

TS . LÊ MẠNH VIỆT

LÝ THUYẾT MẠCH ĐIỆN
(DÙNG CHO CHUYÊN NGÀNH KỸ THUẬT THÔNG TIN
VÀ KỸ THUẬT VIỄN THÔNG)

NHÀ XUẤT BẢN GIAO THÔNG VẬN TẢI
HÀ NỘI – 2008

LỜI NÓI ĐẦU

Giáo trình Lý thuyết – Mạch điện tuyến tính được viết trên cơ sở nội dung môn học cùng tên ngành Thông tin – Viễn thông của Khoa Điện – Điện tử, trường Đại học Giao thông Vận tải đã được Hội đồng ngành thông qua. Nội dung giáo trình gồm 8 chương và phần phụ lục, bao quát hết các kiến thức cơ bản về phân tích và tổng hợp mạch điện tuyến tính, tương hỗ và không tương hỗ. Mặc dù không có phần bài tập, nhưng trong các chương rất nhiều ví dụ minh họa về tính toán, phân tích, tổng hợp, ứng dụng lý thuyết.

Ngày nay công nghệ điện tử, viễn thông, tin học phát triển rất mạnh theo phương pháp số và một trong nền tảng của chúng chính là lý luận về mạch tuyến tính. Điều này là cơ sở cho việc cải cách môn học lý thuyết mạch đáp ứng được khoa học kỹ thuật hiện đại. Với một số kinh nghiệm đào tạo sinh viên các ngành điện – điện tử của trường cùng chuyên ngành viễn thông, hội đồng ngành đã giành nhiều quan tâm nghiên cứu, cải tiến bổ sung cho nội dung môn học này.

Trong giáo trình ngoài những nghiên cứu, nhìn nhận riêng của tác giả còn có nhiều phần sử dụng tài liệu, tham khảo là các ấn phẩm chuyên ngành rất tốt và sâu sắc của các đồng nghiệp trong và ngoài nước

Với lần biên soạn và xuất bản đầu tiên 11/2001 và sau nhiều khoá giảng dạy cho sinh viên viễn thông, thông tin của trường đại học GTVT, tác giả đã biên soạn, hiệu chỉnh lại cho hoàn thiện và thích ứng với việc học tập của sinh viên theo hướng tự nghiên cứu cũng như chuẩn bị cho việc học tập theo tín chỉ trong tương lai gần.

Tuy vậy, chắc còn nhiều thiếu sót, tác giả mong được sự góp ý của mọi độc giả.

Mọi góp ý xin chuyển về Hội đồng ngành Vô tuyến điện và Thông tin liên lạc – Viễn thông hoặc Bộ môn Kỹ thuật Điện – Khoa Điện – Điện tử, trường đại học Giao thông Vận tải.

Tháng 10 – 2007

Tác giả

**** Thông tin về tác giả .***



.Họ và tên : **Lê Mạnh Việt .**

Năm sinh ; 1949 .

Cơ quan công tác :

Bộ môn Trang bị điện.Khoa Điện -điện tử .

Đại học Giao thông Vận tải (1971-hiện nay) .

Email : bmtbd@uct.edu.vn

*** Phạm vi và đối tượng sử dụng giáo trình .**

1/Giáo trình có thể dùng tham khảo cho các ngành :

- Kỹ thuật điện .
- Kỹ thuật điện-điện tử .
- Kỹ thuật tự động hoá .

2/ Giáo trình có thể dùng cho các trường :

- Đại học Bách khoa .
- Đại học Quốc gia .
- Đại học Điện lực
- Các trường Cao đẳng có các ngành Điện-Điện tử .

3/ Yêu cầu kiến thức trước khi học hoặc đọc tham khảo giáo trình này :

- Đại số .
- Giải tích .
- Toán chuyên đề Hàm phức .
- Vật lý .

*** Tra cứu theo từ khoá .**

B.	Biến đổi tương đương mạch điện	26
	Biểu diễn hàm mạch	122
	Biến nhánh, phương trình dòng điện nhánh	51
	Biến dòng điện vòng, phương trình dòng điện vòng	55
	Biến đỉnh, hệ phương trình điện thế nút	60
	Biến áp cây, phương trình vết cắt	65
 C.		
	Các ma trận tô pô mạch	38
	Các điều kiện đầu và các luật đóng mở	42
	Các thông số trạng thái và biến trạng thái	46
	Các phương trình đặc trưng mạng 4 cực	107
	Các thông số sóng	128
	Cân bằng công suất trong mạch điều hoà	103
	Các thông số tác động và thụ động của mạch điện	9
	Các hệ phương trình mạng 4 cực không tương hỗ	154
	Câu hỏi ôn tập, kiểm tra đánh giá chương 1 .	34
	Câu hỏi ôn tập, kiểm tra đánh giá chương 2 .	105
	Câu hỏi ôn tập, kiểm tra đánh giá chương 3 .	153
	Câu hỏi ôn tập, kiểm tra đánh giá chương 4 .	184
	Câu hỏi ôn tập, kiểm tra đánh giá chương 5 .	221
	Câu hỏi ôn tập, kiểm tra đánh giá chương 6 .	238
	Câu hỏi ôn tập, kiểm tra đánh giá chương 7 .	248
	Câu hỏi ôn tập, kiểm tra đánh giá chương 8 .	294

Lý thuyết mạch điện

D	Điều kiện dải thông của mạch lọc và tần số cắt	187
	Đồ thị Bode	223
	Định lý Têvêmin và Noóc – tông	100
	Đồ thị Bode cho các phân tử hàm mạch	224
	Định lý Têvêmin và Noóc – tông	100
G	Ghép nối các mạng 4 cực	114
	Girato và NIC	166
H	Hai định luật Kiêchoof	29
K	Khái niệm mạng 4 cực tuyến tính	106
	Khái niệm về mạch và phần tử phi tuyến	28
	Khái niệm phân tích mạch điện không tương hỗ	239
	Khuếch đại thuật toán (KĐTT)	175
	Kỹ thuật tính toán trong mạch điện tử	234
	Khái niệm về đặc tính tần số của nhánh thuần kháng	190
L	Lọc loại m 205	
	Lọc không đối xứng	215
M	Mạch sửa biên độ	217
	Mạch lọc loại K	196
	Mạng 4 cực đối xứng	119
	Mạng 4 cực có tải	123
	Một số mạng 4 cực chức năng	141
Q	Quan hệ tuyến tính	102
P	Phân tích mạng 4 cực đặc biệt và thông dụng	139
	Phân tích mạch điện bằng phương trình trạng thái	47
	Phân tích mạch điện bằng phương pháp toán tử	67
	Phương pháp tích phân kinh điển phân tích mạch điện tuyến tính	82

Phân tích mạch điện bằng phương pháp tần số	86
Phương pháp xếp chồng với mạch tuyến tính	94
Phân tích mạng 4 cực tương hỗ theo các hàm truyền đạt	144
Phụ chương: Một số hệ thức lượng giác hạ hypebolic	152
Phân tích mạng 4 cực không tương hỗ	159
Phương pháp điện thế nút phân tích mạch không tương hỗ	239
Phân tích mạch điện tuyến tính tương hỗ có hồ cảm	244
Phân tích mạch điện không tương hỗ và có hồ cảm	246
Phụ lục 1: Lập và giải hệ phương trình trạng thái bằng máy tính	298
Phụ lục 2: Bài tập lớn phân tích mạch điện tuyến tính	301
 S.	
Sơ đồ tương đương mạng 4 cực không tương hỗ	157
Số phức biểu diễn các biến điều hoà và phần tử	21
Sơ đồ tương đương của 4 cực tuyến tính thụ động, tương hỗ	136
Sơ đồ lọc và các trở kháng đặc tính	186
 T.	
Tính chất đối ngẫu của mạch điện	104
Tính chất bài toán tổng hợp	248
Tổng hợp mạng 2 cực với hàm trở kháng $Z(p)$ tổng quát	252
Tổng hợp mạng 2 cực theo phương pháp Foster	257
Tổng hợp mạng 2 cực bằng phương pháp Cauer	268
Tổng hợp mạng 2 cực theo phương pháp Brune	274
Tổng hợp hàm truyền đạt của mạng 4 cực	278
Tổng hợp mạng 4 cực hình T loại RC và RC	285
Tổng hợp mạng 4 cực dựa trên cơ sở tách dần thành các mạng 4 cực đơn giản	287
Thực hiện hàm truyền đạt của mạng 4 cực có pha cực tiểu, tải chuẩn của mạng 4 cực	289
Thực hiện hàm truyền đạt của mạng 4 cực bằng tách thành các mạng 4 cực có dẫn nạo bổ sung	291
Tổng quát về cách giải hệ phương trình vi phân của mạch	66
Tính chất tương hỗ trong mạch điện	97
Tranzito	170
 V.	
Véc tơ quay biểu diễn các thông số điều hoà	18
 X.	
Xác định các thông số mạng 4 cực bằng thực nghiệm	151
Xây dựng đồ thị Bode cho hàm mạch phức tạp	230

CHƯƠNG I

NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ MẠCH ĐIỆN

1.1. CÁC THÔNG SỐ TÁC ĐỘNG VÀ THỤ ĐỘNG CỦA MẠCH ĐIỆN

1.1.1. Khái niệm về mạch điện tín hiệu

Mạch điện là mô hình hệ thống tạo ra biến đổi tín hiệu điện từ.

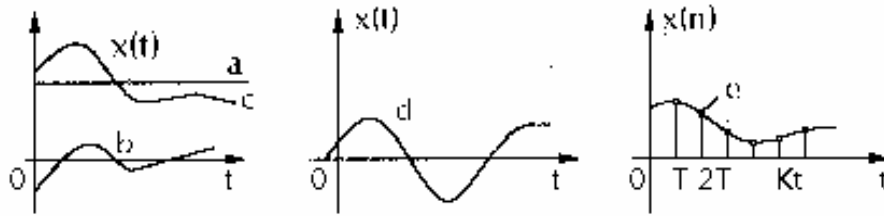
Các hệ thống điện từ – điện tử rất phong phú đa dạng về mọi phương diện và có những chức năng khác nhau. Mô hình mạch điện được xây dựng nhằm phục vụ các yêu cầu phân tích, tính toán và tổng hợp các hệ thống đó. Mô hình các mạch điện mang cả tính chất toán học (dạng tô pô) và vật lý, sao cho từng phần tử của mạch với kết cấu của nó xác định được hệ phương trình vi tích phân hoặc đại số hay toán tử thể hiện đặc điểm của hệ thống mà nó biểu diễn. Tín hiệu điện từ và các quá trình biến đổi của nó rất phức tạp, để biểu diễn được trong mô hình mạch phải chứa đựng đủ các phần tử đặc trưng được hiện tượng ấy.

Nhiệm vụ của môn học lý thuyết mạch là tìm cách biểu diễn các quá trình biến đổi tín hiệu điện từ xảy ra trong hệ thống, đồng thời xây dựng các phương pháp phân tích và tính toán chúng. Ngoài ra còn có các bài toán từ yêu cầu của nghiệm tín hiệu cần xác định các mạch điện thực hiện nó, đó là bài toán tổng hợp.

Trong các hệ thống kỹ thuật điện tử – viễn thông với các thành tựu mới về vật liệu, công nghệ chế tạo đã tạo ra rất nhiều phần tử vừa phong phú vừa chính xác. Tuy vậy không ít các quá trình xảy ra trên các phần tử của hệ thống mà mô tả toán học của chúng còn chưa đầy đủ hoặc khó khăn. Các phần tử đó là phi tuyến hoặc thông số. Trong điều kiện nhất định và khuôn khổ của giáo trình này các phần tử phi tuyến sẽ được gần đúng và tuyến tính hoá.

Mạch điện như đã đề cập ở trên là mô hình cụ thể là tập hợp của các phần tử đặc trưng các quá trình biến đổi tín hiệu và ghép nối chúng. Trong kỹ thuật nói chung còn có khái niệm sơ đồ: như sơ đồ thiết bị, sơ đồ chức năng, sơ đồ nguyên lý. Mạch điện có thể coi là sơ đồ mạch điện nó khác với các loại sơ đồ ở tính mô hình của mình (mô hình vật lý – toán) đã trình bày ở trên.

Tín hiệu điện từ – điện tử thường được đo bởi các đại lượng vật lý sau đây: dòng điện $i(t)$, điện áp $u(t)$, sức điện động $e(t)$, từ thông $\psi(t)$, điện tích $q(t)$. Một loại tín hiệu có thể diễn tả bởi các hàm số toán học khác nhau: tín hiệu liên tục, tín hiệu gián đoạn và tín hiệu số. Tín hiệu không đổi hay một chiều là trường hợp riêng của tín hiệu biến thiên. Tổng quát khi phân tích mạch điện ta sử dụng tín hiệu biến thiên. Một tín hiệu đặc biệt – điều hoà được quan tâm rất nhiều với lý do đơn giản là: Tập hợp các tín hiệu điều hoà theo cách nào đó đủ diễn tả bất cứ tín hiệu bất kỳ nào. Điều này được thể hiện trong phép biến đổi và biểu diễn hàm – chuỗi Furiê của một hàm thời gian bất kỳ. Trên hình 1.1 là các loại tín hiệu.



Hình 1.1.

- a) Tín hiệu không đối; b) Tín hiệu biến thiên;
c) Tín hiệu một chiều (biến thiên); d) Tín hiệu điều hoà; e) Tín hiệu gián đoạn.

Một hàm chu kỳ T có thể biểu diễn bởi chuỗi Furiê:

$$x(t) = \sum_0^{+\infty} A_k \sin(K\omega + \varphi_K) \quad (1.1a)$$

với: $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T}$

hoặc: $x(t) = \sum_0^{+\infty} S_K \sin K\omega t + \sum_0^{+\infty} C_K \cos K\omega t \quad (1.1b)$

trong đó: A_K, S_K, C_K là các hệ số.

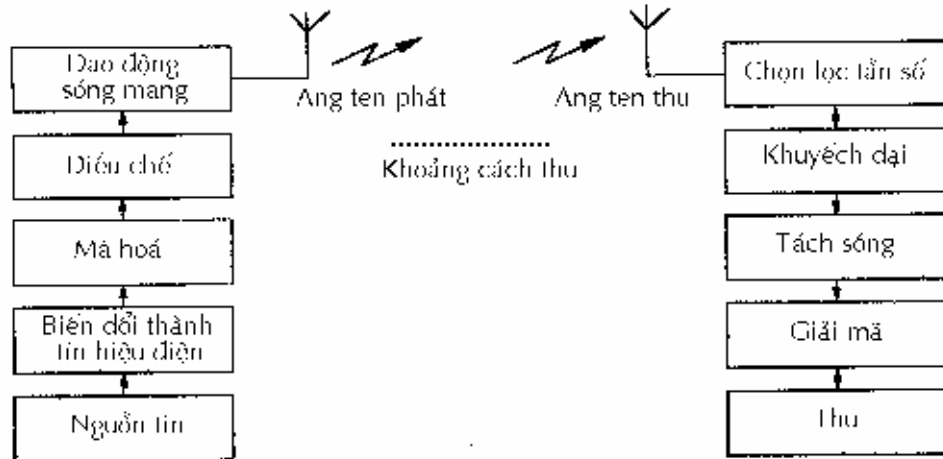
Từ công thức (1.1) trên làm cơ sở cho việc khái quát vấn đề phân tích hệ thống tín hiệu dựa vào tần số. Ý tưởng là ở một tần số phân tích được thì với công thức (1.1) nếu hệ thống tuyến tính có thể tìm được kết quả phân tích ở mọi tín hiệu dạng bất kỳ. Hơn thế nữa đó là nền tảng cho việc phân tích hệ thống theo phổ – tần số và một số phương pháp khác (đơn giản nhất là phương pháp số phức tượng trưng).

