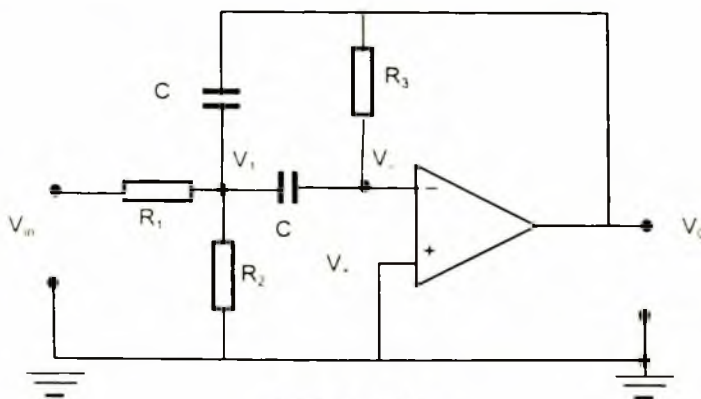
Hình B 6.26.

6.27. Tìm hàm truyền và đáp ứng tần số của mạch lọc tích cực có sơ đồ cho trên hình B 6.27. Vẽ đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của mạch lọc với $R_1=2 \cdot 10^3$; $C=0.1 \cdot 10^{-6}$; $R=500$ và với các điện trở R_2 và R_3 thay đổi.



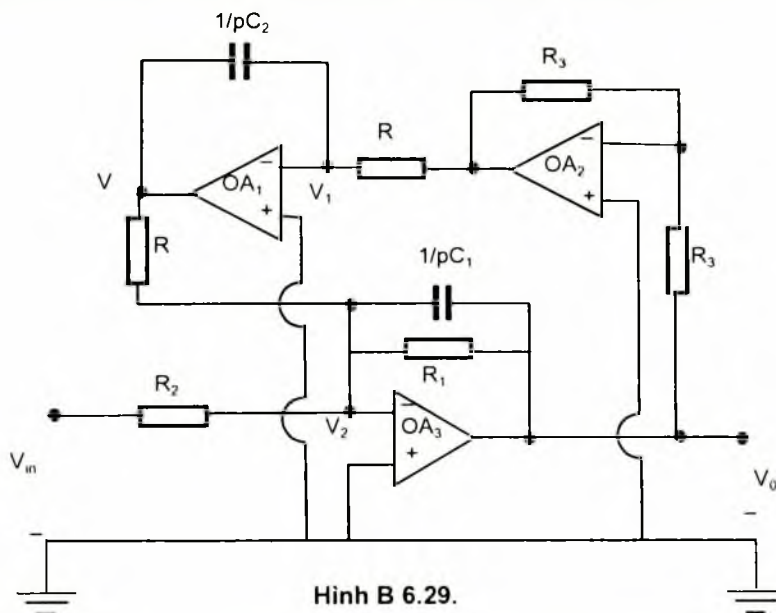
Hình B 6.27.

6.28. Tìm hàm truyền của mạch lọc tích cực có sơ đồ cho trên hình B 6.28.



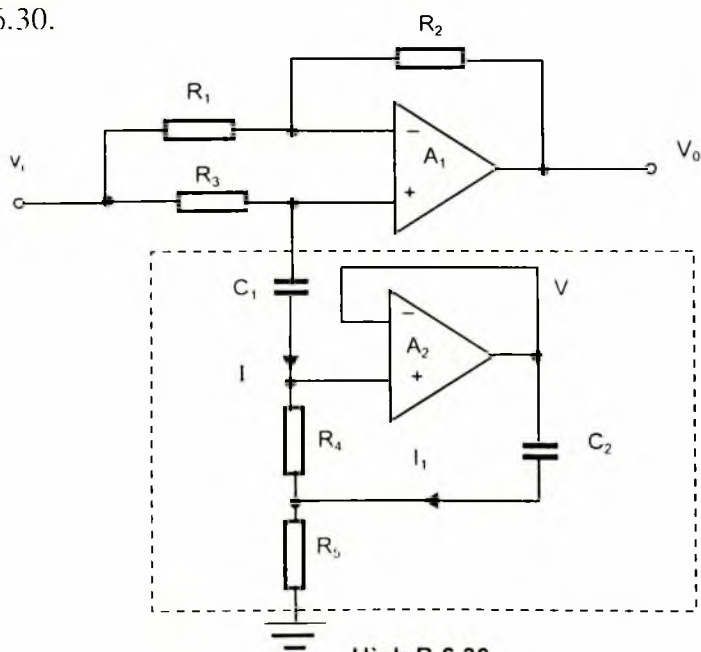
Hình B 6.28.

- 6.29.** Tìm hàm truyền và đáp ứng tần của mạch lọc có sơ đồ cho trên hình B 6.29.
Trong sơ đồ này bộ khuếch đại thuật toán OA_2 là bộ lặp lại thế.



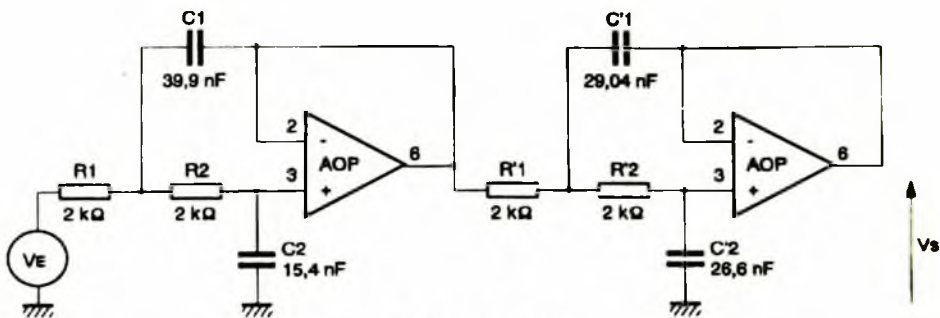
Hình B 6.29.

- 6.30.** Tìm hàm truyền và đáp ứng tần số của mạch lọc có sơ đồ cho trên hình B 6.30.



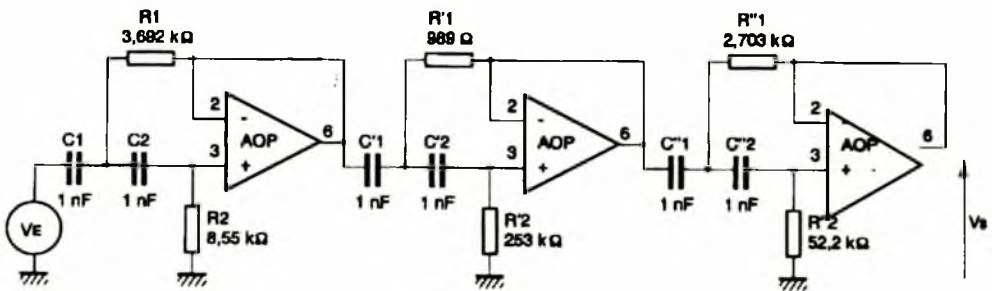
Hình B 6.30.

- 6.31.** Thiết kế một mạch lọc thông thấp bậc 4, loại Bessel, có tần số cắt $f_c = 2 \text{ kHz}$. Mạch lọc này được thực hiện bằng cách ghép nối tiếp hai mắt lọc như trên hình B 6.31.



Hình B 6.31.

- 6.32. Thiết kế mạch lọc thông cao bậc 6; loại Tchebycheff; độ mấp mô 1dB; và tần số cắt $f_c = 10\text{kHz}$ có sơ đồ như trên hình B 6.32.



Hình B 6.32.

TRẢ LỜI VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

- 6.1. Với sơ đồ hình BG 6.1a, ta tìm được phương trình của các dòng điện tại nút – của bộ khuếch đại thuật toán viết dưới dạng toán tử là:

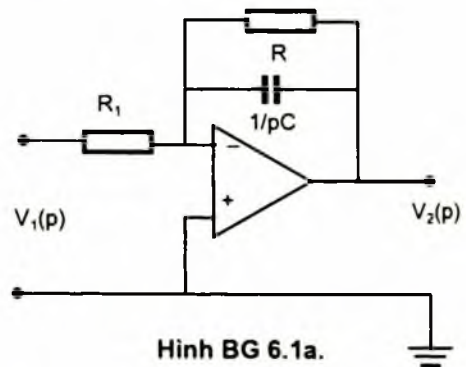
$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R} + pCV_2 = 0$$

Từ đó tìm được hàm truyền $H(p)$ của mạch lọc:

$$H(p) = \frac{V_2(p)}{V_1(p)} = \frac{-R/R_1}{1 + pRC}$$

Hay có thể viết dưới dạng: $H(p) = K \frac{\omega_c}{p + \omega_c}$

Với $K = -\frac{R}{R_1}$ và $\omega_c = \frac{1}{RC}$

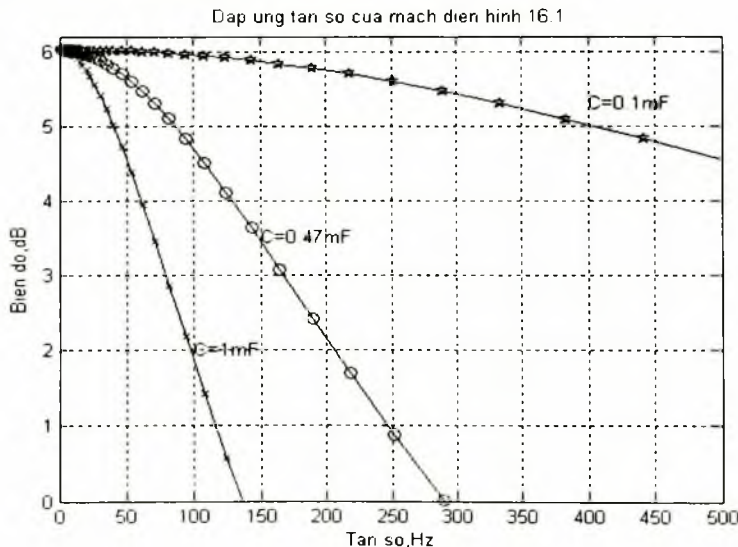


Hình BG 6.1a.

Vẽ đáp ứng tần số $H(j\omega)$ của mạch lọc này nhờ MATLAB:

```
R=20e+3; R1=10e+3;
C=[0.1*10^-6 0.47*10^-6 10^-6];
w=logspace(0,3);
f=w/2*pi
H1=(-R/R1)/(1+(j*w*R*C(1)));
H2=(-R/R1)/(1+(j*w*R*C(2)));
H3=(-R/R1)/(1+(j*w*R*C(3)));
plot(f,20*log10(abs(H1)), 'p-',f,20*log10(abs(H2)), 'o-',
      f,20*log10(abs(H3)), 'x-');grid
title('Đáp ứng tần số của mạch điện hình 6.1')
xlabel('Tần số, Hz')
ylabel('Biên độ, dB')
axis([0 500 0 6.2])
text(100,2,'C=1mF')
text(150,3.5,'C=0.47mF')
text(400,5.3,'C=0.1mF')
```

Kết quả chạy chương trình cho trên hình BG 6.1b.



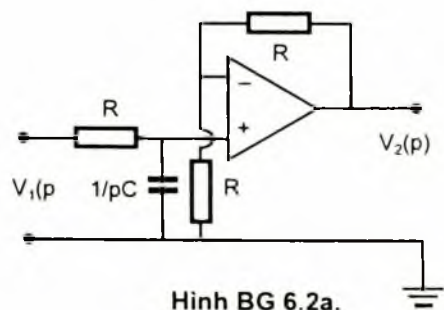
Hình BG 6.1b.

- 6.2. Đối với sơ đồ hình BG 6.2a, ta tìm được các phương trình đối với thế ở lối vào không đảo:

$$V_+ = \frac{1}{1 + pRC} V_1$$

Thế ở lối vào đảo:

$$V_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_2$$



Hình BG 6.2a.

Hai thế này có giá trị bằng nhau, nên từ đó tìm được:

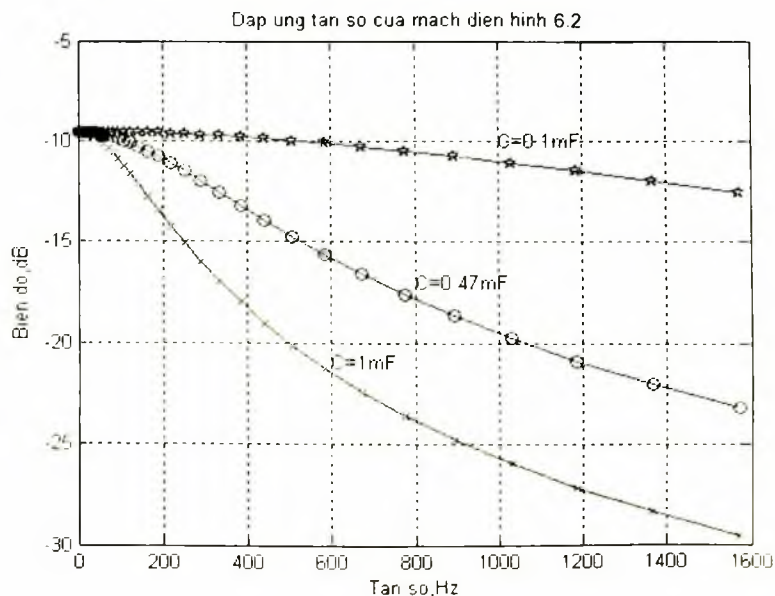
$$H(p) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + pRC} = K_1 \frac{\omega_c}{p + \omega_c}$$

Trong đó: $K_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$; và $\omega_c = \frac{1}{RC}$

Đáp ứng tần số được vẽ trên hình BG 6.2b, nhờ chương trình MATLAB:

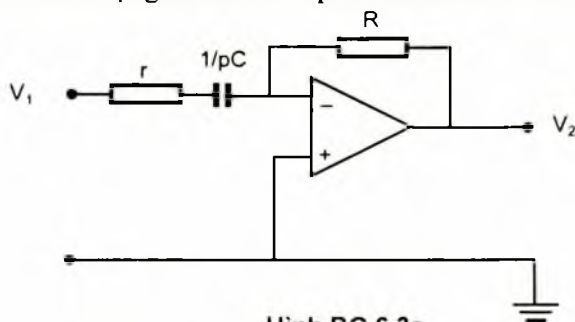
```
R2=20e+3; R1=10e+3; R=10e+3;
C=[0.1*10^-6 0.47*10^-6 10^-6];
w=logspace(0,3);
f=w/2*pi
H1=(R1/(R1+R2))./(1+(j*w*R*C(1)));
H2=(R1/(R1+R2))./(1+(j*w*R*C(2)));
H3=(R1/(R1+R2))./(1+(j*w*R*C(3)));
plot(f,20*log10(abs(H1)), 'p-', f, 20*log10(abs(H2)), 'o-',
      f, 20*log10(abs(H3)), 'x-'); grid
title('Đáp ứng tần số của mạch điện hình 6.2')
xlabel('Tần số, Hz')
ylabel('Biên độ, dB')
%axis([0 500 0 6.2])
text(600, -21, 'C=1mF')
text(800, -17, 'C=0.47mF')
text(1000, -10, 'C=0.1mF')
```

Kết quả chạy chương trình cho trên hình BG 6.2b.



Hình BG 6.2b.

6.3. Vẽ sơ đồ dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 6.3a.



Hình BG 6.3a.

Từ sơ đồ hình BG 6.3a, ta tìm được:

$$H(p) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{r}{R} \frac{p r C}{1 + p r C} = K \frac{p}{p + \omega_c}$$

Với: $K = -\frac{r}{R}$ và $\omega_c = \frac{1}{rC}$

Hình BG 6.3b vẽ đáp ứng tần số với 3 giá trị khác nhau của tụ C và

$R=20e+3$; $r=10e+3$;

$C=[0.1*10^{-6} \ 0.47*10^{-6} \ 10^{-6}]$;

$w=\text{logspace}(0,3)$;

$f=w/2*\pi$

$K=-r/R$;

$wc1=1/(r*C(1))$;

$wc2=1/(r*C(2))$;

$wc3=1/(r*C(3))$;

$H1=K*(j*w)./(j*w+wc1)$;

$H2=K*(j*w)./(j*w+wc2)$;

$H3=K*(j*w)./(j*w+wc3)$;

$\text{plot}(f,20*\log_{10}(\text{abs}(H1)), 'p-', f,20*\log_{10}(\text{abs}(H2)), 'o-$

$',f,20*\log_{10}(\text{abs}(H3)), 'x-'); \text{grid}$

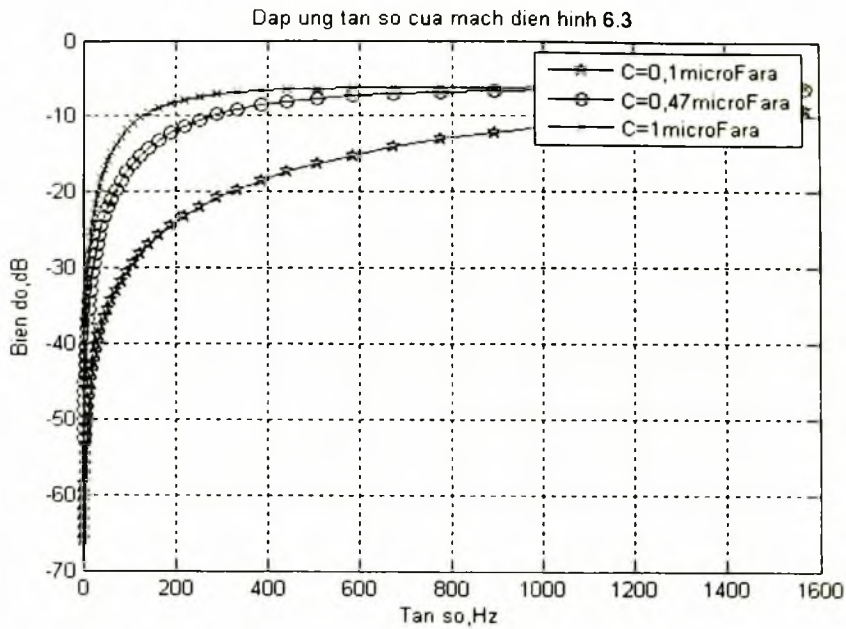
$\text{title}('Đáp ứng tần số của mạch điện hình 6.3')$

$\text{xlabel}('Tần số, Hz')$

$\text{ylabel}('Biên độ, dB')$

$\text{legend}('C=0,1\text{microFara}', 'C=0,47\text{microFara}', 'C=1\text{microFara}')$

Kết quả chạy chương trình cho trên hình BG 6.3b.



Hình BG 6.3b.

6.4. Đặt: $z_1 = R_2; z_2 = R_1 + \frac{1}{pC}$

Khi đó: $H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = 1 + \frac{z_2}{z_1} = 1 + \frac{R_1 + 1/pC}{R_2}$

Hay: $H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{(R_1 + R_2)Cp + 1}{R_2 Cp} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{1}{p} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C}$

6.5. $H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{1}{R_2} \frac{R_1 R_2 Cp + (R_1 + R_2)}{R_1 Cp + 1}$

$$= \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{R_1 R_2 C}{R_1 Cp + 1} p + 1$$

6.6. Ta viết phương trình Kirchhoff tại các nút:

Tại nút V: $\frac{V_-}{R_3} + \frac{V_- - V_{ou}}{R_4} = 0$

Từ đó tìm được:

$$\frac{V_{ou}}{V_-} = \frac{R_1 + R_4}{R_3} = K$$

Hay $V_- = \frac{V_{ou}}{K}$

Tại nút V_+ : $Y_3(V_+ - V_1) + Y_4 V_+ = 0$

Từ đó tìm được:

$$(Y_3 + Y_4)V_+ - Y_3 V_1 = 0$$

Vì $V_+ = V_-$, nên suy ra:

$$V_1 = \frac{(Y_3 + Y_4)V_{ou}}{KY_3}$$

Tại nút V_1 : $Y_1(V_1 - V_{in}) + (Y_3(V_1 - V_+) + Y_2(V_1 - V_{ou})) = 0$

Từ đó tìm được:

$$(Y_1 + Y_2 + Y_3)V_1 - Y_1 V_{in} - Y_3 V_+ - Y_2 V_{ou} = 0$$

Thay $V_+ = V_-$, ta được:

$$\frac{(Y_1 + Y_2 + Y_3)(Y_3 + Y_4)V_{ou}}{KY_3} - Y_1 V_{in} - Y_3 \frac{V_{ou}}{K} - Y_2 V_{ou} = 0$$

Từ đó tìm được hàm truyền:

$$H = \frac{V_{ou}}{V_{in}} = \frac{KY_1 Y_3}{(Y_1 + Y_2)(Y_3 + Y_4) + Y_3(Y_4 - KY_2)}$$

Ở đây các độ dẫn Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 được thực hiện bằng điện trở ($Y = \frac{1}{R}$)

hoặc tụ điện ($Y = pC$).

6.7. Đây là mạch lọc Salen-Key thông thấp, với:

$$Y_1 = \frac{1}{R_1}; \quad Y_3 = \frac{1}{R_2}; \quad Y_2 = pC_2; \quad Y_4 = pC_1$$

Thay các giá trị này vào hàm truyền $H(p)$ dạng tổng quát của bài toán 6.6, ta thu được:

$$H(p) = \frac{K}{R_1 R_2 \left[\left(\frac{1}{R_1} + pC_2 \right) \left(\frac{1}{R_2} + pC_1 \right) + \frac{1}{R_2} (pC_1 - KpC_2) \right]}$$

$$H(p) = \frac{K}{R_1 R_2 \left[\left(\frac{1}{R_1} + pC_2 \right) \left(\frac{1}{R_2} + pC_1 \right) + \frac{1}{R_2} (pC_1 - KpC_2) \right]}$$

Hay:

$$H(p) = \frac{K / R_1 R_2 C_1 C_2}{p^2 + p \left(\frac{1}{R_1 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + K \frac{1}{R_2 C_1} \right) + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

Hệ số khuếch đại tĩnh:

$$K = \frac{R_3 + R_4}{R_3}$$

phải luôn luôn nhỏ hơn 3 vì lý do ổn định.

Với: $R_1 = 11,3\text{k}\Omega$; $R_2 = 22,6\text{k}\Omega$; $R_3 = R_4 = 68,1\text{k}\Omega$; $C_1 = 0,01\mu\text{F}$, thì hàm truyền trên sẽ có dạng:

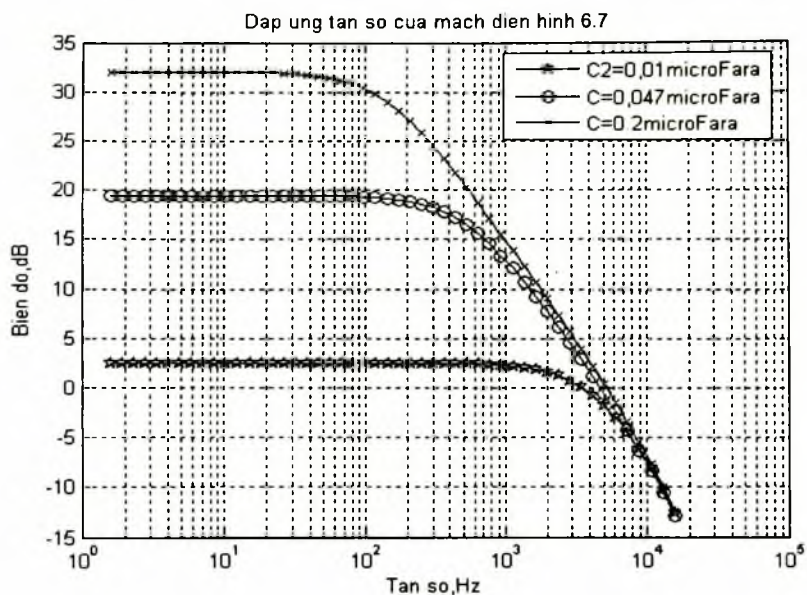
$$H(p) = \frac{7,83 \cdot 10^7}{p^2 + 1,77 \cdot 10^4 p + 5,87 \cdot 10^7}$$

Hình BG 6.7 vẽ đáp ứng biên độ của hàm truyền với 3 giá trị khác nhau của tụ C_2 , nhờ chương trình MATLAB:

```
R2=22.6e+3; R1=11.3e+3;
C1=0.01e-6; K=2;
C2=[0.01*10^-6 0.047*10^-6 0.2*10^-6];
wc1=1/(R1*R2*C1*C2(1))
wc2=1/(R1*R2*C1*C2(2));
wc3=1/(R1*R2*C1*C2(3));
w=logspace(0,4);
f=w/2*pi;
b=[7.83e+7];%
%b=[0 0 K*wc1];
a1=[1 1.77e+4 5.87e+7];
%a1=[1 1/(R1*C2(1))+1/(R2*C2(1))+(K+1)/(R2*C1) wc1];
a2=[1 1/(R1*C2(2))+1/(R2*C2(2))+(K+1)/(R2*C1) wc2];
a3=[1 1/(R1*C2(3))+1/(R2*C2(3))+(K+1)/(R2*C1) wc3];
H1=freqs(b,a1,f);
H2=freqs(b,a2,f);
H3=freqs(b,a3,f);
semilogx(f,20*log10(abs(H1)), 'p-', f, 20*log10(abs(H2)), 'o-
', f, 20*log10(abs(H3)), 'x-'); grid
title('Đáp ứng tần số của mạch điện hình 6.7')
xlabel('Tần số, Hz')
ylabel('Biên độ, dB')
legend('C2=0,01microFara', 'C=0,047microFara', 'C=0.2microFara')
```

Hàm truyền này có tần số cắt là:

$$wc1 = 3.9157e+007 \text{ Hz}$$



Hình BG 6.7.

6.8. Mạch lọc này có hàm truyền dạng:

$$H(p) = \frac{K / R^2 C_1 C_2}{p^2 + p \left[\frac{2}{RC_2} + (K+1) \frac{1}{RC_1} \right] + \frac{1}{R^2 C_1 C_2}}$$

Hay dạng:
$$H(p) = \frac{K}{\left(\frac{p}{\omega_c} \right)^2 + 2\alpha \frac{p}{\omega_c} + 1}$$

Trong đó: $\omega_c = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$ là tần số cắt

$$\alpha = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} + \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \frac{1-K}{2} \text{ là hệ số suy giảm của mạch lọc.}$$

Bây giờ nếu chọn $C_1 = C_2 = C$, thì mạch lọc này sẽ là mạch lọc Butterworth thông thấp với tần số cắt là:

$$\Omega_c = \frac{1}{RC} \text{ và hệ số suy giảm } \alpha = \frac{3-K}{2}$$

Hình BG 6.8 vẽ đáp ứng biên độ của mạch lọc với 3 giá trị khác nhau của tụ C_2 , nhờ chương trình MATLAB:

$R2=22.6e+3$; $R1=22.6e+3$;

$C1=0.01e-6$; $K=2$;

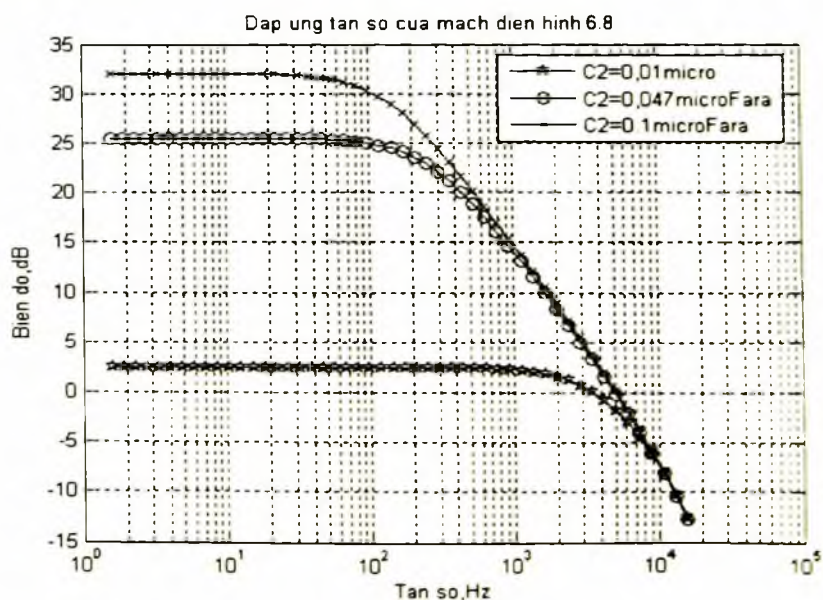
$C2=[0.01*10^{-6} \ 0.047*10^{-6} \ 0.1*10^{-6}]$;

$wc1=1/(R1*R2*C1*C2(1))$


```

wc2=1/(R1*R2*C1*C2(2));
wc3=1/(R1*R2*C1*C2(3));
alpha=sqrt(C1/C2(1))+((1-K)/2)*sqrt(C2(1)/C1)
w=logspace(0,4);
f=w/2*pi;
b=[7.83e+7];%
%b=[0 0 K*wc1];
a1=[1 1.77e+4 5.87e+7];%
%a1=[1 1/(R1*C2(1))+1/(R2*C2(1))+(K+1)/(R2*C1) wc1];
a2=[1 1/(R1*C2(2))+1/(R2*C2(2))+(K+1)/(R2*C1) wc2];
a3=[1 1/(R1*C2(3))+1/(R2*C2(3))+(K+1)/(R2*C1) wc3];
H1=freqs(b,a1,f);
H2=freqs(b,a2,f);
H3=freqs(b,a3,f);
semilogx(f,20*log10(abs(H1)), 'p-',f,20*log10(abs(H2)), 'o-
',f,20*log10(abs(H3)), 'x-');grid
title('Dap ung tan so cua mach dien hinh 6.8')
xlabel('Tan so,Hz')
ylabel('Bien do,dB')
%axis([0 400 0 27])
legend('C2=0,01micro','C2=0,047microFara','C2=0.1microFara')
Trường hợp  $C_1 = C_2 = 0,01\mu\text{F}$ , tần số cắt là:
wc1 =
1.9579e+007
và độ suy giảm:
alpha =0.5000

```



Hình BG 6.8.

6.9. Hàm truyền dạng:

$$H(p) = \frac{Kp^2C_1C_2}{\left(\frac{1}{R_2} + pC_1\right)\left(\frac{1}{R_1} + pC_2\right) + pC_2\left(\frac{1}{R_1} - K\frac{1}{R_2}\right)}$$

Hay:

$$H(p) = \frac{Kp^2R_1R_2C_1C_2}{(1 + pR_2C_1)(1 + pR_1C_2) + pC_2(R_2 - KR_1)}$$

Hoặc dưới dạng chuẩn hóa:

$$H(p) = \frac{K\left(\frac{p}{\omega_c}\right)^2}{1 + 2\alpha\frac{p}{\omega_c} + \left(\frac{p}{\omega_c}\right)^2}$$

Trong đó: $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}$ là tần số cắt

và
$$\alpha = \frac{R_2(C_1 + C_2) + R_1C_2(1 - K)}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}$$

là hệ số suy giảm.

Hình BG 6.9 vẽ đáp ứng biên độ của mạch lọc thông cao với $K = 2$ và $R_1 = 113\Omega$; $R_2 = 113\Omega$; 1130Ω và 11300Ω ; $R_3 = R_4 = 68,1k\Omega$; $C_1 = C_2 = 0,01\mu F$.

$R2=[11.3e+1 \ 11.3e+2 \ 11.3e+3];$

$R1=11.3e+1;$

$C1=0.01e-6;$

$C2=0.01e-6;$

$K=2;$

$wc1=1/(\text{sqrt}(R1*R2(1)*C1*C2))$

$wc2=1/(\text{sqrt}(R1*R2(2)*C1*C2))$

$wc3=1/(\text{sqrt}(R1*R2(3)*C1*C2))$

$\alpha1=(R2(1)*(C1+C2)+R1*C2*(1-K))/(\text{sqrt}(R1*R2(1)*C1*C2))$

$\alpha2=(R2(2)*(C1+C2)+R1*C2*(1-K))/(\text{sqrt}(R1*R2(2)*C1*C2))$

$\alpha3=(R2(3)*(C1+C2)+R1*C2*(1-K))/(\text{sqrt}(R1*R2(3)*C1*C2))$

$w=\text{logspace}(0,3);$

$f=w/2*\pi;$

$H1=(K*(j*w/wc1).^2)./(1+2*\alpha1*(j*w/wc1)+(j*w/wc1).^2);$

$H2=(K*(j*w/wc2).^2)./(1+2*\alpha2*(j*w/wc2)+(j*w/wc2).^2);$

$H3=(K*(j*w/wc3).^2)./(1+2*\alpha3*(j*w/wc3)+(j*w/wc3).^2);$

$\text{plot}(f,20*\log10(\text{abs}(H1)),'p-',f,20*\log10(\text{abs}(H2)),'o-$

$,f,20*\log10(\text{abs}(H3)),'x-');\text{grid}$

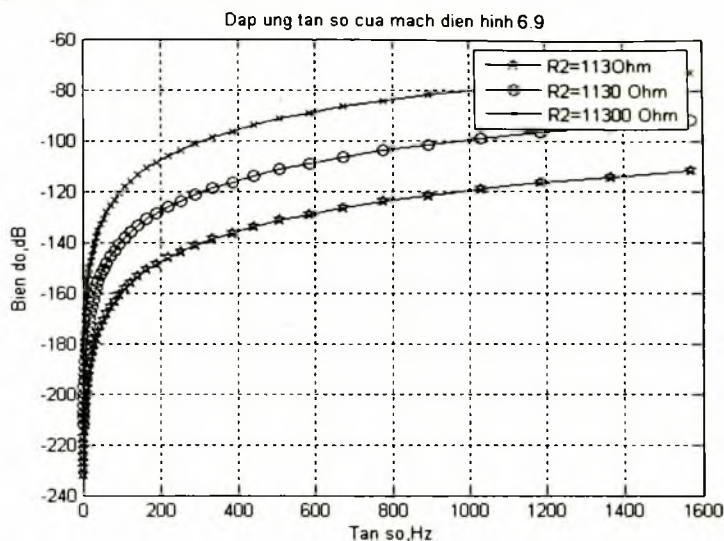
$\text{title}('Đáp ứng tần số của mạch điện hình 6.9')$

$\text{xlabel}('Tần số,Hz')$

$\text{ylabel}('Biên độ,dB')$

$\text{legend}('R2=113\text{ Ohm}','R2=1130 \text{ Ohm}','R2=11300 \text{ Ohm}')$

Kết quả chạy chương trình cho trên hình BG 6.9.



Hình BG 6.9.

Mạch lọc này có tần số cắt là:

$$\begin{aligned} \omega c1 &= \\ 8.8496e+005 \\ \omega c2 &= \\ 2.7985e+005 \\ \omega c3 &= \\ 8.8496e+004 \end{aligned}$$

Các hệ số suy giảm tính được là:

$$\begin{aligned} lpha1 &= \\ 1 \\ alpha2 &= \\ 6.0083 \\ alpha3 &= \\ 19.9000 \end{aligned}$$

6.10. Hàm truyền dạng:
$$H(p) = \frac{Kp^2C^2}{(\frac{1}{R} + pC)(\frac{1}{R} + pC) + pC(\frac{1}{R} - K\frac{1}{R})}$$

Hay:
$$H(p) = \frac{Kp^2R^2C^2}{(1 + pRC)^2 + pCR(1 - K)}$$

Hoặc dưới dạng chuẩn hóa:

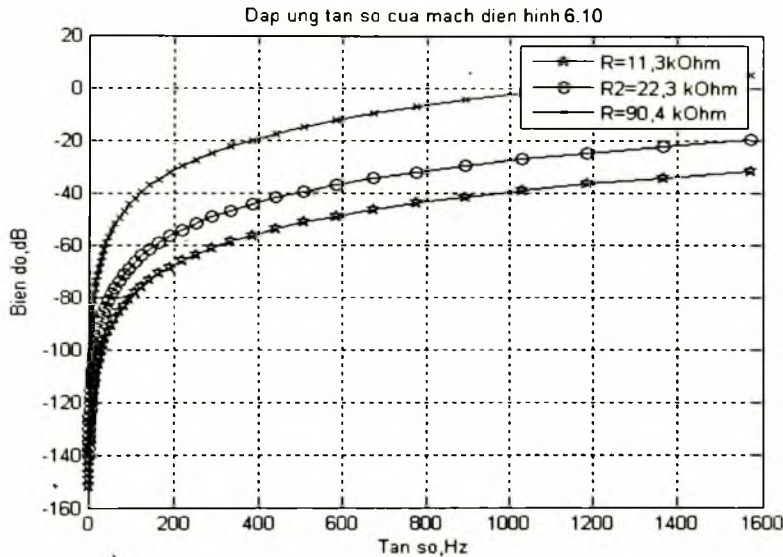
$$H(p) = \frac{K\left(\frac{p}{\omega_c}\right)^2}{1 + 2\alpha\frac{p}{\omega_c} + \left(\frac{p}{\omega_c}\right)^2}$$

Trong đó $\omega_c = \frac{1}{RC}$ là tần số cắt

và $\alpha = \frac{3-K}{2}$; $K = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$

là hệ số suy giảm.

Hình BG 6.10 vẽ đáp ứng biên độ của mạch lọc thông cao với $K = 2$ và $R = 11,3 \text{ k}\Omega$ $22,6 \text{ k}\Omega$ và $90,4 \text{ k}\Omega$; $R_1 = R_2 = 68,1 \text{ k}\Omega$; $C = 0,01 \mu\text{F}$.



Hình BG 6.10.

Mạch lọc này có tần số cắt tương ứng là:

$$\begin{aligned} \omega_{c1} &= 8.8496e+003 \\ \omega_{c2} &= 4.4843e+003 \\ \omega_{c3} &= 1.1062e+003 \end{aligned}$$

6.11. Hàm truyền của mạch lọc này có dạng:

$$H(p) = \frac{K \frac{1}{R_1} pC}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R}\right)(pC + \frac{1}{R} + pC) + pC\left(\frac{1}{R} + pC - K \frac{1}{R}\right)}$$

$$H(p) = \frac{K \frac{1}{R_1 C} p}{p^2 + p \frac{1}{C} \left[2\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right) + (1-K) \frac{1}{R} \right] + \frac{1}{RC^2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right)}$$

$$\text{Hay: } H(p) = \frac{KR}{2R + R_1(3 - K)} \times \frac{pRC \left[2 + (1 - K) \frac{R_1}{R + R_1} \right]}{p^2 \frac{R^2 R_1 C^2}{R + R_1} + p \left[2 + (1 - K) \frac{R_1}{R + R_1} \right] + 1}$$

Hoặc dưới dạng chính tắc:

$$H(p) = \frac{KR}{2R + R_1(3 - K)} \times \frac{2\alpha \frac{p}{\omega_c}}{\left(\frac{p}{\omega_c} \right)^2 + 2\alpha \frac{p}{\omega_c} + 1}$$

Với $\omega_c = \frac{1}{RC} \sqrt{1 + \frac{R}{R_1}}$ là tần số trung tâm

$$\alpha = \frac{2R + R_1(3 - K)}{2\sqrt{R_1(R + R_1)}} \text{ là hệ số suy giảm của dải chặn.}$$

Đây chính là hàm truyền của mạch lọc thông dải. Độ rộng dải thông của mạch lọc thông dải này tìm được:

$$\Delta\omega = 2\alpha\omega_c = \frac{1}{RC} \left[\frac{2R}{R_1} + 3 - K \right]$$

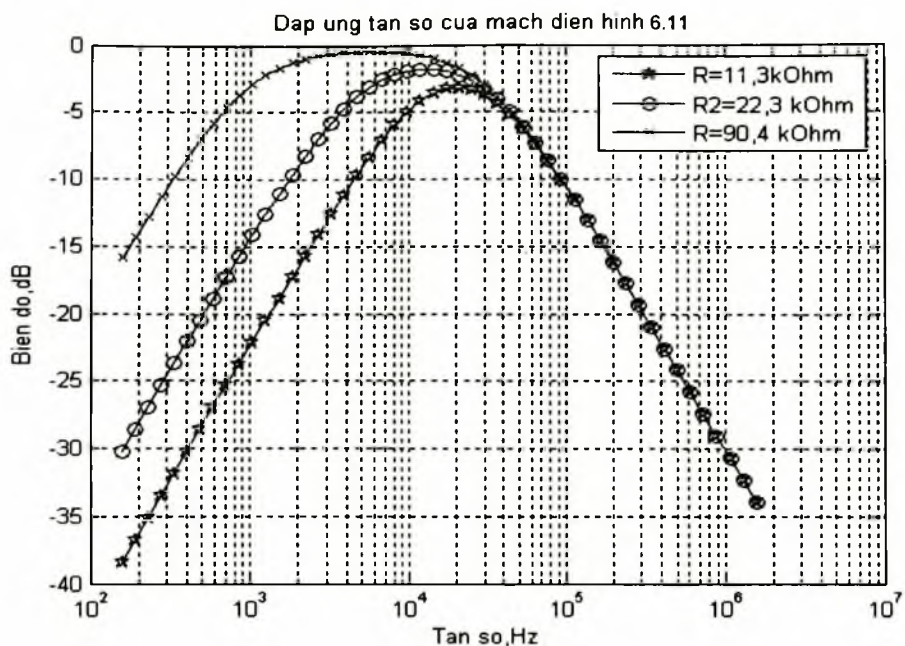
Từ đây ta thấy rằng độ rộng dải thông phụ thuộc vào hệ số khuếch đại tĩnh K. Vì vậy tính chất lọc lựa của mạch lọc có thể được điều chỉnh nhờ thay đổi hệ số khuếch đại tĩnh K; có nghĩa là có thể thay đổi R_3 hoặc R_4 ; tốt nhất là thay đổi R_4 để điều chỉnh độ rộng dải thông. Tuy nhiên, từ biểu thức của hệ số suy giảm, ta thấy, nếu hệ số khuếch đại tĩnh K vượt quá giá trị $3 + \frac{2R}{R_1}$ thì mạch lọc sẽ bất ổn định.