Trong khi xử lý toán học các tín hiệu, trong các hệ thống điện tử viễn thông còn gặp các phép toán vi tích phân. Với khái niệm toán học về toán tử vi phân và tích phân, ta có thể thay phép $\frac{d}{dt}$ là phép toán tử p và phép $\int dt$ là phép toán tử $\frac{1}{p}$, đối với hai loại biến thời gian t và biến toán tử:

$$\begin{aligned} x(t) & \text{ và } X(p) \\ f(t) & \text{ và } F(p) \dots \end{aligned}$$

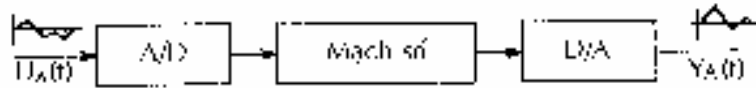
để dễ dàng diễn tả mạch điện. Hơn thế nữa đó cũng là một phần nội dung của phương pháp toán tử phân tích mạch điện.

Mô hình một quá trình biến đổi tín hiệu điển hình được vẽ ở hình 1.2.



Hình 1.2. Hệ thống viễn thông điển hình.

Quá trình biến đổi tín hiệu điện từ điển hình của một hệ thống viễn thông gồm nhiều quá trình. Trong mỗi quá trình có thể thực hiện việc biến đổi tín hiệu qua hai loại tương tự và tín hiệu số. Trong đời sống và kỹ thuật chúng ta quen thuộc nhiều với tín hiệu tương tự cũng như tín hiệu phổ biến là tương tự, cho nên một quá trình biến đổi để đạt được chất lượng cao và chính xác thường gặp quy trình biến đổi qua lại như hình 1.3.

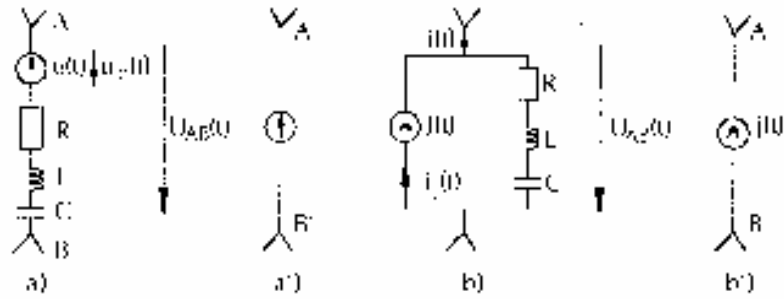


Hình 1.3. Các hệ thống biến đổi A/D và D/A.

Ngày nay các mạch số biểu diễn các thiết bị số đang được ứng dụng rất rộng rãi và nhiều tính ưu việt của nó. Một trong những ưu điểm lớn nhất là tính dễ xử lý, lưu trữ, độ phân giải cao, điều khiển bằng vi xử lý và máy tính. Để có tín hiệu số cần có các thiết bị biến đổi từ tín hiệu tương tự (analog) sang tín hiệu số (digital), và khi cần thiết lại cần các bộ biến đổi ngược lại: từ tín hiệu số ra tín hiệu tương tự. Trên hình 1.3 đó là các bộ A/D và D/A. Trở lại mạch điện của chúng ta với các phần tử tích cực và thụ động.

1.1.2. Các phần tử tác động (tích cực) của mạch điện

Bất cứ một thiết bị linh kiện nào tạo ra dòng điện $i(t)$ và điện áp $u(t)$ đều được coi là phần tử tác động hay tích cực. Để dễ phân biệt với các phần tử khác cũng có dòng điện và điện áp trên nó, ở đây ta định nghĩa hai nguồn tương ứng là dòng điện $J(t)$ và nguồn sức điện động $e(t)$. Do tính chất của các hạt điện tích so với chiều của điện áp nên bao giờ ta cũng xác định được: chiều dòng $i(t)$ cũng là chiều nguồn dòng $J(t)$ còn chiều sức điện động $e(t)$ là ngược lại với chiều điện áp $u(t)$.



Trên hình 1.4 ký hiệu 2 loại nguồn đó.

Hình 1.4. Các nguồn sức điện động a) và dòng điện b).

Chú ý: Một nguồn sức điện động chuẩn (phù hợp với thực tế) luôn luôn có phần tử thụ động (như điện trở, điện cảm, điện dung hoặc hỗn hợp chúng) nối nối tiếp. Tương tự như vậy nguồn dòng điện chuẩn phải có các phần tử thụ động nối song song. Trong kỹ thuật nhiều khi chỉ vì gần đúng mà ta lý tưởng các nguồn sức điện động không có phần tử thụ động nguồn (khi nó có giá trị rất nhỏ so với các phần tử mạch ngoài khác). Tương tự như vậy nguồn dòng điện lý tưởng cũng không có các phần tử thụ động nguồn nối song song (xem hình 1.4b' và a'). Chú ý thêm một điều không phải cứ lý tưởng hoá là làm cho phép phân tích mạch điện đơn giản hơn và trong nhiều trường hợp nó có thể làm phức tạp các phân tích và lập luận.

1.1.3. Công suất tức thời và trung bình

Để nhận biết một nguồn thực sự hay không cũng như tính chất của một nhánh hay của một phần tử người ta đưa ra khái niệm về công suất tức thời $p(t)$ và công suất trung bình P_{tb} .

Xét một mạch (2 cực vào A, B) hay một nhánh (có 2 đầu A và B) như hình 1.5. Ở đây chiều dòng điện và điện áp được quy ước là cùng chiều (chiều dương):

$$u(t) = u_{AB}(t) = \varphi_A(t) - \varphi_B(t)$$

$$i(t) = i_{AB}(t) \text{ (dòng đi từ A đến B)}$$

Với qui định như vậy, công suất tức thời của nhánh hay mạch được tính theo công thức sau với thứ nguyên là Woát.

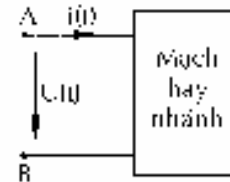
$$P(t) = u(t).i(t) \quad (1.2)$$

Ta định nghĩa: Nếu công suất tức thời $P(t)$ tại thời điểm đó dương thì mạch là phần tử thụ động hay tiêu thụ công suất, còn ngược lại $P(t)$ âm thì đó là phần tử tích cực hay tác động.

$$P(t) > 0 \rightarrow \text{Phần tử thụ động}$$

$$P(t) < 0 \rightarrow \text{Phần tử nguồn.}$$

Như vậy nếu: $P(t) = 0$ là ranh giới giữa 2 phần tử trên. Tuy vậy thực tế lại gặp các phần tử tại các thời điểm khác nhau có công suất tức thời khác nhau làm cho các



Hình 1.5.
Chiều dòng áp cho một nhánh và mạch.

định nghĩa trên chưa chính xác. Để giải quyết việc này người ta đưa ra công suất trung bình P_{tb} . Gặp các mạch làm việc với chu kỳ T để tìm được.

$$P_{tb} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) \cdot dt ; \quad (1.3)$$

Theo (1.3) trong một chu kỳ công suất trung bình nếu dương đó là phần tử thụ động, còn $P_{tb} < 0$ đó là phần tử nguồn. Trở lại 2 phần tử nguồn sức điện động $e(t)$ và nguồn điện $J(t)$ ở trên, ta dễ chứng minh được với chiều dương của dòng điện và điện áp (hay chiều âm của sức điện động) thì chiều của chúng phải được quy định như hình 1.4.

Lại phải hiểu một cách sâu sắc công suất tức thời và trung bình khi gặp các nguồn sức điện động $e(t)$ và dòng điện $J(t)$ trong các bài toán có lúc nó đạt giá trị âm và dương thì phải coi rằng chúng đang thể hiện các quá trình biến đổi năng lượng và tín hiệu chứ không bắt buộc chúng phải chỉ là nguồn hoặc là thụ động tại mọi thời điểm. Để đơn giản, ta phân tích ở đây 2 nguồn sức điện động và dòng điện không đổi và một chiều (hình 1.5).

Trên hình 1.5 với 2 định luật Kiéchoof 1 và 2 ta có phương trình:

$$\text{mạch a: } u(t) = e(t) - r i(t) \quad (1.4)$$

$$\text{mạch b: } i(t) = J(t) - g u(t) \quad (1.5)$$

Ở đây: r là điện trở trong (Ω) của $e(t)$.

$$g = \frac{1}{r} \text{ là điện dẫn } \left[\frac{1}{\Omega m} - S \right] \text{ trong của } J(t).$$

Với dòng điện $i(t)$ và điện áp $u(t)$ như đã quy định và giống nhau giữa 2 nguồn, ta có thể biến đổi qua lại giữa chúng theo công thức sau đây:

$$e(t) = \frac{J(t)}{g} \quad (1.6)$$

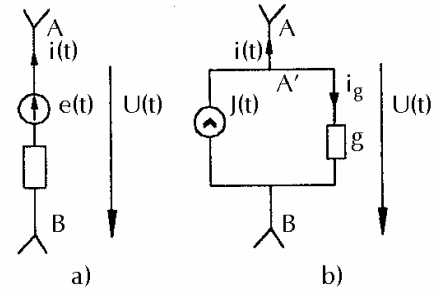
$$r = \frac{1}{g} \quad (1.7)$$

$$J(t) = \frac{e(t)}{r} \quad (1.8)$$

$$g = \frac{1}{r} \quad (1.9)$$

Trong nhiều bài toán mạch điện việc biến đổi qua lại giữa nguồn sức điện động và dòng điện là rất có lợi, nó làm đơn giản hơn phương pháp phân tích.

Mở rộng với các phần tử thụ động nguồn phức tạp hơn như hình 1.4 sẽ có các công thức biến đổi tương tự khác cùng dạng các công thức (1.6), (1.7), (1.8) và (1.9) sẽ xét ở phần sau.



Hình 1.5. Nguồn sức điện động và dòng điện đơn giản.

1.1.4. Các phần tử thụ động của mạch điện

a) Nhánh R

Nhánh thuần trở hình 1.6 theo định luật Ôm có:

$$u_R(t) = r \cdot i_R(t) \quad (1.10)$$

hay: $i_R(t) = g \cdot u_R(t) \quad (1.11)$

với: $g = \frac{1}{r}$

Công suất được tính:

$$P_R(t) = u_R(t) \cdot i_R(t) = r \cdot i^2(t) \quad (1.12)$$

hay: $P_R(t) = g \cdot u_R^2(t) \quad (1.13)$

Từ công thức (1.10) và (1.11) có thể nhận xét dòng điện và điện áp trên điện trở cùng chiều, cùng góc pha, có hình dáng giống hệt nhau, đồng dạng nhau qua trị số điện trở r (số thực).

Năng lượng tiêu tán trong phần tử R luôn dương và xác định tỷ lệ với thời gian:

$$W_R = P_R(t) \cdot t ; \quad [\text{w.s}]$$

b) Nhánh điện cảm L

Hình 1.7 với phần tử điện cảm có quan hệ giữa sức điện động cảm ứng và từ thông, điện áp theo cảm ứng:

$$u_L(t) = -e_L(t) = + \frac{d\psi(t)}{dt} \quad (1.14)$$

trong đó: $\psi(t)$ là từ thông của cuộn dây. Chú ý rằng trong kỹ thuật cuộn dây thường quấn trên lõi thép hoặc lõi từ thẩm μ cao hơn từ thẩm không khí rất nhiều. Biến đổi (1.14):

$$u_L(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{\partial \psi(t)}{\partial i_L(t)} \times \frac{di_L(t)}{dt} \quad (1.15')$$

Hình 1.7. Nhánh L .

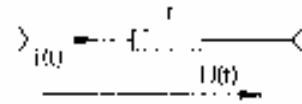
đặt $\frac{\partial \psi(t)}{\partial i_L(t)} = L$ và coi $L = \text{const}$, đơn vị Henri (H)

thì: $u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad (1.15)$

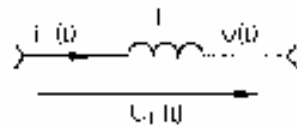
Đôi khi hay sử dụng công thức ngược suy từ (1.15):

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u_L(t) dt \quad (1.16)$$

Ý nghĩa của điện cảm L được thể hiện ở quan hệ trên $L = \frac{\partial \psi}{\partial i}$ và trong nhiều trường hợp có thể suy biến thành:



Hình 1.6.
Nhánh thuần trở r .



$$L = \frac{\Delta\psi}{\Delta i} \quad \text{hay} \quad L = \frac{\psi}{i} \quad (1.17)$$

Công thức (1.17) tùy thuộc vào mạch đang làm việc với tín hiệu không đổi, biến thiên, một chiều mà được sử dụng thích hợp. Ngoài ra điện cảm L chứa đựng năng lượng điện trường tích lũy trong cuộn dây và công suất của nó.

$$W_M = \frac{1}{2} i^2(t) \cdot L = \int P_M dt \quad (1.18)$$

do có:
$$P_M = u(t) \cdot i(t) = L \frac{di}{dt} i(t) = \frac{1}{2} L \frac{d[i(t)]^2}{dt} \quad (1.19)$$

Theo công thức (1.15) và (1.16) ta thấy quan hệ của dòng điện và điện áp trên cuộn cảm là quan hệ vi tích phân. Để dễ sử dụng và phân tích ta sử dụng toán tử hình thức $P \leftrightarrow \frac{d}{dt}$ sẽ có:

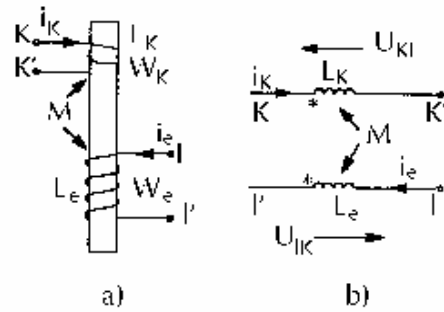
$$u_L(p) = Lp \cdot i_L(p) = pL \cdot i_L(p) \quad (1.20)$$

và:
$$i_L(p) = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{p} u_L(p) = \frac{1}{pL} u_L(p) \quad (1.21)$$

c) Nhánh có hồ cảm

Trên hình 1.8a,b thể hiện 2 cuộn dây có hồ cảm với nhau. Thường để tăng quan hệ hồ cảm người ta thường dùng lõi thép chung có hệ số từ thẩm μ cao.

Để ý thấy chiều quấn dây của hai cuộn W_k và W_l trên cùng lõi từ là khác chiều (có thể nhìn vào mặt cắt của lõi từ để nhận xét) theo chiều dương của các dòng điện i_l và i_k (dòng điện qui ước từ K tới K' , từ l tới l'). Khi đó ta gọi hai đầu l và K là ngược cực tính hay cực tính K và l' lại cùng cực tính. Cách ký hiệu cùng cực tính là dấu * trên sơ đồ. Ý nghĩa của cực tính là làm cho điện áp hồ cảm có chiều theo qui ước: điện áp hồ cảm trên cuộn dây này có chiều cùng cực tính với dòng điện trên cuộn dây kia khi hai cuộn dây hồ cảm với nhau (như hình 1.8b).



Hình 1.8. Nhánh có hồ cảm.

Trước tiên điện áp hồ cảm được định nghĩa là quan hệ sau đây:

+ Điện áp hồ cảm trên cuộn dây k do dòng điện chạy qua cuộn dây l là:

$$u_{kl}(t) = \frac{d\psi_{kl}}{dt} = \frac{\partial \psi_{kl}}{\partial i_k} \frac{di_k}{dt}$$

$$u_{kl}(t) = M_{kl} \frac{di_k(t)}{dt} \quad (1.22)$$

+ Điện áp hồ cảm trên cuộn dây l do dòng điện chạy qua cuộn dây K là:

$$u_{IK}(t) = \frac{d\psi_{IK}}{dt} = \frac{\partial \psi_{IK}}{\partial i_l} \frac{di_l}{dt}$$

$$u_{IK}(t) = M_{IK} \frac{di_l(t)}{dt} \quad (1.23)$$

Ở mạch tuyến tính, khi lõi các cuộn dây là không khí hoặc lõi thép chưa bão hoà thường có:

$$\frac{\partial \psi_{KI}}{\partial i_K} = \frac{\partial \psi_{IK}}{\partial i_l} \quad \text{nên} \quad M_{KI} = M_{IK}$$

Vì vậy: $\psi_{KI} \neq \psi_{IK}$

khi dòng điện từng nhánh khác nhau: $i_K(t) \neq i_l(t)$.

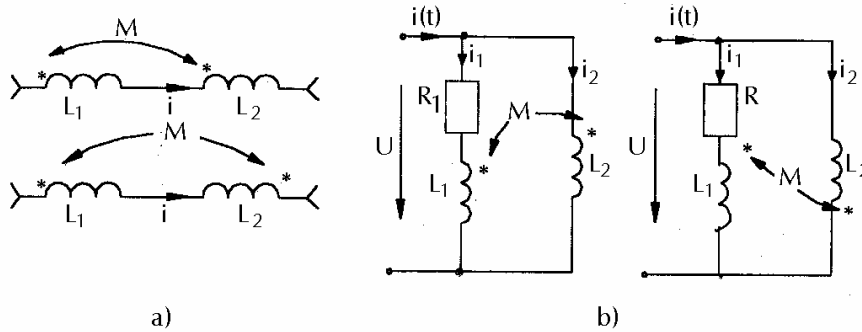
Các thông số M_{KI} và M_{IK} theo công thức (1.22) và (1.23) là:

$$M_{KI} = \frac{\partial \psi_{KI}}{\partial i_K} ; \quad [H] \quad (1.24)$$

$$M_{IK} = \frac{\partial \psi_{IK}}{\partial i_l} ; \quad [H] \quad (1.25)$$

chúng có thứ nguyên tương tự như điện cảm L là [H] – Henri.

Nói chung hai cuộn dây hồ cảm có thể đặt ở các nhánh khác nhau (nhánh I và nhánh K như đã xét). Thường gặp 2 cuộn dây hồ cảm nối nối tiếp và song song với nhau như các hình 1.9.



Hình

1.9.

Các cuộn dây hồ cảm nối tiếp và song song.

Các cuộn dây hồ cảm có thể mắc với các cực tính thuận hoặc ngược. Ta sẽ gọi chúng là nối cùng cực tính hay ngược cực tính như đã nói ở phần trên. Trong các sơ đồ khi dòng điện cùng đi vào cực đánh dấu * thì các cực đó được gọi là cùng cực tính (xem hình 1.9), nếu không thì là ngược cực tính.

Chú ý rằng cuộn dây lõi thép như đã xét thì bản thân từng cuộn dây vẫn tồn tại các trị số điện cảm L của mình.

Phương trình cho dòng và áp cho các sơ đồ hình 1.9 là:

$$u(t) = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} \pm 2M \frac{di}{dt}$$

$$u(t) = (L_1 + L_2 \pm 2M) \frac{di}{dt} \quad \text{cho hình (a)}$$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

$$u(t) = i_1(t) \cdot R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} \quad \text{cho hình (b)}$$

$$u(t) = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

Với dấu + cho mạch nối cùng cực tính và dấu – cho mạch nối ngược cực tính..

$$u_M(t) = u_{Kl}(t) = M_{Kl} \frac{di_K}{dt} \quad \text{tương đương với:}$$

$$u_M(P) = u_{Ke}(P) = M_{Ke} \cdot p \cdot I_K(P) \quad (1.26)$$

Năng lượng và công suất hỗ cảm được truyền từ cuộn dây này đến cuộn dây khác cũng có các công thức như đối với điện cảm.

$$P_M^{Kl}(t) = u_{Kl}(t) \cdot i_l(t) \quad (1.27)$$

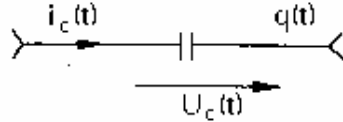
$$P_M^{lK}(t) = u_{lK} \cdot i_K(t)$$

Trong (1.27) công suất hỗ cảm truyền từ cuộn l (có dòng $i_l(t)$) sang cuộn dây K là $P_M^{lK}(t)$ và ngược lại từ cuộn dây K truyền sang cuộn l có công suất P_M^{lK} .

Trong kỹ thuật điện từ nói chung, phương pháp truyền công suất và tín hiệu được sử dụng rất rộng rãi, sẽ xét ở sau.

d) Nhánh thuần dung C

Với phần tử điện dung C (hình 1.10) khi điện tích $q(t)$ đặt vào tụ hay tích trên các bản tụ thì dòng điện được xác định qua tụ:



$$i_c(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (1.28) \quad \text{Hình 1.10. Nhánh C.}$$

Theo (1.28) công thức vật lý đã biết ta có thể thấy dòng qua tụ $i_c(t)$ chỉ xuất hiện khi có biến thiên điện tích $q(t)$ theo thời gian. Biến đổi (1.29) như sau:

$$i_c(t) = \frac{\partial q(t)}{\partial u(t)} \times \frac{du_c(t)}{dt} = C \frac{du_c(t)}{dt} \quad (1.29)$$

với: $C = \frac{\partial q(t)}{\partial u(t)}$, có đơn vị Fara [F] (1.30)

C được gọi là điện dung của tụ tuyến tính theo (1.30). Ngoài ra công thức sau đây còn được sử dụng rất phổ biến, nó suy ra từ (1.29) là:

$$u_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_c(t) \cdot dt \quad (1.31)$$

Năng lượng và công suất trên tụ điện được tính:

$$p_c(t) = u_c(t) \cdot i_c(t) = C \cdot u_c(t) \frac{du_c(t)}{dt} = \frac{1}{2} C \frac{d[u_c(t)]^2}{dt} \quad (1.32)$$

và:
$$w_c = \int P_c(t) \cdot dt = \frac{1}{2} C \cdot [u_c(t)]^2 \quad (1.33)$$

Như vậy theo (1.33) tụ điện C nói lên mức độ tích phóng năng lượng và công suất điện từ trên nó.

Sử dụng toán tử hình thức từ (1.29) và (1.31) có:

$$i_c(p) = p \cdot C \cdot U_c(p) \quad (1.34)$$

$$u_c(p) = \frac{1}{pC} i_c(p) \quad (1.35)$$

1.2. VEC TƠ QUAY BIỂU DIỄN CÁC THÔNG SỐ ĐIỀU HOÀ

1.2.1. Nguồn phát điều hoà

Trong kỹ thuật thông tin viễn thông có các nguồn phát điện áp hoặc dòng điều hoà ở mọi tần số. Chúng là các tổ hợp của các linh kiện tuyến tính (R, L, C đã học) với phân tử phi tuyến R(u), R(i), L(i), c(q)... hoặc các linh kiện bán dẫn điện tử.

Giả thiết đã có nguồn sức điện động $e(t)$ và nguồn dòng điện $J(t)$ điều hoà như mạch hình (1.11).

Với:
$$e(t) = E_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_e)$$

$$J(t) = J_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_J)$$

Có thể tìm được các quan hệ sau đây:

$$u(t) = e(t) - R_0 i(t) - L_0 \frac{di(t)}{dt} \quad \text{với hình (a)}$$

$$i(t) = J(t) - i_g(t)$$

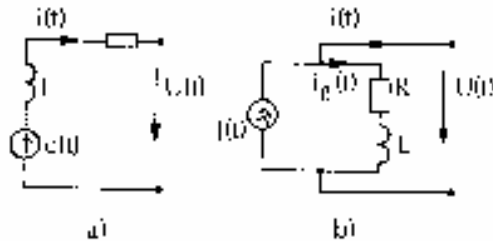
$$R i_g(t) + L \frac{di_g}{dt} = u(t) \quad \text{với hình (b)}$$

Với các giá trị đã biết R_0 , L_0 , R , L từ các phương trình trên có thể tìm được mọi thông số mạch $i(t)$, $u(t)$, $i_g(t)$ chúng cũng là điều hoà ω . Giả thiết rằng nghiệm của chúng:

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$u(t) = U_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i_g(t) = I_{gm} \cdot \cos(\omega t + \varphi_g)$$



Hình 1.11. Nguồn điều hoà.

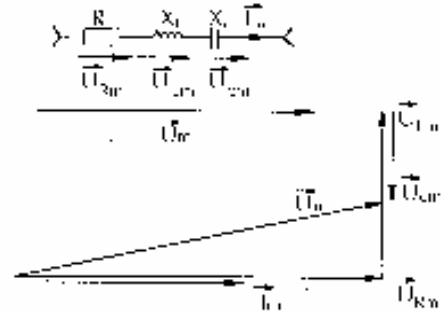
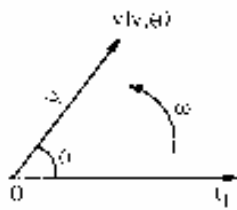
Như vậy có thể nhận xét: Với các nguồn tác động (có thể gọi là kích thích) điều hoà tần số ω thì các dòng điện, điện áp, từ thông, điện tích trong mạch tuyến tính bất biến (khi R_0, R, L_0, L là const) đều có dạng điều hoà cùng tần số ω . Các dòng áp trên là kết quả do tác động của nguồn điều hoà người ta gọi là các đáp ứng. Mọi đáp ứng trên ngoài tần số giống nhau chúng phân biệt bởi hai đại lượng là biên độ và góc pha (đôi khi gọi là góc pha đầu).

1.2.2. Đồ thị véc tơ quay

Với khái niệm về véc tơ quay là véc tơ có độ lớn bằng biên độ điều hoà, góc pha là góc pha đầu của điều hoà, còn cả véc tơ sẽ quay ngược chiều kim đồng hồ với tần số ω – xem hình (1.12).

$$v(t) = v \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

và véc tơ $\vec{V}(v, \theta)$



Hình

1.12 Hình 1.13. Đồ thị véc tơ quay của mạch RLC

Từ véc tơ quay đã định nghĩa ta có thể biểu diễn mọi đáp ứng và cả kích thích của mạch điện trên đồ thị véc tơ. Cùng với các phương trình điều hoà ta cũng có thể biểu diễn chúng trên đồ thị véc tơ bằng các phép tính cộng trừ đồ thị véc tơ.

Trước tiên hãy xét 2 phép đạo hàm và tích phân hàm điều hoà và cách biểu diễn véc tơ của chúng.

$$\text{Giả sử dòng điện: } i(t) = I_m \cdot \cos \omega t \quad (1.36)$$

có điện áp trên cuộn cảm:

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = -L \cdot \omega \cdot I_m \cdot \sin \omega t = -L \omega I_m \sin \omega t$$

$$u_L(t) = \omega L I_m \cdot \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (1.37)$$

và điện áp trên tụ điện:

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt = \frac{1}{\omega C} I_m \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (1.38)$$

Dựa vào công thức (1.36), (1.37), (1.38) chuyển chúng sang véc tơ tương ứng.

$$(1.36) \text{ có: } \vec{I}_m (I_m, 0)$$

$$(1.37) \text{ có: } \vec{U}_{Lm}(\omega L I_m, \pi/2) = \vec{U}_{Lm}(X_L I_m, \pi/2), \text{ với } X_L = \omega L \quad (1.39)$$

$$(1.38) \text{ có: } \vec{U}_{cm} \left(\frac{I_m}{\omega C}; -\pi/2 \right) = \vec{U}_{cm} (X_c I_m, -\pi/2), \text{ với } X_c = \frac{1}{\omega C} \quad (1.40)$$

Thông số $X_L = \omega L$ có thứ nguyên là ôhm được gọi là cảm kháng của cuộn cảm, nó tỷ lệ với tần số và điện cảm L. Thông số $X_c = \frac{1}{\omega C}$ có thứ nguyên là ôhm được gọi là dung kháng của tụ, vậy dung kháng tỷ lệ ngược với cả tần số và điện dung.

Từ công thức (1.39) và (1.40) biểu diễn trên đồ thị véc tơ hình 1.13, ở đây điện áp trên điện trở dễ thấy: $\vec{U}_{Rm} (I_m, R, 0)$.

Ngoài ra theo mạch nối tiếp R_L_C còn có phương trình thời gian và véc tơ là:

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

$$\vec{U}_m = \vec{U}_{Rm} + \vec{U}_{Lm} + \vec{U}_{cm} \quad (1.41)$$

Phương trình véc tơ (1.41) đã được thể hiện trên hình 1.13

Trở lại mạch điện hình 1.11, ta có các phương trình thời gian và chuyển sang véc tơ:

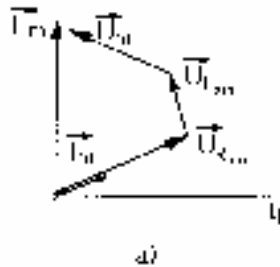
$$\vec{U}_m = \vec{E}_m - \vec{U}_{Rom} - \vec{U}_{Lom} \quad \text{hình (a)}$$

$$\vec{I}_m = \vec{J}_m - \vec{I}_{gm} \quad \text{hình (b)}$$

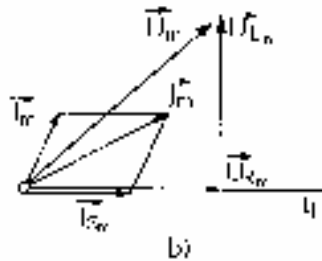
$$\vec{U}_{Rm} + \vec{U}_{Lm} = \vec{U}_m$$

Trên hình 1.14a là đồ thị véc tơ nguồn sức điện động hình 1.11a.

Trên hình 1.14b là đồ thị véc tơ cả dòng và áp cho nguồn dòng điện hình 1.11b.



Hình 1.14a. Đồ thị véc tơ nguồn sức điện động.



Hình 1.14b. Đồ thị véc tơ nguồn dòng điện.

Qua đây ta có thể kết luận: Phương pháp dùng véc tơ quay có thể biểu diễn các đại lượng dòng áp điều hoà của mạch điện và thực hiện được các phép tính cộng trừ véc tơ ngay trên đồ thị. Hơn nữa vì cả dòng và áp đều biểu thị được nên các phương trình mạch thường là phương trình cộng trừ dòng điện (luật Kiếchoof 1 tại các nút) và phương trình cộng trừ điện áp, sức từ động (luật Kiếchoof 2 cho các vòng) dễ dàng biểu diễn trên cùng một đồ thị.

Lý thuyết mạch điện

Để tính toán độ lớn và góc pha của véc tơ có thể sử dụng phương pháp hình học hoặc lượng giác. Ví dụ có thể tìm tổng dòng điện $\vec{I}_{1m}$ với $\vec{I}_{2m}$ để được $\vec{I}_{3m}$ theo:

$$\begin{aligned}\vec{I}_{3m} &= \vec{I}_{1m} + \vec{I}_{2m} \text{ là} \\ I_{3m} &= \sqrt{(I_{1m}\cos\theta_1 + I_{2m}\cos\theta_2)^2 + (I_{1m}\sin\theta_1 + I_{2m}\sin\theta_2)^2} \\ \theta_3 &= \arctg \frac{I_{1m}\sin\theta_1 + I_{2m}\sin\theta_2}{I_{1m}\cos\theta_1 + I_{2m}\sin\theta_2}\end{aligned}\quad (1.42)$$

với: $\vec{I}_{1m}(I_{1m}, \theta_1)$ và $\vec{I}_{2m}(I_{2m}, \theta_2)$ để cho kết quả $\vec{I}_{3m}(I_{3m}, \theta_3)$

1.3. SỐ PHỨC BIỂU DIỄN CÁC BIẾN ĐIỀU HOÀ PHẦN TỬ

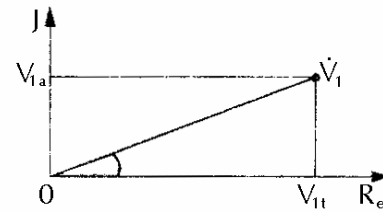
1.3.1. Biểu diễn biến điều hoà bằng số phức

Mặt phẳng phức có hoành độ là số thực Re và tung độ là số ảo j (J_m) với giá trị biến đổi thực – ảo là:

$$j^2 = -1 \quad (1.43)$$

Công thức Ô le quen thuộc:

$$\exp(j\theta) = \cos\theta + j\sin\theta \quad (1.44)$$



Hình 1.15. Mặt phẳng phức.

dễ dàng biến đổi qua lại giữa hai dạng biểu diễn của số phức:

$$\dot{V}_1 = V_1 \exp(j\varphi_1)$$

$$\text{hay} \quad \dot{V}_1 = V_1 \angle \varphi_1 \quad (1.44')$$

$$\dot{V}_1 = V_1 + jV_{1a} \quad (1.45)$$

Quan hệ của (1.44) và (1.45) là:

$$\begin{aligned}V_1 &= \sqrt{V_{1t}^2 + V_{1a}^2} \\ \varphi_1 &= \arctg\left(\frac{V_{1a}}{V_{1t}}\right),\end{aligned}\quad (1.46)$$

$$\begin{aligned}V_{1t} &= V_1 \cos\varphi_1 \\ V_{1a} &= V_1 \sin\varphi_1\end{aligned}\quad (1.47)$$

Xét các điều hoà dòng áp sau đây:

$$\begin{aligned}e(t) &= E_m \cos(\omega t + \varphi_e) \\ i(t) &= I_m \cos(\omega t + \varphi_i)\end{aligned}\quad (1.48)$$

Dựa vào số phức ta có thể biểu diễn điều hoà (1.48) như sau:

$$\begin{aligned}e(t) &= \text{Re}\{E_m \exp[j(\omega t + \varphi_e)]\} = \text{Re}\{E_m \exp[j(\omega t + \varphi_e)]\} \\ e(t) &= \text{Re}\{\exp(j\omega t) \cdot E_m \exp(j\varphi_e)\} \\ e(t) &= \text{Re}\{\exp(j\omega t) \cdot \dot{E}_m\}\end{aligned}\quad (1.49a)$$

với:
$$\dot{E}_m = E_m \exp(\varphi_e) = E_m \angle \varphi_e \quad (1.49b)$$

Như vậy với công thức (1.49a,b) ta đã biểu diễn các điều hoà $e(t)$, $i(t)$ thông qua số phức $\dot{E}_m$, $\dot{I}_m$ và hàm mũ $\exp(j\omega t)$ chính thành phần hàm mũ chỉ ra tần số của điều hoà.

$$\dot{I}_m = I_m \angle \varphi_i; \quad i(t) = \operatorname{Re}\{ \exp(j\omega t) \cdot \dot{I}_m \}$$

Các phép đạo hàm và tích phân hàm điều hoà nhờ phép diễn tả bằng số phức cũng tìm được các quan hệ sau đây; khi xét cuộn dây và tụ điện; với $i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi_i)$.