Hình BG 6.11a vẽ đáp ứng biên độ đối với 3 giá trị khác nhau của điện trở R_4 ; tương ứng với 3 tần số cắt:

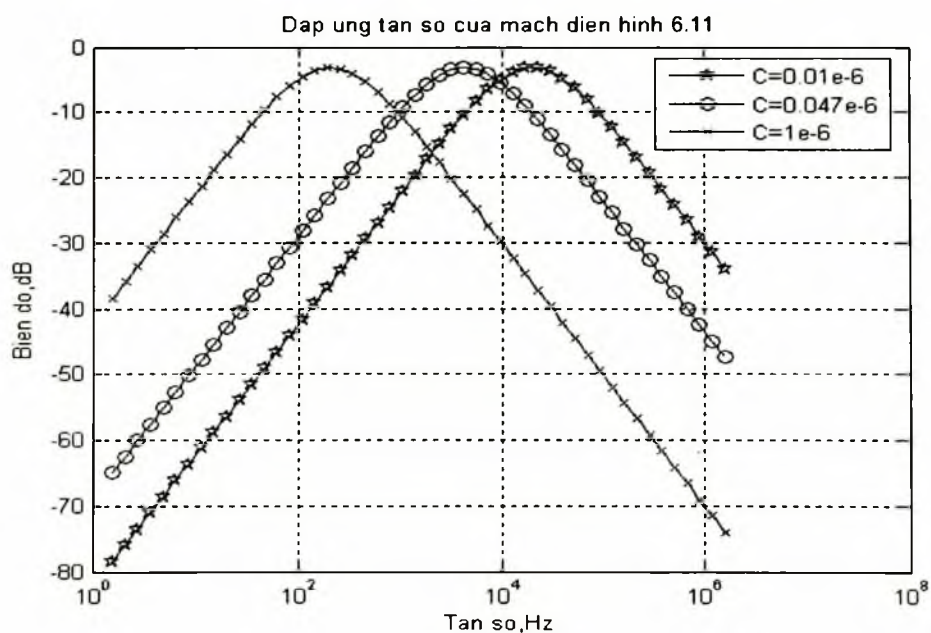
$$\begin{aligned} \omega_{c1} &= \\ &1.2916e+004 \\ \omega_{c2} &= \\ &8.0593e+003 \\ \omega_{c3} &= \\ &3.5051e+003 \end{aligned}$$

và 3 độ rộng dải thông:

$$\begin{aligned} B1 &= \\ &2.8850e+004 \\ B2 &= \\ &2.4484e+004 \\ B3 &= \\ &2.1106e+004 \end{aligned}$$



Hình BG 6.11b vẽ đáp ứng tần số với 3 giá trị của C khác nhau.



Rõ ràng, sự thay đổi của tụ C không chỉ làm thay đổi tần số trung tâm ω_c của mạch lọc mà còn thay đổi cả dải thông của nó nữa. Kết quả sau đây cho thấy kết luận này:

$$\begin{aligned}
wc1 &= \\
&1.2916e+004 \\
wc2 &= \\
&2.7480e+003 \\
wc3 &= \\
&129.1550 \\
B1 &= \\
&2.8850e+004 \\
B2 &= \\
&6.1382e+003 \\
B3 &= \\
&288.4956
\end{aligned}$$

Cả ba đáp ứng tần số đều có cùng hệ số suy giảm:

$$\begin{aligned}
\alpha &= \\
&1.1169
\end{aligned}$$

Có nghĩa là tụ C không làm thay đổi hệ số suy giảm của mạch lọc loại này.

6.12. Hàm truyền của mạch lọc này sẽ có dạng:

$$H(p) = \frac{K \frac{1}{R/2} pC}{\left(\frac{1}{R/2} + \frac{1}{R}\right)(pC + \frac{1}{R} + pC) + pC\left(\frac{1}{R} + pC - K \frac{1}{R}\right)}$$

$$\text{Hay: } H(p) = \frac{K \frac{1}{(R/2)C} p}{p^2 + p \frac{1}{C} \left[2\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R/2}\right) + (1-K) \frac{1}{R} \right] + \frac{1}{RC^2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R/2}\right)}$$

$$\text{Mạch lọc như vậy có hàm truyền là: } H(p) = \frac{8RCp}{4R^2C^2p^2 + 5p + 3}$$

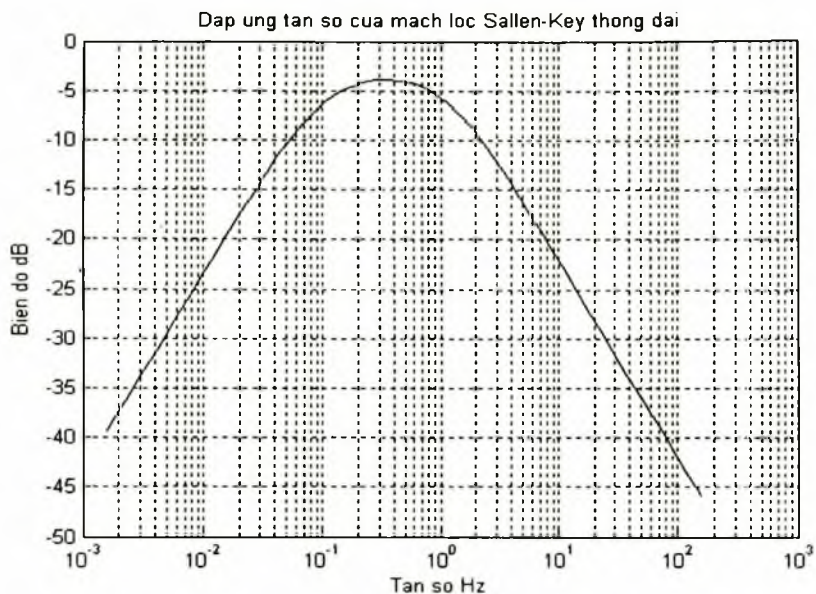
Hoặc dưới dạng chính tắc:

$$H(p) = \frac{KR}{2R + (R/2)(3-K)} \times \frac{2\alpha \frac{p}{\omega_c}}{\left(\frac{p}{\omega_c}\right)^2 + 2\alpha \frac{p}{\omega_c} + 1}$$

Trong đó: $\omega_c = \frac{1}{RC} \sqrt{3}$ là tần số trung tâm. Còn: $\alpha = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ là hệ số suy

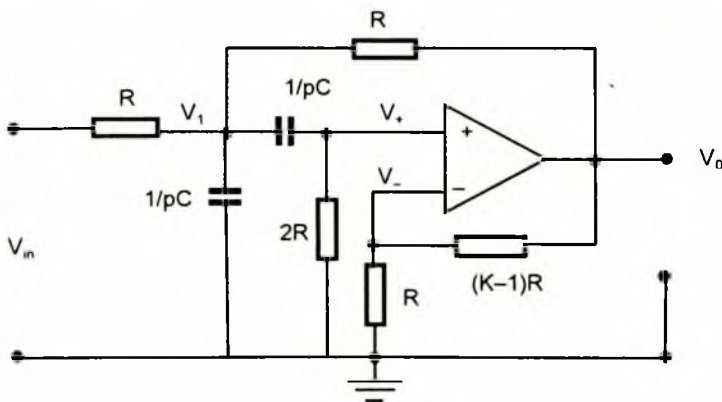
giảm của dải chặn. Độ rộng dải thông là: $\Delta\omega = \frac{15}{RC}$. Mạch lọc này có đáp

ứng tần số cho trên hình BG 6.12 với $R = 45k\Omega$; $C = 10^{-5}F$.



Hình BG 6.12.

6.13. Ta vẽ lại sơ đồ dưới dạng biến đổi Laplace như trên hình BG 6.13a.



Hình BG 6.13a.

Từ sơ đồ hình BG 6.13a, áp dụng định luật Kirchhoff cho dòng điện tại nút V_1 , V_+ và V_- , ta thu được 3 phương trình:

$$\frac{V_1 - V_{in}}{R} + pCV_1 + pC(V_1 - V_+) + \frac{V_1 - V_0}{R} = 0$$

$$\left(\frac{2}{R} + 2pC\right)V_1 - pCV_+ - \frac{V_0}{R} - \frac{V_{in}}{R} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{V_+}{2R} + pC(V_+ - V_1) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{V_+}{R} + \frac{V_+ - V_0}{(K-1)R} = 0 \Rightarrow V_+ = \frac{V_0}{K} \quad (3)$$

Thay V_+ từ (3) vào (2), ta được:

$$\frac{V_0}{2KR} + pC\left(\frac{V_0}{K} - V_1\right) = 0 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{K} \left[\frac{1}{2RCp} + 1 \right] V_0 \quad (4)$$

Thay (4), (3) vào (1), ta sẽ thu được hệ thức:

$$\left[\frac{2}{K} \left(\frac{1}{R} + pC \right) \left(\frac{1}{2RCp} + 1 \right) - \frac{pC}{K} - \frac{1}{R} \right] V_0 = \frac{V_{in}}{R}$$

Hay:
$$\left[\left(\frac{1}{KRCp} + \frac{3}{K} + \frac{pCR}{K} - 1 \right) V_0 = V_{in} \right]$$

Từ đó tìm được hàm truyền:

$$H(p) = \frac{V_0}{V_{in}} = \frac{KRCp}{R^2 C^2 p^2 + (3-K)RCp + 1}$$

Hay dưới dạng chuẩn:
$$H(p) = \frac{V_0}{V_{in}} = \frac{\frac{K}{RC} p}{p^2 + \frac{(3-K)}{RC} p + \frac{1}{R^2 C^2}}$$

Từ đây, ta thấy ngay mạch lọc là thông dải, có tần số trung tâm:

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

và độ suy giảm: $\alpha = \frac{(3-K)}{2RC}$. Độ rộng dải thông: $\Delta\omega = 2\alpha\omega_c = 3-K$

Hệ số khuếch đại của dải thông là: $G = \frac{K}{RC}$.

Chương trình MATLAB sau đây vẽ đáp ứng biên độ của mạch lọc này với 3 giá trị khác nhau của tụ C:

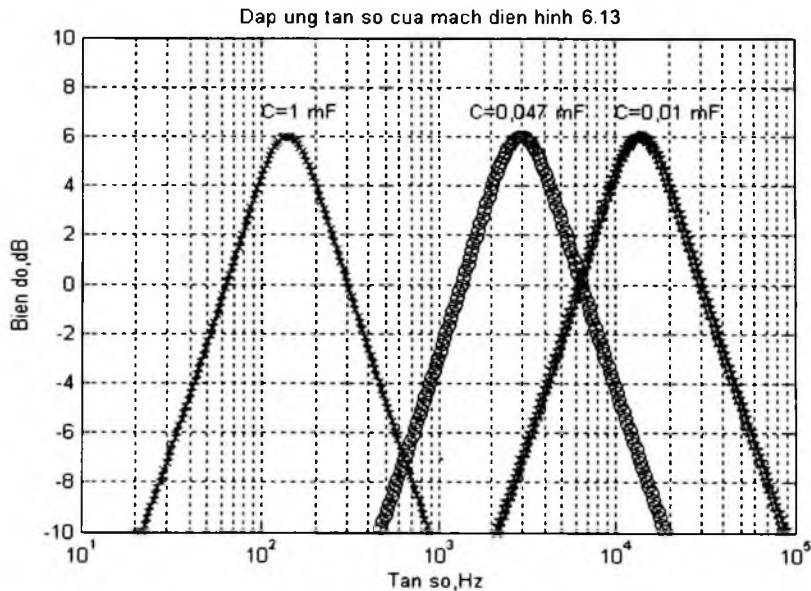
```
C=[0.01e-6 0.047e-6 1e-6];
K=2;
%wc1=(1/(R*C(1)))*(sqrt(1+R/R1))
wc1=1/(R*C(1))
wc2=1/(R*C(2))
wc3=1/(R*C(3))
%wc3=(1/(R*C(3)))*(sqrt(1+R/R1))
%wc3=(1/(R(3)*C))*(sqrt(1+R(3)/R1))
alpha1=(3-K)/(2*R*C(1))
alpha2=(3-K)/(2*R*C(2))
alpha3=(3-K)/(2*R*C(3))
G1=K/(R*C(1));
G2=K/(R*C(2));
G3=K/(R*C(3));
B1=2*alpha1*wc1
```

```

B2=2*alpha2*wc2
B3=2*alpha3*wc3
w=logspace(0,6);
f=w/2*pi;
H1=(G1*(j*w))./(wc1^2+2*alpha1*(j*w)+(j*w).^2);
H2=(G2*(j*w))./(wc2^2+2*alpha2*(j*w)+(j*w).^2);
H3=(G3*(j*w))./(wc3^2+2*alpha3*(j*w)+(j*w).^2);
semilogx(f,20*log10(abs(H1)),'p-',f,20*log10(abs(H2)),'o-
',f,20*log10(abs(H3)),'x-');grid
title('Dap ung tan so cua mach dien hinh 6.13')
xlabel('Tan so,Hz')
ylabel('Bien do,dB')
legend('C=0,01 microFara','C=0,047 microFara','C=1 microFara')

```

Kết quả chạy chương trình cho trên hình BG 6.13b.



Hình BG 6.13b.

Chương trình cũng tính tần số trung tâm, độ suy giảm và độ rộng dải thông cho 3 trường hợp đã nói.

* Các tần số cắt:

```

wc1 =
8.8496e+003
wc2 =
1.8829e+003
wc3 =
88.4956*

```

Các hệ số suy giảm:

```

alpha1 =

```

$$4.4248e+003$$

$$\alpha_2 =$$

$$941.4423$$

$$\alpha_3 =$$

$$44.2478$$

* Độ rộng dải thông:

$$B1 =$$

$$7.8315e+007$$

$$B2 =$$

$$3.5453e+006$$

$$B3 =$$

$$7.8315e+003$$

>>

6.14. Viết phương trình cho dòng điện tại các nút V_- và V_+ , ta được:

$$\frac{V_{in} - V_-}{R_1 + \frac{1}{pC_1}} + \frac{V_o - V_-}{R} = 0$$

và $(pC_2 + \frac{1}{R_2})V_+ + \frac{V_+ - V_o}{KR} = 0$

$V_+ = V_-$, nên từ hai phương trình trên tìm được:

$$(pC_2 + \frac{1}{R_2})V_+ + \frac{V_{in} - V_+}{K(R_1 + \frac{1}{pC_1})} = 0$$

Hay: $\left[(pC_2 + \frac{1}{R_2}) - \frac{1}{K(R_1 + \frac{1}{pC_1})} \right] V_+ = -\frac{V_{in}}{K(R_1 + \frac{1}{pC_1})}$

Nếu thế lỗi ra lấy trên V_+ , thì sẽ thu được hàm truyền:

$$H(p) = \frac{-pR_2C_1}{K(1 + pR_2C_2)(1 + pR_1C_1) - pR_2C_1}$$

Hay: $H(p) = A \times \frac{-p \left[(R_1C_1 + R_2C_2) - \frac{R_2C_1}{K} \right]}{p^2R_1C_1R_2C_2 + p \left[(R_1C_1 + R_2C_2) - \frac{R_2C_1}{K} \right] + 1}$

Hay dưới dạng chuẩn: $H(p) = A \frac{-2\alpha \frac{p}{\omega_c}}{\left(\frac{p}{\omega_c} \right)^2 + 2\alpha \left(\frac{p}{\omega_c} \right) + 1}$

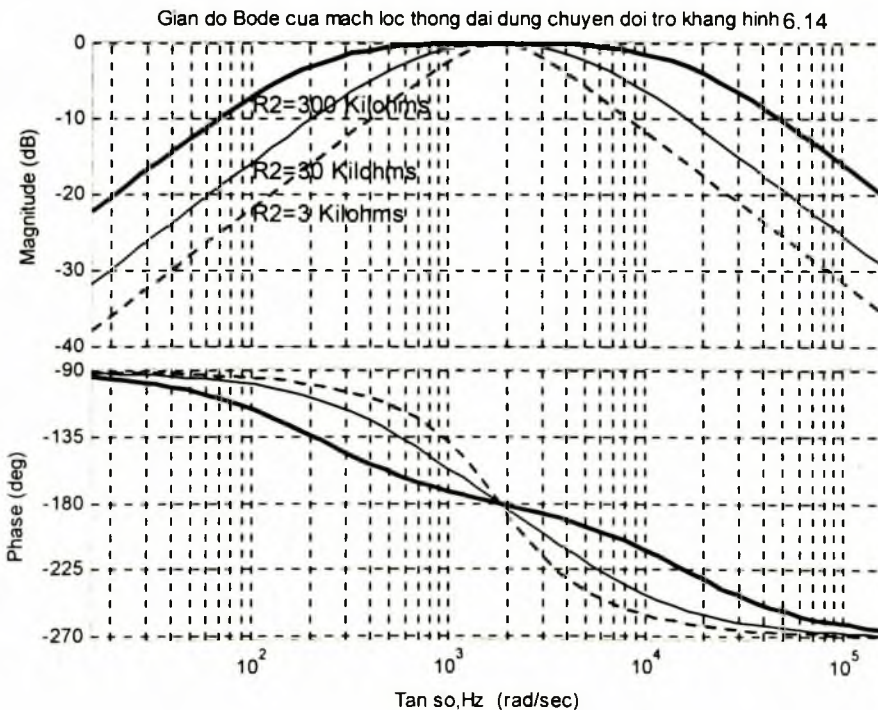
Trong đó: $A = \frac{R_2 C_1}{K(R_1 C_1 + R_2 C_2) - R_2 C_1}$; $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$

và $\alpha = \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2 - \frac{R_2 C_1}{K}}{2\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$

Dải thông của mạch lọc này:

$$\Delta\omega = 2\alpha\omega_c = \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} - \frac{1}{K R_1 C_2}$$

Hình BG 6.14 vẽ giản đồ Bode của mạch lọc thông dải dùng biến đổi trở kháng của hình B 6.14 với: $KI = 2$; $R_1 = 1k\Omega$; $C_1 = 0,1\mu F$ và $C_2 = 0,5\mu F$ và 3 giá trị điện trở R_2 là $3k\Omega$, $30k\Omega$ và $300k\Omega$; Từ đây cũng tính được: $A = 0.9375$; $\omega_c = 1.825,7Hz$; hệ số suy giảm $\alpha = 1,46$ và dải thông $\Delta\omega = 5.333,3Hz$ với $R_2 = 30k\Omega$.



Hình BG 6.14.

6.15. Để thiết lập hàm truyền của mạch lọc tổng quát này, ta áp dụng định luật Kirchhoff cho dòng điện tại các nút V_1 và V_- :

$$Y_1(V_{in} - V_1) + Y_2 V_1 - Y_3 V_1 + Y_4(V_1 - V_0) = 0$$

$$Y_3 V_1 + Y_5 V_0 = 0$$

Loại V_1 từ hai phương trình này và sau đó lập tỷ số giữa V_0/V_{in} , ta sẽ thu được hàm truyền:

$$H(p) = \frac{V_0}{V_{in}} = \frac{Y_1 Y_3}{Y_3 Y_4 + Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

6.16. Tại nút V_1 ta có:

$$V_1 C_2 p + \frac{V_0}{R_3} = 0 \Rightarrow V_1 = -\frac{V_0}{C_3 C_2 p}$$

$$\frac{V_i - V_1}{R_1} = \frac{V_1}{R_2} + V_1 C_2 p + (V_1 - V_0) C_1 p$$

$$\Rightarrow \frac{V_i}{R_1} = -V_0 \left[\frac{1}{R_3 C_2 p} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + (C_1 + C_2) p \right) + C_1 p \right]$$

Từ đó tìm được hàm truyền:

$$H(p) = \frac{V_0(p)}{V_i(p)} = -\frac{1/R_1}{C_1 p + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_2 p} + \frac{(C_1 + C_2)}{R_3 C_2}}$$

Hay

$$H(p) = \frac{V_0(p)}{V_i(p)} = -\frac{-(1/R_1 C_1) p}{p^2 + \frac{(C_1 + C_2)}{R_3 C_1 C_2} p + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

6.17. Hàm truyền của mạch lọc bậc hai có dạng:

$$H(p) = \frac{-1/R_1 R_3}{\frac{1}{R_2 R_3} + p C_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + p C_2 \right)}$$

Hay:

$$H(p) = \frac{-1/R_1 R_3 C_1 C_2}{p^2 + p \frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

Trong trường hợp đặc biệt, nếu tất cả các điện trở đều bằng nhau và bằng R , thì hàm truyền có dạng khá đơn giản:

$$H(p) = \frac{-1/R^2 C_1 C_2}{p^2 + p \frac{3}{R C_2} + \frac{1}{R^2 C_1 C_2}}$$

Từ đây tìm được tần số trung tâm: $\omega_c = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$

và hệ số suy giảm: $\alpha = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$

Nếu chọn Y_1 , Y_3 và Y_4 là điện dung còn Y_2 và Y_5 là điện trở thì ta sẽ thu được mạch lọc tích cực thông cao bậc hai.

$$6.18. \quad V_i - V_1 = V_1 + V_1 p + (V_1 - V_0)p$$

$$V_0 + V_1 p = 0 \Rightarrow V_1 = -\frac{V_0}{p}$$

$$V_i = V_1(2p + 2) - V_0 p = -V_0 \left(\frac{p^2 + 2p + 2}{p} \right)$$

Vậy:
$$H(p) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{-p}{p^2 + 2p + 2}$$

$$6.19. \text{ Gọi: } z_1 = R_1 + \frac{1}{pC_1} = \frac{1 + pC_1 R_1}{pC_1}$$

$$z_2 = \frac{R_2(1/pC_2)}{R_2 + 1/pC_2} = \frac{R_2}{1 + pC_2 R_2}$$

Hàm truyền của mạch điện tìm được là:

$$H(p) = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{pR_2 C_1}{(1 + pR_2 C_2)(1 + pR_1 C_1)}$$

$$= -\frac{p1/C_1 R_2}{p^2 + p\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2}\right) + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

Thay $p = j\omega$ vào biểu thức của hàm truyền, ta thu được đáp ứng tần số của mạch lọc này là:

$$H(j\omega) = \frac{(j\omega)1/C_1 R_2}{(j\omega)^2 + (j\omega)\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2}\right) + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

Đây là mạch lọc thông dải với tần số trung tâm:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \Rightarrow Q = \frac{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}{R_1 C_1 + R_2 C_2}$$

Dải thông $B_w = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2}$

$$6.20. \quad \frac{V_+}{V_i} = \frac{1/j\omega}{1 + 1/j\omega} = \frac{1}{1 + j\omega}$$

$$\frac{V_0}{V_+} = \frac{1/j\omega}{1 + 1/j\omega} = \frac{1}{1 + j\omega}$$

Vậy:
$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{1}{(1+j\omega)^2}$$

Đây là mạch lọc thông thấp.

6.21. Hàm truyền tìm được:

$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = 1 + \frac{R_2}{R_1 + 1/j\omega C} = 1 + \frac{j\omega CR_2}{1 + j\omega CR_1}$$

Hay
$$H(j\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{j\omega + \frac{1}{C(R_1 + R_2)}}{j\omega + \frac{1}{CR_1}}$$

Đây là mạch lọc thông cao.

6.22. Bộ khuếch đại thuật toán OA1 là bộ khuếch đại đảo với hệ số khuếch đại đơn vị, nên $v_3 = -v_2$. OA2 là bộ khuếch đại tổng với lối vào đảo cùng hệ số khuếch đại $-R_2/R_1$ đối với hai lối vào là v_1 và v_3 , nên thế lối ra tìm được:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1}(v_1 + v_3) = \frac{R_2}{R_1}(v_2 - v_1)$$

Do đó, đây là mạch khuếch đại vi sai.

6.23. a) Theo sơ đồ, ta tìm được $I_{ABC} = 5/R_G$; $g_m = 20I_{ABC} = 1\text{mS}$, nên:

$$I_{ABC} = \frac{10^{-3}}{20} = 50\mu\text{A}$$

Từ đó tính được: $R_G = 5/I_{ABC} = \frac{5}{50 \cdot 10^{-6}} = 10^5 \Omega$

b) $g_m = 20 \left(\frac{5}{R_G} \right) = \frac{100}{R_G}$; R_G thay đổi trong khoảng: $95 \leq R_G \leq 105$

nên g_m thay đổi trong khoảng: $\frac{100}{105} \leq g_m \leq \frac{100}{95}$.

6.24. 1) $v_o = i_o R_L$

$$i_o = g_m v_{bi}$$

$$g_m = 20I_{ABC} = 20 \frac{V_G}{R_G}$$

Vậy:
$$v_o = \frac{20V_G R_L}{R_G} v_{bi}$$

2) Từ kết quả ở câu 1 ta thấy thế lối ra v_o tỷ lệ trực tiếp với thế biến từ v_{bi} ; tức là tỷ lệ trực tiếp với mức nước đo. Để điều chỉnh thế lối ra v_o , ta có thể điều chỉnh thế nuôi V_G hoặc điện trở R_G . Điều chỉnh nguồn thế không đòi hỏi khó hơn; do vậy cũng tốn kém hơn. Ngoài ra nguồn V_G liên quan trực tiếp với thế

lối ra trong kh điều chỉnh một điện trở vì chỉ cần một mạch phân thế và R_G không liên quan trực tiếp với thế lối ra v_0 . Do vậy điều chỉnh R_G lợi hơn.

6.25.

$$1) \quad v_0 = i_0 R_L$$

$$i_0 = g_m v_{in}$$

$$g_m = 20I_{ABC} = 20 \frac{v_{in}}{R_G}$$

Vậy:
$$v_0 = \frac{20R_L}{R_G} v_{in}^2 = 20 \frac{R_L}{R_G} \sin^2(\omega t)$$

2) Thế lối ra được viết dưới dạng:

$$v_0 = 20 \frac{R_L}{R_G} \sin^2(\omega t) = 10 \frac{R_L}{R_G} (1 - \cos 2\omega t)$$

Như vậy tần số của thế lối ra đã được tăng gấp đôi. Rõ ràng đây là một bộ nhân tần số.

Thế lối vào v_{in} có biên độ bằng 1V mà độ dẫn cực đại của mạch đã cho là $g_{max} = 10 \text{ mS} = 20|v_{in}|/R_G$ từ đây tìm được $R_G = 2000\Omega$.

Để biên độ thế lối ra bằng 1V; nghĩa là:

$$|v_0| = 1 \text{ V} = \frac{10R_L}{R_G} \text{ suy ra } R_L = 200\Omega$$

6.26.

$$a) \quad v_0 = i_0 R_L = v_{in} g_{m2} R_L = 20I_{BABC2} v_{in} R_L = 20i_{01} v_{in} R_L$$

$$i_{01} = g_{m1} (4 - v_0) = 20I_{ABC1} (4 - v_0) = 20(4/R_G)(4 - v_0).$$

Vậy:
$$v_0 = 20v_{in} R_L (80/R_G)(4 - v_0) = 6400v_{in} \frac{R_L}{R_G} - 1600v_{in} v_0 \frac{R_L}{R_G}$$

Hay, sau khi thay các giá trị $R_G = 10k\Omega$; $R_L = 1k\Omega$, ta tìm được phương trình đối với thế lối ra v_0 : $v_0(1 + 160v_{in}) = 640v_{in}$

Vậy:
$$v_0 = \frac{640v_{in}}{1 + 160v_{in}}$$

$$b) \quad g_m = \frac{i_0}{v_{in}} = \frac{v_0}{v_{in}} \left(\frac{1}{R_L} \right) = \frac{0,64}{1 + 160v_{in}}$$

Khi
$$v_{in} \rightarrow 0 \Rightarrow g_m \rightarrow \frac{6400}{R_G} = 0,64 \text{ S}$$

$$v_{in} \rightarrow \infty \Rightarrow g_m \rightarrow \frac{4}{R_L v_{in}} = \frac{1}{250v_{in}}$$

6.27. Nếu chọn: $Y_1 = \frac{1}{R_1}$; $Y_2 = \frac{1}{R_2}$; $Y_5 = \frac{1}{R_3}$; $Y_3 = pC_2$; $Y_4 = pC_1$

thì sau khi thay các giá trị này vào hàm truyền $H(p)$ dạng tổng quát của bài toán 6.6, ta sẽ thu được mạch lọc tích cực thông dải bậc hai có hàm truyền dạng:

$$H(p) = \frac{pC_2/R_1}{\frac{1}{R_3} \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + p(C_1 + C_2) \right] + p^2 C_1 C_2}$$

Hay:

$$H(p) = \frac{p/R_1 C_2}{p^2 + p \frac{(C_1 + C_2)}{R_3 C_1 C_2} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

Mạch lọc này có tần số trung tâm là: $\omega_c = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}}$

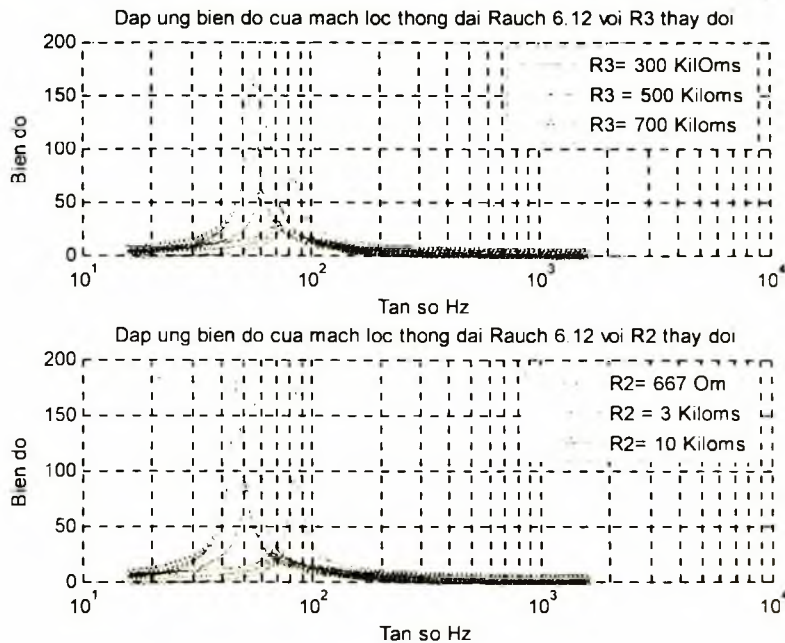
và độ suy giảm là: $\alpha = \sqrt{\frac{R_1 R_2 (C_1 + C_2)}{R_3 (R_1 + R_2)}}$

Từ đó tìm được dải thông tại 3dB là: $\Delta\omega = 2\alpha\omega_c = \frac{1}{R_3} \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}}$

Từ đây ta thấy dải thông của mạch lọc có thể được điều chỉnh nếu ta thay đổi điện trở R_3 .

Giữ cố định độ rộng dải thông, tần số góc trung tâm của mạch lọc thông dải này có thể được điều chỉnh chính xác nhờ điều chỉnh điện trở R_2 .

Hệ số khuếch đại của toàn bộ mạch lọc có thể được điều chỉnh nhờ thay đổi điện trở R_1 . Hình BG 6.27 vẽ đáp ứng biên độ của mạch lọc thông dải với: $R_1 = 2 \cdot 10^3$; $C = 0.1 \cdot 10^{-6}$; $R = 500$ và với các điện trở R_2 và R_3 thay đổi.



Hình BG 6.27.

6.28. Hàm truyền của mạch lọc này có dạng:

$$H(p) = \frac{p/R_1C}{p^2 + p \frac{2}{R_3C} + \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2R_3C^2}}$$

Mạch lọc này có tần số trung tâm là: $\omega_c = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1R_2R_3}}$

và độ suy giảm là: $\alpha = \sqrt{\frac{R_1R_2}{R_3(R_1 + R_2)}}$

Từ đó tìm được dải thông tại 3dB là: $\Delta\omega = 2\alpha\omega_c = \frac{2}{R_3C}$

Các thông số trên cho phép ta tính được các giá trị của các điện trở theo điện dung C, độ rộng dải thông $\Delta\omega$, ω_c và hệ số khuếch đại A:

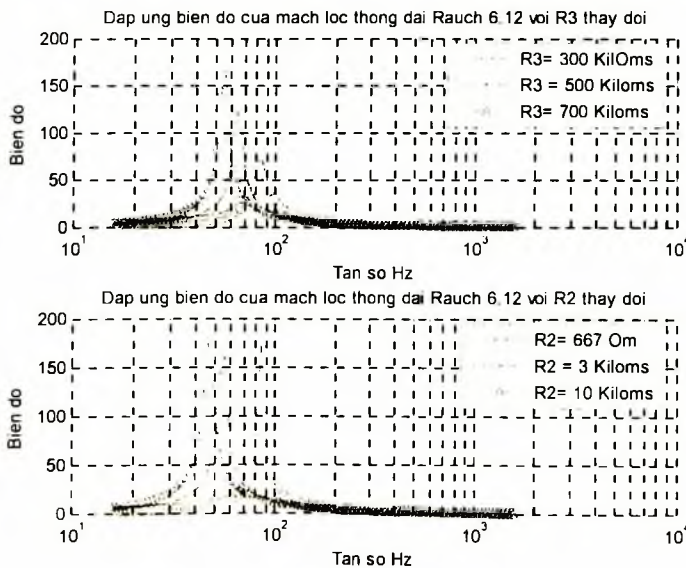
$$R_3 = \frac{2}{C\Delta\omega}; \quad R_1 = \frac{R_3}{2A} = -\frac{1}{AC\Delta\omega};$$

$$R_2 = \frac{R_1}{R_1R_3C^2\omega_c^2 - 1} = \frac{1}{C} \frac{\Delta\omega}{2\omega_c^2 + A\Delta^2\omega}$$

Từ đây ta thấy dải thông của mạch lọc có thể được điều chỉnh nếu ta thay đổi điện trở R_3 .

Giữ cố định độ rộng dải thông, tần số góc trung tâm của mạch lọc thông dải này có thể được điều chỉnh chính xác nhờ điều chỉnh điện trở R_2 .

Hệ số khuếch đại của toàn bộ mạch lọc có thể được điều chỉnh nhờ thay đổi điện trở R_1 . Hình BG 6.28 vẽ đáp ứng biên độ của mạch lọc thông dải với: $R_1 = 2 \cdot 10^3$; $C = 0.1 \cdot 10^{-6}$; $R = 500$ và với các điện trở R_2 và R_3 thay đổi.



Hình BG 6.28.

6.29. Để xét các tính chất của mạch điện này, trước hết ta tính hàm truyền $H(p)$ của toàn bộ mạch. Có nghĩa là ta phải xác định được tỷ số của biến đổi Laplace của thế lối ra V_0/V_{in} như trên sơ đồ.

* Tại nút V_1 , phương trình dòng cho ta:

$$\frac{-V_0}{R} + pC_2 V = 0$$

* Tại nút V_2 :

$$\frac{V}{R} + \frac{V_{in}}{R_2} + (pC_1 + \frac{1}{R_1})V_0 = 0$$

Loại trừ V từ hai phương trình trên, ta được:

$$\left(\frac{1}{R^2 C_2 p} + pC_1 + \frac{1}{R_1} \right) V_0 = -\frac{V_{in}}{R_2}$$

Hay:

$$V_0 = -\frac{1}{R_2 \left(\frac{1}{R^2 C_2 p} + pC_1 + \frac{1}{R_1} \right)} V_{in} =$$

$$V_0 = -\frac{R^2 R_1 C_2 p}{R_1 R_2 + R^2 R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + R^2 R_2 C_2 p} V_{in}$$

Lập tỷ số $\frac{V_0}{V_{in}}$, ta được:

$$\begin{aligned} H(p) = \frac{V_0}{V_{in}} &= -\frac{R^2 R_1 C_2 p}{R_1 R_2 + R^2 R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + R^2 R_2 C_2 p} = \\ &= \frac{-1/R_2 C_1 p}{p^2 + 1/R_1 C_1 p + 1/R^2 C_1 C_2} \end{aligned}$$

Đây là hàm truyền của một mạch lọc thông dải. Hàm truyền này không phụ thuộc điện trở R_3 ; có nghĩa là tính chất của mạch điện không phụ thuộc điện trở này. Điều này cũng dễ hiểu; bởi vì tăng với bộ khuếch đại thuật toán OA_3 chỉ là tăng đậm.

Hàm truyền trên có thể được viết dưới dạng chính tắc:

$$H(p) = \frac{R_1}{R_2} \frac{-\frac{R^2 C_2}{R_1} p}{R^2 C_1 C_2 p^2 + \frac{R^2 C_2}{R_1} p + 1}$$

Từ đây ta thấy mạch lọc này có tần số trung tâm là:

$$\omega_c = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$$

Hệ số suy giảm của dải chặn là:

$$\alpha = \frac{R^2 C_2}{2R_1} \omega_c = \frac{R^2 C_2}{2R_1} \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}} = \frac{R}{2R_1} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

Hệ số khuếch đại của dải thông là:

$$A = \frac{R_1}{R_2}$$

Do vậy độ rộng dải thông là:

$$\Delta\omega = 2\alpha\omega_c = \frac{1}{2R_1 C_1}$$

Chương trình MATLAB sau đây vẽ giản đồ Bode của mạch lọc thông dải này với: $R = 1\text{k}\Omega$; $R_1 = 999\Omega$; $R_2 = 866\Omega$; $C_1 = 0,47\mu\text{F}$; $C_2 = 0,1\mu\text{F}$.

```
R1=999;
```

```
R2=866;
```

```
R=1.0e3;
```

```
C1=0.47e-6;
```

```
C2=0.1e-6;
```

```
b=[0 -1/(R2*C1) 0];%[0 -R3/(R1*R4*C1) 0];
```

```
a=[1 1/(R1*C1) 1/(R^2*C1*C2)];%[1 1/(R5*C1) R3/(R2*R4*R6*C1*C2)];
```

```
fmin=1.0*10^3
```

```
fmax=1.0*10^4;
```

```
w=logspace(log10(fmin),log10(fmax),50);
```

```
f=w/2*pi;
```

```
h=freqs(b,a,w);
```

```
bode(b,a,w)
```

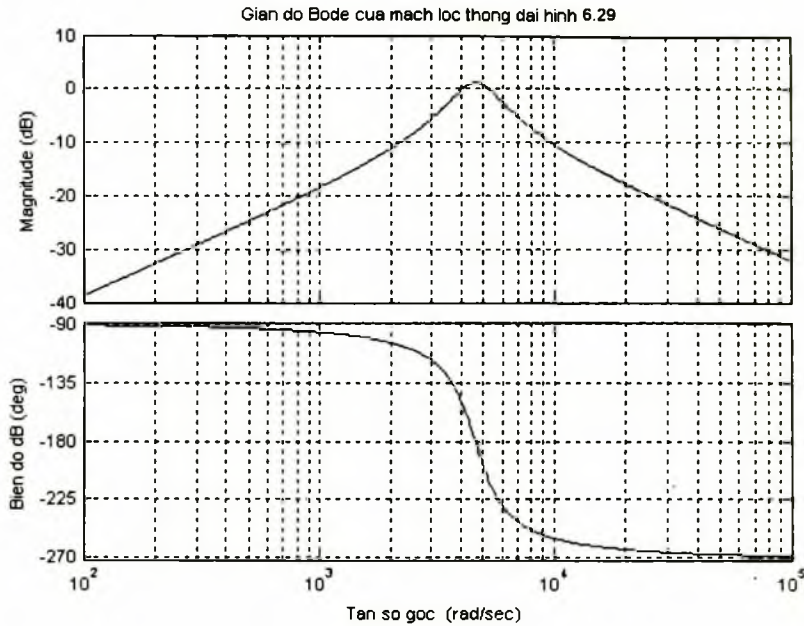
```
title('Đáp ứng biên độ của mạch lọc thông dải hình B 6.29')
```

```
xlabel('Tần số Hz')
```

```
ylabel('Biên độ dB')
```

```
grid
```

Kết quả chạy chương trình cho trên hình BG 6.29 và hệ số suy giảm $\alpha = 1,085$; dải thông $\Delta\omega = 1.065\text{ Hz}$ và tần số trung tâm: $\omega_c = 4.613\text{Hz}$.



Hình BG 6.29.

- 6.30. Trong sơ đồ này, bộ phận trong hộp vuông chấm chấm tương đương với độ dẫn Z . Do vậy hàm truyền của bộ lọc chặn dải này tìm được dưới dạng:

$$H(p) = \frac{V_o(p)}{V_i(p)} = \frac{R_2 + R_1}{R_1} \frac{Z}{Z + R_3} - \frac{R_2}{R_1}$$

Trở kháng Z tìm được từ các phương trình:

$$V = R_4 I + R_5 (I + I_1)$$

và
$$R_4 I = \frac{1}{C_2 p} I_1$$

Từ đó tìm được:

$$Z = \frac{V}{I} = R_4 + R_5 + R_4 R_5 C_2 p$$

Thay Z vào biểu thức của hàm truyền $H(p)$, ta tìm được hàm truyền của toàn bộ bộ lọc chặn dải là:

$$H(p) = \frac{R_4 R_5 C_1 C_2 p^2 + \left(R_4 + R_5 - \frac{R_2 R_3}{R_1} \right) C_1 p + 1}{R_4 R_5 C_1 C_2 p^2 + (R_4 + R_5 + R_3) C_1 p + 1}$$

Đây là hàm truyền của một bộ lọc chặn dải có tần số trung tâm:

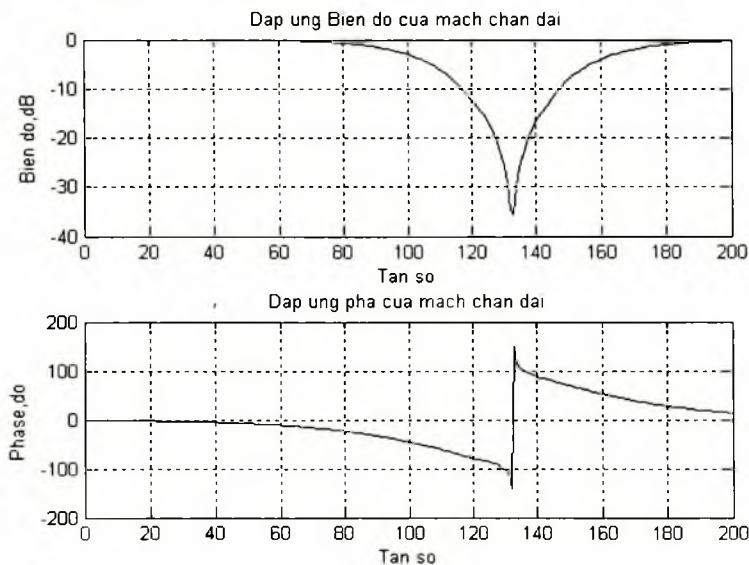
$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_4 R_5 C_1 C_2}$$

Bộ lọc này có đáp ứng biên độ có giá trị lớn nhất bằng đơn vị và có giá trị nhỏ nhất tại tần số trung tâm ω_0 . Khi đó thì:

$$|H(\omega_0)| = \frac{R_4 + R_5 - \frac{R_2 R_3}{R_1}}{R_3 + R_4 + R_5} < 1$$

Hình BG 6.30a vẽ biên độ và đáp ứng pha của mạch lọc chặn dải này với:

$$\begin{aligned} R_1 &= 11.3 \cdot 10^3 \Omega; R_2 = 67.8 \cdot 10^3 \Omega; R_3 = 33.9 \cdot 10^3 \Omega; \\ R_4 &= 100 \cdot 10^3 \Omega; R_5 = 100 \cdot 10^3 \Omega; C_1 = 0.01 \cdot 10^{-6} \text{ F}; \\ C_2 &= 0.01 \cdot 10^{-6} \text{ F}. \end{aligned}$$

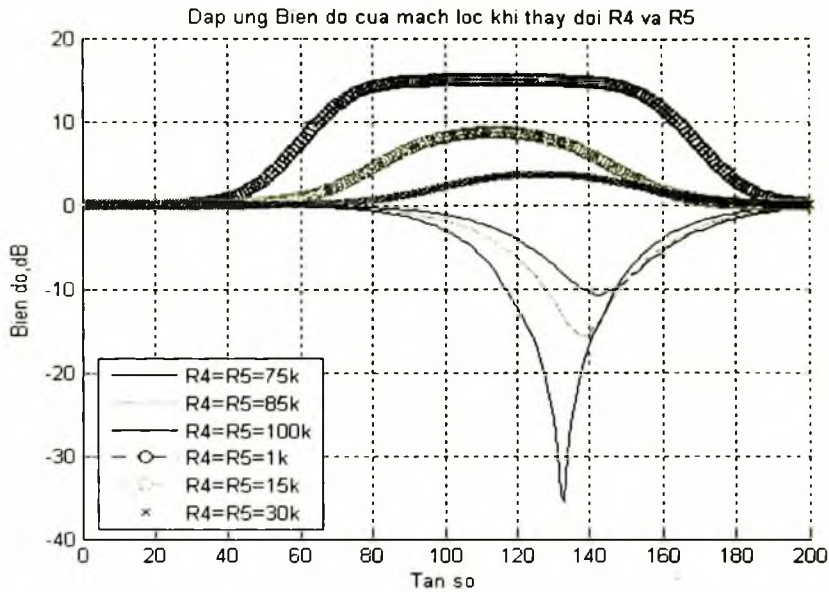


Hình BG 6.30a.

Đối với sơ đồ hình BG 6.30a: nếu thay đổi giá trị của điện trở R_4 hoặc R_5 , thì không những ta có thể thay đổi tần số trung tâm và độ rộng dải thông của mạch lọc chặn dải mà còn thay đổi cả bản chất của mạch lọc nữa. Thật vậy, nếu chọn giá trị của các điện trở trên tương đối thấp cỡ dưới $25k\Omega$ thì mạch lọc chặn dải sẽ trở thành mạch lọc thông dải. Bởi vì, với các giá trị này của các điện trở R_4 và R_5 , thì độ dẫn Z tương đương của bộ biến đổi trở kháng đã thay đổi tính chất: từ độ dẫn có tính chất cảm kháng thành độ dẫn có tính chất dung kháng. Vì vậy mạch lọc đã chuyển từ chặn dải sang thông dải. Đáp ứng biên độ của 6 mạch lọc khác nhau tương ứng với 6 giá trị khác nhau của các điện trở R_4 và R_5 sau đây:

$$\begin{aligned} R_{41} &= 75 \cdot 10^3; & R_{42} &= 85 \cdot 10^3; & R_{43} &= 100 \cdot 10^3; & R_{411} &= 1 \cdot 10^3; \\ R_{422} &= 15 \cdot 10^3; & R_{433} &= 30 \cdot 10^3; & R_{51} &= 75 \cdot 10^3; & R_{52} &= 85 \cdot 10^3; \\ R_{53} &= 100 \cdot 10^3; & R_{511} &= 1 \cdot 10^3; & R_{522} &= 15 \cdot 10^3; & R_{533} &= 30 \cdot 10^3; \end{aligned}$$

trong khi giá trị của các tụ điện vẫn giữ nguyên không thay đổi, đã minh chứng cho nhận định này. Hình BG 6.30b cho thấy sự thay đổi của đáp ứng biên độ của mạch lọc khi thay đổi giá trị của các phần tử đã nói.



Hình B 6.30b.

6.31. Giả sử ta có mạch lọc thông thấp bậc 4, loại Bessel, có tần số cắt $f_c = 2\text{kHz}$. Mạch lọc này được thực hiện bằng cách ghép nối tiếp hai mắt lọc như trên hình BG 6.31.

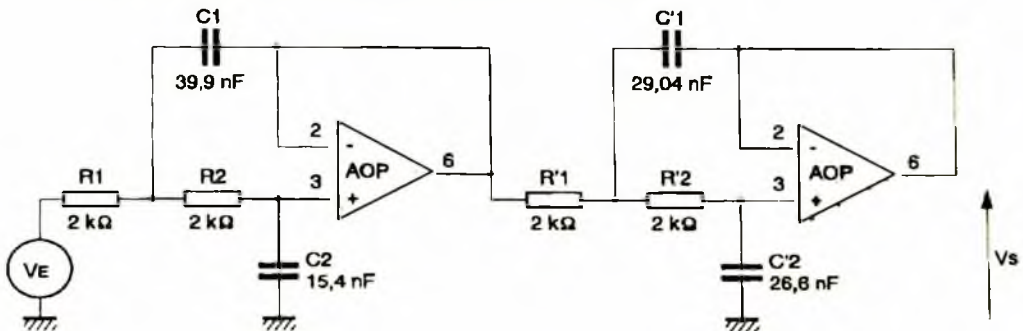
Hình BG 6.31 cho hàm truyền dẫn đã được chuẩn hoá. Biến số p sẽ được thay bằng p/ω_0 , như vậy thu được hàm truyền:

$$H(p) = \frac{1}{0,3889 \frac{p^2}{\omega_0^2} + 0,7742 \frac{p}{\omega_0} + 1} \cdot \frac{1}{0,4889 \frac{p^2}{\omega_0^2} + 1,3396 \frac{p}{\omega_0} + 1}$$

Từ bảng 6.1, ta có thể viết:

$$H(p) = \frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2RC_2 p + 1} \cdot \frac{1}{R'^2 C'_1 C'_2 p^2 + 2R'C'_2 p + 1}$$

Các phần tử C_1 , C_2 , C'_1 , C'_2 được tính bằng cách cân bằng các số hạng của hai phương trình và bằng cách chọn $R = 2\text{ k}\Omega$.



Hình B 6.31.

Ta chọn R bằng phép tính gần đúng liên tiếp nhờ vậy thu được các giá trị của các điện dung cụ thể.

$$C_2 = \frac{0,742}{2R\omega_0} = 15,4\text{nF}; \quad C_1 = \frac{1,004}{R\omega_0} = 39,9\text{nF}$$

Đối với mắt lọc thứ hai, với $R = 2\text{k}\Omega$:

$$C_2' = \frac{1,3396}{2R\omega_0} = 26,6\text{nF}; \quad C_1' = \frac{0,730}{R\omega_0} = 29,04\text{nF}$$

6.32. Với bảng 6.2, hàm truyền của mạch lọc thông thấp có dạng:

$$H(p) = \frac{1}{8,018p^2 + 3,721p + 1} \cdot \frac{1}{1,0093p^2 + 0,1255p + 1} \cdot \frac{1}{1,793p^2 + 0,6092p + 1}$$

Bằng cách biến đổi p bằng $1/p$, ta thu được hàm truyền của mạch lọc thông cao:

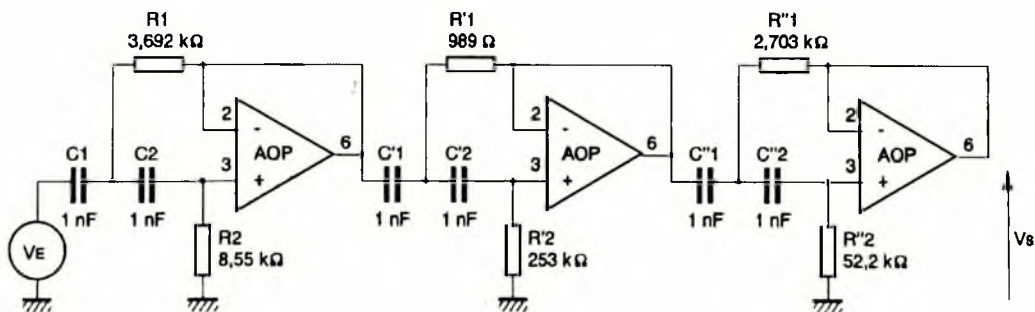
$$H(p) = \frac{0,1247p^2}{0,1247p^2 + 0,464p + 1} \cdot \frac{0,990p^2}{0,990p^2 + 0,1243p + 1} \cdot \frac{0,5577p^2}{0,5577p^2 + 0,3397p + 1}$$

Mạch lọc được tạo thành từ ba mắt lọc bậc hai nối tiếp.

Đây là mạch lọc Sallen và Key thông cao ở dòng thứ 3 của bảng 6.2.

Nếu lấy $K = 1$ và $C = 1\text{ nF}$, thì giá trị của các điện trở thu được bằng cách cân bằng các hệ số của hai phương trình.

Sơ đồ của mạch lọc cần thiết kế cho trên hình BG 6.32.



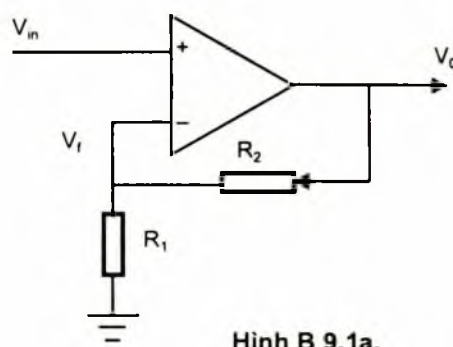
Hình BG 6.32.

Chương 9

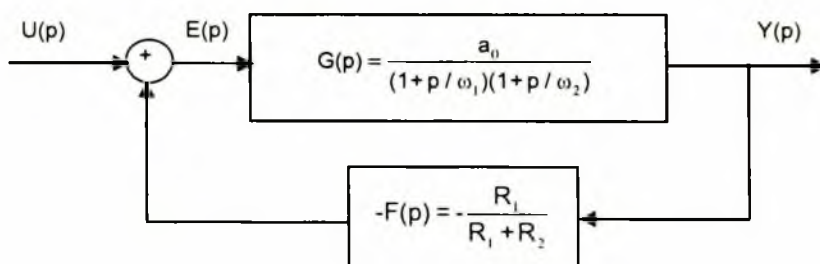
KIỂM TRA, GIÁM SÁT VÀ ĐIỀU KHIỂN QUÁ TRÌNH

ĐỀ BÀI

- 9.1. a) Chứng tỏ rằng bộ khuếch đại thuật toán với mạch phản hồi là một mạch chia thế trên các điện trở R_1 và R_2 trên sơ đồ hình 9.1a có sơ đồ mô hình hóa trên hình B 9.1b; trong đó $G(p)$ là hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại thuật toán có hệ số khuếch đại tĩnh a_0 và tần số cắt là ω_1 và ω_2 .

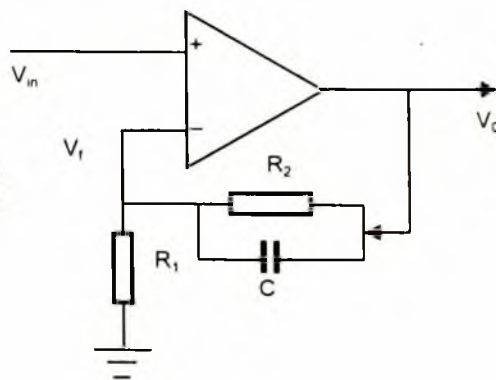


Hình B 9.1a.

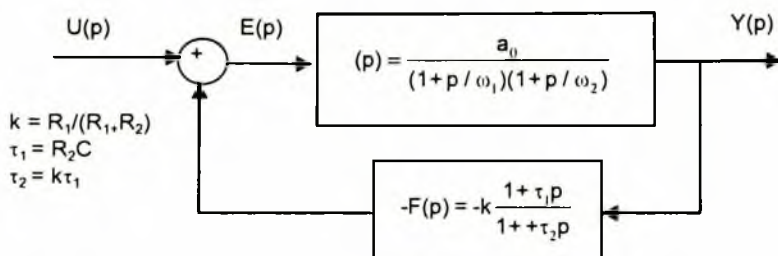


Hình B 9.1b.

- b) Tìm hàm truyền của toàn bộ hệ thống điều khiển đó.
- 9.2. a) Chứng tỏ rằng bộ khuếch đại thuật toán với mạch phản hồi là một mạch chia thế trên các điện trở R_1 và R_2 trên sơ đồ hình B 9.2a có sơ đồ mô hình hóa trên hình B 9.2b; trong đó $G(p)$ là hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại thuật toán có hệ số khuếch đại tĩnh a_0 và tần số cắt là ω_1 và ω_2 .



Hình B 9.2a.



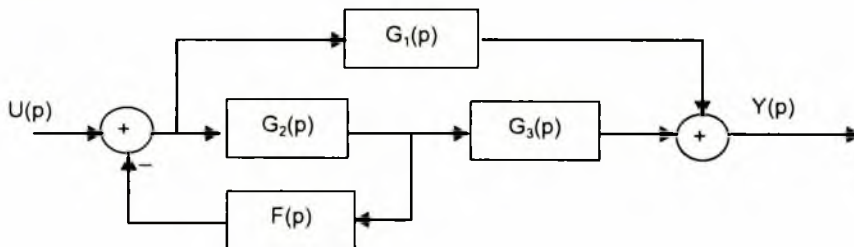
Hình B 9.2b.

b) Tìm hàm truyền $H(p)$ của mạch điều khiển này.

c) Vẽ giản đồ Bode của hệ thống điều khiển với ba trường hợp: Vòng mở, vòng kín, và vòng kín cân bằng với $C = 1,12\mu\text{F}$.

9.3. Hệ thống điều khiển mô-tơ bằng cảm ứng có $L_a = 0,2\text{H}$, điện trở $R_a = 2\Omega$ hệ số tỷ lệ $k_s = 0,1$; $k_a = 0,1$ và hệ số ma sát $F = 0,2\text{Nm/s}$; mô-men quán tính của tải và của mô-tơ $J = 0,02\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$. Hãy tìm đáp ứng của hệ thống này đối với xung nhảy bậc đơn vị $u(t)$

9.4. Bốn hệ thống có hàm truyền lần lượt là $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ và $F(p)$ được ghép với nhau như trên sơ đồ hình B 9.4. Tìm hàm truyền $H(p)$ của toàn bộ mạng.



Hình B 9.4

9.5. Hai hệ thống thời gian liên tục có các hàm truyền lần lượt là:

$$G_1(p) = \frac{3}{p(p+1)(p+2)}; \quad G_2(p) = \frac{p+2}{(p+4)}$$

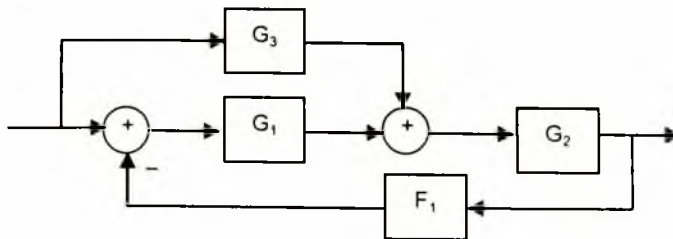
Hãy tìm hàm truyền của toàn bộ mạng khi:

a) Ghép song song.

b) Ghép nối tiếp

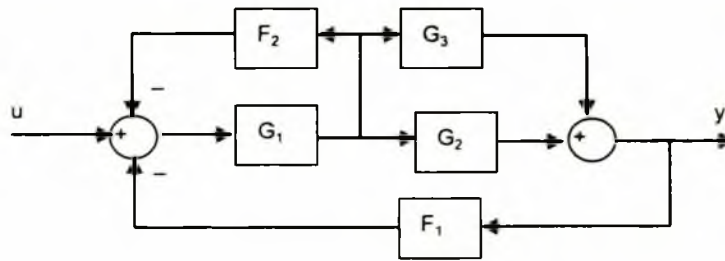
c) Ghép phản hồi.

9.6. Tìm hàm truyền của mạng điều khiển có sơ đồ khối cho trong hình B 9.6.



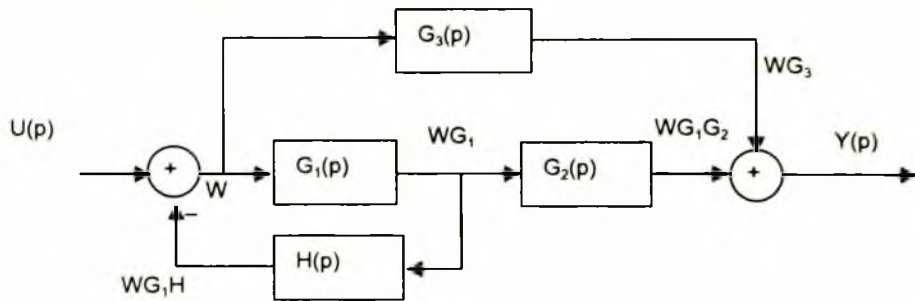
Hình B 9.6.

9.7. Tìm hàm truyền của mạng điều khiển có sơ đồ khối cho trong hình B 9.7.



Hình B 9.7.

9.8. Dùng phương pháp biến số trung gian, tìm hàm truyền của mạng có sơ đồ khối cho trên hình B 9.8.



Hình B 9.8

9.9. Giảm đồ khối của một hệ thống điều khiển có phản hồi có sơ đồ cho trên hình B 9.9. Tìm hàm truyền của hệ thống đó bằng các phương pháp:

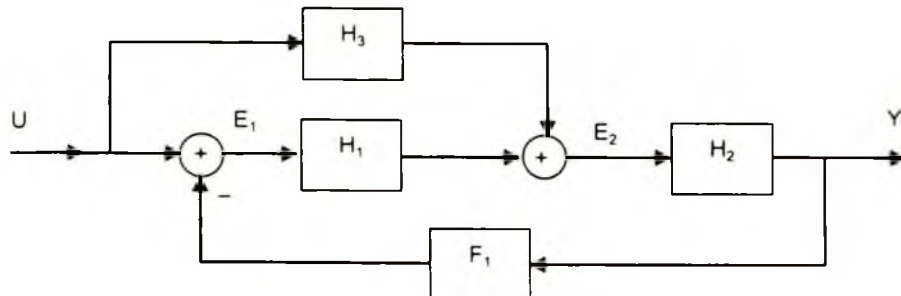
a) Biến số trung gian

b) MATLAB

Biết rằng các hàm truyền trên các nhánh đã cho là:

$$H_1(p) = \frac{5}{p(p+1)}; \quad H_2(p) = \frac{2}{p+3}; \quad H_3(p) = 2$$

$$F_1(p) = \frac{1}{(p+4)}$$



Hình B 9.9.

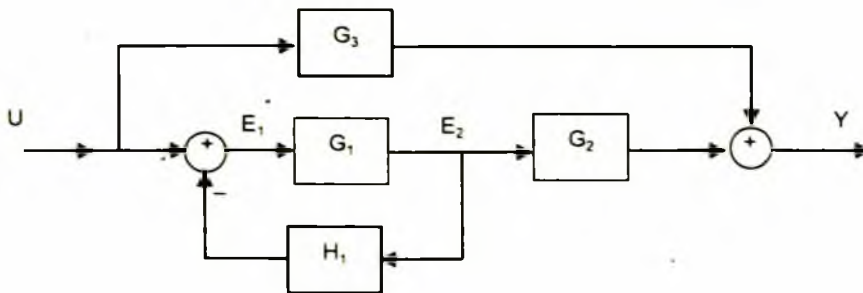
9.10. Giảm đồ khối của một hệ thống điều khiển có phản hồi có sơ đồ cho trên hình B 9.10. Tìm hàm truyền của hệ thống đó bằng các phương pháp:

- Biến số trung gian.
- Phương pháp đồ thị dòng tín hiệu Mason.
- MATLAB.

Biết rằng các hàm truyền trên các nhánh đã cho là:

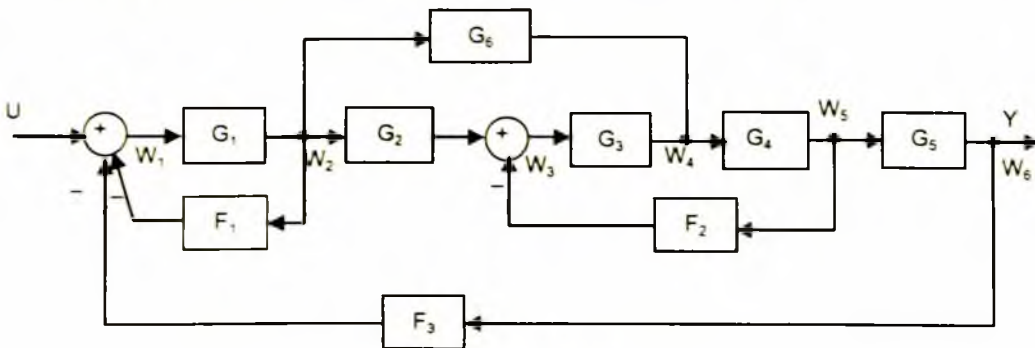
$$G_1(p) = \frac{5}{p(p+1)}; \quad G_2(p) = \frac{2}{p+3}; \quad G_3(p) = 2$$

$$H_1(p) = \frac{1}{(p+4)}$$



Hình B 9.10.

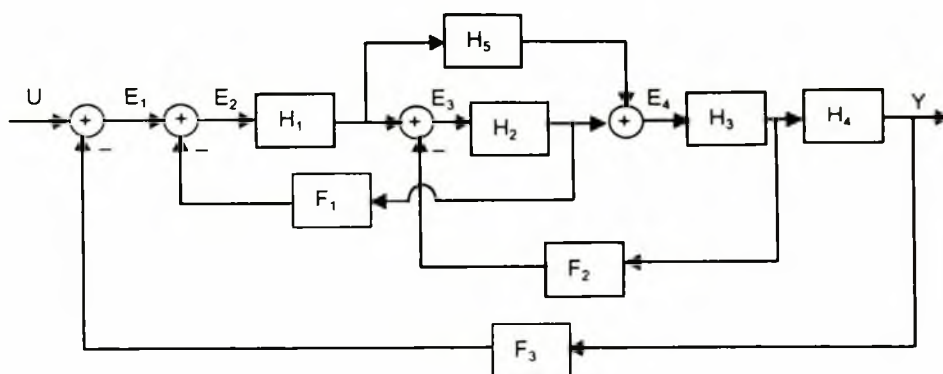
9.11. Dùng quy tắc Mason, tính hàm truyền $H(p)$ của mạng có sơ đồ khối cho trên hình B 9.11.



Hình B 9.11.

9.12. Giảm đồ khối của một hệ thống điều khiển có phản hồi có sơ đồ cho trên hình B 9.12. Tìm hàm truyền của hệ thống đó bằng các phương pháp:

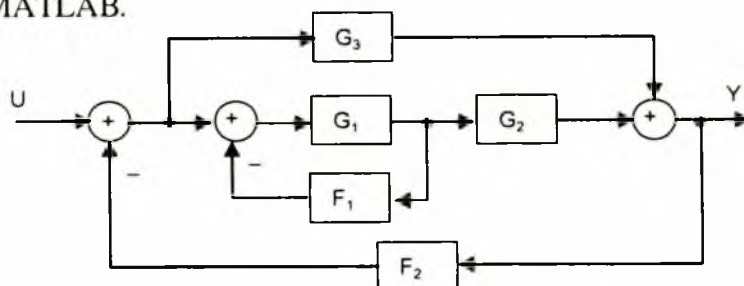
- Biến số trung gian.
- Quy tắc Mason.



Hình B 9.12.

9.13. Tìm hàm truyền của toàn bộ mạng cho trên hình B 9.13 dùng:

- Phương pháp đơn giản hóa từng bước.
- Sơ đồ dòng tín hiệu Mason.
- MATLAB.



Hình B 9.13.

Trong đó: $G_1(p) = \frac{5}{p^2 + p}$; $G_2(p) = \frac{2}{p}$; $G_3(p) = 2$;
 $F_1(p) = \frac{p}{p+4}$; $F_2(p) = \frac{5p}{p+2}$;

9.14. Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển vị trí của motor được điều khiển bằng trường có sơ đồ cho trên hình B 9.14.

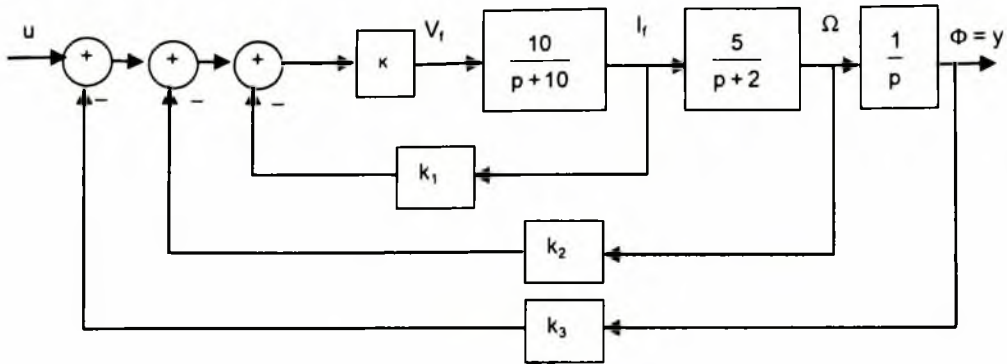
- Tìm hàm truyền $H(p)$ của hệ thống theo quy tắc rút gọn đại số.
- Tìm hàm truyền $H(p)$ theo quy tắc Mason.
- Nếu cho $K = 2$, $k_1 = -0,05$, $k_2 = 0,16$ và $k_3 = 0,24$.

Hãy viết chương trình MATLAB để tìm hàm truyền của hệ này.

d) Dùng các hàm MATLAB để tìm các điểm cực của hệ thống điều khiển vòng kín.

e) Đối với các điểm cực đã cho, tìm khai triển thành các phân thức riêng phần nhờ hàm MATLAB residue; từ đó tìm biểu thức giải tích của đáp ứng của mạng đối với xung nhảy bậc đơn vị $u(t)$. Kiểm tra kết quả thu được nhờ hàm step.

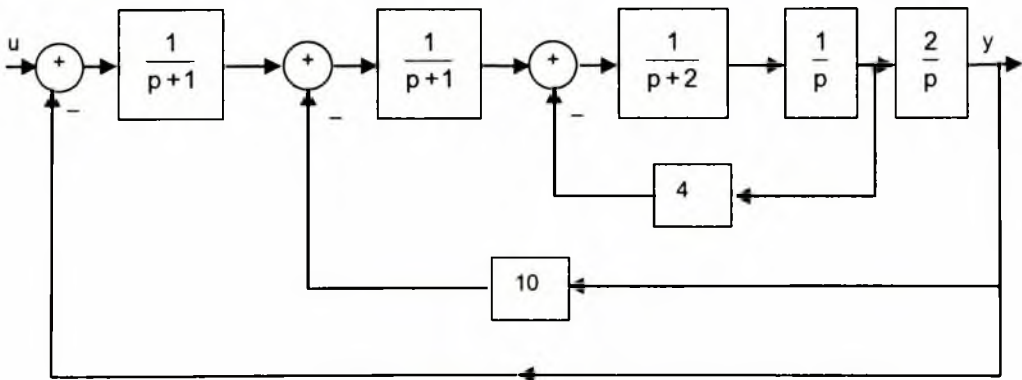
f) Vẽ đáp ứng đó với thời gian 10 giây.



Hình B 9.14.

9.15. Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển có sơ đồ cho trên hình B 9.15.

- Tìm hàm truyền $H(p)$ của hệ thống theo quy tắc rút gọn đại số.
- Tìm hàm truyền $H(p)$ theo quy tắc Mason.
- Hãy hàm truyền của hệ thống nhờ hàm MATLAB series và feedback.
- Tìm và vẽ đáp ứng của hệ thống đó đối với xung nhảy bậc đơn vị $u(t)$ với thời gian 10 giây.



Hình B 9.15.

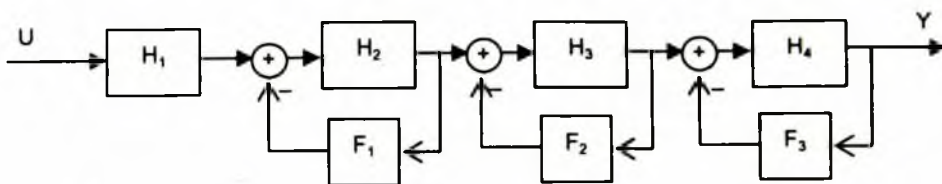
9.16. Một hệ thống điều khiển có sơ đồ khối cho trên hình B 9.16; trong đó:

$$H_1(p) = \frac{1}{p(p+1)}; H_2(p) = \frac{2}{p+5}; H_3(p) = \frac{1}{p}; H_4(p) = \frac{3}{p+2}$$

$$F_1(p) = \frac{1}{p+3}; F_2(p) = \frac{5}{p+1}; F_3(p) = 7$$

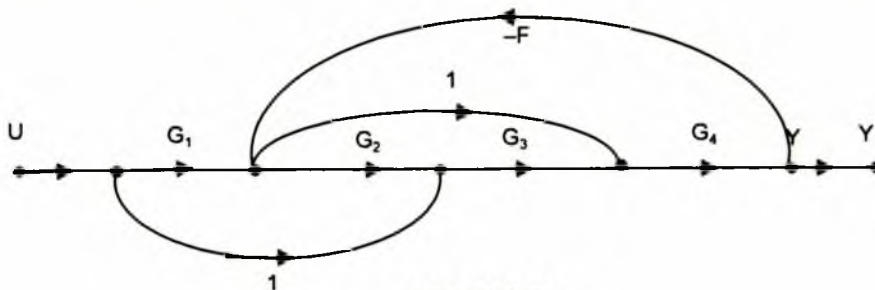
Tìm hàm truyền của toàn bộ hệ thống bằng:

- Quy tắc Mason.
- Biến số trung gian.
- MATLAB.
- Vẽ đáp ứng xung đơn vị và nhảy bậc đơn vị của hệ thống đã cho.



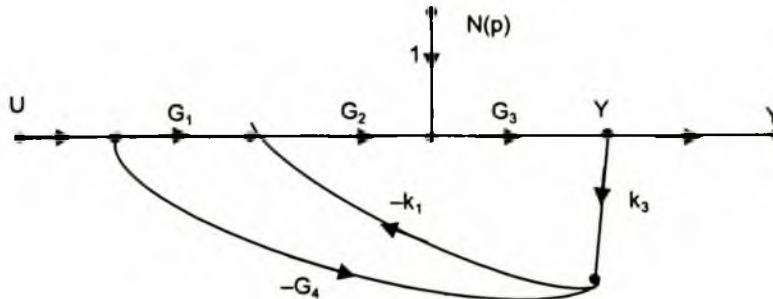
Hình B 9.16.

9.9. Một hệ thống điều khiển vòng kín có sơ đồ dòng tín hiệu cho trên hình B 9.17. Tìm hàm truyền $H(p)$ của hệ thống đó bằng quy tắc Mason.



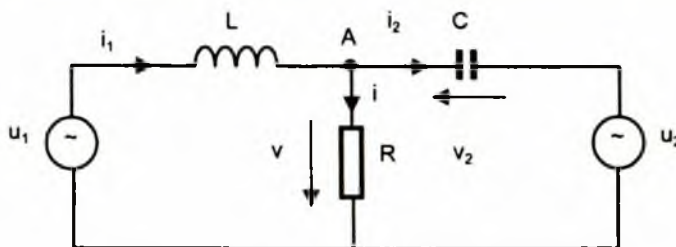
Hình B 9.17.

9.18. Một hệ thống điều khiển vòng kín có sơ đồ dòng tín hiệu cho trên hình B 9.18. Tìm hàm truyền $H(p)$ của hệ thống đó bằng quy tắc Mason.



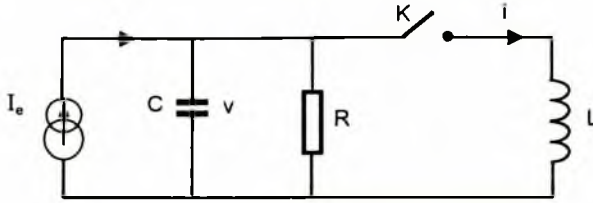
Hình B 9.18.

9.19. Cho mạch điện RLC bậc hai như trên hình B 9.19. Hãy thiết lập phương trình đối với các biến số trạng thái $i_1(t)$ và $v_2(t)$ như trên hình vẽ.



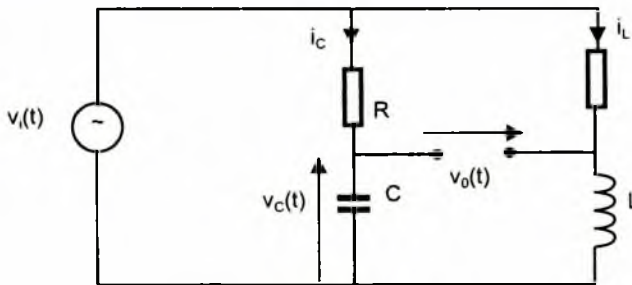
Hình B 9.19.

- 9.20. Cho mạch RLC song song như trên hình B 9.20. Bằng phương pháp biến số trạng thái, tìm thế lối ra trên tụ C khi khóa K đóng tại thời điểm $t = 0$. Biết rằng $v(0) = 20V$ dòng qua cuộn cảm $i(0) = 0$ và $C = 50\mu F$, $L = 1/32H$; $R = 10\Omega$.



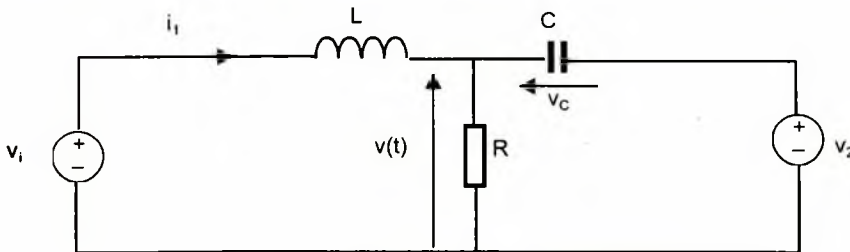
Hình B 9.20

- 9.21. Dùng phương pháp biến số trạng thái, tìm thế lối ra $v_o(t)$ theo thế lối vào $v_i(t)$ trong sơ đồ mạng điện cho trên hình B 9.21.



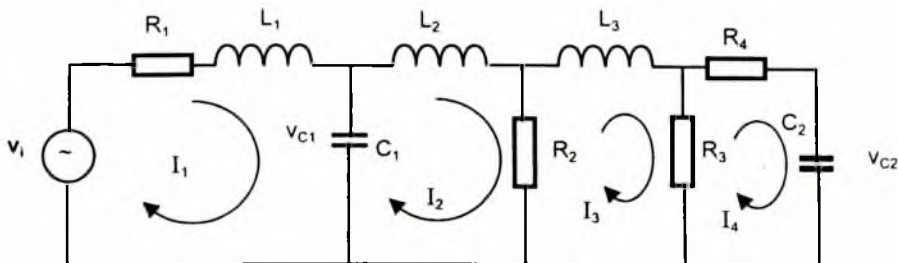
Hình B 9.21.

- 9.22. Tìm phương trình trạng thái của mạng điện cho trong hình B 9.22.



Hình B 9.22.

- 9.23. Tìm phương trình trạng thái của mạng điện cho trong hình B 9.23.



Hình B 9.23.

- 9.24. Tìm ma trận trạng thái của hệ thống một lối vào và một lối, bậc ba được đặc trưng bởi phương trình vi phân:

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + \alpha \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \beta \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 y(t) = \gamma u(t)$$

- 9.25. Tìm các ma trận trạng thái của hàm truyền:

$$H(p) = \frac{p^2 + 9p + 20}{p^3 + 6p^2 + 11p + 6}$$

- 9.26. Hàm truyền của một hệ thống tạo chùm thích nghi được biểu thị dưới dạng:

$$H(p) = \frac{1,65p^4 - 0,331p^3 - 576p^2 + 90,6p + 19080}{p^6 + 0,996p^5 + 463p^4 + 97,8p^3 + 12131p^2 + 8,11p}$$

Tìm các ma trận trạng thái để thực thi hàm truyền nói trên theo cấu trúc chính tắc dạng quan sát trực tiếp.

- 9.27. Một hệ thống điều khiển có hàm truyền:

$$H(p) = \frac{p^2 + 4p + 5}{p^3 + 6p^2 + 11p + 6}$$

Vẽ sơ đồ dòng tín hiệu thực thi hệ thống trên dưới dạng cấu trúc chính tắc dạng song song.

- 9.28. Giả sử hàm truyền có một cặp điểm cực phức $p_1 = 1 - j$ và $p_2 = 1 + j$ liên hợp phức với nhau. Hàm truyền này được phân tích thành dạng:

$$H(p) = \frac{4}{p + 1 - j} + \frac{4}{p + 1 + j} + \frac{2}{p + 5} + \frac{3}{p + 7}$$

a) Vẽ sơ đồ dòng tín hiệu để thực thi hệ thống này với các hệ số thực.

b) Tìm các ma trận trạng thái từ hàm truyền đã cho.

- 9.29. Hàm truyền của hệ thống bậc n có một điểm cực bội k , khi đó chỉ còn $n - k$ điểm cực đơn. Giả sử điểm cực p_1 là điểm cực bội k .

a) Hãy vẽ sơ đồ dòng tín hiệu thực thi hệ thống có điểm cực bội này.

b) Biểu diễn phương trình vi phân của hệ thống này dưới dạng các ma trận trạng thái.

- 9.30. Một hệ thống thời gian liên tục được biểu bởi hàm truyền:

$$H(p) = \frac{p^2 + 6p + 8}{(p + 1)^2(p + 3)}$$

a) Vẽ sơ đồ dòng tín hiệu thực thi hàm truyền đó.

b) Tìm các ma trận trạng thái của hệ thống có hàm truyền này.

c) Tính các ma trận trạng thái dùng hàm tf2ss và so sánh kết quả với câu b).

9.31. Một hệ thống điều khiển mô-tơ vòng kín thời gian liên tục có hàm truyền:

$$H(p) = \frac{2}{p^5 + 4p^4 + 9p^3 + 10p^2 + 24p + 22}$$

a) Tìm đáp ứng xung đơn vị bằng cách dùng hàm impulse của MATLAB với lệnh: `impz(b, a)`

Vẽ cả y và x theo t .

b) Tìm đáp ứng của hệ thống đối với xung nhảy bậc đơn vị ở lối vào bằng cách dùng hàm `step`. Vẽ cả đáp ứng trạng thái lẫn lối ra.

c) Tìm đáp ứng trạng thái zero đối với lối vào đã cho $f(t) = e^{-2t} t \geq 0$ bằng cách dùng hàm `lsim` với $t = 0: 0.01: 5s$.

d) Tìm các ma trận trạng thái dùng hàm `step` và tìm các biểu diễn không gian trạng thái tương ứng bằng các lệnh MATLAB sau:

`[y,x]=impz(A,B,C,D,1)`

`[y,x]=step(A,B,C,D,1)`

`[y,x]=lsim(A,B,C,D,f,t)`

So sánh các kết quả thu được.

9.32. Quan hệ vào/ra của một hệ thống thời gian liên tục được biểu thị bằng hàm truyền:

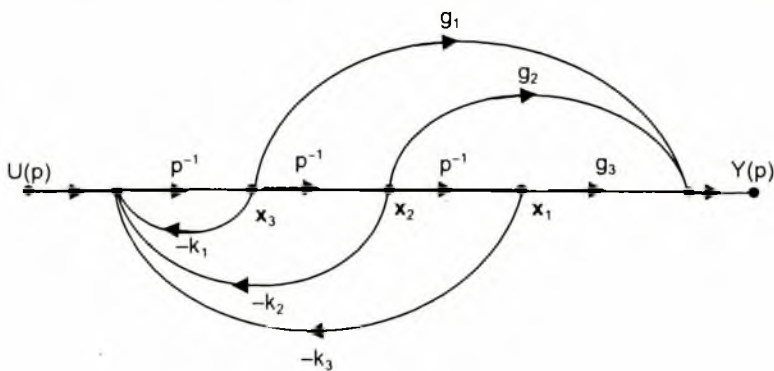
$$H(p) = \frac{p^2 + 3p + 3}{p^3 + 2p^2 + 3p + 1}$$

a) Vẽ sơ đồ dòng tín hiệu thực thi trực tiếp hệ thống đó.

b) Tìm các ma trận trạng thái và biểu thị quan hệ vào/ra của hệ thống theo các biến số trạng thái.

c) Vẽ sơ đồ dòng tín hiệu thực thi hệ thống đó dưới dạng cấu trúc nối tiếp.