$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{di}{dt} = X_L \cdot I_m \cos(\omega t - \varphi_i + \pi/2) \\ &= \operatorname{Re}\{ j\omega L \cdot I_m \exp[j(\omega t - \varphi_i)] \} \\ u_L(t) &= \operatorname{Re}\{ jX_L \dot{I}_m \exp(j\omega t) \} \\ &= \operatorname{Re}\{ \dot{U}_{Lm} \exp(j\omega t) \} \end{aligned} \quad (1.50a)$$

$$\dot{U}_{Lm} = jX_L \dot{I}_m \quad (1.50b)$$

Ở đây: $X_L = \omega L$ như (1.39).

Tụ C có điện áp:

$$\begin{aligned} u_c(t) &= \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt = X_c \cdot I_m \cos(\omega t - \varphi_i - \pi/2) \\ u_c(t) &= \operatorname{Re}\left\{ \frac{1}{j\omega C} I_m \cdot \exp[j(\omega t - \varphi_i)] \right\} \\ u_c(t) &= \operatorname{Re}\{ -jX_c I_m \cdot \exp(j\omega t) \} \end{aligned} \quad (1.51a)$$

$$\dot{U}_{cm} = -jX_c \dot{I}_m \quad (1.51b)$$

và: $X_c = \frac{1}{\omega C}$ như (1.40).

Từ (1.50a) và (1.50b):

$$\dot{U}_{Lm} = Z_L \cdot \dot{I}_m, \text{ với } Z_L = jX_L \quad (1.52)$$

$$\dot{U}_{cm} = Z_c \cdot \dot{I}_m, \text{ với } Z_c = -jX_c \quad (1.53)$$

Ngoài ra nhánh thuần trở có thể tìm được:

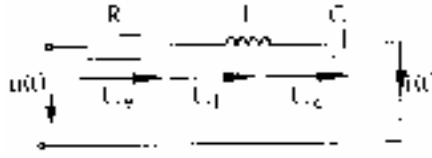
$$\dot{U}_{Rm} = Z_R \cdot \dot{I}_m, \text{ với } Z_R = R \quad (1.54)$$

Các công thức (1.52), (1.53) và (1.54) được gọi là luật Ôm phức cho các nhánh dạng của chúng là:

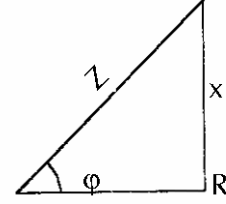
$$\dot{U} = Z \cdot \dot{I} \quad (1.55)$$

1.3.2. Biểu diễn các phần tử thụ động bằng số phức

Xét mạch nối tiếp 3 phần tử R – L – C hình 1.16.



Hình 1.16. Mạch RCL



Hình 1.16a. Trở kháng

Giả thiết dòng điện: $i(t) = I_m \cdot \cos \omega t$

Mạch có phương trình: $u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$

Sử dụng các biểu thức cho dòng điện và điện áp tương ứng:

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{Rm} + \dot{U}_{Lm} + \dot{U}_{cm}, \text{ thay các giá trị tương ứng:}$$

$$\dot{U}_m = R\dot{I}_m + jX_L\dot{I}_m - jX_C\dot{I}_m$$

$$\dot{U}_m = \dot{I}_m [R + j(X_L - X_C)], \text{ đặt } Z = R + j(X_L - X_C) \quad (1.56)$$

$$\dot{U}_m = \dot{I}_m \cdot Z \quad (1.57)$$

Theo (1.56) thông số Z được gọi là trở kháng của mạch. Đơn vị của trở kháng là ôhm (Ω). Trở kháng là một số phức có dạng mô đun góc pha:

$$Z = z \cdot \exp(\varphi)$$

với $z = \sqrt{R^2 + X^2}$, R gọi là điện trở và $X = X_L - X_C$, X gọi là điện kháng.

ngược lại có: $R = z \cos \varphi$

$$X = z \sin \varphi$$

Trở kháng mô đun z , góc pha φ hay điện trở, điện kháng đặc trưng cho quan hệ của điện áp và dòng điện trong nhánh theo (1.57). Tổng quát trở kháng mạch hay nhánh là một số phức đặc trưng cho nhánh hoặc mạch đó. Vì là số phức nó cũng được diễn tả bởi tam giác trở kháng trên mặt phẳng phức hình 1.16a.

Xét quan hệ dòng theo áp, từ (1.57) có:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z}, \text{ đặt } \frac{1}{Z} = Y \text{ và gọi } Y \text{ là dẫn nạp của mạch.}$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{z \angle \varphi} = \frac{1}{z} \angle -\varphi = \frac{1}{z} \cos(-\varphi) + j \frac{1}{z} \sin(-\varphi)$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} - j \frac{1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \frac{X}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

$$Y = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = G + jB, \quad (1.58)$$

với: $G = \frac{R}{R^2 + X^2}$, gọi là dẫn nạp nhánh, đơn vị $[-1/\Omega]$ hay $[S]$.

$$B = -B = -\frac{X}{R^2 + X^2}, \text{ gọi là điện nạp nhánh, đơn vị } [1/\Omega] \quad \text{hay} \quad [S].$$

Y theo (1.58) được gọi là dẫn nạp nhánh. Dẫn nạp nhánh cũng đặc trưng cho nhánh và dạng phức mô đun góc pha:

$$Y = y.e^{j\theta} \quad (1.59)$$

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{B^2 + G^2} \\ \text{trong đó: } \theta &= \arctg\left(\frac{B}{G}\right) \end{aligned} \quad (1.60)$$

Trong bài toán cụ thể trên dễ thấy:

$$y = \frac{1}{z} \quad \text{và} \quad \theta = -\varphi \quad (1.61)$$

Sử dụng dạng dẫn nạp Y trong nhiều trường hợp rất thuận lợi nhất là các mạch song song. Ví dụ hình 1.17.

Với phương trình dòng thời gian:

$$i(t) = i_R(t) + i_L(t) + i_C(t), \text{ sang dạng phức:}$$

$$\dot{I}_m = \dot{I}_{im} + \dot{I}_{Lm} + \dot{I}_{Cm} \quad (1.62a)$$

Thay từng thành phần theo $\dot{I} = Y\dot{U}$

$$\dot{I}_m = Y_R \dot{U}_m + Y_L \dot{U}_m + Y_C \dot{U}_m \quad (1.62b)$$

Từ (1.52), (1.53) và (1.54) rút ra Y_R , Y_L , Y_C :

$$\begin{aligned} \dot{I}_{Rm} &= \frac{1}{R} \dot{U}_m = g_R \dot{U}_m; \\ \dot{I}_{Lm} &= \frac{1}{jX_L} \dot{U}_m = -jB_L \dot{U}_m; \\ \dot{I}_{Cm} &= \frac{1}{-jX_C} \dot{U}_m = jB_C \dot{U}_m. \end{aligned}$$

$$\text{với: } g_R = \frac{1}{R}; B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}; B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C \quad (1.63)$$

thế vào (1.62):

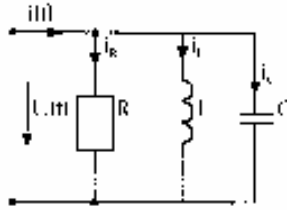
$$\begin{aligned} \dot{I}_m &= g_R \dot{U}_m - jB_L \dot{U}_m + jB_C \dot{U}_m \\ \dot{I}_m &= [g_R + j(B_C - B_L)] \dot{U}_m \\ \dot{I}_m &= Y_{//} \dot{U}_m, \end{aligned}$$

$$\text{với: } Y_{//} = g_R + j(B_C - B_L), \quad (1.64)$$

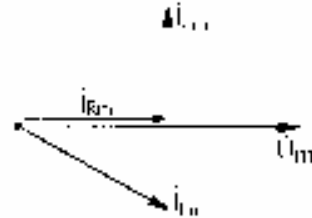
$$Y_{//} = \sqrt{g_R^2 + (B_C - B_L)^2}$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{B_C - B_L}{g_R}\right) \quad (1.65)$$

Đồ thị phức cho mạch R//L//C theo công thức (1.62a).



Hình 1.17. Mạch R//L//C



Hình 1.18. Nối tiếp các phần tử R, L.

1.3.3. Trị số hiệu dụng của đại lượng điều hoà

Giá trị hiệu dụng I_{hd} của dòng điện điều hoà $i(t)$ là trị số của dòng điện không đổi I (một chiều) tương đương về phương diện tiêu tán với dòng điều hoà đó. Theo năng lượng có:

$$r \int_0^T i^2(t) dt = r I^2 T$$

Ở đây vế trái là năng lượng của dòng điều hoà trong một chu kỳ T , nó sẽ cân bằng với năng lượng dòng hiệu dụng trong chu kỳ ấy.

Thay $i(t) = I_m \sin \omega t$ vào đẳng thức trên, ta giải được:

$$I = I_{hd} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Tương tự như vậy, ở điện áp và sức điện động ta cũng có:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

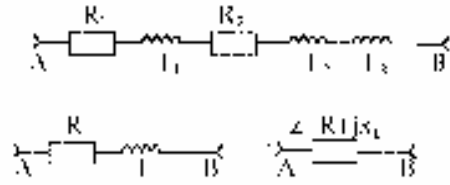
Trong kỹ thuật các dụng cụ đo lường công nghiệp được thiết kế để đo dòng, áp ở tần số 50Hz, khi đó giá trị đo được là trị số hiệu dụng.

1.4. BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG MẠCH ĐIỆN

1.4.1. Biến đổi các mạch đơn giản

Với khái niệm trở kháng Z và dẫn nạp Y đôi khi để đơn giản chúng cũng được ký hiệu bởi hộp chữ nhật – như điện trở, nhưng ghi kèm theo giá trị Z hay Y , xem hình (1.19a) và (1.19b).

Với mạch nối tiếp các phần tử điện trở và điện cảm để chứng minh được việc tương đương chúng với điện trở và điện cảm bằng tổng các thành phần.



Hình 1.19. Nối tiếp các phần tử R, L .

$$R = \sum_1^K R_i \quad ; \quad L = \sum_1^L L_i \quad (1.66)$$

Ở các mạch song song hình 1.20 để tìm được quan hệ sau:

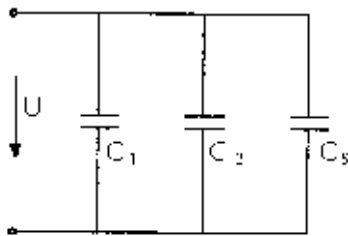
$$C = \sum_1^S C_S \quad (1.67)$$

Thực hiện các công thức (1.66) và (1.67) theo dạng phức có được:

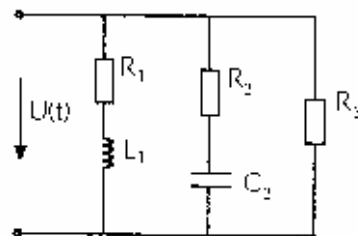
$$Z = \sum_1^K Z_i \quad , \text{ ở mạch nối tiếp, } (1.68)$$

$$Y = \sum_1^L Y_S \quad , \text{ ở các mạch song song, } (1.69)$$

Với các mạch hỗn hợp thường tìm trở kháng tương đương
Xét mạch hình (1.21), tìm Z_{td} của mạch.



Hình 1.20. Nối song song phần tử C



Hình 1.21. Mạch song song

$$Z_{td} = \frac{1}{Y_{td}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1 + jX_{L1}} + \frac{1}{R_2 - jX_{C2}} + \frac{1}{R_3}}$$

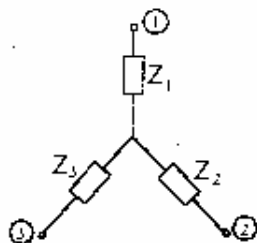
hoặc:

$$\frac{1}{Z_{td}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}$$

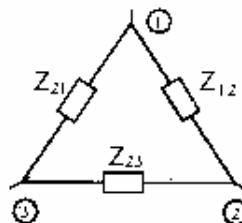
với: $Z_1 = R_1 + j\omega L_1$; $Z_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C_2}$; $Z_3 = R_3$.

1.4.2. Biến đổi sao (Y) – tam giác (Δ)

Cho 2 mạch hình 1.23 và 1.24 với điều kiện dòng và điện áp trên các cực 1, 2 và 3 trong 2 sơ đồ nối sao (Y) và nối (Δ) đều giống nhau, ta dễ chứng minh được quan hệ sau đây:



Hình 1.23. Nối sao (Y)



Hình 1.24. Nối tam giác (Δ)

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{Z_{12} \cdot Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \\ Z_2 &= \frac{Z_{23} \cdot Z_{12}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \\ Z_3 &= \frac{Z_{31} \cdot Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \\ Z_{12} &= Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} ; \\ Z_{23} &= Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_1} ; \\ Z_{31} &= Z_3 + Z_1 + \frac{Z_3 Z_1}{Z_2} ; \end{aligned} \quad (1.70)$$

$$\begin{aligned} Z_{12} &= Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} ; \\ Z_{23} &= Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_1} ; \\ Z_{31} &= Z_3 + Z_1 + \frac{Z_3 Z_1}{Z_2} ; \end{aligned} \quad (1.71)$$

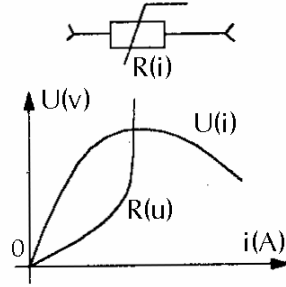
1.5. KHÁI NIỆM VỀ MẠCH VÀ PHẦN TỬ PHI TUYẾN

1.5.1. Phần tử phi tuyến

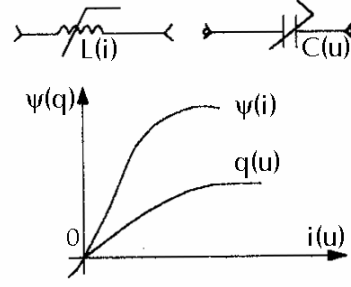
Khi các thông số của phần tử không phải là hằng số, mà chúng phụ thuộc vào dòng điện và điện áp qua nó như $R(i)$, $R(u)$ ta có phần tử trở phi tuyến, rõ ràng lúc này:

$$R(i) \neq \text{const} \quad \text{và} \quad R(u) \neq \text{const} \quad (1.73)$$

Với điện trở thường có đặc tính Von – Ampe là không đường thẳng như hình 1.25.