9.33. Sơ đồ dòng tín hiệu của một hệ thống thời gian liên tục cho trên hình B 9.33.



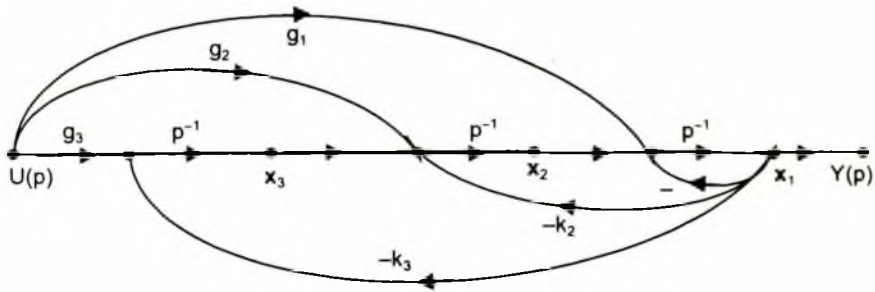
Hình B 9.33.

a) Tìm hàm truyền $H(p)$ của toàn bộ hệ thống.

b) Tìm các ma trận trạng thái của hệ thống.

c) Sử dụng MATLAB, tính $\det(pI - A)$; trong đó I là ma trận đơn vị cùng bậc với ma trận trạng thái A .

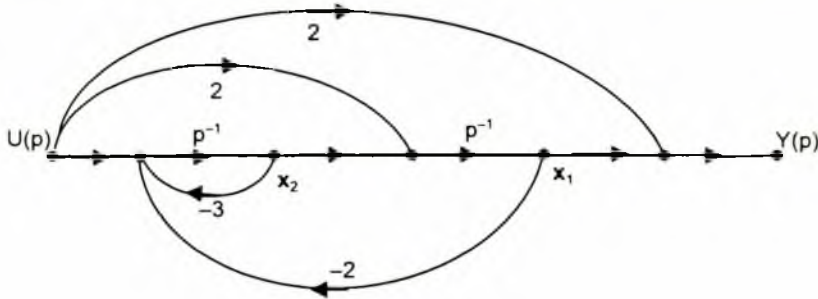
9.34. Sơ đồ dòng tín hiệu của một hệ thống thời gian liên tục cho trên hình B 9.34.



Hình B 9.34.

- Tìm hàm truyền $H(p)$ của toàn bộ hệ thống.
- Tìm các ma trận trạng thái của hệ thống.
- Sử dụng MATLAB, tính $\det(pI - A)$; trong đó I là ma trận đơn vị cùng bậc với ma trận trạng thái A .

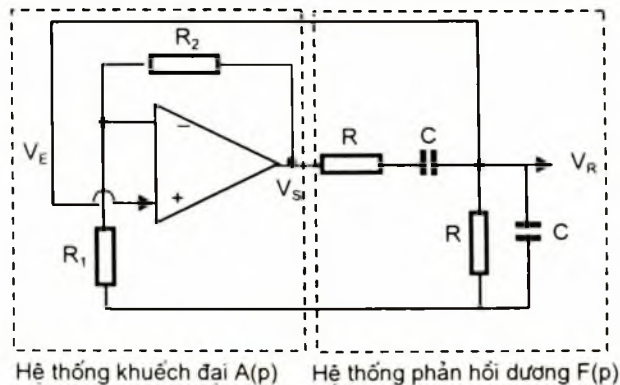
9.35. Sơ đồ dòng tín hiệu của một hệ thống thời gian liên tục cho trên hình B 9.35.



Hình B 9.35.

- Tìm hàm truyền $H(p)$ của toàn bộ hệ thống.
- Vẽ sơ đồ dòng tín hiệu thực thi hệ thống dưới dạng ghép song song.
- Tìm các ma trận trạng thái của hệ thống với cấu trúc mới.

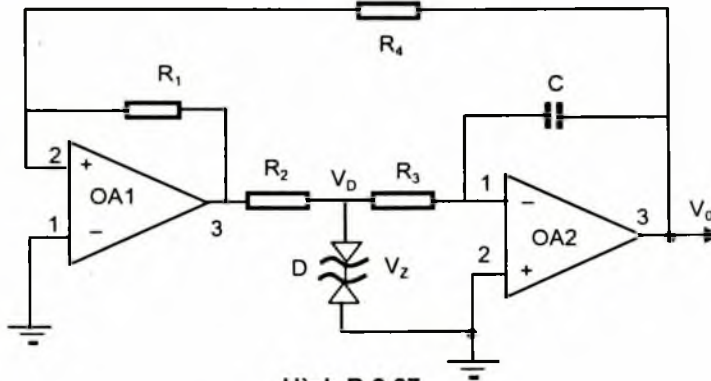
9.36. Hình B 9.36 là sơ đồ của máy phát tín hiệu sin dùng cầu Wien. Tìm hàm truyền của máy phát và điều kiện để máy phát phát tín hiệu sin.



Hình B 9.36.

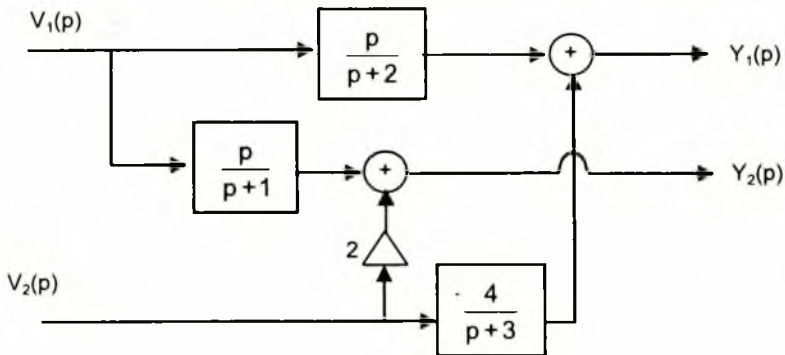
9.37. Hình B 9.37 là sơ đồ của một máy phát xung răng cưa.

- Tìm tín hiệu phát của mạch điện nói trên.
- Tính tần số của tín hiệu phát.



Hình B 9.37.

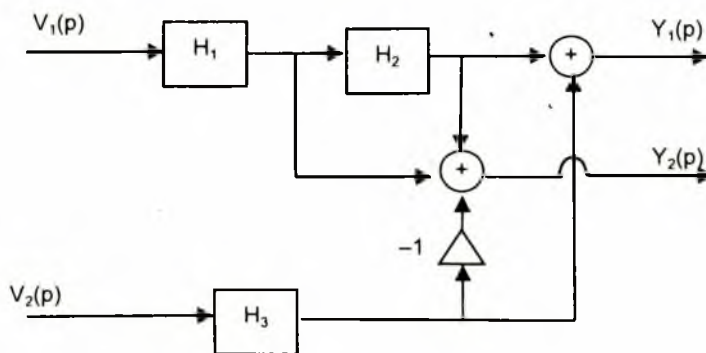
9.38. Một hệ thống có 2 lối vào và 2 lối ra như trên hình B 9.38 là hệ thống có 2 lối vào, hai lối ra. Tìm hàm truyền $H(p)$ của hệ thống đó.



Hình B 9.38.

9.39. Tìm hàm truyền của hệ thống có sơ đồ khối cho trên hình B 9.39. Biết rằng:

$$H_1(p) = \frac{1}{p+1}; \quad H_2(p) = \frac{1}{p-1}; \quad H_3(p) = \frac{1}{p+3};$$

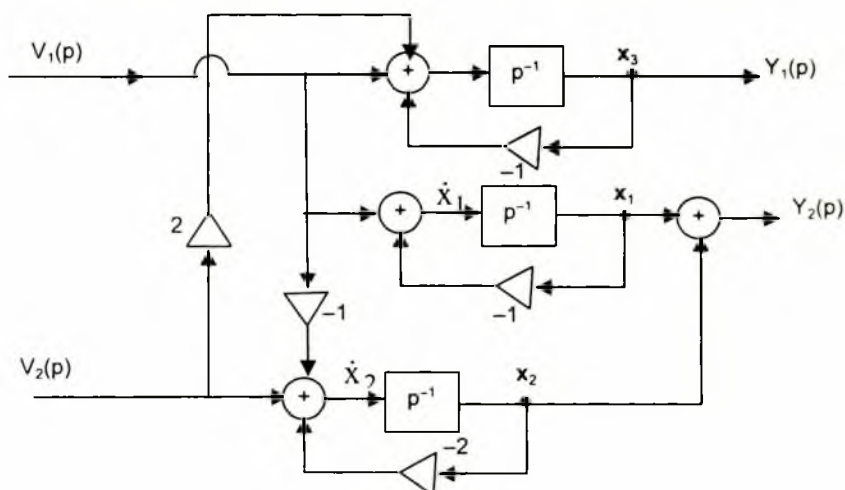


Hình B 9.39.

9.40. Một hệ thống thời gian liên tục hai lối vào, hai lối ra có sơ đồ dòng tín hiệu cho trên hình B 9.40.

a) Tìm hàm truyền ma trận $H(p)$ của hệ thống đó.

b) Viết phương trình trạng thái của hệ thống dưới dạng chuẩn.



Hình B 9.40.

TRẢ LỜI VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

9.1. a) Khi chưa có mạch phản hồi, thì hệ số khuếch đại vòng mở:

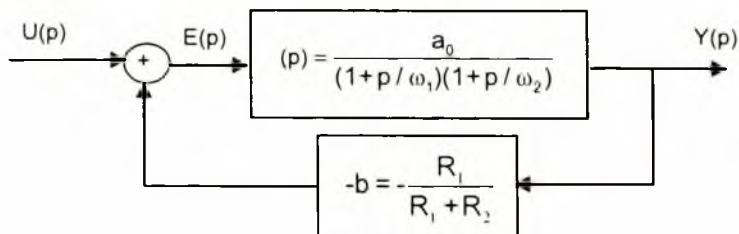
$$a(p) = \frac{a_0}{(1 + \frac{p}{\omega_1})(1 + \frac{p}{\omega_2})}$$

Trong đó hệ số khuếch đại tĩnh a_0 . Đối với nhiều bộ khuếch đại thuật toán $a_0 = 10^5$; các tần số cắt: $\omega_1 = 10^4$ Hz và $\omega_2 = 10^6$ Hz.

Khi có mạch phản hồi, thì: $b = \frac{V_f}{V_o} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

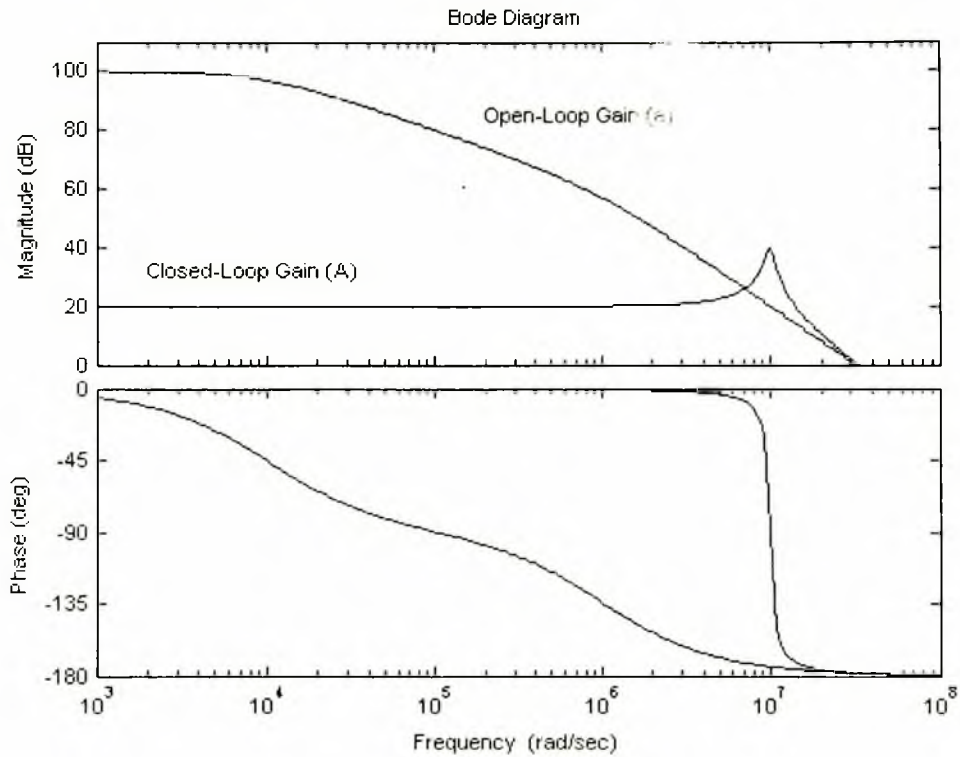
Hệ số khuếch đại vòng kín bây giờ là: $A(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{a(p)}{1 + a(p)b}$

Do đó có sơ đồ như trên hình BG 9.1a.



Hình BG 9.1a.

Đáp ứng tần số của mạch điện đối với vòng mở và vòng kín tìm được như trên hình BG 9.1b với $R_1 = 50k\Omega$; $R_2 = 90k\Omega$.



Hình BG 9.1b.

9.2. Khi chưa có mạch phản hồi, thì hệ số khuếch đại vòng mở:

$$a(p) = \frac{a_0}{(1 + \frac{p}{\omega_1})(1 + \frac{p}{\omega_2})}$$

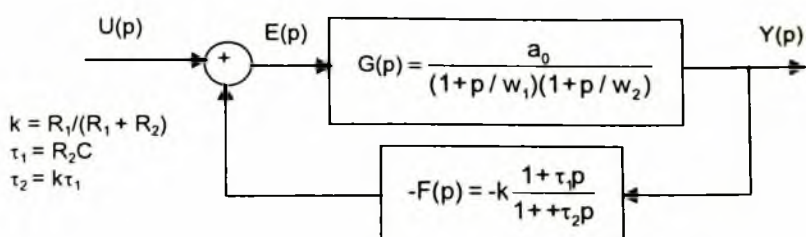
Trong đó hệ số khuếch đại tĩnh a_0 . Đối với nhiều bộ khuếch đại thuật toán $a_0 = 10^5$; các tần số cắt: $\omega_1 = 10^4$ Hz và $\omega_2 = 10^6$ Hz.

Khi có mạch phản hồi, thì: $F(p) = \frac{V_i}{V_o} = k \frac{1 + \tau_1 p}{1 + \tau_2 p}$

với: $k = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$; $\tau_1 = R_2 C$; $\tau_2 = k \tau_1$

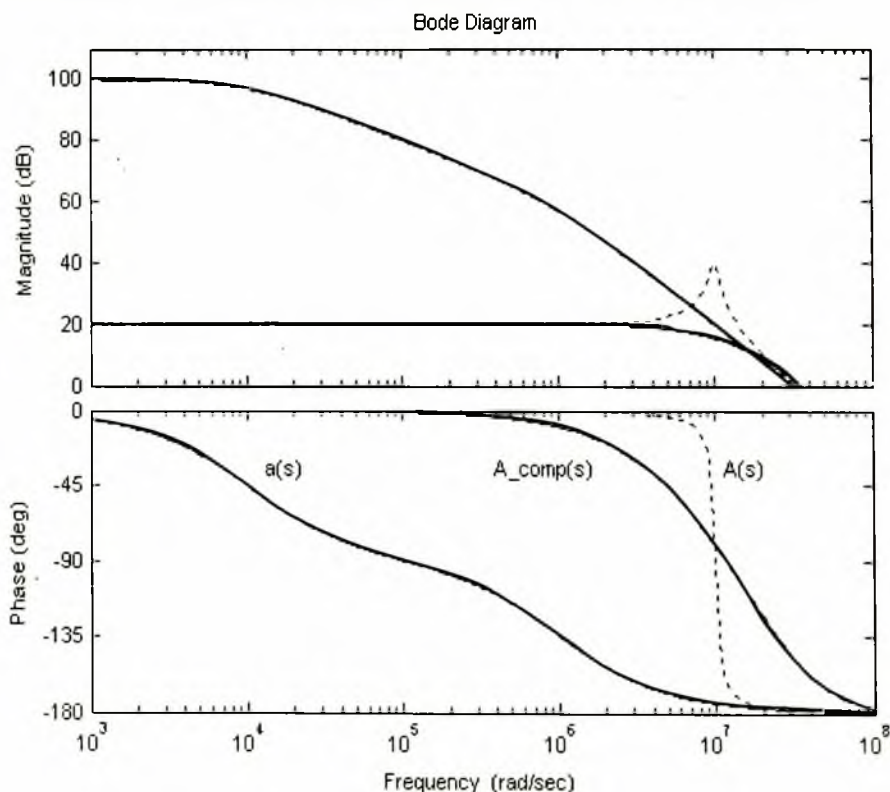
Hệ số khuếch đại vòng kín bây giờ là: $A(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{a(p)}{1 + a(p)F(p)}$

Do đó có sơ đồ như trên hình BG 9.2a.



Hình BG 9.2a.

Hình BG 9.2b vẽ đáp ứng tần số với: $R_1 = 50k\Omega$; $R_2 = 90k\Omega$ và tụ $C = 1/R_2\omega_{cp} = 1,12pF$; trong đó ω_{cp} là tần số cắt của dải thông.



Hình BG 9.2b

9.3. Để giải bài toán này, ta dùng các hàm MATLAB. Chương trình MATLAB sau đây mô phỏng hệ thống điều khiển mô tơ bằng lỗi này.

% Chương trình MATLAB điều khiển mô tơ bằng lỗi.

```

Ra=2;
La=0.5;
k5=0.1;
k4=0.1;
F=0.2;

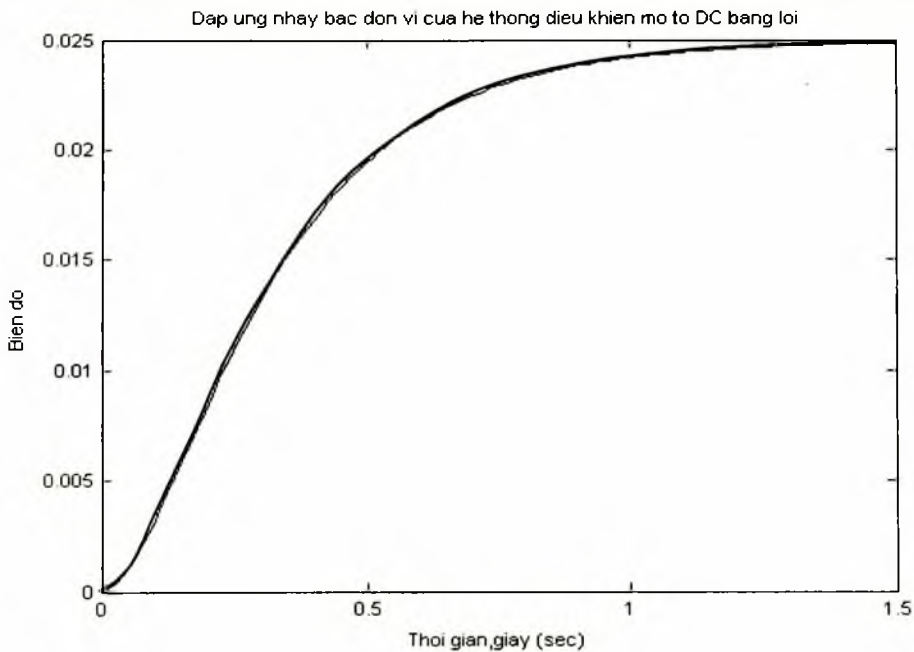
```

```

J=0.02;
h1=tf(km,[La Ra]);
h2=tf(km,[J F]);
dcm=ss(h2)*[h1,1];
dcm=feedback(dcm,kb,1,1);
step(dcm(1));

```

Đáp ứng của hệ thống đối với xung nhảy bậc đơn vị cho trên hình BG 9.3.



Hình BG 9.3.

- 9.4. Từ sơ đồ ta thấy hai hệ thống $G_2(p)$ và $G_4(p)$ ghép nối tiếp nhau và ghép song song với hệ thống có hàm truyền $H_1(p)$. Hệ thống có hàm truyền $F(p)$ là hệ thống phản hồi của hệ thống $G_2(p)$. Do đó hàm truyền của toàn bộ mạng sẽ là:

$$H(p) = \frac{G_1(p) + G_2(p)G_4(p)}{1 + G_2(p)F(p)}$$

- 9.5. Chúng ta sẽ dùng các lệnh của MATLAB để thực hiện các sơ đồ dòng tín hiệu này. Chương trình MATLAB sau đây thực hiện các yêu cầu của bài toán.

%Trước tiên ta định nghĩa các hàm truyền G_1 và G_2 :

```
z1=[inf;inf;inf];
```

% Tất cả các điểm cực của G_1 đều bằng ∞ .

```
p1=[0;-1;-2];
```

```

k1=3
[n1,d1]=zp2tf(z1,p1,k1);
n2=[1 2];
d2=[1 4];
%Tìm hàm truyền của các mạng.
[ns,ds]=series(n1,d1,n2,d2);
% Tìm hàm truyền của mạng nối tiếp.
printsys(ns,ds,'p')
[np,dp]=parallel(n1,d1,n2,d2);
% Tìm hàm truyền của mạng song song.
printsys(ns,ds,'p')
[nf,df]=feedback(n1,d1,n2,d2,-1);
% Hàm truyền của mạng phản hồi, -1 là phản hồi âm.
printsys(nf,df,'p')

```

Cả ba lệnh trên, MALAB cho kết quả:

Đối với mạng nối tiếp và song song thì hàm truyền của mạng tổng thể đều có dạng:

$$\frac{\text{num/den} = 3p + 6}{p^4 + 7p^3 + 14p^2 + 8p}$$

Hay
$$H(p) = \frac{3p + 6}{p^4 + 7p^3 + 14p^2 + 8p}$$

Còn đối với mạng phản hồi, thì MALAB cho kết quả:

$$\frac{\text{num/den} = 3p + 12}{p^4 + 7p^3 + 14p^2 + 11p + 6}$$

Có nghĩa là hàm truyền của mạng phản hồi có dạng:

$$H(p) = \frac{G_1(p)}{1 + G_1(p)G_2(p)} = \frac{3p + 12}{p^4 + 7p^3 + 14p^2 + 11p + 6}$$

9.6.
$$H(p) = \left(1 + \frac{G_3}{G_1} \right) \frac{G_1 G_2}{1 + F_1 G_1 G_2}$$

9.7.
$$H(p) = \frac{G_1(G_2 + G_3)}{1 + F_2 G_1 + F_1 G_1 G_2}$$

9.8. 1) Đưa biến số trung gian $W(p)$ vào lối ra của bộ tổng đầu tiên trên sơ đồ. Khi đó tín hiệu lối ra của các hệ thống được chỉ ra trên sơ đồ.

2) Thiết lập hai phương trình tại hai bộ tổng, ta được:

$$W = U - WG_1H$$

$$Y = WG_1G_2 + WG_3$$

3. Loại bỏ biến số trung gian W , ta tìm được:

$$Y = (G_1G_2 + G_3) \frac{U}{1 + G_1H}$$

Lập tỷ số Y/U , thu được hàm truyền của toàn bộ mạng:

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{G_1(p)G_2(p) + G_3(p)}{1 + G_1(p)H(p)}$$

Hay như trên sơ đồ dòng tín hiệu của mạng trên hình B 9.8. Giá trị tại các nút là những biến số trung gian. Với các giá trị trên sơ đồ này, ta thu được hệ phương trình sau:

$$W_1 = U - H_1W_2 - H_3Y \quad (1)$$

$$W_2 = G_1W_1 \quad (2)$$

$$W_3 = G_2W_2 - H_2W_5 \quad (3)$$

$$W_4 = G_6W_2 + G_3W_3 \quad (4)$$

$$W_5 = G_4W_4 \quad (5)$$

$$Y = G_5W_5 \quad (6)$$

Bây giờ loại bỏ các biến số trung gian W_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5$ như vậy sẽ chỉ còn lại một phương trình liên hệ giữa biến đổi Laplace của tín hiệu lối ra $Y(p)$ và biến đổi Laplace của tín hiệu lối vào $U(p)$.

Thật vậy, từ các phương trình (1) và (2), ta tìm được:

$$W_1(1 + H_1G_1) = U - H_3Y$$

$$\text{Hay} \quad W_1 = \frac{U - H_3Y}{1 + H_1G_1} \quad (7)$$

từ các phương trình (2) và (3) và (4), ta tìm được:

$$\frac{W_3}{G_4} = G_1G_6W_1 + G_3(G_1G_2W_1 - H_2W_5)$$

$$\text{Hay} \quad W_5 \left(\frac{1}{G_4} + H_2G_3 \right) = (G_1G_6 + G_1G_2G_3)W_1$$

Thay W_5 từ (6) và W_1 từ (7), ta được:

$$\frac{Y}{G_5} \left(\frac{1}{G_4} + H_2 G_3 \right) = (G_1 G_6 + G_1 G_2 G_3) \frac{U - H_3 Y}{1 + H_1 G_1}$$

Từ đây tìm được:

$$Y \left(\frac{1 + H_2 G_3 G_4}{G_4 G_5} + \frac{H_3 (G_1 G_6 + G_1 G_2 G_3)}{1 + H_1 G_1} \right) = (G_1 G_6 + G_1 G_2 G_3) \frac{U}{1 + H_1 G_1}$$

$$\begin{aligned} \text{Hay } Y \frac{(1 + H_2 G_3 G_4)(1 + H_1 G_1) + H_3 G_4 G_5 (G_1 G_6 + G_1 G_2 G_3)}{G_4 G_5} &= \\ &= (G_1 G_6 + G_1 G_2 G_3) U \end{aligned}$$

Lập tỷ số Y/U ta được hàm truyền của toàn bộ mạng:

$$H(p) = \frac{Y}{U} = \frac{G_4 G_5 (G_1 G_6 + G_1 G_2 G_3)}{(1 + H_2 G_3 G_4)(1 + H_1 G_1) + H_3 G_4 G_5 (G_1 G_6 + G_1 G_2 G_3)}$$

- 9.9. a) Chọn các biến số trung gian E_1, E_2 ở lối ra của hai bộ tổng. Từ đó, ta tìm được các phương trình mô tả quan hệ giữa các tín hiệu trong sơ đồ:

$$E_1 = U - E_2 H_2 F_1$$

$$E_2 = U H_3 + E_1 H_1$$

$$Y = E_2 H_2$$

Loại bỏ biến số trung gian E_1, E_2 từ 3 phương trình trên ta thu được phương trình liên hệ tín hiệu ra Y với tín hiệu vào U; sau đó lập tỷ số, sẽ thu được hàm truyền của toàn bộ hệ thống:

$$Y = \frac{(H_1 + H_3) H_2}{1 + H_1 H_2 F_1} U$$

Từ đó tìm được hàm truyền của toàn bộ hệ thống:

$$H = \frac{Y}{U} = \frac{(H_1 + H_3) H_2}{1 + H_1 H_2 F_1}$$

b) Dùng MATLAB:

Trước tiên ta viết hàm truyền dưới dạng:

$$H = \frac{Y}{U} = \frac{(H_1 + H_3) H_2}{1 + H_1 H_2 F_1} = \frac{H_1 H_2}{1 + H_1 H_2 F_1} \left(1 + \frac{H_3}{H_1} \right)$$

Từ đây ta thấy toàn bộ hệ thống được phân thành hai thành phần:

Thành phần thứ nhất gồm H_1 nối tiếp với H_2 sau đó có F_1 là phản hồi sau đó lại nối tiếp với hệ thống có hàm truyền: $(1 + H_3/H_1)$. Vì vậy chương trình MATLAB tính hàm truyền tổng thể:

% Trước tiên ta thấy H_1 nối tiếp với H_2 do đó:

$$[N,D]=\text{series}([0 \ 0 \ 5],[1 \ 1 \ 0],[0 \ 2],[1 \ 3]);$$

% Sau đó lại phản hồi F_1 , nên:

```
[N,D]=feedback(N,D,[0 1],[1 4],-1);
```

% Sau đó lại nối tiếp với $1+H_3/H_1=p+4$, nên:

```
[N,D]=series(N,D,[1 4],[0 1]);
```

% In kết quả hàm truyền của toàn bộ hệ thống:

```
printsys(N,D,'p')
```

Kết quả MATLAB cho:

```
num/den =  
10 p^2 + 80 p + 160
```

```
p^4 + 8 p^3 + 19 p^2 + 12 p + 10
```

Vậy hàm truyền của toàn bộ hệ thống tìm được là:

$$H(p) = \frac{10p^2 + 80p + 160}{p^4 + 8p^3 + 19p^2 + 12p + 10}$$

9.10. a) Tính hàm truyền theo phương pháp biến số trung gian.

Từ trên sơ đồ ta có:

$$Y = UG_3 + E_2G_2 \quad (1)$$

$$E_1 = U - E_2H_1 \quad (2)$$

$$E_2 = E_1G_1 \quad (3)$$

Loại các biến số trung gian E_1, E_2 khỏi 3 phương trình trên, ta thu được:

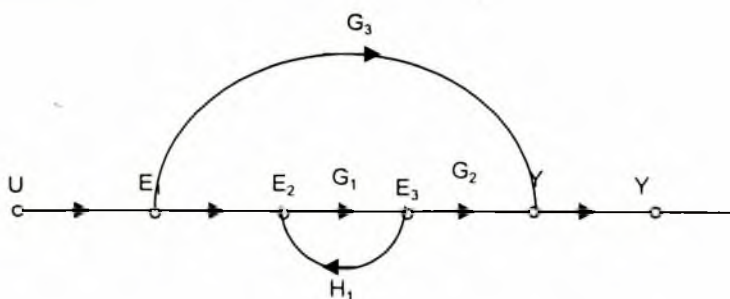
$$Y = \frac{G_1G_2 + G_1G_3H_1 + G_3}{1 + G_1H_1} U$$

Vậy hàm truyền của toàn bộ hệ thống là:

$$H = \frac{Y}{U} = \frac{G_1G_2 + G_1G_3H_1 + G_3}{1 + G_1H_1}$$

b) Tính hàm truyền theo phương pháp sơ đồ dòng tín hiệu Mason.

Trước tiên ta vẽ sơ đồ dòng tín hiệu cho hệ thống điều khiển này như trên hình BG 9.10.



Hình BG 9.10

Từ hình BG 9.10 ta thấy đồ thị dòng tín hiệu chứa hai nhánh và 2 vòng kín. Các vòng kín không chạm nhau. Do đó, ta tìm được:

$$P_1 = G_1 G_2; P_2 = G_3; L_1 = -G_1 H_1.$$

Từ đó tìm được định thức của đồ thị:

$$\Delta = 1 - L_1; \Delta_1 = 1; \Delta_2 = 1 - L_1$$

Như vậy thay vào công thức của Mason, ta tìm được hàm truyền của toàn bộ hệ thống điều khiển vòng kín là:

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{P_1 + P_2(1 - L_1)}{1 - L_1} = \frac{G_1 G_2 + G_1 G_3 H_1 + G_3}{1 + G_1 H_1}$$

c) Ta có thể tính hàm truyền của toàn bộ mạng bằng MATLAB nhờ các dòng lệnh sau đây:

% Trước hết ta thấy H_1 là hệ thống phản hồi của mạch G_1 , nên:

$$[N,D] = \text{feedback}([0 \ 0 \ 5],[1 \ 1 \ 0],[1 \ 0],[1 \ 4],-1);$$

% Mạch phản hồi này lại nối tiếp với hệ thống có hàm truyền G_2 , nên:

$$[N,D] = \text{series}(N,D,[0 \ 2],[1 \ 3]);$$

% Tiếp đến lại nối song song với G_3 , nên:

$$[N,D] = \text{parallel}(N,D,[2],[1]);$$

% Cuối cùng là in hàm truyền của toàn bộ hệ thống:

$$\text{printsys}(N,D,'p')$$

Kết quả MATLAB cho:

$$\text{num/den} =$$

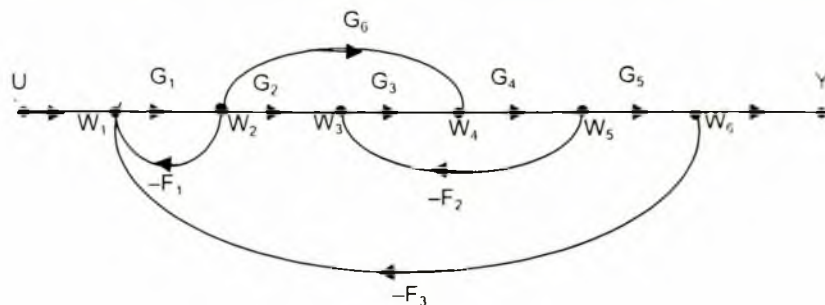
$$\frac{2p^4 + 16p^3 + 48p^2 + 64p + 40}{p^4 + 8p^3 + 24p^2 + 27p}$$

$$p^4 + 8p^3 + 24p^2 + 27p$$

Như vậy, ta đã tìm được hàm truyền tổng thể của toàn bộ hệ thống điều khiển vòng kín:

$$H(p) = \frac{2p^4 + 16p^3 + 48p^2 + 64p + 40}{p^4 + 8p^3 + 24p^2 + 27p}$$

9.11. Trước tiên, ta vẽ sơ đồ dòng tín hiệu của mạng điện này như trên hình BG 9.11.



Hình BG 9.11.

Ta thấy trong sơ đồ dòng tín hiệu có hai đường với hệ số khuếch đại tương ứng là:

$$P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 \text{ và } P_2 = G_1 G_4 G_5 G_6$$

có bốn vòng kín với các hệ số khuếch đại là:

$$L_1 = -G_1 F_1; \quad L_2 = -G_3 G_4 F_2;$$

$$L_3 = -G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 F_3; \quad L_4 = -G_1 G_4 G_5 G_6 F_3$$

Còn có hai vòng kín không chạm nhau với hệ số khuếch đại L_1 và L_2 .

Do đó ta tính được Δ như sau:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1 L_2$$

Nếu ta loại bỏ đường $G_1 G_2 G_3 G_4 G_5$, thì đồ thị dòng tín hiệu còn lại sẽ không có vòng kín nào ở phía trái, có nghĩa là $\Delta_1 = 1$. Cùng kết luận tương tự nếu loại bỏ đường $G_1 G_6 G_4 G_5$; có nghĩa là $\Delta_2 = 1$. Do đó hàm truyền của toàn bộ mạng tính theo quy tắc Mason sẽ là:

$$\begin{aligned} H(p) &= \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{P_1 \times 1 + P_2 \times 1}{1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1 L_2} \\ &= \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 + G_1 G_4 G_5 G_6}{1 + G_1 F_1 + G_3 G_4 F_2 + G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 F_3 + G_1 G_4 G_5 G_6 F_3 + G_1 G_3 G_4 F_1 F_2} \end{aligned}$$

9.12. Gọi E_1, E_2, E_3, E_4 là các biến số trung gian là tín hiệu lối ra của các bộ cộng. Từ sơ đồ, ta thiết lập được các phương trình liên hệ các biến số trung gian với tín hiệu vào U và ra Y :

$$E_1 = U - YF_3 \quad (1)$$

$$E_2 = E_1 - E_3 H_2 F_1 \quad (2)$$

$$E_3 = E_2 H_1 - E_4 H_3 F_2 \quad (3)$$

$$E_4 = E_2 H_1 H_5 + E_3 H_2 \quad (4)$$

$$Y = E_4 H_3 H_4 \quad (5)$$

Ta dùng MATLAB để giải hệ 4 phương trình này, nhờ các dòng lệnh:

```
syms U Y H1 H2 H3 H4 H5 F1 F2 F3
```

```
A=[1 0 0 0; -1 1 H2*F1 0; 0 -H1 1 H3*F2; 0 -H1*H5 -H2 1];
```

```
Z=[U-Y*F3;0;0;0];
```

```
E=inv(A)*Z;
```

```
E(4)
```

```
pretty(E(4))
```

Kết quả MATLAB cho:

$$-\frac{H_1 (H_2 + H_5) (U - Y F_3)}{-1 - H_3 F_2 H_2 - H_1 H_2 F_1 + H_1 H_5 H_2 F_1 H_3 F_2}$$

Có nghĩa là, ta đã tìm được:

$$E_4 = \frac{H_1 (H_2 + H_5) (U - Y F_3)}{1 + H_1 H_2 F_1 + H_2 H_3 F_2 - H_1 H_2 H_3 H_5 F_1 F_2} \quad (6)$$

So sánh (5) với (6), ta được:

$$\frac{Y}{H_3 H_4} = \frac{H_1 (H_2 + H_5) (U - Y F_3)}{1 + H_1 H_2 F_1 + H_2 H_3 F_2 - H_1 H_2 H_3 H_5 F_1 F_2}$$

Hay:
$$\left[\frac{1}{H_3 H_4} + \frac{H_1 (H_2 + H_5) F_3}{D} \right] Y = \frac{H_1 (H_2 + H_5) U}{D} \quad (7)$$

Trong đó: $D = 1 + H_1 H_2 F_1 + H_2 H_3 F_2 - H_1 H_2 H_3 H_5 F_1 F_2 \quad (8)$

Từ (7), lập tỷ số Y/U ta sẽ thu được hàm truyền của toàn bộ hệ thống:

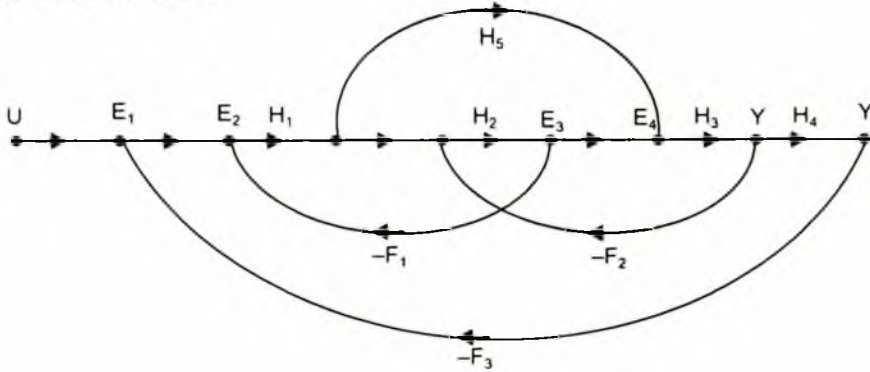
$$H = \frac{Y}{U} = \frac{H_1 H_3 H_4 (H_2 + H_5)}{D + H_1 H_3 H_4 (H_2 + H_5) F_3} \quad (9)$$

Thay giá trị của D từ (8) vào (9), ta được biểu thức của hàm truyền:

$$H = \frac{Y}{U} = \frac{H_1 H_3 H_4 (H_2 + H_5)}{1 + H_1 H_2 F_1 + H_2 H_3 F_2 - H_1 H_2 H_3 H_5 F_1 F_2 + H_1 H_3 H_4 (H_2 + H_5) F_3}$$

b) Tìm hàm truyền theo quy tắc Mason.

Trước tiên, ta vẽ sơ đồ dòng tín hiệu của mạng điện nói trên như trong sơ đồ hình BG 9.12.



Hình BG 9.12

Từ sơ đồ dòng tín hiệu hình BG 9.12, ta thấy có hai đường nhánh là:

$$P_1 = H_1 H_5 H_3 H_4 \text{ và } P_2 = H_1 H_2 H_3 H_4$$

Có 5 vòng kín (Loops) là:

$$\begin{aligned} L_1 &= -H_1 H_2 F_1; & L_2 &= -H_2 H_3 F_2; \\ L_3 &= -H_1 H_2 H_3 H_4 F_3; & L_4 &= -H_1 H_5 H_3 H_4 F_3; \\ L_5 &= H_1 H_5 H_3 F_2 H_2 F_1; \end{aligned}$$

Không có vòng kín nào chạm nhau, nên: $\Delta_1 = 1; \Delta_2 = 1$.

Từ đó theo quy tắc Mason, ta tìm được hàm truyền của toàn bộ mạng là:

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5)} =$$

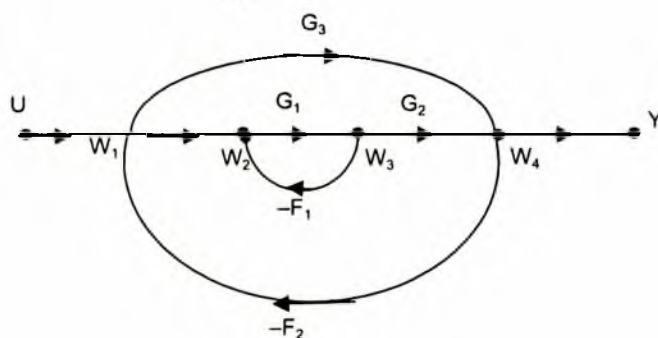
$$= \frac{H_1 H_2 H_3 H_4 + H_1 H_3 H_4 H_5}{1 + H_1 H_2 F_1 + H_2 H_3 F_2 + H_1 H_2 H_3 H_4 F_3 + H_1 H_3 H_4 H_5 F_3 - H_1 H_2 H_3 H_5 F_1 F_2}$$

9.13. Từ sơ đồ khối ta thấy hai hệ thống G_1 và H_1 ghép phản hồi với nhau sau đó ghép nối tiếp với G_2 , do đó hàm truyền của nhánh đó là: $\frac{G_1 G_2}{1 + G_1 F_1}$

Tiếp đó nhánh này ghép song song với nhánh G_2 , nên hàm truyền của hai nhánh ghép song song này là: $\frac{G_1 G_2}{1 + G_1 F_1} + G_2$

Nhánh có hàm truyền H_2 là mạch phản hồi của nhánh mới nên hàm truyền của toàn bộ mạng sẽ là:

$$H(p) = \frac{\frac{G_1 G_2}{1 + G_1 F_1} + G_3}{1 + \left(\frac{G_1 G_2}{1 + G_1 F_1} + G_3 \right) F_2} = \frac{G_1 G_2 + G_3 + G_1 G_3 F_1}{1 + G_1 F_1 + G_3 F_2 + G_1 G_2 F_2 + G_1 G_3 F_1 F_2}$$



Hình BG 9.13.