Hình 1.25. Phần tử phi tuyến.



Hình 1.26. Ký hiệu và đặc tính của cuộn cảm $\psi(i)$ và $q(u)$ phi tuyến.

Với các cuộn dây phi tuyến có quan hệ:

$$L(i) = \frac{\partial \psi}{\partial i} \neq \text{const} \quad (1.74)$$

và tụ điện có: $c(u) = \frac{\partial q}{\partial u} \neq \text{const} \quad (1.75)$

Thường tính chất phi tuyến của các cuộn cảm do tính bão hoà từ lõi thép, còn với tụ điện do điện môi của chúng quyết định.

Trên hình 1.26 biểu diễn và ký hiệu các phần tử phi tuyến. Với cuộn cảm thường xét đặc tính từ thông – dòng điện ($W_b - A$) còn tụ điện là quan hệ điện tích – điện áp (Coulomb – Vôn).

1.5.2. Mạch phi tuyến

Trong mạch điện chỉ cần một phần tử phi tuyến thì đó là mạch phi tuyến. Ví dụ trên hình (1.27a,b,c) là mạch phi tuyến. Do quan hệ phức tạp giữa các thông số nên phương trình viết cho mạch phi tuyến là phức tạp. Thường gặp các phần tử phi tuyến sau đây:

+ Điện dẫn phi tuyến:

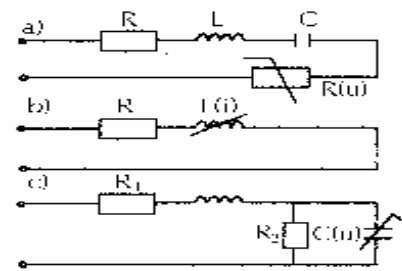
$$i = a \cdot u^b, \text{ với } a, b \text{ là các hệ số.}$$

+ Điện cảm phi tuyến:

$$\psi = ai + bi^3,$$

+ Điện dung phi tuyến:

$$q = qu + bu^5; \quad (1.76)$$



Hình 1.27. Mạch phi tuyến.

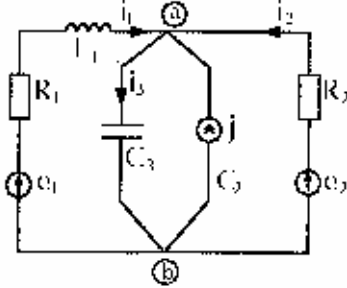
1.6. HAI ĐỊNH LUẬT KIẾCHHOOF

1.6.1. Kết cấu mạch điện

Mạch điện được xây dựng dựa trên các nhánh và nút (hoặc gọi là đỉnh).

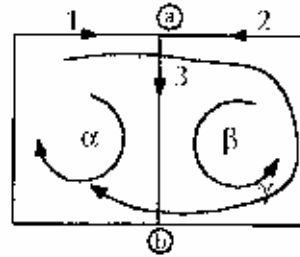
Lý thuyết mạch điện

Nhánh là một phần của mạch điện, chỉ gồm các phần tử nối tiếp nhau và qua chúng chỉ có duy nhất dòng điện chạy qua. Như vậy có thể coi nhánh có một dòng điện chung chạy qua phần tử. Nút của mạch điện là giao điểm của 3 nhánh trở lên. Trên hình 1.28 là mạch điện đánh số theo các nhánh 1, 2 và 3, còn 2 nút a và b. Như đã xem xét nguồn sức điện động và dòng điện chuẩn, ta coi tụ điện C_3 nối song song với nguồn J.



Hình

Mạch điện.



Hình 1.29. Mắt lưới và vòng.

1.28.

Nhờ có các nút và nhánh mà trong mạch có các vòng. Vòng (luôn hiểu là kín) là một phần của mạch điện bao gồm các nhánh và nút hợp thành một đường kín, qua đó mỗi nhánh và nút chỉ gặp một lần. Trên hình 1.28 có thể xác định được 3 vòng.

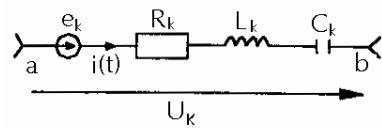
Ở mạch điện phẳng, nơi có thể áp mạch điện xuống mặt phẳng ta có thêm khái niệm mắt lưới. Mắt lưới là những vòng nhỏ nhất của mạch điện mà nó không bao (trùm) vòng nào khác. Trên hình 1.28 có thể vẽ lại như hình 1.29 với 3 vòng α , β , γ , nhưng mắt lưới chỉ có α và β . Có thể nhận xét mắt lưới bao giờ cũng nhỏ hơn số vòng, và mắt lưới dễ xác định nhất.

1.6.2. Định luật Kiếchoof và luật Ôm

a) Luật Ôm

Với một nhánh bất kỳ nối tiếp các phần tử có thể tìm được quan hệ dòng điện và điện áp của nó, đó là luật Ôm tổng quát.

Trên hình 1.30 là nhánh, với chiều dòng áp quy ước ta có được:



Hình 1.30. Nhánh.

$$u_K(t) = e_K(t) - u_{RK}(t) - u_{LK}(t) - u_{CK}(t)$$

$$u_K(t) = e_K(t) - Ri(t) - L \frac{di}{dt} - \frac{1}{C} \int i dt \quad (1.77a)$$

Chuyển sang dạng toán tử hình thức:

$$u_K(p) = e_K(p) - Ri(p) - pLi(p) - \frac{1}{pc}i(p)$$

$$u_K(p) = e_K(p) - \left(R + pL + \frac{1}{pc} \right) i(p) \quad (1.77b)$$

Khi chuyển sang số phức:

$$\dot{U}_K = \dot{E}_K - \left[R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] \dot{I} \quad (1.77c)$$

$$\dot{U} = \dot{E}_K - Z \dot{I} \quad (1.77d)$$

Các công thức (1.77a), (1.77b), (1.77c) và (1.77d) được coi là luật Ôm tổng quát cho nhánh có nguồn sức điện động.

b) Luật Kiéchoof 1

Theo vật lý có phát biểu: “Tổng đại số dòng điện vào, ra tại một nút của mạch đều bằng không”.

$$\sum i_K(t) = 0 \quad (1.78a)$$

Chú ý dòng điện ở đây chứa cả nguồn dòng $J(t)$, còn chiều dòng điện thường qui ước (không bắt buộc) mang dấu (+) khi đi ra khỏi nút và (-) khi đi vào nút.

Trên hình 1.28 có 2 nút:

$$(a) \quad i_3 - i_1 - i_2 - j = 0$$

$$(b) \quad -i_3 + i_1 + i_2 + j = 0$$

Có thể thấy phương trình viết cho nút (a) và (b) phụ thuộc vào nhau vì đổi dấu phương trình này là phương trình kia. Do đó trong mạch điện nhiều nút (lớn hơn 2), sau đây ta dễ chỉ ra số phương trình độc lập viết theo luật Kiéchoof 1 bằng số đỉnh (nút) trừ 1. Có thể chuyển phương trình (1.78a) sang các dạng toán tử, phức:

$$\sum_{\text{nút}} i_K(p) = 0 \quad (1.78b)$$

$$\sum_{\text{nút}} \dot{I}_K(j\omega) = \sum_{\text{nút}} \dot{I}_K(j\omega) = 0 \quad (1.78c)$$

c) Phương trình Kiéchoof 2

Phát biểu như sau: “Theo chiều bất kỳ của vòng đã chọn, tổng đại số các sụt áp trên các phần tử bằng không”.

$$\sum_{\text{vòng}} u_K(t) = 0 \quad (1.79a)$$

Qui ước dấu của các điện áp trên các phần tử như sau: Nếu áp trên phần tử cùng chiều vòng thì nó mang dấu (+) và ngược chiều với vòng thì mang dấu (-).

Như đã biết chiều của điện áp trên nguồn sức điện động bao giờ cũng ngược nhau (ví dụ khi trở kháng nguồn bằng không): $-e(t) = u(t)$, từ đó có cách phát biểu khác: “Theo chiều bất kỳ của vòng đã chọn, tổng đại số các sụt áp trên các phần tử thụ động bằng tổng đại số các nguồn sức điện động trong vòng đó”:

$$\sum_{\text{vòng}} u_K(t) = \sum_{\text{vòng}} e_K(t) \quad (1.80a)$$

Lý thuyết mạch điện

Phương trình (1.80a) quen sử dụng hơn (1.79). Trên hình 1.29 có 3 vòng tương ứng với bài toán hình 1.28, có:

$$\text{Vòng } \alpha: \quad R_1 i_1(t) + L_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{c_3} \int i_3(t).dt = e_1(t)$$

$$\text{Vòng } \beta: \quad R_2 i_2(t) + \frac{1}{c_3} \int i_3(t).dt = e_2(t)$$

$$\text{Vòng } \gamma: \quad R_1 i_1(t) + L_1 \frac{di_1}{dt} R_2 i_2(t) = e_1(t).e_2(t)$$

Có thể nhận thấy trong 3 phương trình cho các vòng α , β và γ trên có một phương trình phụ thuộc. Nếu chọn hai mắt lưới α và β thì ở đó có 2 phương trình độc lập. Vì thế với bài toán nhiều vòng người ta thường chọn các mắt lưới để viết phương trình kiếchoof 2 (ta sẽ xem xét kỹ ở phần sau).

Từ các phương trình thời gian dễ chuyển sang dạng phức, toán tử:

$$\text{Vòng } \alpha: \quad R_1 i_1(p) + pL_1 i_1(p) + \frac{1}{pc_3} i_3(p) = e_1(p)$$

$$R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 - j \frac{1}{\omega c_3} \dot{I}_3 = \dot{E}_1$$

$$\text{Vòng } \beta: \quad R_2 \dot{I}_2 - j \frac{1}{\omega c_3} \dot{I}_3 = \dot{E}_2$$

$$R_2 i_2(p) + \frac{1}{pc_3} i_3(p) = e_2(p)$$

Ta xét lại nhánh K ở hình 1.30 theo cách lập phương trình Kiếchoof 2:

$$u_k(t) + R_k i_k + L \frac{di_k}{dt} + \frac{1}{c} \int i_k dt = e_k(t) \quad \text{và từ đó trở về luật Ôm cho}$$

nhánh như đã xét.

d) Nhánh chuẩn cho mạch điện

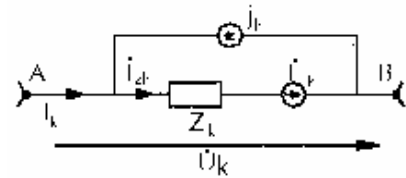
Để tiện cho phân tích mạch điện ta đưa ra một sơ đồ một nhánh chuẩn gồm đủ các nguồn $e(t)$ và $j(t)$, cùng với nó tổng quát là 1 trở kháng Z , hình 1.31.

Với qui ước các chiều của dòng $\dot{I}_K, \dot{I}_{ZK}$, của $\dot{U}_K, \dot{J}_K$ ta lập phương trình theo Kiếchoof 1 và 2 và dễ tìm được:

$$\dot{U}_K + \dot{E}_K = Z_K (\dot{I}_K + \dot{J}_K) \quad (1.81)$$

$$\text{hoặc:} \quad \dot{I}_K + \dot{J}_K = Y_K (\dot{U}_K + \dot{E}_K) \quad (1.82)$$

$$\text{Ở đây:} \quad Y_K = \frac{1}{Z_K}, \text{ và chú ý: } \dot{I}_{ZK} = \dot{I}_K + \dot{J}_K \quad (1.83)$$



Hình 1.31. Nhánh chuẩn.

Các phương trình (1.81) và (1.82) viết cho số phức, nhưng ta có thể tìm dạng thời gian hoặc toán tử một cách tương ứng.

Rõ ràng dạng (1.81) liên quan tới trở kháng Z_K , còn (1.82) liên quan tới dẫn nạp Y_K . Từ đó có thể tìm hướng phân tích khác nhau, ta sẽ xét ở các phần sau.

Mở rộng cho mạch điện có thể tìm được quan hệ dòng áp, sức điện động toàn mạch theo các ma trận quan hệ.

e) Phương trình dòng áp ma trận cho mạch điện

Theo công thức (1.81) viết theo dạng thời gian:

$$U_K(t) + e_K(t) = Z_K \{[i_K(t)] + [J_K(t)]\} \quad (1.84)$$

$$\text{trong đó: } Z_K = R_K + L_K \frac{d}{dt} + \frac{1}{c_K} \int dt \quad (1.85)$$

(Ở đây ta chưa xét mạch hồ cảm).

Theo công thức (1.82) viết theo dạng thời gian:

$$i_K(t) + J_K(t) = Y_K \{[u_K(t)] + [e_K(t)]\} \quad (1.86)$$

$$\text{trong đó: } Y_K = \frac{1}{Z_K} \quad (1.87)$$

Mở rộng cho mạch điện với các ma trận dòng, áp, trở kháng sau:

$$\begin{aligned} [i_{Nh}] &= \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \dots \\ i_{Nh} \end{bmatrix}; [u_{Nh}] = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_{Nh} \end{bmatrix}; [e_{Nh}] = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_{Nhe} \end{bmatrix}; [J_{Nh}] = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_{Nh} \end{bmatrix} \\ [Z_{Nh}] &= \begin{bmatrix} Z_1 & & 0 \\ & Z_2 & \\ & & \dots \\ 0 & & Z_{Nh} \end{bmatrix} \quad \text{với } X_{Nh} = R_{Nh} + L_{Nh} \frac{d}{dt} + \frac{1}{c_{Nh}} \int dt \\ \text{và: } [Y_{Nh}] &= \begin{bmatrix} Y_1 & & 0 \\ & Y_2 & \\ & & \dots \\ 0 & & Y_{Nh} \end{bmatrix} \quad \text{với } Y_{Nh} = \frac{1}{Z_{Nh}} \end{aligned} \quad (1.88)$$

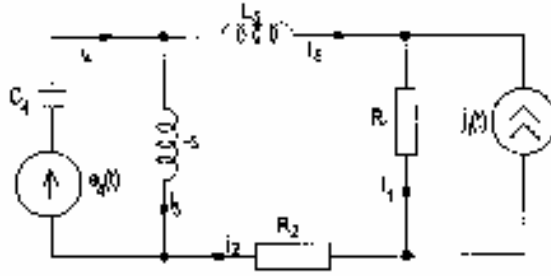
Chú ý rằng ngoài hai ma trận trở kháng $[Z_{Nh}]$ và $[Y_{Nh}]$ dẫn nạp là ma trận đường chéo, còn các ma trận khác là ma trận cột, với số hạng là Nh . Từ các biểu diễn (1.88) thế vào (1.84), (1.85), (1.86) và (1.87) ta có:

$$[u_{Nh}] + [e_{Nh}] = [Z_{Nh}] \{[i_{Nh}] + [J_{Nh}]\} \quad (1.89)$$

$$[i_{Nh}] + [J_{Nh}] = [Y_{Nh}] \{[u_{Nh}] + [e_{Nh}]\} \quad (1.90)$$

Lý thuyết mạch điện

Ví dụ 1: Lập phương trình Kiếchoof 1 và 2 cho mạch và sắp xếp chúng có dạng ma trận.



Hình 1.32.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ R_1 & R_2 & -L_3 \frac{d}{dt} & 0 & L_5 \frac{d}{dt} \\ 0 & 0 & L_3 \frac{d}{dt} & \frac{1}{C_4} \int dt & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ i_3(t) \\ i_4(t) \\ i_5(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ j_1(t) \\ 0 \\ 0 \\ e_4(t) \end{bmatrix}$$

Ví dụ 2: Cùng với mạch điện cho ở ví dụ 1, lập dạng phương trình:

$$[u_{Nh}] + [e_{Nh}] = [Z_{Nh}] \{ [i_{Nh}] + [j_{Nh}] \}$$

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ e_4(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & & & & \\ & R_2 & & & \\ & & L_3 \frac{d}{dt} & & \\ & & & \frac{1}{C_4} \int dt & \\ & 0 & & & L_5 \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ i_3(t) \\ i_4(t) \\ i_5(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j_1(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\};$$

Ví dụ 3: Cũng với mạch ở ví dụ 1, lập dạng phương trình:

$$[i_{Nh}] + [j_{Nh}] = [Y_{Nh}] \{ [u_{Nh}] + [e_{Nh}] \}$$

$$\begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ i_3(t) \\ i_4(t) \\ i_5(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j_1(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & & & & \\ & \frac{1}{R_2} & & & \\ & & \frac{1}{L_3} \int dt & & \\ & & & c_4 \frac{d}{dt} & \\ & & & & \frac{1}{L_5} \int dt \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ e_4(t) \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

Câu hỏi ôn tập, kiểm tra đánh giá chương 1 .