Bây giờ ta sử dụng quy tắc Mason để tính. Trước tiên, ta vẽ sơ đồ dòng tín hiệu như trên hình BG 9.13. Sơ đồ này có hai đường và 3 vòng kín. Hai vòng $G_1 H_1$ và $G_3 H_2$ không chạm nhau. Do đó biểu thức đối với hệ số khuếch đại của các đường được tính theo công thức sau:

$$\begin{aligned} P_1 &= G_1 G_2; & P_2 &= G_3; \\ L_1 &= -G_1 F_1; & L_2 &= -G_3 F_2; & L_3 &= -G_1 G_2 F_2; \\ \Delta &= 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_2; & \Delta_1 &= 1; & \Delta_2 &= 1 - L_1 \end{aligned}$$

Do đó hàm truyền của toàn bộ mạng tính được là:

$$H(p) = \frac{P_1 + P_2(1 - L_1)}{1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_2} = \frac{G_1 G_2 + G_3 + G_1 G_3 F_1}{1 + G_1 F_1 + G_3 F_2 + G_1 G_2 F_2 + G_1 G_3 F_1 F_2}$$

Để tìm biểu thức cụ thể của $H(p)$, ta dùng chương trình MATLAB P17.13_1 sau:

%Chương trình P17.13_1.

%Tính biểu thức cụ thể của mạng khi các hàm truyền của các hệ thống thành phần đã cho:

```
[n,d]=feedback([0 0 5],[1 1 0],[1 0],[1 4],-1); %Phản hồi của G và H1
```

```
[n,d]=series(n,d,[0 2],[1 0]); %Nối tiếp với G2
```

```
[n,d]=parallel(n,d,[2],[1]); %Ghép song song với G3
```

```
[n,d]=feedback(n,d,[5 0],[1 2],-1); %Phản hồi âm (-1) với H3
```

```
printsys(n,d,'p') % In kết quả của hàm truyền
```

Kết quả MATLAB cho:

num/den =

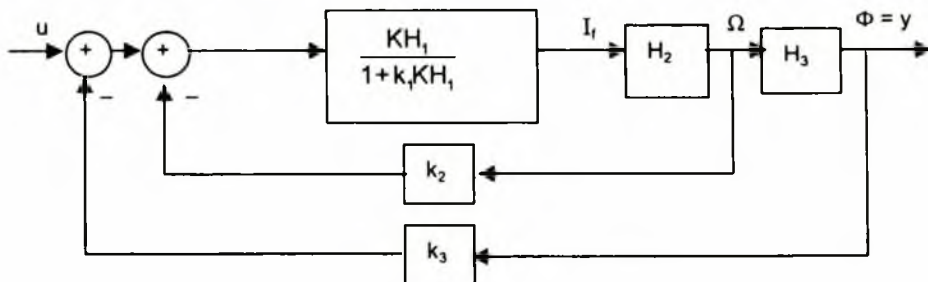
$$\frac{2p^5 + 14p^4 + 38p^3 + 46p^2 + 60p + 80}{11p^5 + 57p^4 + 109p^3 + 68p^2 + 200p}$$

$$11p^5 + 57p^4 + 109p^3 + 68p^2 + 200p$$

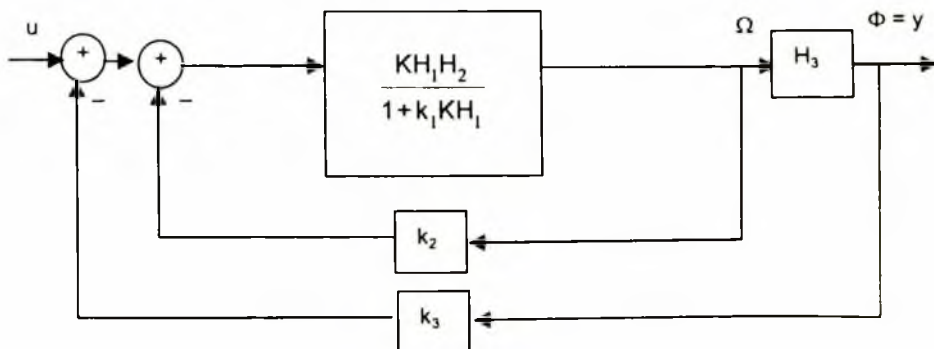
Như vậy hàm truyền của toàn bộ mạng là:

$$H(p) = \frac{2p^5 + 14p^4 + 38p^3 + 46p^2 + 60p + 80}{11p^5 + 57p^4 + 109p^3 + 68p^2 + 200p}$$

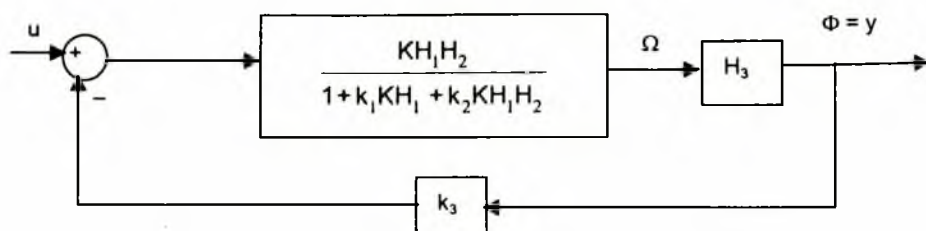
9.14. Trước tiên, ta vẽ lại sơ đồ đơn giản như trên hình BG 9.14a.



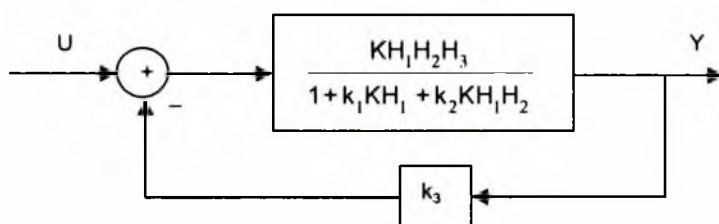
Hình BG 9.14a.



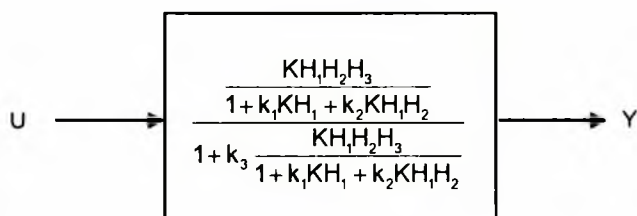
Hình BG 9.14b.



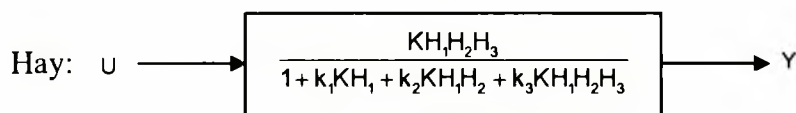
Hình BG 9.14c.



Hình BG 9.14d.



Hình BG 9.14e.



Hình BG 9.14f.

Từ hình BG 9.14f, ta tìm được hàm truyền $H(p)$ của hệ thống điều khiển:

$$H(p) = \frac{KH_1H_2H_3}{1+k_1KH_1+k_2KH_1H_2+k_3KH_1H_2H_3}$$

Thay: $H_1(p) = \frac{10}{p+10}$; $H_2(p) = \frac{5}{p+2}$; $H_3(p) = \frac{1}{p}$

và: $K = 2$; $k_1 = -0,05$; $k_2 = 0,16$; $k_3 = 0,24$

ta sẽ thu được biểu thức tường minh của $H(p)$:

$$H(p) = \frac{100}{p^3 + 11p^2 + 34p + 24}$$

Ta có thể dùng MATLAB để tìm biểu thức tường minh của hàm truyền nhờ các dòng lệnh:

```
syms H1 H2 H3 p;
H1=10/(p+10);
H2=5/(p+2);
H3=1/p;
K=2;k1=-0.05; k2=0.16;k3=0.24;
H=(K*H1*H2*H3)/(1+k1*K*H1+k2*K*H1*H2+k3*K*H1*H2*H3)
pretty(H)
```

Kết quả MATLAB cho:

```
// 1 16 24 \
100/(p + 10) (p + 2) p | 1 - ——— + ——— + ——— |
\\ p + 10 (p + 10) (p + 2) (p + 10) (p + 2) p/
```

b) Ta dùng các lệnh MATLAB sau đây để tính hàm truyền của toàn bộ mạng:

```
[N,D]=series([0 10],[1 10],[0 2],[0 1]);
[N,D]=feedback(N,D,[0 -0.05],[0 1],-1);
[N,D]=series(N,D,[0 5],[1 2]);
[N,D]=feedback(N,D,[0 0.16],[0 1],-1)
[N,D]=series(N,D,[0 1],[1 0]);
[N,D]=feedback(N,D,[0 0.24],[0 1],-1);
printsys(N,D,'p')
```

Kết quả MATLAB cho:

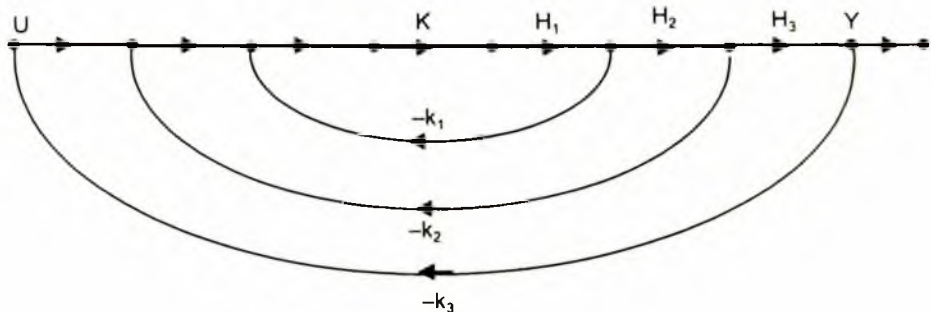
```
num/den =
100
```

$$\frac{100}{p^3 + 11p^2 + 34p + 24}$$

Vậy hàm truyền của toàn bộ mạng điều khiển:

$$H(p) = \frac{100}{p^3 + 11p^2 + 34p + 24}$$

c) Bây giờ sử dụng quy tắc Mason để tìm hàm truyền. Muốn vậy ta vẽ đồ thị dòng tín hiệu của mạng này như trên hình BG 9.14g.



Hình BG 9.14g.

Nhìn đồ thị dòng tín hiệu hình B 9.14.h, ta thấy có một nhánh với hệ số khuếch đại là: $P_1 = KH_1H_2H_3$

Có 3 vòng kín: $L_1 = -k_1KH_1$; $L_2 = -k_2KH_1H_2$; $L_3 = -k_3KH_1H_2H_3$, $\Delta_1 = 1$;

Do vậy hàm truyền tìm được ngay:

$$H = \frac{Y}{U} = \frac{P_1 \times 1}{1 - (L_1 + L_2 + L_3)} = \frac{KH_1H_2H_3}{1 + k_1KH_1 + k_2KH_1H_2 + k_3KH_1H_2H_3}$$

d) Các điểm cực của hệ thống điều khiển vòng kín này tìm được nhờ hàm MATLAB:

```
den=[1 11 34 24];
roots(den)
```

kết quả cho:

```
ans =
-6.0000
-4.0000
-1.0000
```

Như vậy cả ba điểm cực đều thực và âm, nên hệ thống này ổn định.

e) Bây giờ để khai triển hàm truyền trên dưới dạng phân thức riêng phần, ta dùng hàm residue với cú pháp:

```
num=[100];
den=[1 11 34 24];
[r,p,k]=residue(num,den)
```

Kết quả thu được:

```
r =
10.0000
-16.6667
6.6667
p =
-6.0000
-4.0000
-1.0000
k =
[]
```

Như vậy hàm truyền đã được phân tích thành dạng:

$$H(p) = \frac{10}{p+6} - \frac{16,7}{p+4} + \frac{6,7}{p+1}$$

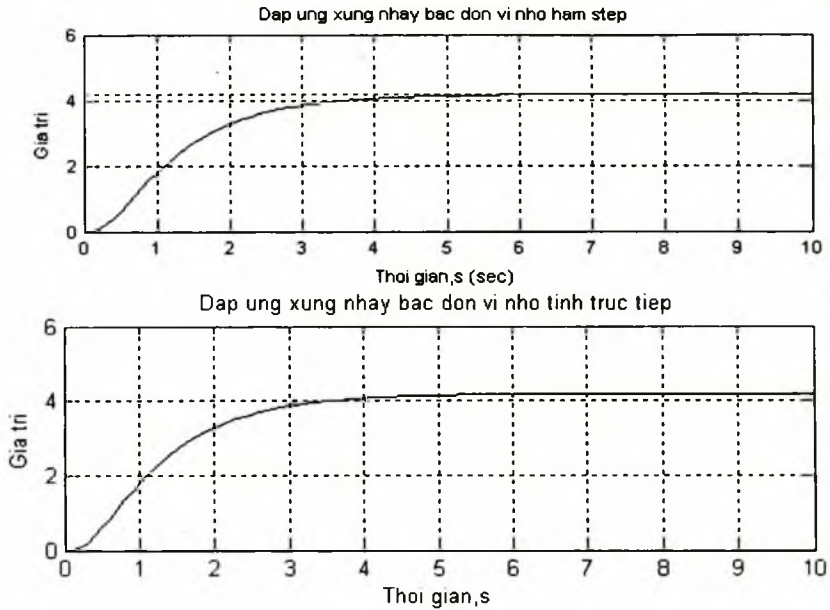
Đáp ứng của hệ thống đối với xung nhảy bậc đơn vị dưới dạng biến đổi

$$\text{Laplace là: } Y(p) = H(p)U(p) = \frac{H(p)}{p} = \frac{10}{p(p+6)} - \frac{16,7}{p(p+4)} + \frac{6,7}{p(p+1)}$$

Lấy biến đổi Laplace nghịch đảo, ta sẽ được đáp ứng của hệ thống đối với xung nhảy bậc đơn vị:

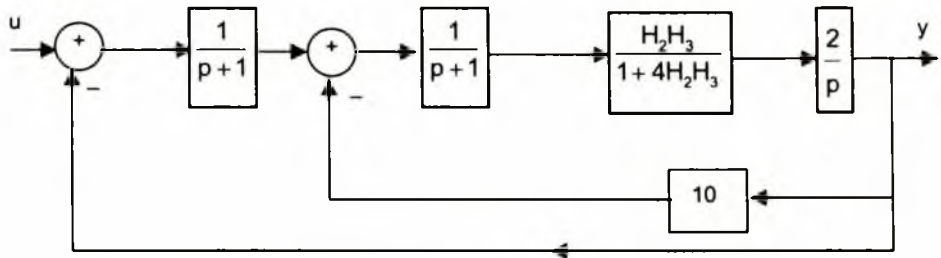
$$y(t) = \frac{10}{3}e^{-3t} \sinh(3t) - \frac{167}{20}e^{-2t} \sinh(2t) + \frac{67}{5}e^{-\frac{1}{2}t} \sinh\left(\frac{1}{2}t\right)$$

Hình BG 9.14h cho kết quả tính trực tiếp và kết quả dùng hàm step.

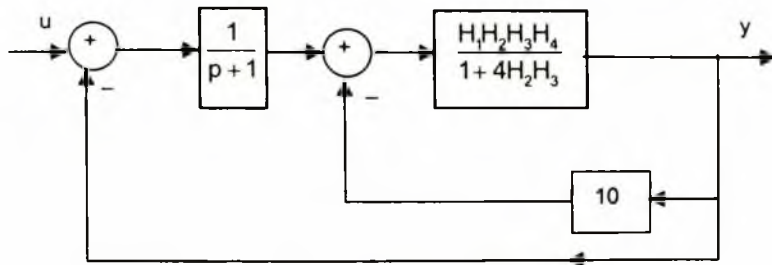


Hình BG 9.14h

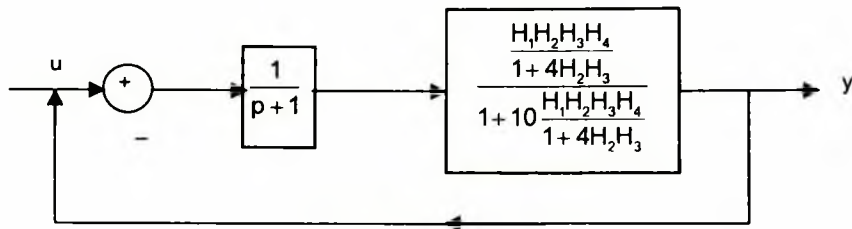
9.15. a) Tìm hàm truyền bằng phương pháp rút gọn đại số theo các hình sau:



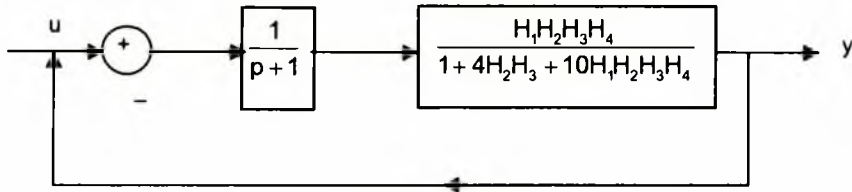
Hình BG 9.15a.



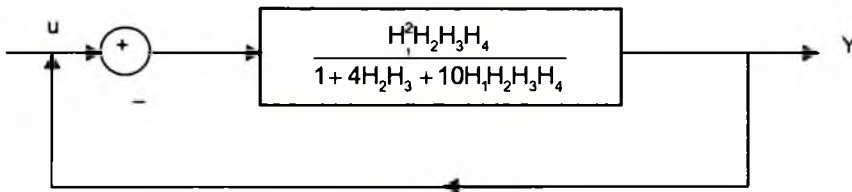
Hình BG 9.15b.



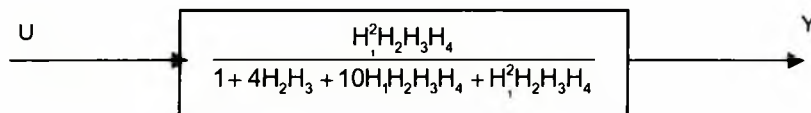
Hình BG 9.15c.



Hình BG 9.15d.



Hình BG 9.15e.



Hình BG 9.15f.

Từ hình BG 9.15f, ta tìm được hàm truyền của toàn bộ mạng điều khiển vòng kín:

$$H = \frac{Y}{U} = \frac{H_1^2 H_2 H_3 H_4}{1 + 4H_2 H_3 + 10H_1 H_2 H_3 H_4 + H_1^2 H_2 H_3 H_4}$$

Trong đó: $H_1 = \frac{1}{p+1}$; $H_2 = \frac{1}{p+2}$; $H_3 = \frac{1}{p}$; $H_4 = \frac{2}{p}$

Ta sử dụng MATLAB để tính biểu thức tường minh của $H(p)$ nhờ các dòng lệnh sau:

```
syms H p;
H1=1/(p+1);
H2=1/(p+2);
```

```

H3=1/p;
H4=2/p;
H=(H1*H1*H2*H3*H4)/(1+4*H2*H3+10*H1*H2*H3*
H4+H1*H1*H2*H3*H4)
pretty(H)

```

Kết quả được:

```

/ 2 2
2/(p + 1) (p + 2) p
|
\
/ 4 20 2 \
|| + ----- + ----- + -----||
| (p + 2) p 2 2 2||
\ (p + 1) (p + 2) p (p + 1) (p + 2) p //

```

Như vậy:
$$H(p) = \frac{2}{p^2(p+1)^2(p+2) + 4p(p+1)^2 + 20(p+1) + 2}$$

$$= \frac{2}{p^5 + 4p^4 + 9p^3 + 10p^2 + 24p + 22}$$

b) Ta có thể tính hàm truyền trực tiếp nhờ các lệnh MATLAB sau:

```

[N,D]=series([0 1],[1 2],[0 1],[1 0]);
[N,D]=feedback(N,D,[0 4],[0 1],-1);
[N,D]=series(N,D,[0 2],[1 0]);
[N,D]=series(N,D,[0 1],[1 1]);
[N,D]=feedback(N,D,[0 10],[0 1],-1);
[N,D]=series(N,D,[0 1],[1 1]);
[N,D]=feedback(N,D,[0 1],[0 1],-1);
printsys(N,D,'p')

```

Kết quả thu được:

```

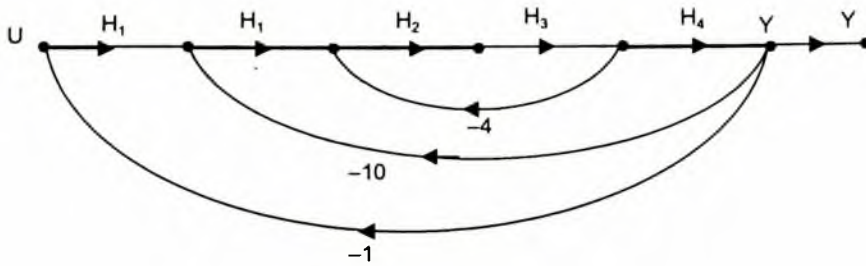
num/den =
2

```

$$p^5 + 4 p^4 + 9 p^3 + 10 p^2 + 24 p + 22$$

Đúng như đã tìm được ở trên.

c) Tính hàm truyền theo quy tắc Mason. Trước tiên vẽ sơ đồ dòng tín hiệu như trên sơ đồ hình BG 9.15g.



Hình BG 9.15g.

Từ sơ đồ dòng tín hiệu hình BG 9.15g, ta thấy có một nhánh với hệ số khuếch đại của nhánh là: $P_1 = H_1^2 H_2 H_3 H_4$

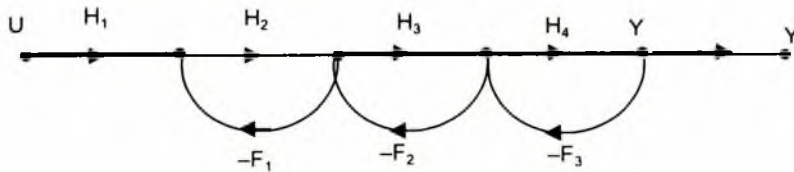
Có 3 vòng kín là:

$$L_1 = -4H_2H_3; L_2 = -10H_1H_2H_3H_4; L_3 = -H_1^2H_2H_3H_4;$$

Tất cả ba vòng kín đều chạm nhau. Do đó, hàm truyền tìm được:

$$H = \frac{H_1^2 H_2 H_3 H_4}{1 + 4H_2H_3 + 10H_1H_2H_3H_4 + H_1^2 H_2 H_3 H_4}$$

9.16. a) Tính hàm truyền theo quy tắc Mason. Trước tiên ta vẽ sơ đồ dòng tín hiệu như trên hình BG 9.16a.



Hình BG 9.16a.

Từ sơ đồ dòng tín hiệu hình BG 9.16a ta thấy có 1 đường với hệ số khuếch đại: $P_1 = H_1 H_2 H_3 H_4$

Có 3 đường cong kín: $L_1 = -H_2 F_1; L_2 = -H_3 F_2; L_3 = -H_4 F_3;$

Trong 3 đường cong kín thì cả ba đường đều không chạm nhau. Do đó:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3 - L_1 L_2 L_3$$

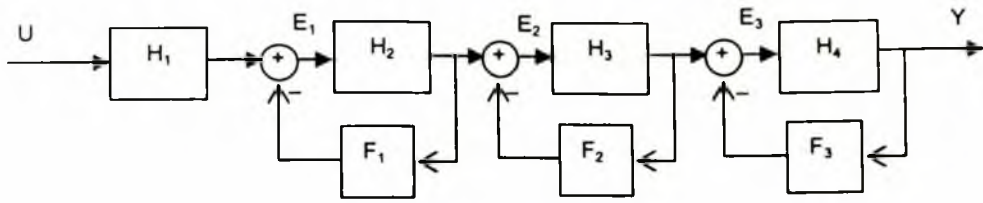
Vậy hàm truyền của toàn bộ hệ thống tìm được là:

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} =$$

$$\frac{H_1 H_2 H_3 H_4}{1 + H_2 F_1 + H_3 F_2 + H_4 F_3 + H_2 F_1 H_3 F_2 + H_2 F_1 H_4 F_3 + H_3 F_2 H_4 F_3 + H_2 F_1 H_3 F_2 H_4 F_3}$$

b) Bây giờ ta sử dụng phương pháp biến số trung gian.

Trước hết ta đặt các biến số trung gian E_1, E_2 và E_3 tại các lối ra của 3 bộ cộng, như trên hình BG 9.16b.



Hình BG 9.16b.

Từ hình BG 9.16b, ta tìm được:

$$E_1 = UH_1 - E_1H_2F_1 \Rightarrow E_1 = \frac{H_1}{1 + H_2F_1}U \quad (1)$$

$$E_2 = E_1H_2 - E_2H_3F_2 \Rightarrow E_2 = \frac{E_1H_2}{1 + H_3F_2} \quad (2)$$

$$E_3 = E_2H_3 - E_3H_4F_3 \Rightarrow E_3 = \frac{E_2H_3}{1 + H_4F_3} \quad (3)$$

$$Y = E_3H_4 \Rightarrow E_3 = \frac{Y}{H_4} \quad (4)$$

Thay (1) vào (2) sau đó thay vào (3) và so sánh với (4), ta được:

$$E_3 = \frac{Y}{H_4} = \frac{H_1H_2H_3}{(1 + H_2F_1)(1 + H_3F_2)(1 + H_4F_3)}U \quad (5)$$

Từ (5) suy ra:

$$H = \frac{Y}{U} = \frac{H_1H_2H_3H_4}{(1 + H_2F_1)(1 + H_3F_2)(1 + H_4F_3)} \quad (6)$$

c) Dùng MATLAB để tính hàm truyền.

Từ sơ đồ khối ta thấy ba hệ thống H_2 , H_3 và H_4 có phản hồi là F_1 , F_2 và F_3 ghép nối tiếp với nhau và sau đó ghép nối tiếp với H_1 để tạo ra hàm truyền tổng thể. Do đó hàm truyền tổng thể tìm được:

$$H = H_1 \times \frac{H_2}{1 + H_2F_1} \times \frac{H_3}{1 + H_3F_2} \times \frac{H_4}{1 + H_4F_3} = \frac{H_1H_2H_3H_4}{(1 + H_2F_1)(1 + H_3F_2)(1 + H_4F_3)}$$

Lệnh MATLAB thực hiện tìm hàm truyền tổng thể H theo các hàm truyền đã cho là:

```
[N1,D1]=feedback([0 2],[1 5],[0 1],[1 3],-1);
[N2,D2]=feedback([0 1],[1 0],[0 5],[1 1],-1);
[N3,D3]=feedback([0 3],[1 2],[0 7],[0 1],-1);
[N4,D4]=series(N1,D1,N2,D2)
[N5,D5]=series(N4,D4,N3,D3);
[N,D]=series(N5,D5,[0 0 1],[1 1 0]);
printsys(N,D,'p')
```

Kết quả MATLAB cho:

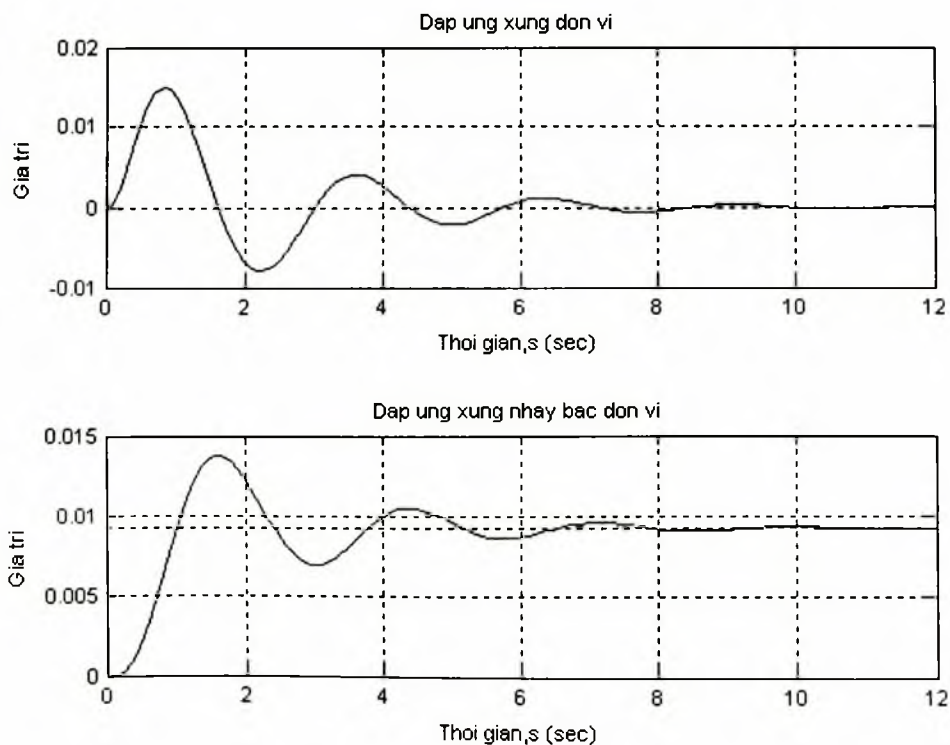
$$\frac{\text{num}}{\text{den}} = \frac{1}{6p^2 + 24p + 18}$$

$$p^7 + 33p^6 + 269p^5 + 984p^4 + 2143p^3 + 3351p^2 + 1955p$$

d) Vẽ đáp ứng xung và xung đơn vị, ta dùng lệnh:

```
b=[6 24 18];  
a=[1 33 269 984 2143 3351 1955];  
subplot(211)  
impz(b,a);grid  
title('Đáp ứng xung đơn vị')  
xlabel('Thời gian,s')  
ylabel('Giá trị')  
subplot(212)  
step(b,a);grid  
title('Đáp ứng xung nhảy bậc đơn vị')  
xlabel('Thời gian,s')  
ylabel('Giá trị')
```

Kết quả thu được trên hình BG 9.16c.



Hình BG 9.16c.

9.17. Từ sơ đồ, ta thấy có 3 đường nhánh. Cả 3 đều chạm nhau. Đó là:

$$P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4; P_2 = G_1 I G_4; P_3 = I G_3 G_4$$

$$\Delta_1 = 1; \Delta_2 = 1; \Delta_3 = 1;$$

Có một vòng kín: $L_1 = -G_2 G_3 G_4 F$

Vậy hàm truyền tìm được:

$$H = \frac{Y}{U} = \frac{P_1 \times 1 + P_2 \times 1 + P_3 \times 1}{1 - L_1} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 + G_1 G_4 + G_3 G_4}{1 + F G_2 G_3 G_4}$$

9.18. Từ sơ đồ, ta thấy có 2 đường nhánh. Cả 2 đều chạm nhau. Đó là:

$$P_1 = G_1 G_2 G_3; P_2 = -G_4 (-k_1) G_2 G_3$$

$$\Delta_1 = 1; \Delta_2 = 1;$$

Có một vòng kín: $L_1 = -G_2 G_3 k_1 k_1$

Vậy hàm truyền tìm được:

$$H = \frac{Y}{U} = \frac{P_1 \times 1 + P_2 \times 1}{1 - L_1} = \frac{G_1 G_2 G_3 + k_1 G_2 G_3 G_4}{1 + k_1 k_3 G_2 G_3}$$

9.19. Từ sơ đồ và các ký hiệu cho trên sơ đồ ta thu được phương trình đối với

mắt mạng: $L \frac{di_1(t)}{dt} = u_1 - (v_2 + u_2)$ và tại nút A: $i_1 - i - C \frac{dv_2}{dt} = 0$

nhưng $i = \frac{v}{R} = -\frac{v_2 + u_2}{R}$, nên phương trình trên trở thành:

$$C \frac{dv_2}{dt} = i_1 + \frac{1}{R} (v_2 + u_2)$$

Nếu gọi biến số trạng thái là $i_1(t)$ và $v_2(t)$ và các tín hiệu lối vào là các thế

$u_1(t)$ và $u_2(t)$, thì véc tơ trạng thái được biểu thị dưới dạng: $x(t) = \begin{bmatrix} i_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix}$

còn véc tơ của tín hiệu lối vào là: $u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$; Khi đó hai phương

trình trên có thể viết dưới dạng: $\frac{di_1(t)}{dt} = 0i_1(t) - \frac{1}{L}v_2 + \frac{1}{L}u_1 - \frac{1}{L}u_2$

và $\frac{dv_2}{dt} = \frac{1}{C}i_1(t) - \frac{1}{RC}v_2(t) + 0u_1(t) - \frac{1}{RC}u_2(t)$

Hay dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_1(t)}{dt} \\ \frac{dv_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

Từ đó tìm được các ma trận trạng thái:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

Vì lối ra lấy trên điện trở R, nên hệ thống trên là hệ thống có hai lối vào và 1 lối ra (MISO: Multiple Input Single Output). Do đó ma trận B là ma trận bậc hai.

Thế lối ra tìm được là:

$$v(t) = -[v_2(t) + u_2(t)] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

Từ đó tìm được các ma trận trạng thái: $C^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$; $d = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$

9.20. Tại thời điểm $t = 0$, ta có phương trình: $L \frac{di(t)}{dt} = v(t)$

và
$$C \frac{dv(t)}{dt} + i(t) + \frac{v(t)}{R} - I_c = 0$$

Hay
$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{v(t)}{L} \quad \text{và} \quad \frac{dv(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C} + \frac{v(t)}{RC} - \frac{I_c}{C}$$

Nếu ta sử dụng hai biến số trạng thái là $i(t)$ và $v(t)$, thì phương trình trên được viết dưới dạng ma trận trạng thái là :

$$\begin{bmatrix} \frac{di(t)}{dt} \\ \frac{dv(t)}{dt} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} i(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C} \end{bmatrix}}_B I_c$$

9.21. Nếu chọn biến số trạng thái là thế trên tụ $v_c(t)$ và dòng qua cuộn cảm L là $i_L(t)$, ta sẽ thu được phương trình liên hệ các biến số trạng thái này là:

$$v_i(t) = RC \frac{dv_c}{dt} + v_c(t) \Rightarrow \frac{dv_c}{dt} = -\frac{1}{RC} v_c(t) + \frac{1}{RC} v_i(t) \quad (1)$$

$$v_i(t) = Ri_L(t) + L \frac{di_L}{dt} \Rightarrow \frac{di_L}{dt} = -\frac{R}{L} i_L(t) + \frac{1}{L} v_i(t) \quad (2)$$

$$v_0(t) = R[i_c(t) - i_L(t)] = -Ri_L(t) + [v_i(t) - v_c(t)] \quad (3)$$

Dưới dạng ma trận, các phương trình trên được viết dưới dạng:

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ \frac{di_L(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v_i(t)$$

$$v_o(t) = \begin{bmatrix} -1 & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + v_i(t)$$

Như vậy ta tìm được các ma trận trạng thái:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

$$C^T = \begin{bmatrix} -1 & -R \end{bmatrix}; \quad d = 1;$$

9.22. Ta chọn i_1 và v_C là hai biến số trạng thái. Từ sơ đồ mạng điện, ta thiết lập được hai phương trình:

$$\begin{cases} L \frac{di_1}{dt} = v_i - (v_C - v_2) \\ C \frac{dv_C}{dt} = i_1 - \frac{1}{R}(v_C + v_2) \end{cases}$$

Hay dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{dv_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix}$$

Đặt véc tơ trạng thái:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} i_1(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} v_i(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix}$$

Nếu thế lối ra lấy trên điện trở R , thì ta tìm được:

$$v(t) = v_C(t) + v_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix}$$

thì phương trình trên được viết dưới dạng ma trận trạng thái:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t)$$

$$v(t) = C^T \mathbf{x}(t) + d^T \mathbf{u}(t)$$

Trong đó các ma trận trạng thái tìm được là:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$C^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

9.23.

$$x_1 = I_1; x_2 = I_2; x_3 = I_3; x_4 = vC_1; x_5 = vC_2; u = V_i$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \frac{R_{21}}{L_2} & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & \frac{R_3}{L_3} & \alpha_{33} & 0 & -\frac{R_3}{L_3(R_3 + R_4)} \\ \frac{1}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_3}{C_2(R_3 + R_4)} & 0 & -\frac{R_1}{C_2(R_3 + R_4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_{33} = -\frac{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}{L_3(R_3 + R_4)}$$

9.24. Để tìm các ma trận trạng thái từ phương trình vi phân này, trước hết, đặt:

$$x_1(t) = y(t)$$

$$x_2(t) = \frac{dy(t)}{dt} = \frac{dx_1(t)}{dt} = \dot{x}_1(t)$$

Khi đó: $x_3(t) = \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = \frac{dx_2(t)}{dt} = \dot{x}_2(t)$

$$x_4(t) = \frac{d^3 y(t)}{dt^3} = \frac{dx_3(t)}{dt} = \dot{x}_3(t)$$

Như vậy, phương trình vi phân trên được viết dưới dạng:

$$\dot{x}_3(t) = \gamma u(t) - \alpha x_1(t) - \beta x_2(t) - \omega_0^2 x_1(t)$$

Các phương trình trên có thể viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -\beta & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma \end{bmatrix} u(t)$$

Hay: $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t)$

Với các ma trận trạng thái:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -\beta & -\alpha \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma \end{bmatrix}$$

và vì $x_1(t) = y(t)$, nên phương trình này có thể viết dưới dạng ma trận trạng thái:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{d}u(t)$$

với $\mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0]$; $\mathbf{d} = [0]$;

9.25. Ta tìm ngay được phương trình trạng thái:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

và $\mathbf{y} = [20 \ 9 \ 1]\mathbf{x}$

Nhưng nếu dùng lệnh MATLAB:

```
b=[1 9 20];
a=[1 6 11 6];
tf2ss(b,a)
ans =
-6 -11 -6
1 0 0
0 1 0
```

Có nghĩa là ta sẽ thu được phương trình trạng thái:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -6 & -11 & -6 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

và $\mathbf{y} = [1 \ 9 \ 20]\mathbf{x}$

Có nghĩa là MATLAB cho phiên bản giao hoán trong biến số trạng thái:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}$$

9.26. Theo bài ra, ta xác định ngay được các ma trận trạng thái của hệ thống này là:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8,11 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -12131 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -97,8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -463 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0,996 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} 19080 \\ 90,6 \\ -576 \\ -0,331 \\ 1,65 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \text{ và } d = 0$$

9.27. Hệ thống trên có ba điểm cực, tìm được nhờ giải phương trình:

$$D(p) = p^3 + 6p^2 + 11p + 6 = 0$$

Phương trình này có 3 nghiệm:

$$p_1 = -1; p_2 = -2 \text{ và } p_3 = -3$$

Do vậy, hàm truyền $H(p)$ được khai triển thành dạng:

$$H(p) = \frac{p^2 + 4p + 5}{p^3 + 6p^2 + 11p + 6} = \frac{C_1}{p+1} + \frac{C_2}{p+2} + \frac{C_3}{p+3}$$

$$\text{Trong đó } C_1 = (p+1) \frac{p^2 + 4p + 5}{(p+1)(p+2)(p+3)} \Big|_{p=-1} = 1$$

$$C_2 = (p+2) \frac{p^2 + 4p + 5}{(p+1)(p+2)(p+3)} \Big|_{p=-2} = -1$$

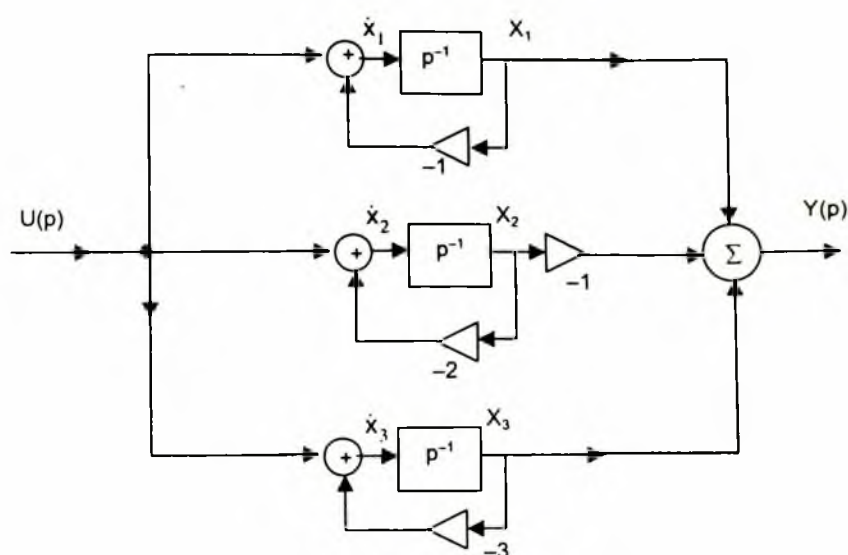
$$C_3 = (p+3) \frac{p^2 + 4p + 5}{(p+1)(p+2)(p+3)} \Big|_{p=-3} = 1$$

Do đó phương trình trạng thái của hệ thống này được biểu thị dưới dạng:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

Và sơ đồ dòng tín hiệu được thực thi trên hình BG 9.27.