- 1/ Các dạng tín hiệu trong hệ thống thông tin ,viễn thông .Chuỗi Furiê có ý nghĩa phân tích tín hiệu như thế nào .Nguyên tắc truyền thông của hệ thống Viễn thông .
- 2/ Các loại nguồn tín hiệu và sơ đồ của chúng .
- 3/ Qui tắc biểu diễn dòng điện ,điện áp và công suất trong nhánh và mạch khi có nguồn bên trong .
- 4/ Quan hệ dòng điện ,điện áp và công suất trong các nhánh thuần trở, thuần cảm và thuần dung .
- 5/ Quan hệ hồ cảm giữa các cuộn dây lõi thép và cách thể hiện hồ cảm thuận và ngược .
- 6/ Véc tơ quay biểu diễn và tính toán các thông số của mạch điện điều hoà .
- 7/ Số phức biểu diễn các thông số của mạch điện điều hoà; dòng, áp công suất, thông số thụ động; trở kháng ,dẫn nạp .
- 8/ Ý nghĩa trị số hiệu dụng trong mạch điiều hoà .
- 9/ Các phép biến đổi tương đương mạch điện .
- 10/ Phân biệt phần tử và mạch tuyến tính với phi tuyến .
- 11/ Hai luật Kiếrchốp và Ohm áp dụng cho nhánh chẵn và mạch điện .

CHƯƠNG II

CÁC ĐỊNH LUẬT VÀ PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH

2.1. GRAF CỦA MẠCH ĐIỆN

2.1.1. Khái niệm về Graf Kiếchoof

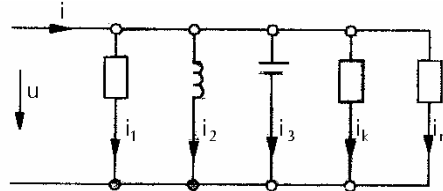
Mạch điện như đã biết được thiết lập bởi các nhánh và nút. Mạch điện hình 1.28 được biểu diễn đơn giản hơn trong hình 1.29, trong đó các đoạn thẳng đã thay thế cho các nhánh. Chiều của nhánh cùng chiều với dòng điện và điện áp của nó. Mỗi một nhánh với số chỉ của mình chứa đựng các thông tin về nhánh, ví dụ nhánh 1 được hiểu: có dòng i_1 , có áp u_1 , có sức điện động ký hiệu e_1 , có trở kháng Z_1 , $Z_1(p)$ hay R_1 , L_1 và $C_1 \dots$ Như vậy mặc dù chỉ là một đoạn thẳng có chiều nhưng nhánh đó đã được đặc trưng hoá rất nhiều thông tin kèm với số chỉ của nó. Vậy tập hợp các nhánh có chiều cùng với các nút đã tạo ra một hình dáng đơn giản hơn biểu diễn mạch điện. Đó gọi là Graf Kiếchoof hay Graf năng lượng, trong đó về kết cấu rất gần gũi với mạch điện đã biết.

Bản thân các nhánh và các nút theo tính chất mạch điện chứa đựng nguyên tắc chấp nối nối tiếp và song song sau đây:

Nếu nối tiếp các phần tử trong nhánh (hình 2-1) thì điện áp trên nhánh là tổng các điện áp thành phần – gọi là chấp nối nối tiếp.

$$U = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$U = \sum_1^n u_K \quad (2.1)$$



Hình

2.1. Chấp nối nối tiếp.

Hình 2. 2. Chấp nối song song.

Với các nhánh song song do luật Kiếchoof 1 tạo nên dòng điện tổng bằng tổng các dòng thành phần, hình 2.2.

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n = \sum_1^n i_K \quad (2.2)$$

Với các biểu diễn bằng Graf trên, từ chấp nối nối tiếp và song song Graf có những tính chất hình học (tôpô độc lập với tính chất của các phần tử và các loại mạch điện).

Từ đó với các luật Tôpô ta có thể dễ dàng phân tích mạch điện.

2.1.2. Graf con và các thành phần của Graf

Một nhánh với hai đầu chứa hai nút (hoặc 1 nút) là một thành phần nhỏ nhất của Graf. Mọi thành phần bất kỳ (gồm cả thành phần nhỏ nhất) gọi là Graf con, hay Graf con là một thành phần của Graf. Các Graf con có tính chất là nó tạo nên những khái niệm hình học có những qui luật nhất định (luật tô pô).

Trong Graf và Graf con có khái niệm sau đây:

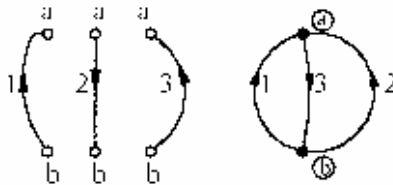
+ Đường: là tập hợp các nhánh nối liên tiếp nhau chạy qua nút và các nút không được tham gia hơn một lần.

+ Vòng (hay vòng kín): là con đường khép kín nó không có điểm đầu và điểm cuối.

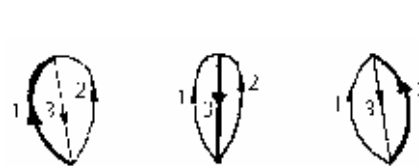
+ Cây: là tập hợp các nhánh nối với đủ các nút nhưng không tạo vòng kín nào. Có thể nhận xét quy luật sau: Nếu mạch, Graf có Nh – nhánh và N – nút (đỉnh) thì số nhánh trong mọi cây:

$$C = N - 1 \quad (2.3)$$

Như định nghĩa trên có thể tìm thấy rất nhiều cây trong 1 Graf, nhưng cái chung của các cây đó là số nhánh của mọi cây C. Xét mạch điện hình 1.28 có Graf ở hình 2.3.



Hình 2.3. Graf đơn giản.



Hình 2.4. Cây và bù cây.

Có 3 cây, trong mỗi cây chỉ có một nhánh là 1, 3 và 2. Rõ ràng với $N = 2$ thì $C = 2 - 1 = 1$.

+ Bù cây: là tập hợp các nhánh phủ lên cây đã chọn để lập ra Graf.

Trên hình 2.4 ứng với 3 cây đã chọn là 1, 3 và 2 (vẽ nét đậm), còn các nét nhạt là các bù cây.

Dễ nhận thấy các bù cây trên hình 2.4 có số lượng nhánh đều là 2.

Ta thấy rằng số nhánh trong mọi bù cây B_c được xác định:

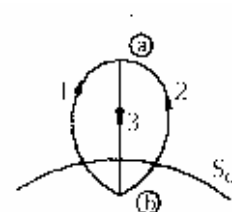
$$B_c = Nh - N + 1 \quad (2.4)$$

+ Tập cắt: là tập hợp các nhánh và các nút chia Graf thành các

Graf con.

Như vậy một phép tách Graf bất kỳ đều tạo ra tập cắt. Thường hiểu tập cắt như là mặt cắt đôi Graf ra 2 phần bất kỳ (không phân biệt bên to bên nhỏ) và trên mặt cắt chứa nhánh cùng với các nút liên quan tới nhánh đó gọi là tập cắt.

Trên hình 2.5 xác định tập cắt S_0 . Trong S_0 chứa 3 nhánh 1, 3 và 2 cùng với nút hoặc phía b hoặc phía a. Ở đây bài toán đơn giản, nên S_0 là duy nhất cắt đôi Graf. Ở mạch phức tạp có S_n tập cắt và cắt thường không đều, nhưng mặt cắt bé nhất chứa một nút



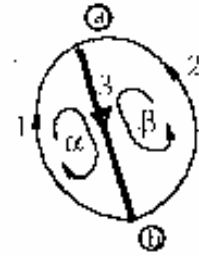
Hình 2.5.
Tập cắt S_0 .

và các nhánh nối nối tiếp, các nhánh này chứa ít nhất một cành của cây.

2.1.3. Quan hệ các thông số của Graf với số phương trình Kiéchoof

Trong một Graf có nhiều vòng, người ta định nghĩa về loại vòng đặc biệt là vòng chính. Vòng chính là vòng bao gồm một nhánh của bù cây và các nhánh của cây đã chọn. Rõ ràng mỗi một bù cây B_c cho phép lập một vòng chính.

Trên hình 2.6 với cây chọn trước là 3, thì có 2 vòng chính α – do bù cành 1 lập ra, còn vòng chính β – do bù cành 2 lập ra. Như trên đã xét mặt lưới α và β để lập được hai phương trình Kiéchoof 2 độc lập. Có luật về số phương trình độc lập theo luật Kiéchoof 2 như sau:



Hình 2.6.
Vòng chính.

Số phương trình Kiéchoof 2 độc lập = Số vòng chính = Số bù cây B_c .

với: $B_c = Nh - N + 1$

Từ đây, để đỡ nhầm lẫn các phương trình viết theo Kiéchoof 2 ở mạch phức tạp, ta nên chọn cây sau đó cứ mỗi một bù cây cùng với cây đã chọn lập một phương trình. Có thể nhận xét bằng cách chọn cây thích hợp thì mỗi một mặt lưới chứa một bù cây và số phương trình độc lập cũng là số mặt lưới.

Khái niệm tập cắt chính được định nghĩa như sau:

Tập cắt chính bao gồm một nhánh của cây và các bù cây. Mỗi nhánh của cây cho phép lập một tập cắt chính. Xem hình 2.4 với từng cây đã chọn (chỉ có 1 cành – nhánh) kết hợp với hai bù cây ta có một tập cắt chính, vậy chỉ có 1 tập cắt chính. Có thể chứng minh được kết quả sau đây số phương trình Kiéchoof 1 độc lập bằng số phương trình viết cho tập cắt chính và bằng số nhánh của cây $C = N - 1$.

Ví dụ: Cho Graf tương ứng với mạch điện như hình 2.7a. Hãy chọn cây, bù cây, lập các tập cắt và viết các phương trình Kiéchoof 1 và 2 độc lập.

Giải:

Chọn cây với các nhánh 2, 6 và 5 (nét đậm), các bù cây là 1, 3 và 4 (nét nhạt). Vì có $N - 1 = 4 - 1 = 3 = c$, vậy cần tạo ra 3 tập cắt chính và viết phương trình Kiéchoof 1 cho từng tập cắt này. Chọn S_6 để nó chỉ cắt nhánh 6. Ở đây S_j là tập cắt ứng với nhánh của cây.

Từ đó lập các phương trình:

$$\text{Tập cắt } S_2 : \quad + i_2 + i_3 - i_1 = 0$$

$$\text{Tập cắt } S_5 : \quad + i_5 + i_4 - i_1 = 0$$

$$\text{Tập cắt } S_6 : \quad + i_6 + i_4 + i_3 - i_1 = 0$$

Với chiều dương (+) của dòng điện khi nó cùng chiều với dòng điện của nhánh tạo ra tập cắt chính.

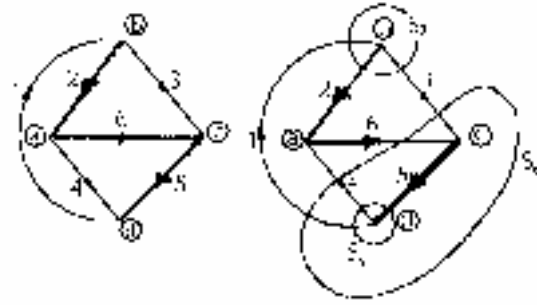
Với cây đã chọn có thể tìm được 3 vòng chính và lập Kiechoof2 cho từng vòng này.

$$u_1 + u_2 + u_5 + u_6 = 0$$

$$u_3 - u_2 - u_6 = 0$$

$$u_4 - u_5 - u_6 = 0$$

Với chiều dương của vòng chính là chiều của nhánh bù cây tạo ra nó dùng làm chuẩn.



Hình 2.7a và b.

2.2. CÁC MA TRẬN TÔ PÔ MẠCH

Các ma trận tô pô cho biết cấu trúc hình học của mạch điện bằng các con số. Các ma trận tô pô quan trọng nhất là các ma trận nút A, ma trận B và ma trận vết cắt Q.

2.2.1. Ma trận cấu trúc[A]

Có thể chọn một nút bất kỳ trong số N_n nút của mạch điện làm gốc, ma trận nút của mạch điện có $(N_n - 1)$ hàng và N_{Nh} cột với các phần tử ma trận.

$a_{ij} = 1$ nếu nhánh j có chiều chỉ ra khỏi nút i .

$a_{ij} = -1$ nếu nhánh j có chiều chỉ vào nút i .

$a_{ij} = 0$ nếu nhánh j không nối với nút i .

Thứ tự ký hiệu các nút và nhánh không quan trọng.

Hàng của nút bất kỳ được chọn làm gốc có thể suy luận được từ $(N_n - 1)$ hàng ứng với các nút còn lại. Bởi vì mỗi nhánh đều nối hai nút vì nếu chiều dòng trên nhánh đi vào nút này, tức là đi khỏi nút kia, vì vậy tổng giá trị các phần tử của một cột bao giờ cũng bằng 0 (nếu tính cả hàng ứng với nút gốc), từ đó dễ dàng suy luận hàng ứng với nút gốc.

Xét mạch điện và graf ở hình 2.7. Có ma trận[A] ở bảng bên. Với nhận xét theo cột có giá trị tổng bằng không, vì chỉ có 2 giá trị 1 và -1, nên có thể bỏ qua một hàng - ứng với một nút nào đó. Nút bỏ đi coi là nút chuẩn và giả thiết thế tại đó bằng không. Ví dụ chọn $\varphi_d = 0$ có ma trận:

Nh N	1	2	3	4	5	6
a	0	-1	0	1	0	1
b	-1	1	1	0	0	0
c	0	0	-1	0	1	-1
d	1	0	0	-1	-1	0

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Ma trận cấu trúc $[A]$ có các đặc điểm sau:

- a) Cặp $(1, -1)$ trên một cột chỉ rõ nhánh đó nối từ đỉnh nào tới đỉnh nào.
- b) Trên một hàng có thể xác định được có bao nhiêu nhánh nối vào đỉnh đó và với chiều ra sao: $+1$ chỉ chiều ra khỏi nút, -1 chỉ chiều vào nút, còn 0 là nhánh đó không liên quan.
- c) Với ma trận $[A]$ đã bỏ đi một hàng có thể khôi phục lại dễ dàng do tính tổng theo cột bằng không.

Từ các đặc điểm trên có thể tìm được:

luật Kiéchoof 1:

$$[A] \cdot [i_{Nh}] = 0 \quad (2.6)$$

và luật Kiéchoof 2:

$$[u_{Nh}] = [A^T] \cdot [\varphi^{N-1}] \quad (2.7)$$

Trong đó: $[u_{Nh}]$, $[i_{Nh}]$ – là ma trận cột có số hàng bằng số nhánh.

$[A^T]$ – là ma trận chuyển vị của $[A]$.

$[\varphi^{N-1}]$ – là ma trận thế đỉnh, cũng là ma trận cột có số hàng bằng số nút trừ đi 1: $(N - 1)$.

$$[i_{Nh}] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_{Nh} \end{bmatrix}; \quad [u_{Nh}] = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{Nh} \end{bmatrix}; \quad [\varphi^{N-1}] = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2.2.2. Ma trận vết cắt Q

Ma trận vết cắt của mạch điện có $(N_n - 1)$ hàng và N_{Nh} cột (trong đó: $(N_n - 1)$ là số vết cắt cơ bản) với các phần tử của ma trận.

$q_{ij} = 1$ nếu hướng của nhánh j thuộc vết cắt i có cùng chiều với chiều vết cắt i .