Hình BG 9.27.

9.28. Nhóm hai hàm truyền bậc nhất có điểm cực liên hợp phức với nhau để được hàm truyền bậc hai, ta sẽ thu được:

$$H(p) = \frac{8p+8}{p^2+2p+2} + \frac{2}{p+5} + \frac{3}{p+7}$$

Như vậy sơ đồ dòng tín hiệu dạng song sẽ có ba nhánh; trong đó có hai nhánh bậc nhất và một nhánh bậc hai. Nhánh có hàm truyền bậc hai được thực thi dưới dạng trực tiếp như trên hình BG 9.28.

Từ sơ đồ dòng tín hiệu, thu được các phương trình mô tả sự liên hệ giữa các tín hiệu ghi trên sơ đồ:

$$\dot{x}_1 = -5x_1 + u$$

$$\dot{x}_2 = -7x_2 + u$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

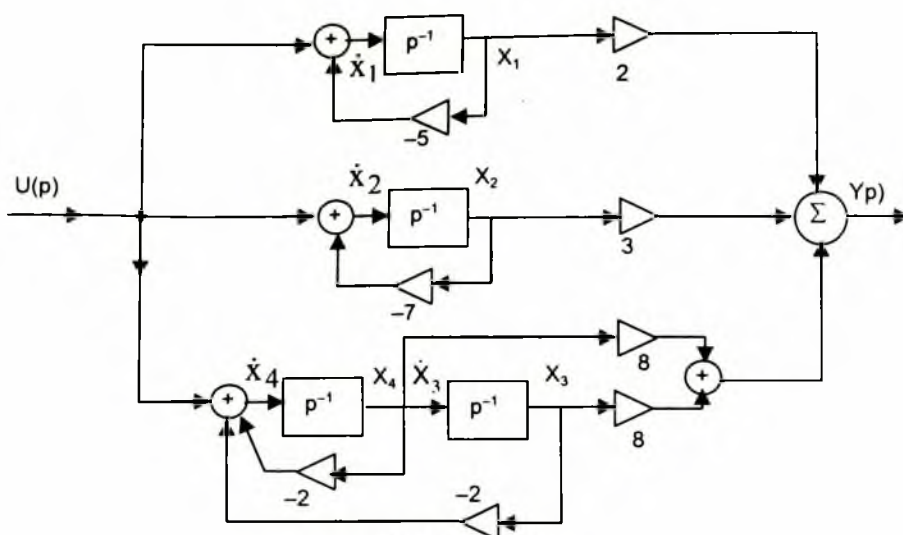
$$\dot{x}_4 = -2x_3 - 2x_4 + u$$

$$y = 2x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 8x_4$$

Hay dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [2 \ 3 \ 8 \ 8] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$



Hình BG 9.28.

9.29. Hàm truyền được biểu thị dưới dạng:

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{C_1}{(p + p_1)^k} + \frac{C_2}{(p + p_1)^{k-1}} + \dots + \frac{C_k}{(p + p_1)} + \frac{C_{k+1}}{(p + p_{k+1})} + \dots + \frac{C_n}{(p + p_n)}$$

Khi đó, tín hiệu lỗi ra có thể được biểu thị dưới dạng:

$$Y(p) = \sum_{i=0}^{k-1} \frac{C_{i+1}}{(p + p_1)^{k-i}} U(p) + \sum_{i=k+1}^n \frac{C_i}{(p + p_i)} U(p)$$

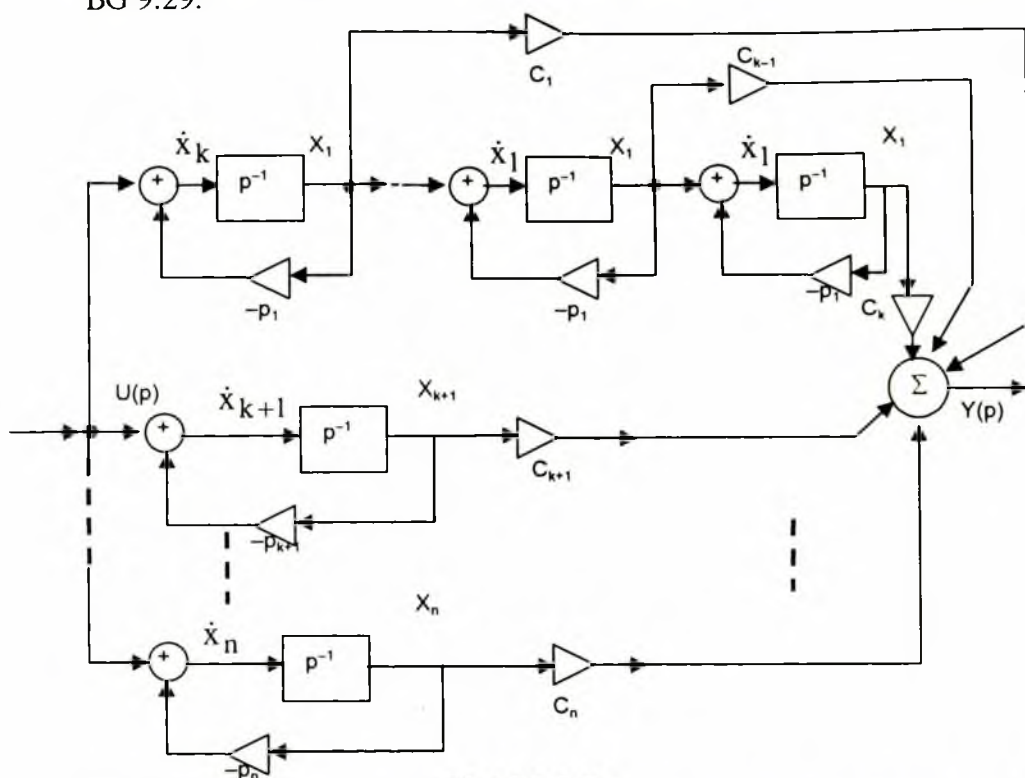
Hay có thể viết dưới dạng đơn giản hơn:

$$Y(p) = [C_1 X_1(p) \quad C_2 X_2(p) \quad \dots \quad C_n X_n(p)]$$

Trong đó:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1(p) = \frac{U(p)}{(p + p_1)^k} \\ X_2(p) = \frac{U(p)}{(p + p_1)^{k-1}} \\ \vdots \\ X_{k-1}(p) = \frac{U(p)}{(p + p_1)^2} \\ X_k(p) = \frac{U(p)}{(p + p_1)} \\ X_{k+1}(p) = \frac{U(p)}{(p + p_{k+1})} \\ \vdots \\ X_n(p) = \frac{U(p)}{(p + p_n)} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} X_1(p) = \frac{X_2(p)}{(p + p_1)} \\ X_2(p) = \frac{X_3(p)}{(p + p_1)} \\ \vdots \\ X_{k-1}(p) = \frac{X_k(p)}{(p + p_1)} \\ X_k(p) = \frac{U(p)}{(p + p_1)} \\ X_{k+1}(p) = \frac{U(p)}{(p + p_{k+1})} \\ \vdots \\ X_n(p) = \frac{U(p)}{(p + p_n)} \end{array} \right.$$

Sơ đồ dòng tín hiệu thực thi hệ thống có điểm cực bội này cho trên hình BG 9.29.



Hình BG 9.29.

Phương trình mô tả quan hệ giữa các tín hiệu trong sơ đồ này được biểu thị dưới dạng:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_k(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_1 & 1 & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & -p_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & -p_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & -p_k & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -p_{k+2} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & p_n & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_k(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

và

$$y(t) = [C_1 \ C_2 \ \cdot \ \cdot \ C_n] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$$

9.30. Hệ thống có 3 điểm cực trong đó điểm cực $p_1 = -1$ bội hai và $p_2 = 3$. Do đó hàm truyền trên được khai triển dưới dạng:

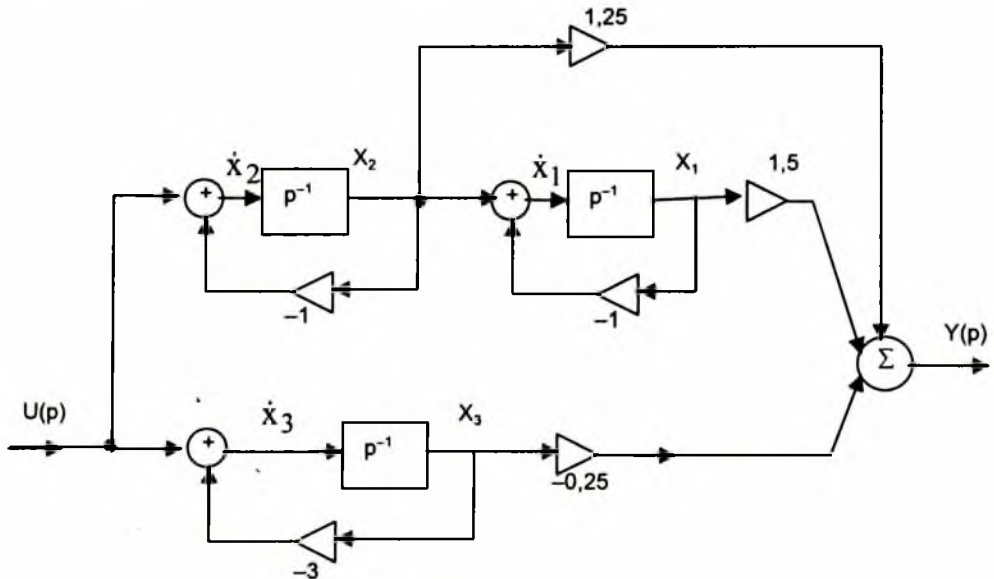
$$H(p) = \frac{p^2 + 6p + 8}{(p+1)^2(p+3)} = \frac{1,25}{(p+1)} + \frac{1,5}{(p+1)^2} - \frac{0,25}{(p+3)}$$

Do đó phương trình trạng thái thu được là:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

và:
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1,5 & 1,25 & 0,25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

Sơ đồ dòng tín hiệu cho trên hình BG 9.30.



Hình BG 9.30.

c) Tính các ma trận trạng thái dùng hàm MATLAB tf2ss:

$b=[0 \ 1 \ 6 \ 8];$

$a=[1 \ 5 \ 7 \ 3];$

$[A,B,C,D]=tf2ss(b,a)$

Kết quả MATLAB cho:

$A =$
 $-5 \ -7 \ -3$

$1 \ 0 \ 0$

$0 \ 1 \ 0$

$B =$

1

0

```

0
C =
1 6 8
D =
0

```

So sánh với câu b) ta thấy ma trận trạng thái là không duy nhất.

Để thử lại kết quả, ta dùng lệnh: $[b,a] = ss2tf(A,B,C,D)$.

Kết quả MATLAB cho:

```

b =
0 1.0000 6.0000 8.0000
a =
1.0000 5.0000 7.0000 3.0000

```

Đúng như hàm truyền đã cho.

```

9.31. a) b=[2];
a=[1 4 9 10 24 22];
[A,B,C,D]=tf2ss(b,a)
sys=ss(A,B,C,D);
[y,x]=impz(b,a);
subplot(221)
plot(y);grid
title('Dap ung xung theo ham truyen')
subplot(222)
[y1,x1]=step(b,a);
plot(y1);grid
title('Dap ung xung nhay bac don vi theo ham truyen')
subplot(223)
t=0: 0.1: 10;
f=exp(-2*t);
[y2,x2]=lsim(b,a,f,t);
plot(y2);grid
title('Dap ung cua he thong voi exp(-2t)')
subplot(224)
[A,B,C,D]=tf2ss(b,a)
[y4,x4]=impz(A,B,C,D,1);
plot(y4);grid
title('Dap ung xung theo bien so trang thai A,B,C,D')
figure(2)
subplot(221)
[y4,x4]=impz(A,B,C,D,1);
plot(x4);grid
title('Bien so trang thai x cua dap ung xung ')
subplot(222)
[y5,x5]=step(A,B,C,D,1);
plot(x5);grid

```

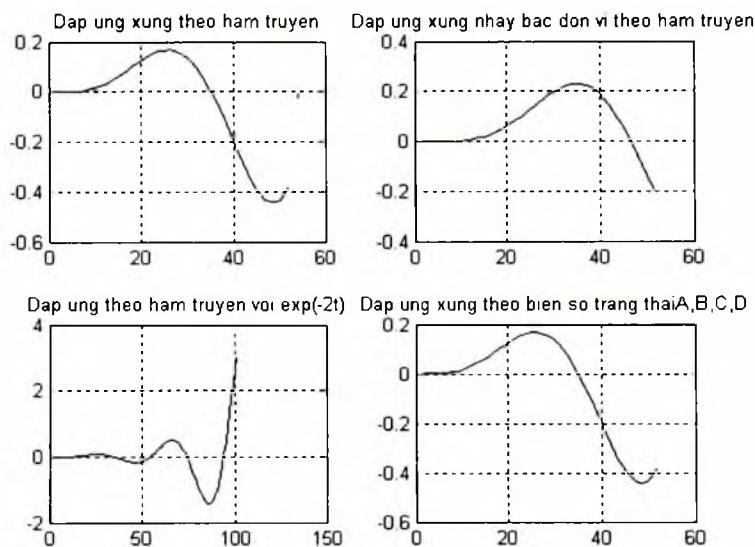


```

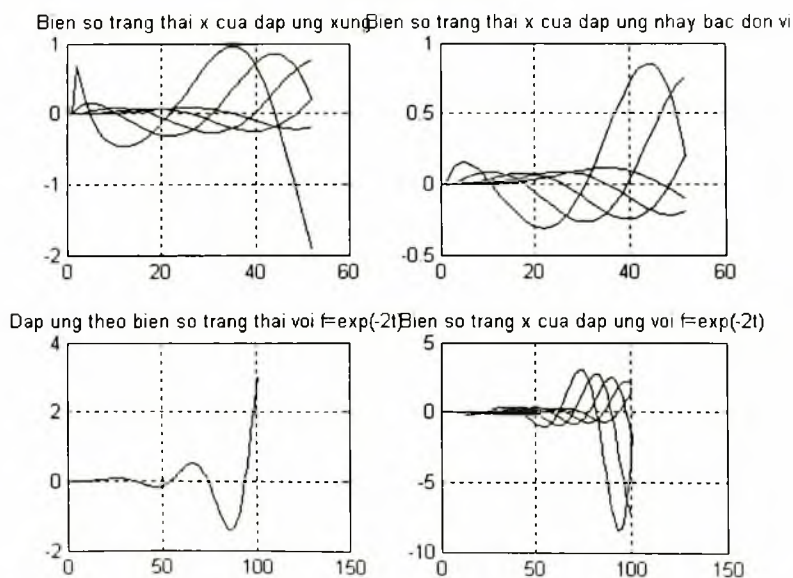
title('Bien so trang thai x của dap ung nhay bac don vi ')
[y6,x6]=lsim(A,B,C,D,f,t);
subplot(223)
plot(y6);grid
title('Dap ung theo bien so trang thai voi f=exp(-2t)')
subplot(224)
plot(x6);grid
title('Bien so trang x của dap ung voi f=exp(-2t)')

```

Các kết quả cho trên hình BG 9.31a và b.



Hình BG 9.31a.



Hình BG 9.31b.

Các ma trận trạng thái tìm được:

$$A =$$

$$\begin{bmatrix} -4 & -9 & -10 & -24 & -22 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B =$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$D =$$

$$0$$

$$0$$

$$0$$

$$0$$

$$0$$

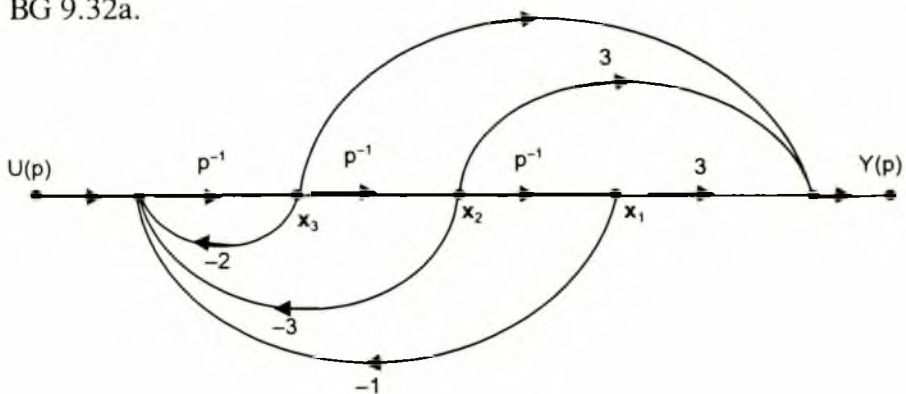
$$C =$$

$$D =$$

9.32. a) Trước hết ta viết hàm truyền dưới dạng:

$$H(p) = \frac{p^{-1} + 3p^{-2} + 3p^{-3}}{1 + 2p^{-1} + 3p^{-2} + p^{-3}}$$

Do đó, sơ đồ dòng tín hiệu thực thi trực tiếp hàm truyền này cho trên hình BG 9.32a.



Hình BG 9.32a.

b) Từ hàm truyền, ta tìm được các ma trận trạng thái theo công thức tổng quát:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad C^T = [3 \quad 3 \quad 1]; \quad D = 0$$

Từ đó tìm được các phương trình trạng thái:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

c) Ta phân tích hàm truyền thành tích các hàm truyền bậc nhất. Ta sử dụng MATLAB để thực hiện công việc này nhờ lệnh sau:

```
a=[1 2 3 1];
b=[0 1 3 3];
[r,p,k]=residue(b,a)
```

Kết quả được:

```
r =
-0.0164 - 0.5426i
-0.0164 + 0.5426i
1.0328
p =
-0.7849 + 1.3071i
-0.7849 - 1.3071i
-0.4302
k =
[]
```

Từ kết quả MATLAB cho, ta thấy hệ thống có 2 điểm cực liên hợp phức với nhau. Vì vậy hệ thống này được phân thành hai hệ thống ghép nối tiếp nhau. Trong đó một hệ thống bậc hai và một hệ thống bậc nhất.

Hàm truyền của hệ thống bậc nhất đã biết:

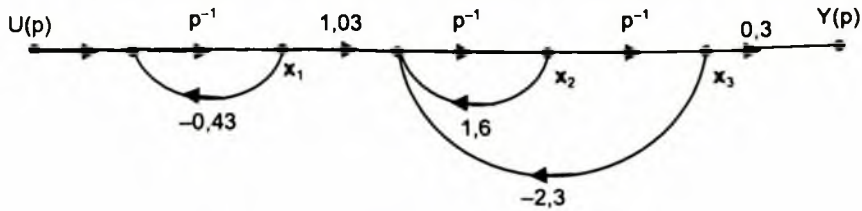
$$H_1(p) = \frac{1,03}{p + 0,43}$$

$$H_2(p) = \frac{0,3}{p^2 - 1,6p + 2,3}$$

và:

$$H(p) = \frac{1,03}{p + 0,43} \times \frac{0,3}{p^2 - 1,6p + 2,3}$$

Sơ đồ dòng tín hiệu thực thi hàm truyền này cho trên hình BG 9.32b.



Hình BG 9.32b.

9.33. Từ đồ thị dòng tín hiệu, sử dụng quy tắc MASON, ta thấy mạng điện có 3 đường: $P_1 = g_3 p^{-3}$; $P_2 = g_1 p^{-1}$; $P_3 = g_2 p^{-2}$

Có 3 vòng kín: $L_1 = -k_1 p^{-1}$; $L_2 = -k_2 p^{-2}$; $L_3 = -k_3 p^{-3}$

Cả 3 vòng kín đều chạm nhau, nên ta tìm được hàm truyền:

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{1 - (L_1 + L_2 + L_3)} = \frac{g_1 p^{-1} + g_2 p^{-2} + g_3 p^{-3}}{1 + k_1 p^{-1} + k_2 p^{-2} + k_3 p^{-3}}$$

b) Từ sơ đồ dòng tín hiệu, ta cũng tìm được các ma trận trạng thái:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_3 & -k_2 & -k_1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C^T = [g_1 \quad g_2 \quad g_3]; \quad D = 0$$

c) Ta sử dụng các dòng lệnh sau đây để tính định thức của ma trận $pI - A$:

```
syms A p k1 k2 k3 g1 g2 g3;
A=[0 1 0; 0 0 1; -k3 -k2 -k1];
I=[1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];
D=det(p*I-A)
```

Kết quả MATLAB cho:

$$D = p^3 + p^2 k_1 + p k_2 + k_3$$

Ta thấy $D = \det(pI - A)$ chính là đa thức ở mẫu số của hàm truyền.

9.34. Hàm truyền của hệ thống tìm được:

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{g_1 p^{-1} + g_2 p^{-2} + g_3 p^{-3}}{1 + k_1 p^{-1} + k_2 p^{-2} + k_3 p^{-3}}$$

b) Từ sơ đồ dòng tín hiệu, ta tìm được các phương trình trạng thái:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 & 0 \\ -k_2 & 0 & 1 \\ -k_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = x_1(t)$$

c) Ta sử dụng các dòng lệnh để tính định thức của ma trận $pI - A$:

```
syms A p k1 k2 k3;
A=[-k1 1 0; -k2 0 1; -k3 0 0];
I=[1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];
D=det(p*I-A)
```

Kết quả:

$$D = p^3 + p^2 k_1 + k_2 p + k_3$$

Đúng như đa thức ở mẫu số của hàm truyền. Hoàn toàn giống như bài toán 9.33. Vì sơ đồ hình BG 9.34 là chuyển vị của sơ đồ hình BG 9.33.

9.35. a) Từ đồ thị dòng ta thấy có 3 nhánh là:

$$P_1 = p^{-2}; P_2 = 2p^{-1}; P_3 = 2;$$

Có 3 vòng kín:

$$L_1 = -3p^{-1}; L_2 = -2p^{-2};$$

$$\Delta_1 = 1; \Delta_2 = 1 - L_1; \Delta_3 = 1 - (L_2)$$

Vậy hệ thống có hàm truyền:

$$H(p) = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + P_3 \Delta_3}{1 - (L_1 + L_2)} =$$

$$= \frac{p^{-2} + 2p^{-1}(1 + 3p^{-1}) + 2(1 + 3p^{-1} + 2p^{-2})}{1 + 3p^{-1} + 2p^{-2}} =$$

$$H(p) = \frac{2 + 8p^{-1} + 11p^{-2}}{1 + 3p^{-1} + 2p^{-2}}$$

b) Để tìm cấu trúc chính tắc dạng song song, ta phân tích hàm truyền thành dạng:

$$H(p) = \frac{2p^2 + 8p^1 + 11}{2 + 3p + p^2} = C_0 + \frac{C_1}{p - p_1} + \frac{C_2}{p - p_2}$$

Ta có thể dùng hàm MATLAB residue với cú pháp:

$$[C, p, Co] = \text{residue}(b, a)$$

Kết quả được:

$$C =$$

$$-3$$

$$5$$

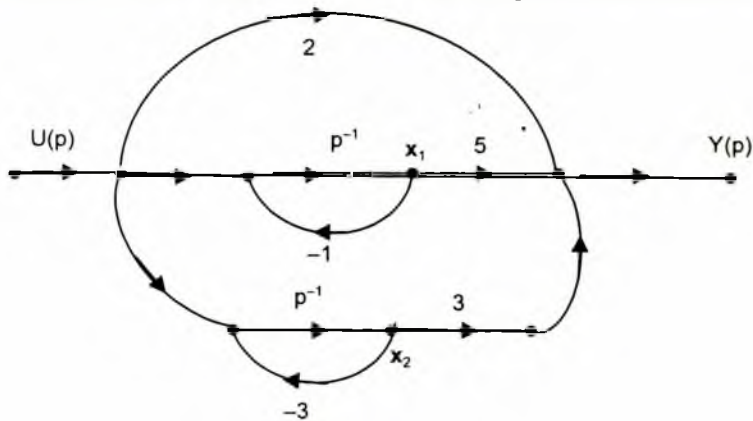
$$p =$$

$$\begin{array}{l} -2 \\ -1 \\ C_0 = \\ 2 \end{array}$$

Như vậy:

$$\begin{array}{l} p_1 = -1; p_2 = -2 \\ C_0 = 2 \\ C_1 = 5; \\ C_2 = -3; \end{array}$$

Sơ đồ dòng tín hiệu dạng chính tắc song song cho trên hình BG 9.35.



Hình BG 9.35.

c) Phương trình trạng thái đối với cấu trúc mới:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [5 \ -3] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 2u(t)$$

9.36. Từ sơ đồ máy phát, ta tìm được hàm truyền của bộ khuếch đại:

$$A(p) = \frac{V_s}{V_E} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Hàm truyền của hệ thống phản hồi là:

$$F(p) = \frac{V_R}{V_s} = \frac{\frac{R}{1 + RCp}}{R + \frac{1}{Cp} + \frac{R}{1 + RCp}} = \frac{RCp}{(RCp)^2 + 3RCp + 1}$$

Điều kiện đối với máy phát cho ta:

$$F(p)A(p) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RCp}{(RCp)^2 + 3RCp + 1} = 1$$

Hay trên phương diện tần số, điều kiện này trở thành :

$$F(\omega)A(\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{jRC\omega}{(jRC\omega)^2 + 3jRC\omega + 1} = 1$$

Từ đó tìm được điều kiện đối với biên độ $|F(p)A(p)| = 1$ là:

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 3$$

Hay $R_2 = 2R_1$.

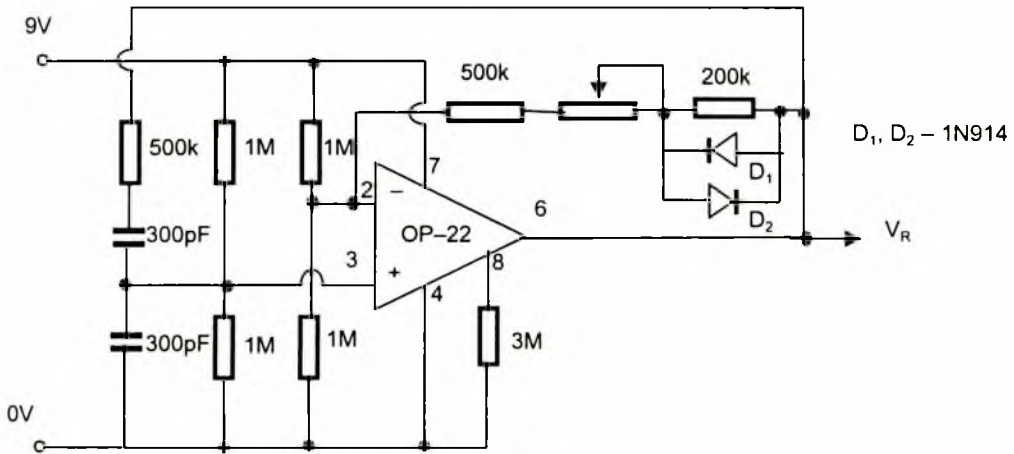
Điều kiện đối với góc pha $\arg F(p)A(p) = 0$, tìm được: $1 - R^2C^2\omega^2 = 0$

Vậy, điều kiện đối với tần số là $\omega = 1/RC$.

Rõ ràng tín hiệu phát ra là một tín hiệu hình sin có tần số được xác định bởi giá trị của điện trở R và của tụ điện C.

Hình BG 9.36 cho thấy sơ đồ của máy phát tín hiệu hình sin dùng cầu Wien vì công suất ở trong thực tế. Tần số phát của máy phát này là:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \times 300 \cdot 10^{-12} (F) \times 500 \cdot 10^3 (\Omega)} = 1,061 \cdot 10^3 (\text{Hz})$$



Hình BG 9.36.

9.37. Giả sử tại thời điểm ban đầu $t = t_0$, thế $V_D = V_Z$; khi đó dòng qua bộ tích phân sẽ là: $I_+ = \frac{V_Z}{R_3}$. Do đó, thế lối ra của bộ tích phân sẽ là một ramp

giảm theo hướng âm: $v_o(t) = v_o(t_0) - \frac{1}{C} \int_{t_0}^t I_+ dt = v_o(t_0) - \frac{V_Z}{R_3 C} (t - t_0)$

Áp dụng quy tắc chống chất dòng tại nút 2 của bộ tích phân, ta được:

$$V_+(t) = \frac{R_4}{R_1 + R_4} V_Z + \frac{R_1}{R_1 + R_4} v_0(t)$$

Khi $v_+(t)$ chuyển qua giá trị 0 để trở về âm, thì thế lối ra của bộ so sánh OA1 chuyển tới giá trị: $V_D = -V_Z$. Tại thời điểm này ($t = t_1$), thế $v_+(t) = 0$;

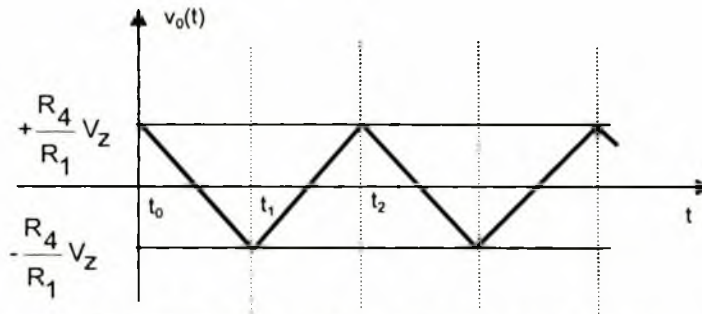
do đó thế lối ra ở thời điểm này bằng: $v_0(t_1) = -\frac{R_4}{R_1} V_Z$

Ở thời điểm $t_1 < t < t_2$ dòng cung cấp cho bộ tích phân là: $I_- = -\frac{V_-}{R_3} = -I_+$

Do đó thế lối ra của bộ tích phân lại có dạng của một ramp chạy theo hướng dương.

Tại thời điểm $t = t_2$, thế lối ra có dạng: $v_0(t_2) = \frac{R_4}{R_1} V_Z$. Do đó, thế lối ra

của bộ tích phân sẽ có dạng xung răng cưa như trên hình BG 9.37.



Hình BG 9.37. Thế lối ra của máy phát xung răng cưa.

Do vậy, tần số của sóng tam giác này là: $f = \frac{R_1}{4R_3R_4C}$

Biên độ của sóng tam giác này có thể điều chỉnh được nhờ thay đổi các giá trị của R_1 , R_4 hay bằng thế V_Z .

9.38. Từ sơ đồ, ta thấy:

$$\begin{cases} Y_1(p) = V_1(p)H_1(p) + V_2(p)H_3(p) \\ Y_2(p) = V_1(p)H_2(p) + 2V_2(p) \end{cases}$$

Trong đó: $H_1(p) = \frac{p}{p+2}$; $H_2(p) = \frac{p}{p+1}$; $H_3(p) = \frac{4}{p+3}$;

$$\text{Hay dưới dạng ma trận: } \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 & H_3 \\ H_2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Từ đó tìm được hàm truyền ma trận:

$$\mathbf{H}(p) = \begin{bmatrix} H_1 & H_3 \\ H_2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p}{p+2} & \frac{4}{p+3} \\ \frac{p}{p+1} & 2 \end{bmatrix}$$

9.39. Từ sơ đồ, ta thấy:

$$\begin{cases} Y_1 = H_1 H_2 V_1 + H_3 V_2 \\ Y_2 = (H_1 + H_1 H_2) V_1 - H_3 V_2 \end{cases}$$

Hay dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 H_2 & H_3 \\ H_1 + H_1 H_2 & -H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Từ đó tìm được hàm truyền ma trận:

$$\mathbf{H}(p) = \begin{bmatrix} H_1 H_2 & H_3 \\ H_1 + H_1 H_2 & -H_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(p+1)(p-1)} & \frac{1}{p+3} \\ \frac{p}{(p+1)(p-1)} & -\frac{1}{p+3} \end{bmatrix}$$

9.40. Từ sơ đồ dòng tín hiệu, ta thiết lập được các phương trình liên hệ các biến số trong sơ đồ:

$$Y_1 = p^{-1} V_1 + 2p^{-1} V_2 - p^{-1} Y_1 \quad (1)$$

$$Y_2 = p^{-1} V_1 + p^{-1} x_1 - p^{-1} V_1 + p^{-1} V_2 - 2p^{-1} x_2 \quad (2)$$

$$x_1 = p^{-1} V_1 - p^{-1} x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{p^{-1}}{1+p^{-1}} V_1 \quad (3)$$

$$x_2 = p^{-1} V_2 - p^{-1} V_1 - 2p^{-1} x_2 \Rightarrow x_2 = -\frac{p^{-1}}{1+2p^{-1}} V_1 + \frac{p^{-1}}{1+2p^{-1}} V_2 \quad (4)$$

Thay (3), (4) vào (1), (2), ta tìm được hệ phương trình liên hệ các tín hiệu vào và ra:

$$Y_1 = \frac{p^{-1}}{1+p^{-1}} V_1 + \frac{2p^{-1}}{1+p^{-1}} V_2$$

$$Y_2 = \left(\frac{p^{-2}}{1+p^{-1}} + \frac{2p^{-2}}{1+2p^{-1}} \right) V_1 + \left(p^{-1} - \frac{2p^{-2}}{1+2p^{-1}} \right) V_2$$

Hay dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p^{-1}}{1+p^{-1}} & \frac{2p^{-1}}{1+p^{-1}} \\ \frac{p^{-2}(4p^{-1}+3)}{(1+p^{-1})(1+2p^{-1})} & \frac{p^{-1}}{1+2p^{-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Từ đó tìm được hàm truyền ma trận:

$$H(p) = \begin{bmatrix} \frac{p^{-1}}{1+p^{-1}} & \frac{2p^{-1}}{1+p^{-1}} \\ \frac{p^{-2}(4p^{-1}+3)}{(1+p^{-1})(1+2p^{-1})} & \frac{p^{-1}}{1+2p^{-1}} \end{bmatrix}$$

b) Từ sơ đồ dòng tín hiệu, ta cũng tìm được các phương trình trạng thái dưới dạng chuẩn:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$y_2(t) = [1 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \quad y_1(t) = x_3(t)$$

Chương 10

MẠNG BA PHA

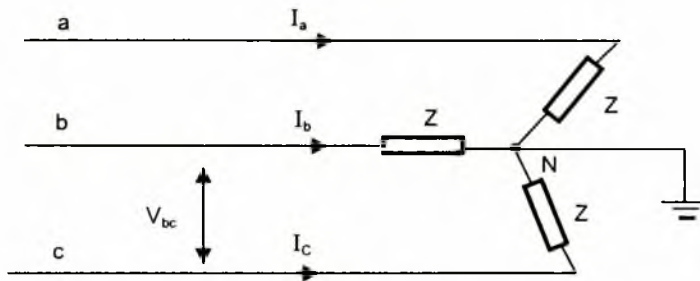
ĐỀ BÀI

10.1. Một mạng 3 pha tải hình sao cân bằng hoàn hảo, có sơ đồ như trên hình

B 10.1. Cho thế pha $V_c = 120\angle -240^\circ \text{V}$.

a) Tính các thế pha V_a và V_b .

b) Tính thế giữa đường với đường V_{cb} .



Hình B 10.1.

10.2. Một mạng 3 pha 4 dây Y–Y, nguồn cân bằng với thế pha $V_p = 120\text{V}$, nhưng tải cân bằng:

$$Z_A = Z_B = Z_C = Z = 40 + j30\Omega$$

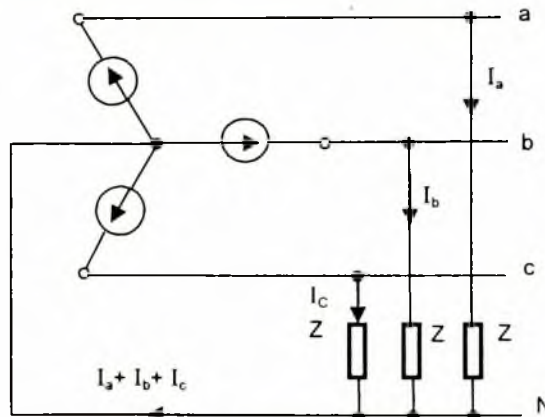
có sơ đồ trên hình B 10.2. Tính:

a) Các dòng điện pha I_a , I_b và I_c và dòng điện trong dây trung hòa I_N .

b) Công suất tiêu thụ bởi tải.

c) Công suất cung cấp bởi nguồn.

d) Công suất tổng cộng cung cấp bởi nguồn.



Hình B 10.2.

10.3. Một mạng 3 pha 4 dây Y–Y, nguồn cân bằng với thế pha $V_p = 120V$, nhưng tải không cân bằng:

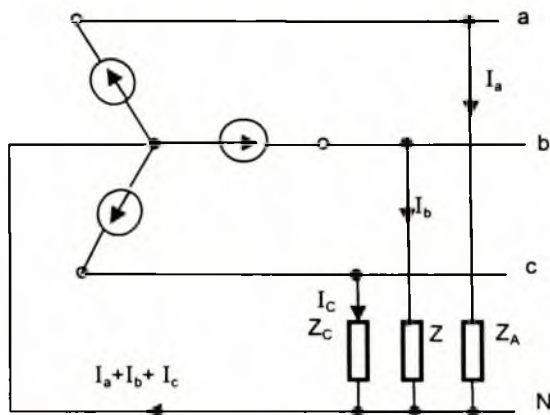
$$Z_A = 80 + j50\Omega$$

$$Z_B = 80 + j80\Omega$$

$$Z_C = 100 - j25\Omega$$

có sơ đồ trên hình B 10.3. Tính:

- Các dòng điện pha I_a , I_b và I_c và dòng điện trong dây trung hòa I_N .
- Công suất tiêu thụ bởi tải.
- Công suất cung cấp bởi nguồn.
- Công suất tổng cộng cung cấp bởi nguồn.



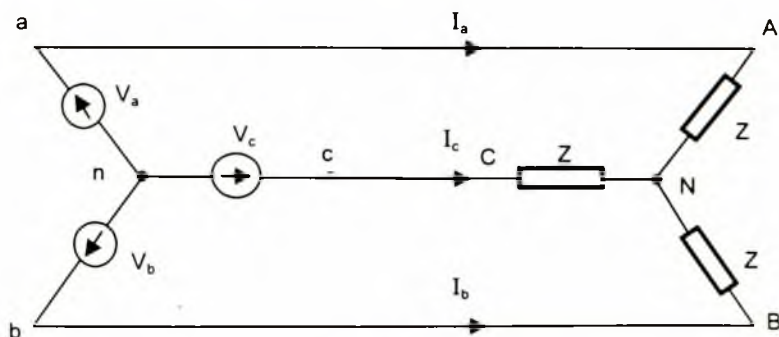
Hình B 10.3.

10.4. Một mạng 3 pha 3 dây Y–Y, nguồn cân bằng với thế pha $V_p = 120V$, tải cân bằng với:

$$Z_A = Z_B = Z_C = Z = 40 + j30\Omega$$

có sơ đồ trên hình B 10.4. Tính:

- Các dòng điện pha I_a , I_b và I_c và dòng điện trong dây trung hòa I_N .
- Công suất tổng cộng tiêu thụ bởi tải.



Hình B 10.4.

10.5. Một mạng 3 pha 3 dây Y- Δ , nguồn cân bằng với thế pha $V_p = 120V$, tải cân bằng với:

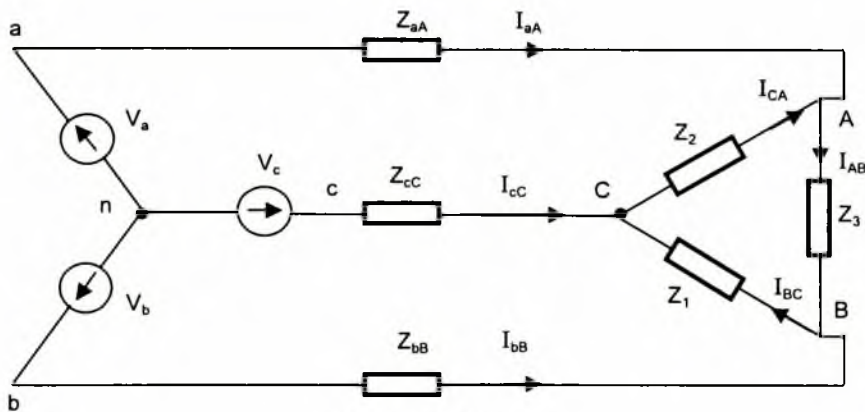
$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z = 150 + j270\Omega$$

và với các trở kháng đường:

$$Z_{aA} = Z_{bB} = Z_{cC} = 10 + j25\Omega$$

có sơ đồ trên hình B 10.5. Tính:

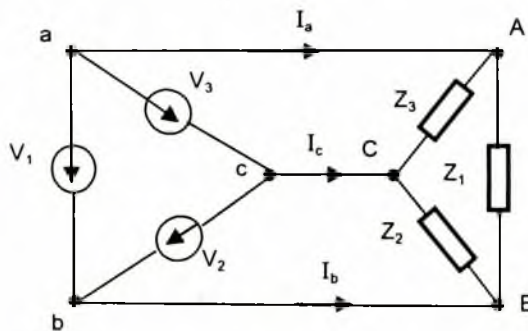
- Các dòng điện đường I_{aA} , I_{bB} và I_{cC} .
- Tính các thế pha với tải hình sao Y:
- Tính hiệu thế giữa đường với đường tại tải:
- Tính các dòng điện trong các dây pha đối với tải nối tam giác Δ .
- Tính tổng công suất tiêu thụ bởi tải.



Hình B 10.5.

10.6. Một mạng 3 pha abc nguồn nối tam giác –tải nối tam giác Δ - Δ cân bằng hoàn hảo có sơ đồ cho trên hình B 10.6. Cho dòng điện pha $I_b = 38.3022 - 32.1394i$.

Tính các dòng điện đường với đường: I_{ab} , I_{ac} và I_{bc} .

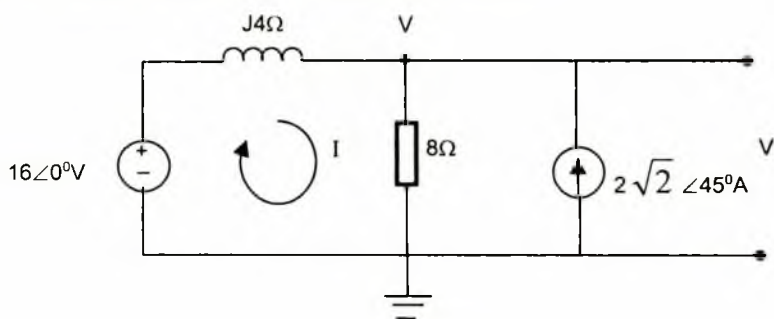


Hình B 10.6.

10.7. Một cuộn dây chứa lõi sắt từ hình xuyên, thiết diện 24cm^2 . Hệ số tăng thể tích của vật liệu sắt từ là 0,95. Cuộn dây được nuôi bằng một nguồn thế xoay chiều có thể hiệu hiệu dụng 220V và tần số 50Hz. Tính:

- 1) Số vòng dây để cuộn dây tạo ra cảm ứng từ cực đại $B_m = 1,2\text{T}$.
- 2) Cường độ dòng điện đã bị hấp thụ. Biết rằng khối lượng của tôn sắt từ chứa trong lõi là $1,6\text{w/kg}$ tại tần số 50Hz để tạo ra cảm ứng từ cực đại 1 T. Tôn sắt từ có hệ số từ thẩm $\mu = 18000$ và chưa ở trong trạng thái bão hoà để chiều dài trung bình của lõi là $1,2\text{m}$ và mật độ của tôn là 7,5.
- 3) Tính điện trở mất mát R_F và trở kháng của cuộn dây có lõi sắt từ đó.
- 4) Công suất biểu hiện tổng cộng bởi cuộn dây.

10.8. Cho mạch điện như trong hình B 10.8.



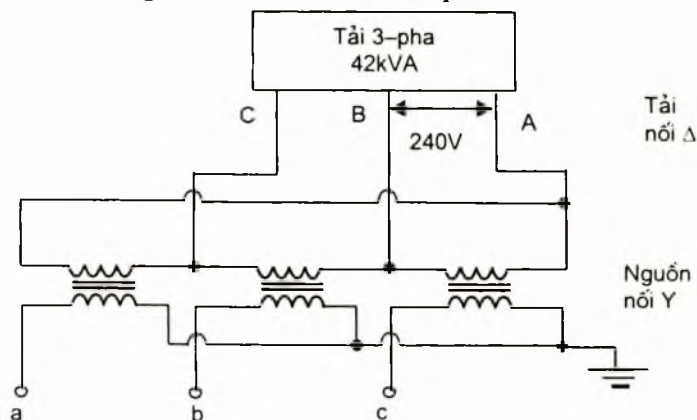
Hình B 10.8

Tính công suất trung bình:

- a) của điện trở 8Ω .
- b) của nguồn dòng.
- c) của cuộn cảm.
- d) của nguồn thế.

10.9. Một biến thế 3 pha nối Y- Δ như trên hình 10.9. Trong đó tải cân bằng 42kVA được nuôi bởi biến thế ba pha đó.

- a) Xác định thế và dòng trong các dây pha ở phía sơ cấp.
- b) Xác định công suất biểu kiến ở mỗi phía.



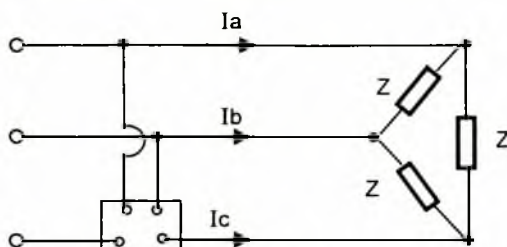
Hình B 10.9.

10.10. Một mạng ba pha có tải cân bằng hoàn hảo và bằng $Z = 10\angle 30^\circ \Omega$ như trên hình B 10.10.

a) Tính công suất tổng cộng hấp thụ bởi tải 3 pha nói trên.

b) Wattmeter chỉ giá trị bằng bao nhiêu?

Biết rằng hiệu thế giữa các dây pha với nhau bằng 100V.



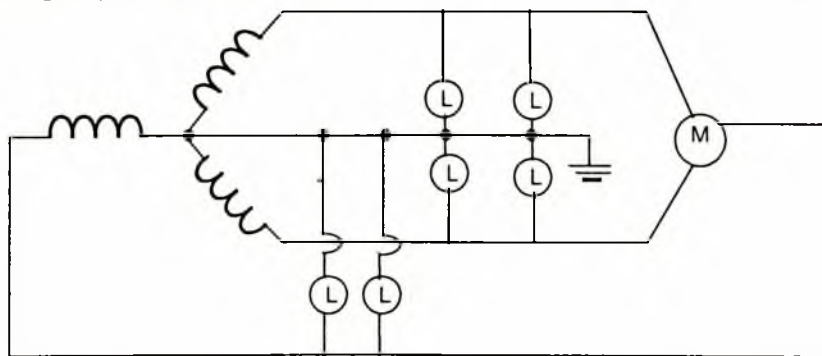
Hình B 10.10.

10.11. Một máy phát điện ba pha cung cấp công suất 100kW với thừa số công suất $\cos\phi = 0,9$ cho tải 3 pha mắc theo kiểu hình sao. Thế đường đối với đường tại đầu tải tiêu thụ đo được là 2400V. Điện trở của mỗi dây dẫn bằng 4Ω . Điện cảm và điện dung của dây dẫn không đáng kể, có thể bỏ qua. Hỏi điện thế giữa đường với đường tại máy phát bằng bao nhiêu?

10.12. Một mạng ba pha abc cân bằng có nguồn hình sao, tải tam giác Y- Δ , với $V_{an} = 100\angle 10^\circ \text{V}$ và tải trên mỗi pha $Z = 8 + j4\Omega$. Tính các dòng điện đường với đường và dòng điện trên các dây pha.

10.13. Mạng điện ba pha có sơ đồ như trên hình B 10.13. Mỗi đèn có công suất 500W và thế 120V. Mô tơ loại công suất 5kW với hệ số công suất 0,8. Cuộn thứ cấp của biến thế ba pha cung cấp hiệu thế giữa đường dây pha là 208V. Tải tiêu thụ cách trạm biến thế 1500 dặm. Điện trở thuần của đường dây và trở kháng là $0,403\Omega$ và $0,143\Omega$ trên 1000 dặm.

Tính hiệu thế giữa các đường dây pha với nhau và giữa đường dây pha với đường dây trung hoà.



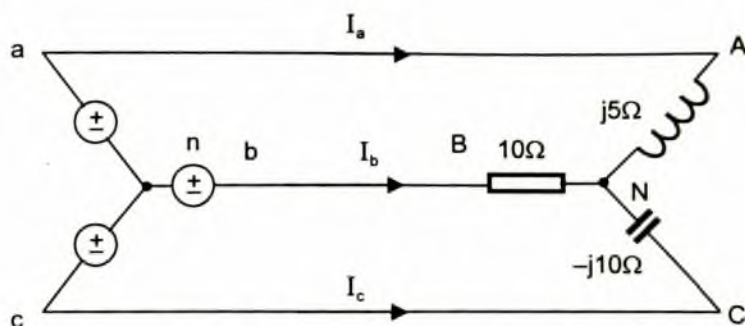
Hình B 10.13.

10.14. Hình B 10.14 là một mạng ba pha nguồn hình sao cân bằng, tải hình sao không cân bằng.

a) Tính các dòng điện đường.

b) Tính công suất phức tổng cộng hấp thụ bởi tải.

c) Tính công suất phức tổng cộng cung cấp bởi nguồn.

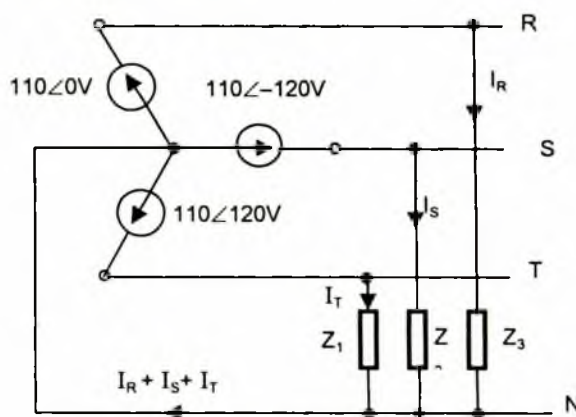


Hình B 10.14.

10.15. Giả sử mạng ba pha hình B 10.15 có các điện trở tải không cân bằng:

$$Z_1 = 6 + 13j; Z_2 = 4 + 2j; Z_3 = 6 - 12,5j;$$

Hãy tìm hiệu điện thế giữa các dây pha R, S và T đối với dây trung hòa N; tức là tìm V_{RN} , V_{SN} và V_{TN} .



Hình B 10.15.

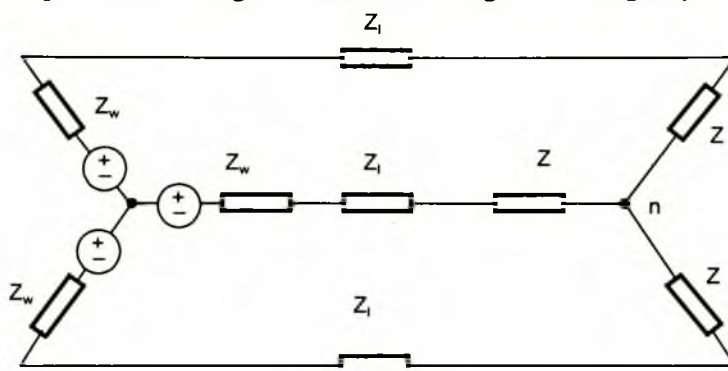
10.16. Mạng ba pha có tải không cân bằng nhưng nguồn cân bằng, với $V = 100V$ như trên hình 10.16. Tính dòng điện trong các dây pha và dòng điện trong đường dây trung hoà nếu tải $Z_a = 15\Omega$, $Z_b = 10 + j5\Omega$, $Z_c = 6 - j8\Omega$.

10.17. Một hệ thống cấp điện 3 pha nguồn hình sao–tải hình sao 3 dây cân bằng 120V (hình B 10.17). Giả sử trở kháng của các cuộn dây có thể bỏ qua; trở kháng của ca mỗi đường dây là $Z_l = 0,1 + j0,2\Omega$. Trở kháng của các tải là $Z = 20 + j5\Omega$. Tính:

- 1) Biên độ dòng điện trong các đường dây.
- 2) Biên độ của các sụt thế trên các tải.
- 3) Công suất trung bình, công suất phản kháng và công suất biểu kiến bởi mỗi tải.

4) Công suất trung bình, công suất phản kháng và công suất biểu kiến bởi mỗi nguồn.

5) Tỷ số phần trăm công suất mất mát trong các đường dây.



Hình B 10.17.

TRẢ LỜI VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

10.1. a) Trong mạng abc, người ta thường lấy thế pha V_a làm gốc, vì vậy:

$$V_a = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$$

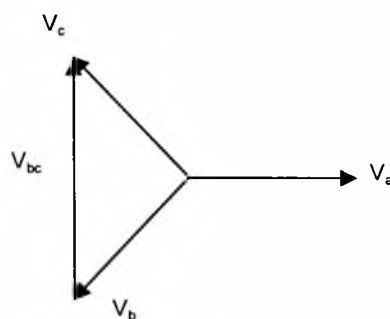
Vậy:

$$V_b = 120 \angle (-240^\circ + 120^\circ) \text{ V} = 120 \angle -120^\circ \text{ V}$$

Từ câu a) ta tìm được giản đồ pha giữa 3 thế pha như trên hình BG 10.1.

Từ hình BG 10.1, ta tìm được:

$$V_{bc} = \sqrt{3} |V_c| = \sqrt{3} (120) \angle -90^\circ \text{ V}$$



Hình BG 10.1.

10.2. a) Chọn: $V_a = V_p = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$ làm gốc, thì thế trên các pha:

$$V_b = V_a \angle -120^\circ \text{ V} = 120 \angle -120^\circ \text{ V};$$

$$V_c = V_a \angle 120^\circ \text{ V} = 120 \angle 120^\circ \text{ V}$$

Do đó, các dòng điện pha tính được là:

$$I_a = \frac{V_a}{Z_a} = \frac{120 \angle 0^\circ}{40 + j30} = \frac{120 \angle 0^\circ}{50 \angle 36,87^\circ} = 2,4 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

$$I_b = \frac{V_b}{Z_b} = \frac{120 \angle -120^\circ}{40 + j30} = \frac{120 \angle -120^\circ}{50 \angle 36,87^\circ} = 2,4 \angle -156,87^\circ \text{ A}$$

$$I_c = \frac{V_c}{Z_c} = \frac{120 \angle 120^\circ}{40 + j30} = \frac{120 \angle 120^\circ}{50 \angle 36,87^\circ} = 2,4 \angle 83,13^\circ \text{ A}$$

Dòng điện trong dây trung hòa:

$$I_N = I_a + I_b + I_c = 2,4\angle -36,87^\circ + 2,4\angle -156,87^\circ + 2,4\angle 83,13^\circ \\ = 5.3291e-016 + 2.6645e-016i = 0$$

b) Công suất tiêu thụ bởi các tải:

$$S_A = I_a \cdot I_a^* \cdot Z_a = (2,4)^2(40 + j30) = 230,4 + j172,8$$

$$S_B = I_b \cdot I_b^* \cdot Z_b = (2,4)^2(40 + j30) = 230,4 + j172,8$$

$$S_C = I_c \cdot I_c^* \cdot Z_C = (2,4)^2(40 + j30) = 230,4 + j172,8$$

Công suất tổng cộng tiêu thụ bởi tải:

$$S = 3S_A = 691,2 + j518,4$$

c) Công suất cung cấp bởi nguồn:

$$S_a = I_a^* \cdot V_a = (2,4\angle 36,87^\circ)(120\angle 0^\circ) = 230,4 + j172,8$$

$$S_b = I_b^* \cdot V_b = (2,4\angle 156,87^\circ)(120\angle -120^\circ) = 230,4 + j172,8$$

$$S_c = I_c^* \cdot V_c = (2,4\angle -83,13^\circ)(120\angle 120^\circ) = 230,4 + j172,8$$

Công suất tổng cộng cung cấp bởi nguồn:

$$S = S_a + S_b + S_c = 3S_a = 3S_b = 3S_c = 691,2 + j518,4$$

10.3. a) Chọn $V_a = V_p = 120\angle 0^\circ$ V làm gốc, thì thế trên các pha:

$$V_b = V_a\angle -120^\circ = 120\angle -120^\circ \text{ V};$$

$$V_c = V_a\angle 120^\circ = 120\angle 120^\circ \text{ V}$$

Do đó, các dòng điện pha tính được là:

$$I_a = \frac{V_a}{Z_a} = \frac{120\angle 0^\circ}{80 + j50} = \frac{120\angle 0^\circ}{94,34\angle 32^\circ} = 1,27\angle -32^\circ \text{ A}$$

$$I_b = \frac{V_b}{Z_b} = \frac{120\angle -120^\circ}{80 + j80} = \frac{120\angle -120^\circ}{113,14\angle 45^\circ} = 1,06\angle -165^\circ \text{ A}$$

$$I_c = \frac{V_c}{Z_c} = \frac{120\angle 120^\circ}{100 - j25} = \frac{120\angle 120^\circ}{103,11\angle -14,11^\circ} = 1,16\angle 134,11^\circ \text{ A}$$

Dòng điện trong dây trung hòa:

$$I_N = I_a + I_b + I_c = 1,27\angle -32^\circ + 1,06\angle -75^\circ + 1,16\angle 134,11^\circ = \\ = 1,27 \cdot \exp(-j \cdot 32 \cdot \pi / 180) + 1,06 \cdot \exp(-j \cdot 165 \cdot \pi / 180) + \\ + 1,16 \cdot \exp(j \cdot 134,04 \cdot \pi / 180) \quad I_N = -0,7532 - 0,1135i = 0,76\angle -171,43^\circ \text{ A}$$

b) Công suất tiêu thụ bởi các tải:

$$S_A = I_a \cdot I_a^* \cdot Z_a = (1,27)^2(80 + j50) = 129,03 + j80,65W$$

$$S_B = I_b \cdot I_b^* \cdot Z_b = (1,06)^2(80 + j80) = 89,8880 + j89,8880iW$$

$$S_C = I_c \cdot I_c^* \cdot Z_C = (1,16)^2(100 - j25) = 134,56 - j33,64W$$

Công suất tổng cộng tiêu thụ bởi tải:

$$S = S_A + S_B + S_C = (1,27)^2(80 + j50) + (1,06)^2(80 + j80) + (1,16)^2(100 - j25) \\ = 354,95 + j137,01W$$

c) Công suất cung cấp bởi nguồn:

$$S_a = I_a^* V_a = (1,272 \angle 32)(120 \angle 0^0) = 129,48 + j80,88$$

$$S_b = I_b^* V_b = (1,061 \angle 165)(120 \angle -120^0) = 90,03 + j90,03$$

$$S_c = I_c^* V_c = (1,164 \angle -134,04)(120 \angle 120^0) = 135,51 - j33,88$$

Công suất tổng cộng cung cấp bởi nguồn:

$$S = S_a + S_b + S_c = 354,98 + j137,02 \text{ W}$$

10.4. Để tính các dòng điện pha I_a , I_b , I_c thì trước hết ta phải biết hiệu thế giữa điểm trung hòa của nguồn và trung hòa của tải:

$$V_{nN} = \frac{Z_A Z_B e^{j\frac{2\pi}{3}} + Z_A Z_C e^{j\frac{4\pi}{3}} + Z_B Z_C}{Z_A Z_B + Z_A Z_C + Z_B Z_C} V_p =$$

$$V_{nN} = -1.0041e - 014 + 8.4401e - 015i = 1.3117e - 014 \angle 139.9503^0$$

$$I_a = \frac{V_a - V_{nN}}{Z_a} = 1.9200 - 1.4400i = 2.4 \angle -36.87^0$$

$$I_b = \frac{V_b - V_{nN}}{Z_b} = -2.2071 - 0.9428i = 2.4 \angle -156.87^0$$

$$I_c = \frac{V_c - V_{nN}}{Z_c} = 0.2871 + 2.3828i = 2.4 \angle 83.13^0$$

Công suất tiêu thụ bởi tải:

$$S_A = I_a I_a^* Z_a = 2.3040e+002 + 1.7280e+002i$$

$$S_B = I_b I_b^* Z_b = 2.3040e+002 + 1.7280e+002i$$

$$S_C = I_c I_c^* Z_c = 2.3040e+002 + 1.7280e+002i$$

Tổng công suất tiêu thụ bởi tải:

$$S = S_A + S_B + S_C = 3S_A = 3S_B = 3S_C = 691,2 + j518,4$$

10.5. a) Chọn thế nguồn: $V_a = V_p = 120 \angle 0^0 \text{ V}$ do đó các thế nguồn khác:

$$V_b = V_a \angle -120^0 \text{ V} = 120 \angle -120^0 \text{ V};$$

$$V_c = V_a \angle 120^0 \text{ V} = 120 \angle 120^0 \text{ V}$$

Để tính các dòng điện đường I_{aA} , I_{bB} , I_{cC} thì trước hết ta áp dụng quy tắc chuyển đổi tải Δ thành hình sao Y, theo công thức:

$$Z_A = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = 50 + j90$$

$$Z_B = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = 50 + j90$$

$$Z_C = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = 50 + j90$$

Tính hiệu thế giữa điểm trung hòa của nguồn và trung hòa của tải:

$$V_{nN} =$$

$$\frac{(Z_{aA} + Z_A)(Z_{bB} + Z_B)e^{j\frac{2\pi}{3}} + (Z_{aA} + Z_A)(Z_{cC} + Z_C)e^{j\frac{4\pi}{3}} + (Z_{bB} + Z_B)(Z_{cC} + Z_C)}{(Z_{aA} + Z_A)(Z_{bB} + Z_B) + (Z_{aA} + Z_A)(Z_{cC} + Z_C) + (Z_{bB} + Z_B)(Z_{cC} + Z_C)} V_p$$

$$V_{nN} = -1.172e-014 + 1.782e-015i = 2.135e-014 \angle 123.304^\circ$$

$$I_{aA} = \frac{V_a - V_{nN}}{Z_{aA} + Z_A} = 0.392 - 0.782i = 0.848 \angle -62.447^\circ$$

$$I_{bB} = \frac{V_b - V_{nN}}{Z_{bB} + Z_B} = -0.847 - 0.036i = 0.848 \angle 177.553^\circ$$

$$I_{cC} = \frac{V_c - V_{nN}}{Z_{cC} + Z_C} = 0.455 + 0.716i = 0.848 \angle 57.553^\circ$$

Ta thấy: $I_{aA} + I_{bB} + I_{cC} = 0$

b) Tính các thế pha với tải hình sao Y:

$$V_{AN} = I_{aA} Z_A = (0.848 \angle -62.447^\circ)(102.96 \angle 60.95^\circ) = 87.31 \angle -1.5^\circ V$$

$$V_{BN} = I_{bB} Z_B = (0.848 \angle 177.553^\circ)(102.96 \angle 60.95^\circ) = 87.31 \angle 238.503^\circ V$$

$$V_{CN} = I_{cC} Z_C = (0.848 \angle 57.553^\circ)(102.96 \angle 60.95^\circ) = 87.31 \angle 118.503^\circ V$$

c) Tính hiệu thế giữa đường với đường tại tải:

$$\begin{aligned} V_{AB} &= V_{AN} - V_{BN} = 87.31 \angle -1.5^\circ V - 87.31 \angle 238.503^\circ V \\ &= 1.3290e+002 + 7.2161e+001i = 151.223 \angle 28.498^\circ V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{BC} &= V_{BN} - V_{CN} = 87.31 \angle 60.95^\circ V - 87.31 \angle 118.503^\circ V \\ V_{BC} &= -3.9507e+000 - 1.5117e+002i = 151.221 \angle -91.497^\circ V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{AC} &= V_{AN} - V_{CN} = 87.31 \angle -1.5^\circ V - 87.31 \angle 118.503^\circ V \\ V_{AC} &= 1.2894e+002 - 7.9013e+001i = 151.224 \angle -31.4995^\circ V \end{aligned}$$

d) Tính các dòng điện giữa đường với đường đối với tải nối tam giác Δ :

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_3} = \frac{151.223 \angle 28.498^\circ}{150 + j270} = \frac{151.223 \angle 28.498^\circ}{306.8689 \angle 60.9454^\circ} =$$

$$0.4896 \angle -32.4474^\circ$$

$$\begin{aligned} I_{AC} &= \frac{V_{AC}}{Z_2} = \frac{151.223 \angle 28.498^\circ}{150 + j270} = \frac{151.223 \angle -31.4995^\circ}{306.8689 \angle 60.9454^\circ} = \\ &= 0.4896 \angle -92.4449^\circ \end{aligned}$$

e) Tính tổng công suất tiêu thụ bởi tải: $S_A = |I_{aA}|^2 \cdot Z_A$

Với: $Z_A = 50 + j \cdot 90 = 102.9563 \angle 60.9454^\circ$

Vậy:

$$S_a = 0.848^2 \cdot 102.9563 \cdot \exp(j \cdot 60.9454 \cdot \pi / 180) = 35.9552 + j 64.7194i \\ = 74.0363 \angle 60.9454^\circ \text{ W}$$

Tổng công suất tiêu thụ bởi tải:

$$S = 3S_A = 3S_B = 3S_C = 3 \times 74.0363 \angle 60.9454^\circ \text{ W}$$

$$S = 222,1089 \angle 60.9454^\circ \text{ W}$$

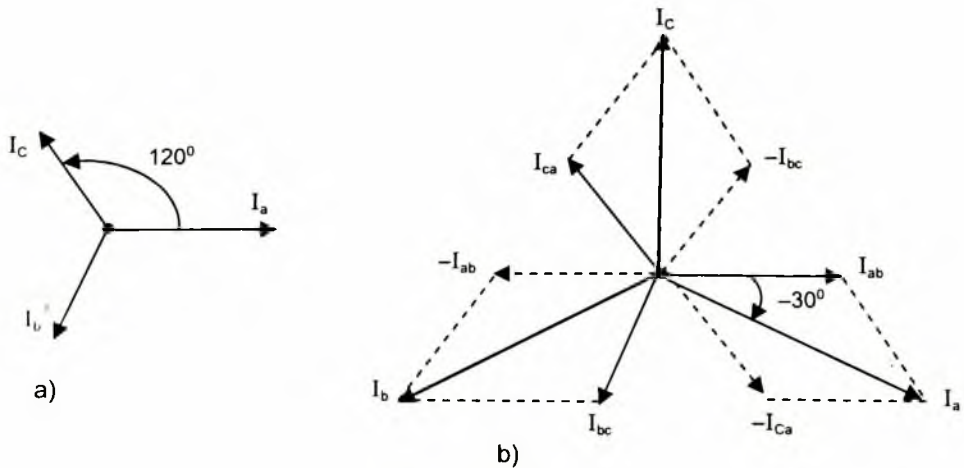
10.6. Theo giản đồ pha của mạng tải nối tam giác như trên hình BG 10.6. Vì thế, khi cho I_b , ta tìm được các dòng điện pha khác là: $I_a = I_b \angle 120^\circ$

Thay giá trị I_b vào, ta được:

$$I_a = I_b \angle 120^\circ = (38.3022 - j 32.1394i) \angle 120^\circ = 50 \angle 80^\circ \text{ A}$$

$$\text{Tương tự: } I_c = I_b \angle 240^\circ = (38.3022 - j 32.1394i) \angle 240^\circ = 50 \angle 200^\circ \text{ A}$$

Từ giản đồ pha hình BG 10.6a, ta tìm được các hệ thức liên hệ giữa các dòng điện đường với đường và các dòng điện pha:



Hình BG 10.6.

$$I_a = \sqrt{3} I_{ab} \angle -30^\circ \Rightarrow I_{ab} = \frac{I_a}{\sqrt{3} \angle -30^\circ} = \frac{50 \angle 80^\circ}{\sqrt{3} \angle -30^\circ} = 28,9 \angle 110^\circ$$

$$I_b = \sqrt{3} I_{bc} \angle -30^\circ \Rightarrow I_{bc} = \frac{I_b}{\sqrt{3} \angle -30^\circ} = \frac{50 \angle -40^\circ}{\sqrt{3} \angle -30^\circ} = 28,9 \angle -10^\circ$$

$$I_c = \sqrt{3} I_{ca} \angle -30^\circ \Rightarrow I_{ca} = \frac{I_c}{\sqrt{3} \angle -30^\circ} = \frac{50 \angle 200^\circ}{\sqrt{3} \angle -30^\circ} = 28,9 \angle 230^\circ$$

10.7. a) $n = V_{hd}/4,44 f B_m S = 220/4,44 \times 50 \times 1,2 \times 0,95 \times 24 \cdot 10^{-4} = 362$ vòng.

b) Khối lượng của tôn: $M = 0,95 \times 24 \cdot 10^{-4} \times 1,2 \times 7500 = 20,5 \text{ kg}$.

Mất mát do lõi sắt: $32,8 \times 1,2^2 = 47,3 \text{ W}$. Từ đó suy ra dòng đi qua điện trở mất mát $I_a = 47,3/220 = 0,21 \text{ A}$.

Để tính dòng tự cảm $nI_c = HI$ với $H = B_m/\mu\mu_0\sqrt{2}$

$$I_c = 1,2 \times 1,2/362 \times 4\pi \cdot 10^{-7} \times 1800 \times \sqrt{2} = 1,24 \text{ A}$$

Vậy $\sqrt{(0,21 \text{ A})^2 + (1,24 \text{ A})^2} = 1,023 \text{ A}$

c) $R_F = V_{hd}^2/P = 220/47,3 = 1.023 \Omega$

$$X_m = V_{hd}/I_c = 220/1,24 = 177 \Omega$$

Công suất biểu hiện tổng cộng bởi lõi:

$$Q = V_{hd} \cdot I_c = 220 \times 1,24 \text{ A} = 273 \text{ VAR}.$$

10.8. Định luật Kirchhoff đối với dòng tại nút V, ta thu được:

$$(V-16)/(j4) + V/8 - (2\sqrt{2} \angle 45^\circ) = 0$$

Từ đó tìm được: $V = 16(1-j)/(1-2j) = 10,12 \angle 18,4^\circ$

Dòng điện: $I = (16-V)/j4 = \sqrt{3,2} \angle -116,6^\circ$

Do vậy:

a) Công suất trung bình tỏa ra trong điện trở 8Ω là:

$$P_R = (1/2)(|V|^2/8) = (1/2)(10,12)^2/8 = 6,4 \text{ W}$$

b) Công suất của nguồn dòng:

$$P_{nd} = -(1/2)|V|(2\sqrt{2} \cdot \cos(26,6^\circ)) = 12,8 \text{ W}$$

c) Công suất trung bình của cuộn cảm: $P_L = 0 \text{ W}$

d) Công suất trung bình của nguồn thế:

$$P_{av} = -(1/2)I \cos(-116,6^\circ) = 6,4 \text{ W}$$

10.9. Công suất biểu kiến ở phía thứ cấp (tải) là $S_T = 42 \text{ kVA}$ và thế pha của phía thứ cấp là $V_{Ls} = 240 \text{ V}$, ta tính được dòng điện pha ở phía thứ cấp là:

$$I_{Ls} = \frac{S_T}{\sqrt{3}V_{Ls}} = \frac{42000}{\sqrt{3}(240)} = 101 \text{ A}$$

Do đó dòng điện trong các dây pha phía sơ cấp là: $I_{Lp} = \frac{n}{\sqrt{3}} I_{Ls} = \frac{n}{\sqrt{3}} \cdot 101 \text{ A}$

Thế của các dây pha phía sơ cấp là: $V_{Lp} = \frac{\sqrt{3}}{n} V_{Ls} = \frac{\sqrt{3}}{n} \cdot 240 \text{ V}$

b) Vì tải cân bằng nên công suất biểu kiến tổng cộng của mỗi biến thế ở phía thứ cấp:

$$S = S_r/3 = 42\text{kVA}/3 = 14\text{kVA}$$

Ở phía sơ cấp, nối Δ , nên thế pha và thế giữa đường với đường là như nhau tức là $V_{LP} = 240$, trong khi dòng điện trong các dây pha là $I_{LP}/\sqrt{3} = 58,34\text{A}$. Do đó công suất biểu kiến là $S = 240 \times 58,34\text{A} = 14\text{kVA}$. Có nghĩa là công suất được bảo toàn.

$$10.10. a) I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z} = \frac{100\angle 0^\circ}{10\angle 30^\circ} = 10\angle -30^\circ$$

$$I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z} = \frac{100\angle -240^\circ}{10\angle 30^\circ} = 10\angle -270^\circ$$

$$I_a = I_{ab} - I_{ca} = 10\angle -30^\circ - 10\angle -270^\circ = 5\sqrt{3} - j15 = 17,32\angle -60^\circ$$

Do đó công suất tổng cộng:

$$P_t = \sqrt{3}|V_{ab}||I_a|\cos\phi = \sqrt{3} \times 100 \times 17,32 \cdot \cos 30^\circ = 2.598\text{W}$$

b) Wattemeter đọc:

$$\begin{aligned} P_w &= V_{ab} \cdot I_c = 100 \times 10\sqrt{3} \cdot \cos(-60^\circ - 240^\circ) \\ &= 100 \times 17,32 \times \cos(-300^\circ) = 866\text{W} \end{aligned}$$

Công suất này đúng bằng một phần ba công suất tổng cộng.

10.11. Ta biết rằng, vì đường dây có điện trở, nên khi tải điện từ máy phát đến nơi tiêu thụ, thế đã bị sụt trên đường dây; do đó, thế tại nơi phát bằng thế ở nơi tiêu thụ cộng với sụt thế trên tải. Vì tải hình sao, nên ta có thể đường với đường giữa 2 dây pha a và b được tính theo công thức:

$$V_{ab} = \sqrt{3}V_{an}\angle 30^\circ$$

Từ đó, tính được biên độ thế giữa dây pha và dây trung hòa là:

$$|V_{an}|_{t\ddot{a}i} = \frac{|V_{ab}|_{t\ddot{a}i}}{\sqrt{3}} = \frac{2400\text{V}}{\sqrt{3}} = 1386\text{V}$$

Công suất tiêu thụ trên một pha tại tải là:

$$P_{t\ddot{a}i} = \frac{P_{3t\ddot{a}i}}{\sqrt{3}\cos\phi} = \frac{100\text{kW}}{\sqrt{3} \times 0,9} = 37\text{kVA}$$

Dòng điện trong mỗi dây pha:

$$I_a = \frac{P_{t\ddot{a}i}}{|V_{an}|_{t\ddot{a}i}} = \frac{37\text{kVA}}{1386\text{V}} = 26,7\text{A}$$

Góc lệch pha giữa dòng và thế của đường dây pha là: $\varphi = \arccos 0,9 = 25,84^\circ$
 Lấy dòng điện I_a làm gốc (dòng I_a nằm trên trục thực), khi đó thế giữa dây pha với dây trung hòa tại tải được biểu thị bằng công thức:

$$V_{anlai} = |V_{an}| e^{j25,84^\circ} = 1386 \cdot e^{j25,84^\circ} = 1247 + j604V$$

Sụt thế trên mỗi dây pha là: $V_a = I_a \times R = 26,7 \times 4 = 106,8V$

Thế đường với đường tại máy phát tính được là:

$$V_{abmp} = V_{anlai} + V_a = 1247 + j604V + 106,8V = 1343,8 + j604V$$

Hay: $V_{abmp} = 1343,8 + j604V = 1483 \cdot e^{j24^\circ}$

Từ đó tính được biên độ thế giữa đường với đường tại đầu máy phát là:

$$|V_{ab}|_{\text{phát}} = \sqrt{3} |V_{an}|_{\text{phát}} = 1483 \cdot \sqrt{3}V = 2569V$$

10.12. Thế pha $V_{an} = 100 \angle 10^\circ V$, nên thế đường với đường là:

$$V_{ab} = V_{an} \sqrt{3} \angle 30^\circ = 100 \sqrt{3} \angle 30^\circ + 10^\circ V$$

Vậy các dòng pha là:

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z} = \frac{100 \sqrt{3} \angle 30^\circ + 10^\circ}{8 + j4} = \frac{173,2 \angle 40^\circ}{8,944 \angle 26,57^\circ} = 19,36 \angle 13,43^\circ A$$

$$I_{bc} = I_{ab} \angle -120^\circ = 19,36 \angle -106,57^\circ A$$

$$I_{ca} = I_{ab} \angle 120^\circ = 19,36 \angle 133,43^\circ A$$

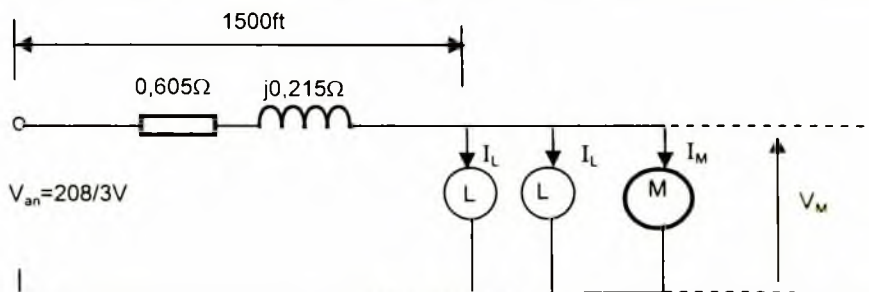
Các dòng điện đường là:

$$I_a = I_{ab} \sqrt{3} \angle -30^\circ = 33,53 \angle -16,57^\circ A$$

$$I_b = I_a \angle -120^\circ = 33,53 \angle -136,57^\circ A$$

$$I_c = I_a \angle 120^\circ = 33,53 \angle 103,43^\circ A$$

10.13. Để tính hiệu thế giữa đường pha với nhau và với đường dây trung hoà khi có tải, ta sử dụng sơ đồ tương đương của một pha như trên hình BG 10.13.



Hình BG 10.13.

Dòng qua mỗi đèn tính được là 4,17A.

Thế giữa dây pha a với dây trung hoà là:

$$V_{an} = \frac{208}{3} \angle 0^\circ = 120 \angle 0^\circ$$

Bây giờ tính dòng qua mô tơ M:

$$|I_M| = \frac{5000/3}{0,8|V_M|} = \frac{2083}{V_M}.$$

Vì hệ số công suất bằng 0,8 và vì dòng chậm pha so với thế nên:

$$\cos^{-1}(0,8) = -36,9^\circ$$

$$\text{Do đó: } I_M = \frac{2083}{V_M} \angle -36,9^\circ = \frac{1}{V_M} (1666 - j1251)$$

Vậy dòng tổng cộng tiêu thụ bởi tải là:

$$\begin{aligned} I_l &= 2 \times I_L + I_M = 2 \times 4,17 + \frac{1}{V_M} (1666 - j1251) = \\ &= \frac{1}{V_M} (8,34V_M + 1666 - j1251) \end{aligned}$$

Hiệu thế giữa đường pha với nhau là:

$$\begin{aligned} V_d &= I_l Z_d = \frac{1}{V_M} (8,34V_M + 1666 - j1251) (0,605 + j0,215) \\ &= \frac{1}{V_M} [(5,05V_M + 1277) + j(1,79V_M - 398,7)] \end{aligned}$$

Từ sơ đồ ta thấy:

$$V_{an} = V_d + V_M$$

Thay các giá trị của V_{an} và của V_d vào hệ thức này, ta tìm được phương trình để xác định hiệu thế ở hai đầu mô tơ M:

$$V_M^2 - (114,95 - j1,79)V_M + (1277 - j398,7) = 0$$

Dùng MATLAB, ta tìm được hai nghiệm là

$$\begin{aligned} V_{M1} &= 1.0e+002 * \\ &1.0260 + 0.0238i \\ &0.1235 - 0.0417i \end{aligned}$$

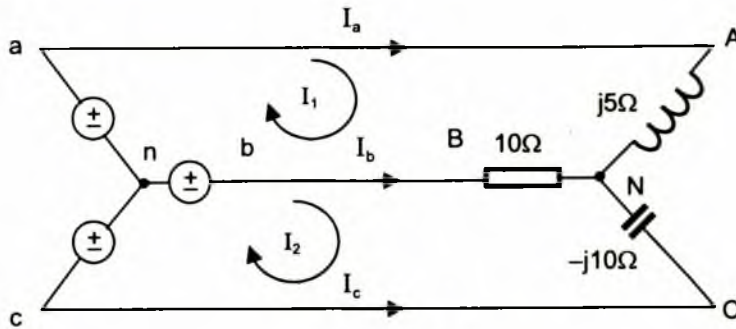
Hay: $V_{M1} = 102,63 \angle 1,33^\circ$ và $V_{M2} = 13,4 \angle -18,66^\circ$

Nghiệm V_{M2} bị loại. Vì thế của mô tơ ngược pha với thế V_{an} nên ta chọn:

$$V_M = 102,63 \angle -1,33^\circ \text{ V}$$

Từ đó tìm được biên độ của hiệu thế $|V_d| = \sqrt{3}102,63 = 177,76 \text{ V}$.

10.14. Áp dụng định lý Kirchhoff cho hai mắt mạng độc lập như trên hình BG 10.14, ta thu được:



Hình BG 10.14.

$$(10 + j5)I_1 - 10I_2 = 0$$

và $-10I_1 + (10 - j10)I_2 = 120\sqrt{3} \angle -90^\circ$

Giải ra theo I_1, I_2 , ta được:

$$D = \begin{bmatrix} 10 + j5 & -10 \\ -10 & 10 - j10 \end{bmatrix} = 50 - j50 = 70,71 \angle -45^\circ$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 207,8461 \angle 30^\circ & -10 \\ -j207,8461 & 10 - j10 \end{bmatrix} =$$

$$= 207,85(13,66 - j13,66) = 4015 \angle -45^\circ$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 10 + j5 & 207,8461 \angle 30^\circ \\ -10 & -j207,8461 \end{bmatrix} =$$

$$= 207,85(13,66 - j5) = 3023 \angle -20,1^\circ$$

Từ đó tìm được các dòng điện:

$$I_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{4015 \angle -45^\circ}{70,71 \angle -45^\circ} = 56,78 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{3023 \angle -20,1^\circ}{70,71 \angle -45^\circ} = 42,75 \angle 24,9^\circ \text{ A}$$

Các dòng điện đường tìm được là:

$$I_a = I_1 = 56,78 \text{ A}; I_c = -I_2 = 42,75 \angle -155,1^\circ \text{ A}$$

$$I_b = I_2 - I_1 = 38,78 + j18 - 25,78 = 25,46 \angle 135^\circ \text{ A}$$

b) Tính công suất phức tổng cộng hấp thụ bởi tải. Để thực hiện được nhiệm vụ này, ta phải tính công suất hấp thụ bởi tải cho mỗi pha, sau đó cộng 3 pha lại với nhau để được công suất tổng thể.