$q_{ij} = -1$ nếu chiều của nhánh trên ngược với chiều của vết cắt i .

$q_{ij} = 0$ nếu nhánh j không thuộc vết cắt i .

Với mạch điện graf 2.7 có ma trận tập cắt Q.

Bảng: Ma trận tập cắt Q

Nh S _K	1	2	3	4	5	6
S ₂	-1	1	1	0	0	0
S ₅	-1	0	0	1	1	0
S ₆	-1	0	1	1	0	1

Đặc điểm của ma trận Q:

a) Cột nào của ma trận chỉ có số hạng giá trị 1 thì đó là nhánh của cây đã chọn, ví dụ nhánh 2, 5 và 6.

b) Các số hạng -1 , $+1$ biểu thị trong một hàng thể hiện các nhánh đó tham gia vào tập cắt, Chỉ số $+1$ là chiều nhánh cùng chiều tập cắt (chiều nhánh cây) và chỉ số -1 biểu thị nhánh ngược chiều.

Do tính chất trên, ma trận tập cắt diễn tả:

Luật Kiéchoof 1:

$$[Q] \cdot [i_{Nh}] = 0 \quad (2.9)$$

Luật Kiéchoof 2: [

$$[U_{Nh}] = [Q^T] \cdot [U_c] \quad (2.10)$$

Trong đó: $[U_c]$ – là ma trận điện áp nhánh của cây đã chọn, nó là ma trận cột có số hàng bằng số nhánh của cây (c).

$$[u_c] = \begin{bmatrix} u_2 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.2.3. Ma trận chấp nối B (hay ma trận vòng nhánh)

Ma trận mạch của mạch điện có B_c hàng N_{Nh} cột (trong đó B_c nghiệp vụ là số vòng cơ bản) với các phần tử ma trận:

$b_{ij} = 1$ nếu chiều nhánh j thuộc vòng i cùng chiều với qui ước của vòng.

$b_{ij} = -1$ nếu chiều nhánh trên ngược với chiều qui ước của vòng.

$b_{ij} = 0$ nếu nhánh j không thuộc vòng i .

Với mạch điện graf ở hình 2.7 có ma trận $[B]$ ở bảng.

Bảng ma trận $[B]$

Nh B_c	1	2	3	4	5	6
1	1	1	0	0	1	1
3	0	-1	1	0	0	-1
4	0	0	0	1	-1	-1

Với các vòng lấy cùng chiều với bù cạnh B_c , ta có 3 vòng là 1, 3 và 4.

Đặc điểm của ma trận $[B]$:

a) Trên cột nào chỉ có một giá trị 1 đó là cột nhánh của bù cây. Ví dụ chọn ra 3 nhánh bù cây là 1, 3 và 4.

b) Các số hạng $+1$ và -1 trong một hàng chỉ ra có bao nhiêu nhánh tham gia vào bù cạnh – vòng đó. Với $+1$ chỉ rõ chiều của nhánh cùng chiều vòng và -1 chỉ ra chiều ngược nhau giữa vòng và nhánh.

Do các đặc điểm trên có thể lập được các ma trận theo các luật Kiéchoof1 và 2.

$$[B] \cdot [U_{Nh}] = 0 \quad (2.12)$$

$$[i_{Nh}] = [B^T] \cdot [i_{BC}] = [B^T] \cdot [i_v] \quad (2.13)$$

Trong đó: Ma trận $[i_v]$ hay $[i_{BC}]$ là ma trận cột, có số hàng bằng số nhánh bù cây B_c .

$$[i_v] = [i_{BC}] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

2.2.4. Quan hệ giữa các ma trận $[A]$, $[Q]$ và $[B]$

Với một graf đã cho có thể chọn một cây thích hợp để có các ma trận:

$$[A_c] = 1; [B_{BC}] = 1; [Q_C] = 1 \quad (2.15)$$

Trong đó: Ma trận theo cây là C và ma trận theo bù cây là B_c . Cây chọn như vậy thường có cây là nút gốc với một nút khác nữa, và chiều các nhánh hoặc cùng đi vào hoặc cùng đi ra khỏi nút gốc.

Ma trận $[A]$ và $[Q]$ viết cho luật Kiéchoof1, còn ma trận $[B]$ viết cho luật Kiéchoof2.

Có thể thấy ma trận $[Q]$ tổng quát hơn ma trận $[A]$, hay ma trận $[A]$ là trường hợp riêng của $[Q]$.

Ma trận $[A]$, $[Q]$ và $[B]$ cho phép biểu diễn tính chất tô pô của mạch bằng ngôn ngữ đại số và dùng nó để phân tích mạch rất hiệu quả.

Có thể tìm được quan hệ giữa các ma trận tô pô $[A]$, $[Q]$ và $[B]$ với một graf theo một cây đã chọn.

$$[A] \cdot [B^T] = 0 \quad (2.16)$$

$$[Q] \cdot [B^T] = 0 \quad (2.17)$$

Xét một nút i với 2 nhánh nối tới nó là 1 và j . Có thể lập ma trận $[A]$ và $[B]$ theo vòng K .

$[A]$:

Nh	j	1
N		
i	-1	-1

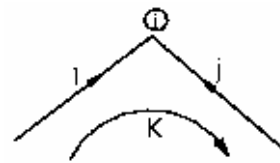
$[B]$:

Nh	j	1
B_c		
K	-1	+1

Lập và tính:

$$[A] \cdot [B^T] = [-1, -1] \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

Vậy (2.16) đã được chứng minh.



Hình 2.8.

Tương tự chứng minh được (2.17).

Với các ma trận cây và bù cây $[A_c]$, $[Q_c]$ và $[B_{BC}]$ có thể viết:

$$[A] = [A_c \ A_b] = [1 \ A_b] \quad (2.18)$$

$$[B] = [B \ B_{BC}] = [B_c \ 1] \quad (2.19)$$

$$[Q] = [Q_c \ Q_b] = [1 \ Q_b] \quad (2.20)$$

Trong đó: $[A_b]$, $[Q_b]$ là các ma trận bù cây, còn $[B_c]$ là ma trận cây. Từ đó có thể viết:

$$[U_{Nh}] = \begin{bmatrix} U_c \\ U_b \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$[i_{Nh}] = \begin{bmatrix} I_c \\ I_b \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

và có: $[U_b] = -[B_c] \cdot [u_c] \quad (2.23)$

$$[I_c] = -[Q_b] \cdot [i_b] \quad (2.24)$$

$$[U_c] = [A_c^T] \cdot [\varphi^{N-1}] \quad (2.25)$$

2.3. CÁC ĐIỀU KIỆN ĐẦU VÀ CÁC LUẬT ĐÓNG MỞ

Một vấn đề quan trọng trong việc giải các phương trình vi phân của các bài toán kỹ thuật là tìm ra các điều kiện đầu, từ đó xác định các hằng số tích phân của nghiệm tổng quát. Trong các bài toán mạch, các điều kiện đầu được quyết định chủ yếu trong các thông số quán tính L, M và C, mà ở đây có thể phát biểu dưới dạng các luật, gọi là luật đóng ngắt. Các luật này qui định tình trạng trong các phần tử quán tính của mạch ở lân cận những thời điểm đóng thêm và ngắt bớt các nguồn tác động cũng như các thông số thụ động, hay nói một cách tổng quát hơn, ở lân cận những thời điểm ở đó có những đột biến trong các thông số của mạch. Ứng với hai loại phần tử quán tính từ (L và M) và điện dung (C) có hai luật đóng ngắt sau đây:

a) Luật dòng qua cuộn cảm

Dòng qua cuộn cảm biến thiên liên tục tại thời điểm đóng mở.

$$i_L^K(-0) = i_L^K(+0) \quad (2.26)$$

Ở đây, thông số -0 chỉ chế độ trước lúc đóng mở cầu dao, còn $+0$ là sau khi chuyển chế độ (đã đóng hoặc mở cầu dao), chỉ số K nói lên có bao nhiêu cuộn cảm thì có bấy nhiêu điều kiện đầu.

Điều kiện trên dễ giải thích từ điện áp trên cuộn cảm sẽ không thể là đại lượng vật lý vô cùng lớn $u_L(t)$ mà hữu hạn, từ:

$$u_L(t) = L \left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0}$$

Ở đây dòng $i_L(t)$ vì thế phải liên tục (không gián đoạn).

b) Luật áp trên tụ

Điện áp trên tụ biến thiên liên tục tại thời điểm đóng mở.

$$u_c^k(-0) = u_c^k(+0) \quad (2.27)$$

Tương tự có thể căn cứ vào công thức dòng qua tụ hữu hạn $i_c(t)$ tại $t = 0$ để bắt áp trên nó liên tục.

$$i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}$$

c) Luật bảo toàn từ thông trong vòng kín

Thực thể vật lý tạo ra dòng điện ở kho từ là từ thông của nó. Luật bảo toàn năng lượng đảm bảo chính xác trong nhiều bài toán thực tế (bài toán không chính về mặt lý thuyết), trong khi luật dòng qua cuộn cảm không áp dụng được.

Ở các bài toán, có các vòng mà chỉ chứa các cuộn cảm với nhánh lý tưởng (nhánh không có giá trị R, L, C) cần dùng luật này.

Đó là: Tổng từ thông móc vòng trong mọi vòng kín phải liên tục ở thời điểm đóng mở.

$$\left. \begin{aligned} \sum L_k i_k(+0) &= \sum L_k i_k(-0) \\ \text{hay: } \sum \psi_k(+0) &= \sum \psi_k(-0) \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

d) Luật bảo toàn điện tích ở đỉnh

Tổng điện tích ở một đỉnh phải liên tục ở thời điểm đóng mở:

$$\left. \begin{aligned} \sum C_k U_k(+0) &= \sum C_k U_k(-0) \\ \text{hay: } \sum q_k(+0) &= \sum q_k(-0) \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

e) Luật bảo toàn từ thông trong mạch có hồ cảm

Trong vòng kín tổng từ thông của các cuộn cảm và tác dụng hồ cảm của nó cùng liên tục tại thời điểm đóng mở.

$$\sum L_k i_k(-0) \pm \sum M_k i_k(-0) = \sum L_k i_k(+0) \pm \sum M_k(+0) \quad (2.30)$$

Ví dụ 1: Cho mạch điện hình 2.9 với các thông số sau:

$E = 1V$; $r_1 = r_2 = 1\Omega$; $L = 1H$; $C = 1F$. Hãy tìm sơ kiện các dòng $i_1(+0)$, $i_2(+0)$, $i_3(+0)$ và các đạo hàm của chúng $i_1'(+0)$, $i_2'(+0)$, $i_3'(+0)$. Biết rằng chế độ cũ xác lập và tụ điện C chưa nạp điện.

Giải:

Các điều kiện đầu độc lập được xác định:

$$i_2(-0) = i_2(+0); u_c(-0) = u_c(+0)$$

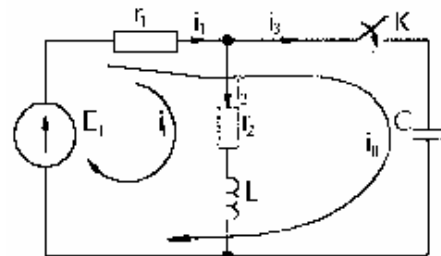
Ở chế độ cũ khi k mở:

$$i_1(-0) = i_2(-0) = \frac{E}{r_1 + r_2} = \frac{1}{1+1} = 0,5A$$

Tụ điện chưa nạp khi k mở nên có $U_c(-0) = 0$. Vậy:

$$i_2(+0) = i_2(-0) = 0,5A$$

$$u_c(+0) = u_c(-0) = 0V.$$



Hình 2.9.

Các điều kiện đầu phụ thuộc khác được xem xét từ hệ phương trình mạch sau khi đã đóng khoá k.

$$\left. \begin{aligned} i_1 - i_2 - i_3 &= 0 \\ r_1 i_1 + u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_3 dt &= E \\ r_1 i_1 + r_2 i_2 + Li'_2 &= E \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Tại $t = 0$ có:

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) &= 0 \\ r_1 i_1(0) + u_c(0) &= E \\ r_1 i_1(0) + r_2 i_2(0) + Li'_2(0) &= E \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Thay vào (b) $i_2(t_0=0) = 0,5A$ và $u_c(0) = 0$ có:

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) - 0,5 - i_3(0) &= 0 \\ i_1(0) + 0 &= 1 \\ i_1(0) + 0,5 + i'_2(0) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

Từ (c) giải được: $i_1(0) = 1A$; $i_3(+0) = 0,5A$ và $i'_2(+0) = -0,5A/s$.

Đạo hàm hệ phương trình (a) sau đó thay $t = t(0)$ có:

$$\left. \begin{aligned} i'_1(0) - i'_2(0) - i'_3(0) &= 0 \\ r_1 i'_1(0) + \frac{i_3(0)}{C} &= 0 \\ r_1 i'_1(0) + r_2 i'_2(0) + Li''_2(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (d)$$

Thay vào (d) các giá trị: $i'_2(+0) = -0,5A/s$ và $i_3(+0) = 0,5A$ đã tìm được ở trên có:

$$\left. \begin{aligned} i'_1(0) + 0,5 - i'_3(0) &= 0 \\ i'_1(0) + 0,5 &= 0 \\ i'_1(0) - 0,5 - i''_2(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (e)$$

Từ (e) giải được:

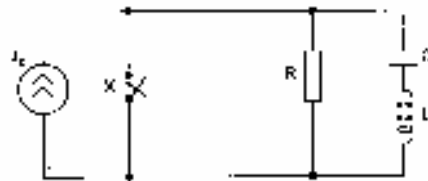
$$i'_3(+0) = 0 ; i'_1(+0) = -0,5A/s ; i''_2(+0) = 1A/s^2.$$

Ví dụ 2: Với nguồn một chiều J_0 hằng số, tìm điều kiện đầu độc lập khi khoá K đóng.

Với chế độ xác lập cũ dòng một chiều không đi qua tụ c vì dung kháng $X_{co}(\omega=0)$ là vô cùng lớn:

$$X_{co} = \frac{1}{\omega c} \approx \frac{1}{0.c} \approx \infty. \text{ Điện áp trên điện trở } R \text{ là: } U = J_0 \cdot R$$

Ở tần số $\omega = 0$ thì cảm kháng trên cuộn cảm $X_L = \omega L = 0$, khi đó điện áp trên tụ c:



Hình 2.10.

Lý thuyết mạch điện

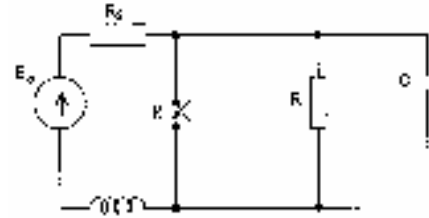
$$U_c = U - U_L = U - 0 = U$$

Với: $U_L = I_L \cdot X_L = 0$

Vậy: $u_c(-0) = J_o \cdot R = u_c(0)$;

$$i_L(-0) = 0 = i_L(0).$$

Ví dụ 3: Với mạch có nguồn E_o một chiều, tại $t = 0$ thì khoá K đóng, tìm $u_c(+0)$, $i_L(+0)$.



Hình 2.11.

Trước khi đóng khoá K ta có dòng qua cuộn cảm:

$$I_L = \frac{E_o}{R_o + R} = i_L(-0) = i_L(0)$$

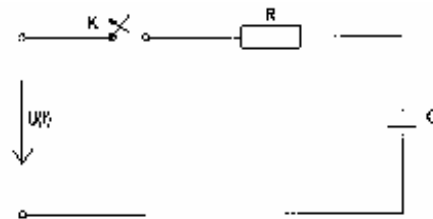
Điện áp trên tụ C bằng điện áp trên điện trở R:

$$I_L \cdot R = u_c = u_c(-0) = u_c(0)$$

Ở ví dụ 2 và 3 nguồn là một chiều, với nguồn điều hoà cần chú ý tới giá trị tức thời của dòng qua cuộn cảm, áp trên tụ điện, để sau đó khi $t = 0$ sẽ có $i_L(-0)$ và $u_c(-0)$.