Đối với pha A:

$$S_A = |I_a|^2 Z_a = (56,78)^2(j5) = j16,12 \text{ VA}$$

Đối với pha B:

$$S_B = |I_b|^2 Z_b = (25,46)^2(10) = 6480 \text{ VA}$$

Đối với pha C:

$$S_C = |I_c|^2 Z_c = (42,75)^2(-j10) = -j18,276 \text{ VA}$$

Vậy công suất tổng cộng hấp thụ bởi tải là:

$$S_L = S_A + S_B + S_C = 6480 - j2156 \text{ VA}$$

c) Bây giờ ta tính công suất phức tổng cộng cung cấp bởi nguồn:

Đối với nguồn trong pha a:

$$S_a = -V_{an} I_a^* = -(120 \angle 0^\circ)(56,78) = -6813,6 \text{ VA}$$

Đối với nguồn trong pha b:

$$\begin{aligned} S_b &= -V_{bn} I_b^* = -(120 \angle -120^\circ)(25,46 \angle -135^\circ) = \\ &= -3055,2 \angle 105^\circ = 790 - j2951,1 \text{ VA} \end{aligned}$$

Đối với nguồn trong pha c:

$$\begin{aligned} S_c &= -V_{cn} I_c^* = -(120 \angle 120^\circ)(42,75 \angle 155,1^\circ) = \\ &= -5130 \angle 275,1^\circ = -456,03 + j5109,7 \text{ VA} \end{aligned}$$

Vậy công suất phức tổng cộng cung cấp bởi nguồn ba pha là:

$$S_s = S_a + S_b + S_c = -6480 + j2156 \text{ VA}$$

Rõ ràng $S_s + S_L = 0$; đây là nguyên lý bảo toàn công suất AC.

10.15. Dòng trên các dây pha:

$$I_a = \frac{100 \angle 0^\circ}{15} = 6,67 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_b = \frac{100 \angle 120^\circ}{10 + j5} = 68,94 \angle 93,44^\circ \text{ A}$$

$$I_c = \frac{100 \angle -120^\circ}{6 - j8} = 10 \angle 66,87^\circ \text{ A}$$

Dòng điện trong dây trung hoà: $I_n = -(I_a + I_b + I_c) = 10,06 \angle 178,4^\circ \text{ A}$

10.16. 1) Tổng trở kháng của mỗi pha là $Z = Z_1 + Z$, nên biên độ của cường độ dòng điện trong mỗi đường dây:

$$|I| = \frac{120 \text{ V}}{\sqrt{(20 + 0,1)^2 + (5 + 0,2)^2}} = 5,78 \text{ A}$$

2) Biên độ của sụt thế trên mỗi tải là:

$$|V_i| = |I| \cdot |Z| = 5,78A \cdot \sqrt{20^2 + 5^2} = 119,16V$$

3) Công suất trung bình của mỗi đường là :

$$|S_L| = |V_i| |I| = 119,16(5,78) = 688,7VA$$

hoặc có thể tính theo công suất:

$$|S_L| = |I|^2 |Z_i| = 5,78^2 \sqrt{20^2 + 5^2} = 688,7VA$$

Công suất toả ra bởi tải là:

$$P_L = R_L I^2 = 20(5,78)^2 = 668,2W$$

Công suất phản kháng của tải là:

$$Q_L = X_L I^2 = 5(5,78)^2 = 167,0VAR$$

$$= \sqrt{|S_L|^2 - |P_L|^2} = \sqrt{688,7^2 - 668,2^2} = 166,8VAR$$

4) Công suất cung cấp bởi nguồn tính được bằng cách cộng công suất tiêu thụ bởi tải cộng với công suất mất mát hoặc cộng công suất của tải với trở kháng của đường. Với cách thứ hai này ta được:

Công suất trở kháng của đường: $P_i = 0,1 I^2 = 3,34W$

Vì thế, công suất của nguồn là:

$$P_s = 3,34 + 668,2 = 671,5 W$$

Công suất phản kháng của đường là $Q_i = 0,2 I^2 = 6,68VAR$, nên công suất phản kháng của nguồn là:

$$Q_s = 6,68 + 167,0 = 173,7 VAR$$

5) Công suất mất mát trong mỗi đường là 3,34, nên tỷ lệ phần trăm công suất mất mát trong mỗi đường là:

$$\frac{3,34}{671,5} \times 100 = 0,5\%$$

10.17. Giả sử dòng điện trong các dây pha và trong dây trung hòa có chiều như trên hình vẽ, theo định luật Kirchhoff, ta thu được ba phương trình:

$$120\angle 0 = (6+13j)I_R$$

$$120\angle -120 = (4+2j)I_S$$

$$120\angle 120 = (6-12,5j)I_T$$

Hay dưới dạng ma trận, ta tìm được ba dòng điện ba pha I_R , I_S và I_T là

$$\begin{bmatrix} 120\angle 0 \\ 120\angle -120 \\ 120\angle 120 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6+13j & 0 & 0 \\ 0 & 4+2j & 0 \\ 0 & 0 & 6-12,5j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{bmatrix}$$

Do đó ba dòng điện ba pha I_R , I_S và I_T tìm được:

$$\mathbf{I} = \text{inv}(\mathbf{Z}) \cdot \mathbf{V}$$

Trong đó: $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 120 \angle 0 \\ 120 \angle -120 \\ 120 \angle 120 \end{bmatrix}$; $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 6+13j & 0 & 0 \\ 0 & 4+2j & 0 \\ 0 & 0 & 6-12,5j \end{bmatrix}$

và $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{bmatrix}$

Sử dụng MATLAB để giải phương trình ma trận này:

% Tìm dòng điện ba pha trong mạng ba pha không cân bằng

```
Z=[6-13*j 0 0;0 4+2*j 0;0 0 6-12.5*j];
```

```
c2=110*exp(j*pi*(-120/180));
```

```
c3=110*exp(j*pi*(120/180));
```

```
V=[110;c2;c3];
```

```
I=inv(Z)*V;
```

```
Vr=(5+12*j)*I(1);
```

```
Vs=(3+4*j)*I(2);
```

```
Vt=(5-12*j)*I(3);
```

```
Vrm=abs(Vr)
```

```
Vrm_angle=angle(Vr)*180/pi
```

```
Vsm=abs(Vbn)
```

```
Vsm_angle=angle(Vs)*180/pi
```

```
Vtm=abs(Vt)
```

```
Vtm_angle=angle(Vt)*180/pi
```

Kết quả MATLAB cho

```
VRm =
```

```
99.8755
```

```
Vrm_angle =
```

```
132.6050
```

```
VVrm =
```

```
122.9837
```

```
Vsm_angle =
```

```
-93.4349
```

```
Vtn =
103.1342
Vtm_angle =
116.9789
```

Dòng điện I chạy trong dây trung hòa là $I_N = -25.2172 - 7.1799i$.

Bây giờ, nếu ta lấy các tải cân bằng; có nghĩa là $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 6-13j$, thì MATLAB cho kết quả:

```
Vrm =
110
Vrm_angle =
-3.7010e-015
Vsm =
110.0000
Vsm_angle =
-120.0000
Vtm =
110
Vtm_angle =
120.0000
I =
8.8818e-016 + 2.2204e-015i;
```

Từ đây ta thấy, nếu tải cân bằng thì dòng điện trong dây trung hòa có giá trị rất nhỏ, gần bằng không.

PHỤ LỤC I

Một số hằng số cơ sở

Tên hằng số	Ký hiệu	Giá trị gần đúng	Giá trị chính xác hơn
Vận tốc ánh sáng trong chân không	c	$3,00 \times 10^8$ m/s	$2,99792458 \times 10^8$ m/s
Hằng số hấp dẫn	G	$6,67 \times 10^{-11}$ N.m ² /kg ²	$6,67259(85) \times 10^{-11}$ N.m ² /kg ²
Hằng số Boltzman	k	$1,38 \times 10^{-23}$ J/K	$1,380658(12) \times 10^{-23}$ J/K
Điện tích của điện tử	e	$1,60 \times 10^{-19}$ C	$1,60217733(49) \times 10^{-19}$ C
Hằng số từ môi của chân không	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ T.m/A	$4\pi \times 10^{-7}$ T.m/A
Hằng số điện môi của chân không	ϵ_0	$8,85 \times 10$ C ² /N.m ²	$8,854187817 \times 10$ C ² /N.m ²
Hằng số Planck	h	$6,63 \times 10^{-34}$ J.s	$6,6260755(40) \times 10^{-34}$ J.s
Khối lượng nghỉ của điện tử	m_e	$9,11 \times 10^{-31}$ kg = 0,000549 u = 0,511 MeV/c ²	$9,1093897(54) \times 10^{-31}$ kg = 5,4579903(13) $\times 10^{-4}$ u
Khối lượng nghỉ của proton	m_p	$1,6726 \times 10^{-27}$ kg = 1,00728 u = 938,3 MeV/c ²	$1,6726231(10) \times 10^{-27}$ kg = 1,007276470(12) u
Đơn vị khối lượng nguyên tử (1u)	u	$1,6605 \times 10^{-27}$ kg	$1,6605402(10) \times 10^{-27}$ kg = 931,49432(28) MeV/c ²

Đơn vị của một số đại lượng điện từ trong hệ SI

Tên đại lượng vật lý	Đơn vị	Ký hiệu	Trong đơn vị cơ sở
Lực	Newton	N	kg.m/s ²
Năng lượng và công	Joule	J	kg.m ² /s ²
Công suất	Watt	W	kg.m ² /s ³
Tần số	Hertz	Hz	s ⁻¹
Điện tích	Coulomb	C	A.s
Điện thế	Volt	V	kg.m ² /(A.s ³)
Điện trở	Ohm	Ω	kg.m ² /(A ² .s ³)
Điện dung	Farad	F	A ² .s ⁴ /(kg.m ²)
Lực từ trường	Tesla	T	kg/(A.s ²)
Cảm ứng từ	Henry	H	kg.m ² /(A ² .s ²)

Trong đó: kg là kilôgam (khối lượng); m là mét (độ dài); s là giây (thời gian); A là Ampe (dòng điện).

Bội số của các đơn vị trong hệ SI

Tên	Ký hiệu	Giá trị
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^9
Mega	M	10^6
Kilo	k	10^3
Hecto	h	10^2
Deca	da	10^1
Deci	d	10^{-1}
Centi	c	10^{-2}
Milli	m	10^{-3}
Micro	μ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}
Pico	p	10^{-12}
Femto	f	10^{-15}

Ví dụ: $13\text{nm} = 13 \times 10^{-9}\text{m}$
 $3\text{GHz} = 3 \times 10^9\text{ Hz}$
 $2\text{mH} = 2 \times 10^{-3}\text{ H}, \dots$

Một số đơn vị chuyển đổi

Chiều dài

1 po = 2,54cm
1 cm = 0,394po
1 pi = 30,5cm
1 m = 39,4 po = 3,28pi
1 mi = 5280 pi = 1,61km
1 km = 0,621mi
1 mille hàng hải (1 dặm biển) = 1,85km
1 fermi = 1 femtomét = 10^{-15}m
1 angstrom = ($\text{\AA}$) = 10^{-10}m
1 năm ánh sáng = $9,46 \times 10^{15}\text{m}$
1 parsec = 3,26 năm ánh sáng

Công và năng lượng

1J = 10^7 ergs = 0,738 pi.lb
1pi.lb = 1,36 J = $1,29 \times 10^{-3}$ BTU = $3,25 \times 10^{-4}$ kcal
1 cal = $4,18 \times 10^3$ J = 3,97BTU
1 BTU = 252 cal = 778 pi.lb = 1054J
1 eV = $1,602 \times 10^{-19}\text{J}$
1kWh = $3,60 \times 10^6$ J = 860kcal

Góc

$$1 \text{ radian (rad)} = 57,30^0 = 57^018'$$

$$1^0 = 0,01745 \text{ rad}$$

$$1\text{r/min (một vòng phút)} = 0,1047 \text{ rad/s}$$

Các công thức toán học thông dụng

Nghiệm của phương trình bậc hai

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b}{2a} \pm \frac{j}{2a} \sqrt{4ac - b^2} = \alpha \pm j\beta$$

Khai triển chuỗi hàm

$$f(x) = f(0) + \left(\frac{df}{dx}\right)_0 x + \left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)_0 \frac{x^2}{2!} + \dots$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$$

$$(x+y)^n = x^n \left[1 + n \frac{y}{x} + \frac{n(n-1)}{2!} \frac{y^2}{x^2} + \dots \right]$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots \quad |x| < \frac{\pi}{2}$$

Công thức lượng giác

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

$$\sec^2\alpha - \tan^2\alpha = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2\alpha - \cot^2\alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \pm \sin\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \sin(45^\circ + \alpha) = \sqrt{2} \cos(45^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \cos(45^\circ + \alpha) = \sqrt{2} \sin(45^\circ - \alpha)$$

$$\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) = \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$$

Hệ thức lượng trong tam giác

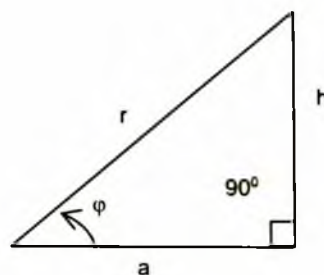
Trong tam giác vuông

$$r^2 = a^2 + h^2 \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{r}{h} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{r} \quad \sec \alpha = \frac{r}{a} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{r} \quad \cotan \alpha = \frac{a}{h} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

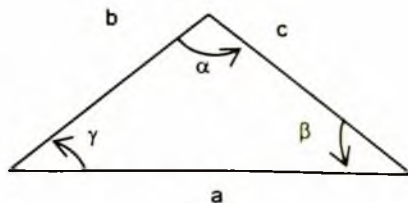
$$\tan \alpha = \frac{h}{a}$$



Trong tam giác thường

$$\frac{\sin \alpha}{\alpha} = \frac{\sin \beta}{\beta} = \frac{\sin \gamma}{\gamma}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$



PHỤ LỤC II

PHẦN MỀM MATLAB VÀ CÁC TIỆN ÍCH

Các phép toán số học

MATLAB có một số các phép toán cơ bản sau:

Toán tử	Sử dụng	Ví dụ
+	Cộng	$2 + 2 = 4$
-	Trừ	$2 - 2 = 0$
*	Nhân	$2 * 2 = 4$
/	Chia	$2 / 2 = 1$
^	Mũ	$2 ^ 2 = 4$

Ngoài ra, còn có rất nhiều các hàm toán học đã được mặc định sẵn trong thư viện của MATLAB, như:

sin(x): tính sin của x

cos (x): tính cos của x

tan (x): Tính tang của x

cot(x): Tính cotang của x

asin(x): Tính arcsin của x

acos(x): Tính arccos của x

atan(x): Tính arctang của x

acot(x): Tính arcotang của x

atan2(y,x): Tính arctang và cho một góc nằm giữa

$-\pi$ và π tùy thuộc vào dấu của toạ độ x và y.

sec(x): $1/\cos(x)$

csc(x): $1/\sin(x)$

asec(x): $1/\arccos(x)$

acsc(x): $1/\arcsin(x)$

Các hàm hyperbolic:

sinh(x): sin hyperbolic của x: $\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

cosh(x): cos hyperbolic của x: $\frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$

tanh(x): tang hyperbolic của x: $\frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$

cot(x): cotang hyperbolic của x: $\frac{\cosh(x)}{\sinh(x)}$

asinh(x): Sin hyperbolic nghịch đảo của x: $\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

acosh(x): cos hyperbolic nghịch đảo của x: $\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$, với $x \geq 1$.

atanh(x): tang hyperbolic nghịch đảo của x: $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$, với $x \leq 1$.

acoth(x): Tính cotang hyperbolic nghịch đảo.

abs(x): Giá trị tuyệt đối của x: $|x|$

sign(x): hàm sign: bằng -1 nếu $x < 0$; =0 nếu $x = 0$; =1 nếu $x > 0$.

sqrt(x): Tính căn bậc 2 của x: $\sqrt{x}$

exp(x): Tính e^x

log(x): Tính $\ln(x)$

log10(x): Tính $\log_{10}(x)$

round(x): Cho phần nguyên của x. Nếu x là vector thì làm tròn với mọi thành phần của vector.

fix(x): Cho số nguyên của x theo hướng tới 0, có nghĩa là làm tròn lên phía trên nếu là số âm và phía dưới nếu là số dương.

floor(x): Cho số nguyên ở dưới x

ceil(x): Cho số nguyên ở trên x.

rem(x,y): Cho số dư của phép chia x/y. Nó còn được gọi là hàm *modulus*.

Các hằng và biến trong MATLAB

Trong MATLAB có một số hằng có sẵn như:

ans: Trả lời kết quả của phép tính trước đó.

pi: Giá trị của số π .

i, j: Các hằng dùng cho số phức có giá trị mặc định

$i^2 = j^2 = -1$.

eps: Hằng mô tả độ chính xác của các phép tính được sử dụng trong MATLAB.

>> eps

ans =

2.2204e-016

realmax: Số dấu phẩy động lớn nhất mà máy tính có thể thực hiện.

realmin: Số dấu phẩy động nhỏ nhất mà máy tính có thể thực hiện.

inf: Số vô hạn (∞), biểu diễn phép chia một số cho 0 (chẳng hạn 1/0). Máy tính vẫn làm việc.

NaN: Được định nghĩa như là 'Not a Number' ở dạng 0/0 hay inf/inf.

nargin: Cho số của các đối số lỗi vào trong hàm số đã gọi.

nargout: Cho số các đối số lỗi ra trong hàm đã gọi.

MATLAB cũng cho phép ta tạo ra các hằng và biến của riêng người dùng. Giả sử chúng ta muốn tạo ra một số giá trị ta có thể định nghĩa:

```
>> alpha=30;
```

```
>> beta=52;
```

• **Biến toàn cục:** Trong MATLAB ta có thể cho phép các hàm dùng chung một biến, hay giữa các hàm và chương trình chính cũng dùng chung một biến bằng cách khai báo biến đó ở dạng biến toàn cục:

global name1 name2 name3

Để hiện danh sách các biến số đã định nghĩa ta dùng lệnh:

who

who global chỉ ra các biến số toàn cục đã được định nghĩa.

Để xóa biến số, ta dùng lệnh **clear**.

clear: Xóa tất cả các biến số.

clear name: Chỉ xóa biến số có tên là name.

clc: Xóa cửa sổ lệnh.

clf: Xóa ảnh hiện thời và do vậy xóa cửa sổ đồ thị.

Định dạng

Ta có thể dùng lệnh **format 'type'**. Các giá trị của 'type' được mô tả dưới đây:

type	Ý nghĩa	Ví dụ
hex	Biểu diễn dưới dạng cơ số 16	l400921fb54442d18
long	Biểu diễn dạng 15 chữ số với dấu phẩy cố định	3.14159265358979
long e	Biểu diễn dưới dạng 15 chữ số với dấu phẩy động	3.141592653589793e+00
rat	Biểu diễn dưới dạng phân số tối giản	355/113
short	Biểu diễn dưới dạng 5 chữ số với dấu phẩy cố định	3.1416
short e	Biểu diễn 5 số với dấu phẩy động	3.1416e+00
short g	Biểu diễn dưới dạng 5 số đã được làm tròn có thể ở dạng dấu phẩy cố định hay dấu phẩy động	3.1416
long g	Biểu diễn dưới dạng 15 số đã được làm tròn có thể ở dạng dấu phẩy cố định hay dấu phẩy động	3.14159265358979

Mảng và các phép toán trên mảng

Mảng một chiều

Một các giá trị $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ có thể định nghĩa thành một mảng trong MATLAB như sau:

```
>> mảng=[a1 a2 a3 ... an];
```

Đây cũng là một véc tơ hàng có chiều dài n phần tử.

Truy cập đến các phần tử của mảng: m (chỉ số phần tử). Ví dụ $m(5)$ là phần tử thứ 5 của mảng.

Tính độ dài của mảng:
length(day)

Lệnh đồ họa 2D đơn giản

Để vẽ đồ thị của biến số y theo biến số x, ta dùng lệnh đồ họa đơn giản sau:
plot(x,y)

Màu sắc và kiểu đường vẽ được tổng quát hoá trong bảng sau:

Biểu tượng	Mẫu	Biểu tượng	Dạng đường vẽ
y	vàng	.	.
m	đỏ tươi	o	o
c	lục lam	x	x
r	đỏ	*	*
g	xanh lá	s	□
b	xanh dương	v	△
w	trắng	<	◁
k	đen	>	▷
		p	*
		h	sao sáu cạnh

Lập trình với MATLAB

Tạo ra các file script

Một chuỗi các lệnh có thể kết hợp lại để tạo thành một file có phần mở rộng.m được gọi là M-file. Khi nhập tên file đó (không có phần mở rộng) vào cửa sổ lệnh thì file đó sẽ tự chạy. Ta còn gọi đó là các file script.

Tạo ra các hàm

Ta có thể tạo ra các hàm trong MATLAB. Các file chứa hàm cũng được gọi là M-file. Các file này phải được bắt đầu bằng từ khóa function và có dạng như sau function [tên của các biến lối ra] = function_name(tên của các biến lối vào)

Cấu trúc logic dùng trong MATLAB

a) Các phép toán quan hệ

- < nhỏ hơn
- <= nhỏ hơn hoặc bằng
- > lớn hơn
- >= lớn hơn hoặc bằng
- == bằng
- ~= không bằng

b) Các phép toán logic

&	and
 	or
~	not

c) Cấu trúc if trong MATLAB

if (biểu diễn logic)

khối lệnh

end

Khối lệnh trên sẽ được thực hiện nếu phép biểu diễn logic là đúng, nếu sai khối lệnh sẽ được bỏ qua.

if biểu diễn logic1

khối lệnh 1

elseif biểu diễn logic 2

khối lệnh 2

else

khối lệnh 3

end

Khối lệnh 1 sẽ thực hiện nếu biểu diễn logic1 là đúng.

Khối lệnh 2 sẽ được thực hiện nếu biểu diễn logic1 sai và biểu diễn logic2 là đúng.

Khối lệnh 3 sẽ thực hiện nếu biểu diễn logic1 và biểu diễn logic2 đều sai. Chẳng hạn ta có khối lệnh:

for i = 1: n

for j = 1: n

if i == j

a(i,j) = 2;

elseif abs([i j]) == 1

a(i,j) = 1;

else

a(i,j) = 0;

end

end

end

d) Cấu trúc vòng lặp for

for i=i_1: Δi: i_2

Khối lệnh

end

Khối lệnh sẽ được thực hiện với mỗi giá trị của i.

e) Cấu trúc vòng lặp while

Vòng lặp *while* cho phép lặp lại một nhóm lệnh, thoả mãn một số điều kiện nào đấy. Dạng tổng quát của vòng lặp *while* này là:

while biểu thức 1

nhóm lệnh 1

end

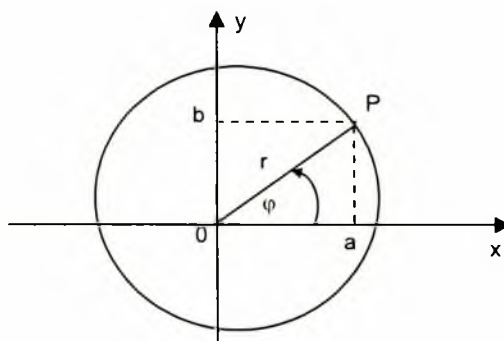
nhóm lệnh 2

Khi nhóm lệnh 1 đúng, thì nó sẽ được thực hiện. Nhưng nếu nhóm lệnh 1 là sai, thì nó sẽ thoát khỏi vòng *while* và thực hiện nhóm lệnh 2.

CÁC PHÉP TÍNH LƯỢNG GIÁC VÀ SỐ PHỨC

Tính các số lượng giác

Các phép tính lượng giác liên hệ chặt chẽ với các hệ thức tam giác lượng. Chúng được xác định từ hệ thức như trên hình sau:



Biểu diễn các hệ thức lượng giác trong toạ độ vuông góc.

Từ hình vẽ ta thấy:

$$\sin \phi = \frac{b}{r}, \quad \phi = \arcsin\left(\frac{b}{r}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{b}{r}\right)$$

$$\cos \phi = \frac{a}{r}, \quad \phi = \arccos\left(\frac{a}{r}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)$$

$$\tan \phi = \frac{b}{a}, \quad \phi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\cot \phi = \frac{a}{b}, \quad \phi = \operatorname{arc cot}\left(\frac{a}{b}\right) = \cot^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

CÁC PHÉP TOÁN VECTOR VÀ MA TRẬN

Biểu diễn véc tơ

Vector hàng có thể định nghĩa như một mảng. Đối với véc tơ cột thì được định nghĩa như sau:

```
>> vector=[1;2;3;5;7] ;
```

Vector cột có thể chuyển thành vector hàng và ngược lại bằng cách sử dụng phép *chuyển vị*. Chuyển vị của véc tơ x được ký hiệu là x^T . Trong MATLAB phép toán chuyển vị được thể hiện bằng dấu '.

Mảng hai chiều và ma trận

Nhập ma trận

Để nhập ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ vào môi trường làm việc MATLAB, ta

dùng lệnh:

```
A=[1 2 3; 2 1 2; 3 2 1];
```

Ta có thể tăng số hàng hay cột của ma trận nhờ lệnh:

```
>> B=[A A]
```

Hay $C=[A A; A A]$

Cộng ma trận với một số: $A+c$

Nhân hai ma trận:

```
>> A=[2 5 1; 0 3 1]
```

```
B=[1 0 2; -1 4 -2; 5 2 1] ;
```

```
C=A*B ;
```

Tính ma trận nghịch đảo

Trong MATLAB ma trận nghịch đảo tính được nhờ lệnh $inv(A)$.

Chẳng hạn:

```
>> inv(A);
```

```
>> inv(A)*A
```

Chuyển vị ma trận

Chuyển vị của ma trận A được ký hiệu là A^T . Trong MATLAB, ma trận chuyển vị của A được tính nhờ lệnh A' . Nếu A là ma trận có các phần tử phức, thì A^* được gọi là ma trận liên hợp phức của A . MATLAB tính ma trận liên hợp phức nhờ lệnh: $conj(A)$.

- Ma trận vuông A , có $A^T = -A$, thì A được gọi là ma trận *phản đối xứng*.
- Nếu ma trận vuông A có các phần tử phức, mà $A^{T*} = A$, thì ma trận A được gọi là *ma trận Hermetic*.

Giá trị riêng và véc tơ riêng của ma trận

Trong MATLAB, các trị riêng và véc tơ riêng tìm được nhờ lệnh: eig(A), còn lệnh:

$$[V,D]=\text{eig}(A);$$

Phép chia phải / và phép chia trái \: Nếu A là ma trận không kì dị khi đó $A \setminus B$ và A/B tương ứng với phép nhân trái và nhân phải của B với ma trận nghịch đảo của A. Điều đó tương đương với lệnh:

$$\text{inv}(A)*B \text{ và } B*\text{inv}(A)$$

Lệnh dùng trong MATLAB:

$$x = A \setminus b$$

Khi ấy MATLAB sẽ tự động gán cho các biến độc lập bằng 0.

Một cách giải quyết khác là chọn các giá trị cho các biến độc lập, sao cho tổng bình phương của các nghiệm là nhỏ nhất.

$$x = \text{pinv}(A)*b$$

Đạo hàm của hàm 1 biến

Đạo hàm của các hàm đơn giản

Trong MATLAB, để tính đạo hàm một hàm số nào đó, ta dùng lệnh *diff*.

Bảng sau tập hợp một số công thức lấy đạo hàm bậc nhất thường gặp với x là biến số u, v và w là những hàm số của x còn c là hằng số.

Bảng một số công thức tính đạo hàm của một số hàm số thông dụng

Hàm số	Diff
$(c)'$	0
$(u+v-w)'$	$u' + v' - w'$
$(uv)'$	$u'v + v'u$
$(cu)'$	cu'
$\left(\frac{u}{v}\right)'$	$\frac{u'v - v'u}{v^2}$
$\left(\frac{u}{c}\right)'$	$\frac{u'}{c}$
$\left(\frac{c}{v}\right)'$	$-\frac{cv'}{v^2}$
$(x^n)'$	nx^{n-1}
$(\sin x)'$	$\cos x$
$(\cos x)'$	$-\sin x$
$(\text{tg} x)'$	$\sec^2 x$
$(\text{ctg} x)'$	$-\text{cosec}^2 x$

Hoặc một ví dụ khác, giả sử hàm $g = e^x \cos x$

Lấy đạo hàm hàm g bằng cách dùng lệnh:

```
diff(g);
```

Bây giờ muốn lấy đạo hàm bậc hai của g , ta dùng lệnh:

```
diff(g,2)
```

Ta cũng thu được cùng một kết quả nếu dùng lệnh:

```
diff(diff(g))
```

Đạo hàm của các hàm hợp

Nếu $y = f(u)$ với $u = \varphi(x)$; có nghĩa là y phụ thuộc vào x qua một biến số trung gian u , thì đạo hàm bậc nhất của y theo x được tính theo công thức sau:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx};$$

hay $y' = f'(u) \cdot u'(x)$

Với các công thức này thì có thể tính được:

1. $(u^n)' = nu^{n-1}$;
2. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$;
3. $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$;
4. $(\tan u)' = \sec^2 u \cdot u'$;
5. $(\cot u)' = -\operatorname{cosec} u \cdot u'$;

Ví dụ tính đạo hàm bậc nhất của hàm:

$$y = \sqrt[3]{2+x^4}$$

Ta sử dụng MATLAB để tính.

Đặt $u = 2+x^4$ khi đó áp dụng công thức 1 ta viết được lệnh:

```
>> syms x u;  
y=u^1/3;  
u=2+x^4;  
y1=(1/3)*u^(-2/3)*diff(u)
```

Kết quả thu được:

$$y1 = \frac{4}{3} \cdot (2+x^4)^{-2/3} \cdot x^3$$

Đạo hàm của các hàm lượng giác nghịch đảo

Đạo hàm của hàm lượng giác nghịch đảo được tổng quát hoá trong bảng sau:

Hàm số đạo hàm	Công thức tính
$(\arcsin u)'$	$\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$(\arcsin x)'$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\arccos u)'$	$-\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$(\arccos x)'$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\arctg u)'$	$\frac{u'}{1+u^2}$
$(\arctg x)'$	$\frac{1}{1+x^2}$
$(\text{arcctg} u)'$	$-\frac{u'}{1+u^2}$
$(\text{arcctg} x)'$	$-\frac{1}{1+x^2}$

Đạo hàm của hàm nhiều biến

Đạo hàm của một hàm nhiều biến là đạo hàm riêng của các biến số đó. Vì vậy, tất cả các biến số đều phải được quy định. Ví dụ sau đây cho thấy đạo hàm của một hàm hai biến s và t :

Lệnh `diff(f,t)` tính đạo hàm riêng đối với biến số t

Để tính đạo hàm riêng đối với biến số s , ta dùng lệnh:

`diff(f,s)`

Để tính đạo hàm bậc hai của f đối với biến số t , ta dùng lệnh:

`diff(f,t,2)`

Lệnh `diff(f,2)` cũng cho cùng một kết quả, bởi vì t là biến số mặc định.

Các phép tính tích phân

Tích tích phân bất định

Bảng sau đây tổng hợp các công thức lấy tích phân bất định cơ sở.

1	$\int u^a du = \frac{u^{a+1}}{a+1} + C, a \neq -1$
2	$\int u^{-1} du = \int \frac{du}{u} = \int \frac{u'}{u} dx = \ln u + C$
3	$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$ $\int e^u du = e^u + C$
4	$\int \sin u du = -\cos u + C$
5	$\int \cos u du = \sin u + C$
6	$\int \sec^2 u du = \tan u + C$
7	$\int \operatorname{cosec}^2 u du = -\cot u + C$
8	$\int \frac{1}{u^2 + a^2} du = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + C$
9	$\int \frac{1}{u^2 - a^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{u-a}{u+a} \right + C$
10	$\int \frac{1}{\sqrt{u^2 - a^2}} du = \operatorname{arcsin} \frac{u}{a} + C$
11	$\int \frac{1}{\sqrt{u^2 + a}} du = \ln \left u + \sqrt{u^2 + a} \right + C$

Trong MATLAB, để tính tích phân của một hàm f nào đấy, ta sử dụng hàm $\text{int}(f)$. Cũng giống như phép tính đạo hàm, phép tính tích phân $\text{int}(f,v)$ cho ra tích phân không xác định của hàm f theo biến lấy tích phân là v .

Bảng sau đây cho thấy lệnh lấy tích phân của một số phép tính tích phân thông dụng.

Tích phân	Lệnh
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\text{int}(x^n)$ hoặc $\text{int}(x^n, x)$
$\int_0^{\pi/2} \sin(2x) dx = 1$	$\text{int}(\sin(2*x), 0, \pi/2)$ hoặc $\text{int}(\sin(2*x), x, 0, \pi/2)$
$g(t) = \cos(at+b)$ $\int g(t) dt = \sin(at+b) / a$	$g = \sin(at+b)$ $\text{int}(g)$ hoặc $\text{int}(g, t)$
$\int J_1(x) dx = -J_0(x)$	$\text{int}(\text{besselj}(1, x))$ hoặc $\text{int}(\text{besselj}(1, x), x)$

Bảng sau đây cho thấy tích phân một số hàm với các biến số biểu trưng là
syms a b theta x y n u z

Hàm số f	int(f)
x^n	x^(n+1)/(n+1)
y^(-1)	log(y)
n^x	1/log(n)*n^x
sin(a*theta+b)	-1/a*cos(a*theta+b)
1/(1+u^2)	arctan(n)
exp(-x^2)	1/2*pi^(1/2)*erf(x)

Tích phân xác định

Để tính tích phân xác định trong đoạn (a,b), ta dùng các lệnh:

$$\text{int}(f,a,b) \text{ hoặc } \text{int}(f,v,a,b)$$

Bảng sau đây cho tích phân xác định của một số hàm thường gặp.

Hàm số f	a,b	int(f)
x^7	0,1	1/8
x^(-1)	1,2	log(2)
log(x)*sqrt(x)	0,1	-4/9
exp(-x^2)	0,inf	1/2*pi^(1/2)

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN THƯỜNG

Phương trình vi phân thường ký hiệu là ODE (Ordinary Differential Equation). Nếu hàm số y là hàm của hai biến số độc lập x và t; nghĩa là y = f(x,t) thì phương trình được gọi là *phương trình vi phân đạo hàm riêng*, ký hiệu là PDE (Partial Differetial Equation). Chẳng hạn phương trình sóng một chiều là một phương trình vi phân đạo hàm riêng PDE:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$$

Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thường

Dạng tổng quát của phương trình vi phân thường bậc n là:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y &= \\ &= b_m \frac{d^m x}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 x \end{aligned}$$

Nếu $x(t) \neq 0$, thì phương trình được gọi là phương trình không thuần nhất, hay phương trình có vế phải khác không; hay phương trình có ngoại lực tác động. Còn nếu $x(t) = 0$; tức là ngoại lực bằng không thì vế phải bằng không; khi đó phương trình được gọi là phương trình thuần nhất.

Trong MATLAB, ký hiệu "D" dùng để chỉ vi phân. Vì thế, để tìm nghiệm của phương trình vi phân thường, ta dùng hàm "dsolve".

Phương trình vi phân bậc nhất

Chẳng hạn để tìm nghiệm của phương trình vi phân thường bậc nhất:

$$\frac{dy}{dt} = -ay$$

ta dùng lệnh:

$$y = \text{dsolve}('Dy = -a*y');$$

Nếu phương trình vi phân có điều kiện ban đầu $y(0) = 1$, thì được quy định như sau:

$$y = \text{dsolve}('Dy = -a*y', 'y(0) = 1');$$

Phương trình vi phân bậc hai

Phương trình vi phân bậc hai có dạng:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + a \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f(t)$$

Chẳng hạn tìm nghiệm của phương trình vi phân

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + a \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

với các điều kiện ban đầu $x(0) = 3$; $x'(0) = \frac{dx(0)}{dt} = 4$

MATLAB cho kết quả:

$$\begin{aligned} >> x = \text{dsolve}('D2x+4*Dx+3*x=0', 'x(0)=3', 'Dx(0)=4') \\ x = \\ 13/2*\exp(-t)-7/2*\exp(-3*t) \end{aligned}$$

Bây giờ lấy ví dụ phương trình vi phân có vế phải:

Tìm nghiệm của phương trình ODE:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} + 3x = 3e^{-2t}$$

với các điều kiện ban đầu:

$$x(0) = 1; x'(0) = \frac{dx(0)}{dt} = -1$$

MATLAB cho kết quả:

```
>>x=dsolve('D2x+4*Dx+3*x=3*exp(-2*t)', 'x(0)=1','Dx(0)=-1')
```

x =

$$5/2 \cdot \exp(-t) + 3/2 \cdot \exp(-3t) - 3 \cdot \exp(-2t)$$

Bây giờ cũng vẫn phương trình trên nhưng vế phải là một hàm lượng giác. Chẳng hạn giải phương trình ODE:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 6x = 4\cos 5t$$

MATLAB cho:

```
x=dsolve('D2x+5*Dx+6*x=4*cos(5*t)')
```

```
>> x=dsolve('D2x+5*Dx+6*x=4*cos(5*t)')
```

x =

$$\exp(-3t) \cdot C_2 + \exp(-2t) \cdot C_1 - 38/493 \cdot \cos(5t) + 50/493 \cdot \sin(5t)$$

Giải hệ phương trình vi phân thường

Hàm dsolve cũng có thể giải hệ các phương trình vi phân thường nhiều biến với các điều kiện ban đầu khác không hoặc bằng không. Chẳng hạn, để giải hệ hai phương trình vi phân thường bậc nhất:

$$\begin{cases} \frac{df}{dt} = 3f + 4g \\ \frac{dg}{dt} = -4f + 3g \end{cases}$$

ta dùng lệnh:

```
S = dsolve('Df = 3*f+4*g', 'Dg = -4*f+3*g')
```

Lệnh này cho biết nghiệm dưới dạng cấu trúc S.

Để xác định dạng tường minh của các hàm f và g, ta gõ:

$$f = S.f$$

và

$$g = S.g$$

sẽ thu được kết quả.

Nếu ta muốn thấy dạng trực tiếp của f và g với các điều kiện ban đầu đã cho, thì ta dùng lệnh:

```
[f,g] = dsolve('Df=3*f+4*g, Dg=-4*f+3*g', 'f(0)=0, g(0)=1');
```

•

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. **Hồ Văn Sung** *Cơ sở kỹ thuật mạch Điện và Điện tử*, T1 và T2, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.
2. **J.-L. Dalmasso** *Cours d'électrotechnique*, Technique supérieur BELIN 2002.
3. **Francois de Dieuleveult/Hervé Fanet**, *Principes et pratique de l'électronique* DUNOD, 1999.
4. **J.O. Attia** *Electronics and Circuit Analysis using MATLAB*, 2e. CRC Press, Inc., 2004.
5. **Steven T. Karris** *Circuit Analysis with MALAB Applications*. Orchard Publication, 2003.
6. **Francis Milsant** *Cours d'électronique: Circuits à régime variable*, Dunod, 1998.
7. **Dorf and Svoboda** *Introduction to Electronic Circuits*, 7e, John Wiley & Son, Inc., 2006.
8. **Thomas/Rosa** *The Analysis and Design of Linear Circuits*, 5e. John Wiley & Son, Inc., 2006.
9. **J.-M. Pointevin** *Exercices d'électromique* 2^e édition DUNOD, 2003.
10. **F. Manneville et J. Esquyeu** *électroniques Systèmes bouclés linéaires*, Dunod, 2005.
11. **William H. Hayt, Jr and...** *Engineering Circuit Analysis*, 7e, McGraw – Hill, 2007.
12. **Frédéric de Coulon** *Theorie et Traitement des signaux*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2005
13. **David Comer and Donald Comer** *Fundamentals of Electronic Circuit*, Design John Wiley & Son, Inc., 2003.
14. **C.K. Alexander M. N.O. Sadiku** *Fundamentals of Electric Circuits*, McGraw – Hill, 2004.
15. **MATLAB version 7.5**, The Matwork.Inc. Natick. MA, 2007.

MỤC LỤC

Chương 1. Các tín hiệu cơ sở

Đề bài.....	3
Trả lời và hướng dẫn giải	4

Chương 2. Biến đổi laplace

Đề bài.....	9
Trả lời và hướng dẫn giải	14

Chương 3. Phân tích và tổng hợp mạch điện dùng biến đổi laplace

Đề bài.....	28
Trả lời và hướng dẫn giải	41

Chương 4. Các mạch liên kết cảm ứng

Đề bài.....	95
Trả lời và hướng dẫn giải	105

Chương 6. Các loại mạch lọc tích cực

Đề bài.....	130
Trả lời và hướng dẫn giải	140

Chương 9. Kiểm tra, giám sát và điều khiển quá trình

Đề bài.....	172
Trả lời và hướng dẫn giải	184

Chương 10. Mạng ba pha

Đề bài.....	227
Trả lời và hướng dẫn giải	233

Phụ lục I

Phụ lục II

Phần mềm matlab và các tiện ích.....	251
Các phép tính lượng giác và số phức.....	256
Các phép toán Vector và ma trận	257
Giải phương trình vi phân thường	262
Tài liệu tham khảo.....	266

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung:

Giám đốc Công ty CP Sách ĐH – DN
NGÔ THỊ THANH BÌNH

Biên tập nội dung và sửa bản in:

NGÔ THANH BÌNH – TRẦN THANH SƠN

Trình bày bìa:

ĐINH XUÂN DŨNG

Chế bản:

TRỊNH THỰC KIM DUNG

BÀI TẬP CƠ SỞ KỸ THUẬT MẠCH ĐIỆN & ĐIỆN TỬ, TẬP HAI

MẠCH ĐIỆN CHỨC NĂNG (Tính toán và mô phỏng với matlab)

Mã số: 7B779Y0 – DAI

In 1.000 bản (QĐ : 23), khổ 16 x 24 cm. In tại Công ty Cổ phần In Hà Nội

Địa chỉ : Lô 6B, CN5 cụm công nghiệp Ngọc Hồi, huyện Thanh Trì, Hà Nội.

Số ĐKKH xuất bản : 195 – 2010/CXB/16 – 249/GD.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 6 năm 2010.