Ví dụ 4: Cho nguồn điều hoà $u(t) = \sqrt{2} \cdot 220 \sin 100t$; $R = 50K\Omega$, $c = 0,2\mu F$.

Tìm điện áp – điều kiện đầu trên tụ khi khoá K mở; biết rằng trước đó mạch điều hoà ở chế độ xác lập.



Dung kháng của tụ:

$$X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{10^6}{100 \cdot 0,2} = 50.000\Omega$$

Hình 2.12.

Điện áp trên tụ phức:

$$\dot{U}_c = \frac{-jX_c}{R - jX_c} \cdot \dot{U} = \frac{-j50.000 \cdot 220}{50.000 - j50.000} = \frac{-j \cdot 220}{1 - j} = \frac{220}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ$$

Vậy áp thời gian trên tụ $u_c(t)$:

$$u_c(t) = 220 \sin (100t - 45^\circ)$$

khi $t = 0$, $u_c(-0) = 220 \sin (-45^\circ) = -220 \cdot 0,707 = -155,5V$

$$u_c(0) = u_c(-0) = -155,5 V.$$

2.4. CÁC THÔNG SỐ TRẠNG THÁI VÀ BIẾN TRẠNG THÁI

Nhìn vào hệ thống mạch điện ngoài kết cấu hình học là số nhánh, nút và vòng còn phải quan tâm tới tính chất của các nhánh, tính chất của các phần tử ở chế độ quá độ chuyển từ xác lập này sang xác lập khác. Các kho điện và từ của mạch điện, hệ thống nói lên mức độ năng lượng chuyển hoá giữa các chế độ. Hay nói cách khác: nhìn vào các thông số của các kho điện và từ, nhất là ở thời điểm đóng mở ($t = 0$, hay điều kiện đầu), để thấy một phần ảnh hưởng của trạng thái hệ thống tại thời điểm đóng mở với

chế độ mới. Vì thế phải nghiên cứu các điều kiện đầu ở những kho điện và từ cung như giá trị các thông số đặc trưng cho kho điện và từ (là dòng qua cuộn cảm, từ thông qua các cuộn dây, áp trên tụ và điện tích trên điện dung). Các thông số trên đặc trưng cho trạng thái (thời điểm) của hệ thống nên nó được gọi là các thông số trạng thái.

Tóm lại có 4 loại thông số trạng thái trong hệ thống điện–điện từ là: dòng hoặc từ thông qua cuộn cảm, áp và điện tích trên tụ điện. Tương ứng với nó khi chuyển chế độ luôn tồn tại các điều kiện đầu và có qui luật chuyển hoá nhất định.

Có bao nhiêu biến trạng thái thì cũng cần xác định bấy nhiêu các điều kiện đầu ($t = 0$).

Ngoài ra đứng trên phương diện tín hiệu, các biến trạng thái là các đáp ứng và gọi nó là đáp ứng loại 1. Nếu trừ bỏ các kích thích tác động vào hệ thống thì các thông số khác tồn tại trên các phần tử như: dòng áp qua điện trở, dòng điện qua tụ, áp qua cuộn cảm cũng là những đáp ứng và gọi nó đáp ứng loại 2. Về mặt phân tích hệ thống, cần đặt vấn đề là: tìm được mọi đáp ứng của hệ thống khi kích thích và kết cấu hệ thống đã biết. Nhiệm vụ đặt ra là lập các hệ thống phương trình vi phân để giải được các biến trạng thái và các biến không trạng thái (đáp ứng loại 2).

Như đã phân tích nếu số cuộn cảm trong hệ thống là m_L , số tụ điện là m_C thì số biến trạng thái:

$$m = m_L + m_C \quad (2.31)$$

Các biến trạng thái của hệ thống được định nghĩa sao cho chúng tồn tại một số tính chất sau:

a) Trạng thái của hệ thống ở thời điểm t_1 nào đó là tập hợp các số liệu $x_1(t_1), x_2(t_1) \dots x_n(t_1)$ để ở thời điểm $t_2 > t_1$ với tác động ở t_1 đã biết có thể xác định được các đáp ứng của hệ thống và trạng thái của nó hay có được $x_1(t_2), x_2(t_2) \dots x_n(t_2)$.

b) Biến trạng thái là tập hợp nhỏ nhất của các biến $x_1(t), x_2(t) \dots x_n(t)$ mà giá trị của chúng ở thời điểm t bất kỳ sẽ cho biết trạng thái của hệ thống ở thời điểm t .

2.5. PHÂN TÍCH MẠNG ĐIỆN BẰNG PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI

2.5.1. Ở hệ thống tuyến tính chỉnh (hoặc chuẩn)

Ở hệ thống bất kỳ chịu tác động bên ngoài $e_1, e_2, \dots e_p$ sẽ đưa ra các đáp ứng $y_1, y_2, \dots y_m$ và bên trong nó có các biến trạng thái $x_1, x_2, \dots x_N$.

Quan hệ của biến trạng thái và đáp ứng sẽ là:

$$x'_i(+) = \varphi_i(x_1, x_2, \dots x_N; e_1, e_2, \dots e_p; t) \quad i = 1, 2, \dots N \quad (2.32)$$

$$y_j(+) = \gamma_j(x_1, x_2, \dots x_N; e_1, e_2, \dots e_p; t) \quad j = 1, 2, \dots M \quad (2.33)$$

Đặt các tác động e_k , đáp ứng y_k và biến trạng thái x_k là các ma trận cột:

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_p \end{bmatrix}; \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \quad \text{và} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \quad [x'] = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_n \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Với biểu thức (2.32) và (2.33) theo ma trận dạng (2.34) có thể lập được:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \varphi(x, e, t) \\ Y &= \gamma(x, e, t) \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

Với x' là đạo hàm của x .

Vì e là hàm thời gian đã cho trước nên có thể viết gọn (2.35):

$$\left. \begin{aligned} x' &= f(x, t) & a \\ Y &= g(x, t) & b \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

Biểu thức phương trình trạng thái là $x' = f(x, t)$, còn phương trình đáp ứng là: $Y = g(x, t)$.

Trong hệ thống tuyến tính có thể viết hệ thống (2-36) như sau:

$$\left. \begin{aligned} x' &= Ax + Be \\ Y &= Cx + De \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

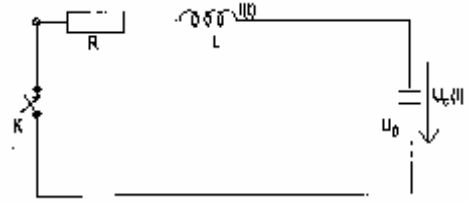
trong đó: A, B, C và D – là các ma trận hằng số.

Cấu trúc của hệ thống và phương trình đặc tính ở các nhánh sẽ xác định các hàm ϕ, γ và các ma trận A, B, C, D .

Nhiệm vụ của các kỹ sư phân tích là từ hệ thống đã cho tìm được các hàm ϕ, γ hoặc phổ biến là các ma trận A, B, C, D .

Như đã phân tích các biến trạng thái được chọn là dòng qua các cuộn cảm (hoặc từ thông của nó), áp trên tụ điện (hoặc điện tích của hệ).

Ví dụ 1: Lập phương trình trạng thái ở mạch hình 2.13, biết rằng trước khi khoá k đóng trên tụ điện có nạp điện áp u_0 . Sau khi khoá k đóng điện áp trên tụ sẽ phóng điện nên nó biến thiên $u_c(t)$ và làm dòng điện qua cuộn cảm cũng từ không có sau đó tăng dần và rồi bị điện trở tiêu năng lượng nên dòng lại giảm dần đến không. Phương trình vòng là:



Hình 2.13.

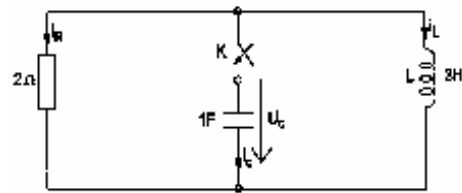
$$L \frac{di}{dt} + Ri(t) + u_c(t) = 0$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{1}{L}u_c(t)$$

lại có: $i(t) = c \frac{du_c}{dt} \rightarrow \frac{du_c}{dt} = \frac{1}{c}i(t)$

Sắp xếp lại ta có:

$$\begin{bmatrix} u'_c(t) \\ i'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{c} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_c(t) \\ i(t) \end{bmatrix}$$



Hình 2.14.

Ví dụ 2: Cho mạch hình 2.14, với các giá trị $C = 1F, L = 3H, R = 2\Omega$, tụ điện được nạp u_0 sau đó khoá K đóng lại. Lập phương trình trạng thái cho mạch.

Giải:

$$u_L(t) = L \frac{di_L}{dt} \text{ suy ra } \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{3} u_c(t) \quad (a)$$

với $u_c(t) = u_L(t) = u_R(t)$.

có:
$$i_R(t) = \frac{u_c(t)}{R} = \frac{u_c(t)}{2}; \quad i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} \text{ nên } i_c(t) = \frac{du_c}{dt}.$$

Luật Kiéchoof 1 có:

$$i_R(t) + i_c(t) + i_L(t) = 0$$

Vậy: $i_c(t) = -i_L(t) - i_R(t)$

$$\frac{du_c(t)}{dt} = -i_L(t) - \frac{u_c(t)}{2} \quad (b)$$

Với công thức (a), (b) sắp xếp lại:

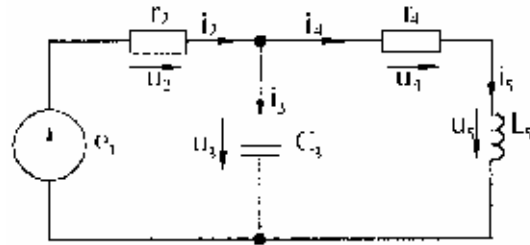
$$\begin{bmatrix} u'_c(t) \\ i'_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{3} & -0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_c(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix}$$

Ví dụ 3: Hãy thành lập hệ phương trình trạng thái của mạch điện ở hình 2.15 và phương trình đáp ứng.

Giải:

Để đánh số dòng và áp một cách thuận lợi cho việc áp dụng tính toán trên máy tính, ta hãy đặt mỗi phân tử đều có dòng và áp cùng một chỉ số. Vì thế số lượng các phân tử trong mạch là số cao nhất của dòng và áp, nhưng chỉ số dòng và áp trên các phân tử không nói lên số nhánh của mạch điện.

Hình 2.15.



Mạch điện có số tụ $m_c = 1$, số cuộn cảm $m_L = 1$ nên bậc của chúng $m = m_c + m_L = 2$. Biến trạng thái là dòng qua cuộn cảm i_5 và áp trên tụ u_3 .

Phương trình trạng thái với mạch đã cho được hiểu là sau tác động đóng mở nào đó, kết cấu mạch như đã vẽ. Từ đó có 3 phương trình theo Kiéchoof 1, 2 và Ôm (ứng với 3 nhánh).

$$\left. \begin{aligned} i_3 - i_2 - i_4 &= 0 \\ u_5 - u_3 + u_4 &= 0 \\ i_2 &= G_2(e_1 - u_3) \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Biến đổi (a) với điều kiện $-i_4 = i_5$ có:

$$\left. \begin{aligned} C_3 u'_3 - G_2(e_1 - u_3) + i_5 &= 0 \\ L_5 i'_5 - u_3 + R_4 i_5 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Sắp xếp (b) theo chuẩn (10.15):

$$\begin{bmatrix} u'_3 \\ i'_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_2/C_3 & -1/C_3 \\ -1/L_5 & -R_4/L_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ i_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_2/C_3 \\ 0 \end{bmatrix} e_1.$$

tương ứng: $X' = AX + Be$,

vì $u_2 = e_1 - u_3$; $i_3 = C_3 u'_3$ và $i_3 = -i_5 + i_2 = -i_5 + G_2(e_1 - u_3)$.

Do đó nếu cần quan tâm tới đáp ứng $u_2 i_3$ thì:

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -G_2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ i_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ G_2 \end{bmatrix} [e_1].$$

tương ứng: $Y = CX + De$.

2.5.2. Ở hệ thống tuyến tính không chỉnh (không chuẩn)

Trong hệ thống mạch chúng ta đôi khi hay gặp những mạch điện mà chứa có các vòng chỉ có nguồn E và tụ điện C, cũng như các vết cắt chỉ chứa cuộn cảm và nguồn dòng (L + J). Các hệ thống đó gọi là tựa chỉnh quy, hay chỉ sử dụng được các luật bảo toàn điện tích trong vòng kín và từ thông trong vết cắt.

Số phương trình trạng thái trong các bài toán tựa chỉnh quy được giảm đi nhờ vào số vòng (E + C) là b_c và vết cắt (L + J) là b_L thì số phương trình trạng thái chỉ cần là:

$$m = m_L + m_c - b_c - b_L \quad (2.38)$$

Không khó khăn lắm có thể chứng minh hệ phương trình trạng thái và đáp ứng của mạch tựa chỉnh quy có dạng:

$$\left. \begin{aligned} X' &= AX + Be + B_1 e' \\ Y &= CX + De + D_1 e' \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

trong đó: A, B, B₁, C, D, D₁ – là các ma trận hằng số, e' là ma trận nguồn đạo hàm.

X – là ma trận cột điện áp của tụ điện trên nhánh cây và dòng của cuộn cảm trên bù cây.

Ví dụ 4: Hãy viết phương trình trạng thái và đáp ứng của mạch điện trên hình 2.16.

Giải:

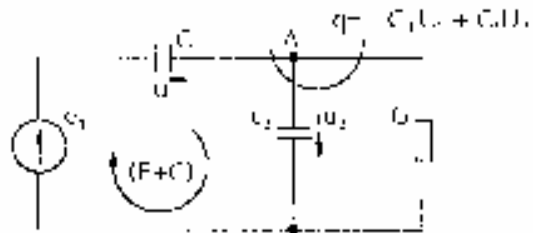
Chọn u_1 là biến trạng thái vòng (E + C)

có: $u_2 = e_1 - u_1$.

Tại nút A có:

$$-C_1 u'_1 + C_2 (e'_1 - u'_1) + G(e_1 - u_1) = 0$$

Sắp xếp lại:



Hình 2.16.

$$u'_1 = \frac{-G}{C_1 + C_2} u_1 + \frac{G}{C_1 + C_2} e_1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2} e'_1$$

hay có dạng: $X' = AX + Be + B_1 e'$ như:

$$i_1 = \frac{-GC_1}{C_1 + C_2} u_1 + \frac{GC_1}{C_1 + C_2} e_1 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} e'_1$$

hay có dạng: $Y = CX + De + D_1 e'$.

Các điều kiện đầu của các tụ phải được xác định từ luật bảo toàn điện tích trong vết cắt.

$$q_v(+0) = q_v(-0).$$

Trước khi đóng mở hay trạng thái nào đó dễ tìm được:

$$q_v(-0) = -C_1 u_1(-0) + C_2 u_2(-0)$$

Sau khi đóng mở hay trạng thái như hình vẽ có: $u_1 + u_2 = e_1$

và: $q_v = -C_1 u_1 + C_2 u_2$

$$\text{Nên: } u_1 = \frac{C_2 e_1 - q_v}{C_1 + C_2}$$

$$\text{Từ đó: } u_1(+0) = \frac{C_2 e_1(+0) - q_v(+0)}{C_1 + C_2}$$

$$\text{Với: } q_v(+0) = q_v(-0).$$

Ví dụ 5: Xác định tính chất của mạch hình 2.17 và hướng áp dụng các luật đóng mở nào cũng như các công thức tìm biến trạng thái và đáp ứng.

Giải:

Vì mạch có một vết cắt chứa (J+L) nên đó mạch tựa chỉnh quy. Số phương trình trạng thái là:

$$m = m_L + m_C - b_L = 2 + 0 - 1 = 1$$

Hình 2.17.

Biến trạng thái có thể chọn hoặc i_1 hoặc i_2 và các đáp ứng khác có thể chọn áp trên 2 cuộn cảm. Dạng phương trình ứng với (2.39).



2.6. BIẾN NHÁNH, PHƯƠNG TRÌNH DÒNG ĐIỆN NHÁNH PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN. PHƯƠNG PHÁP DÒNG ĐIỆN NHÁNH

2.6.1. Khái niệm biến và phương trình dòng điện nhánh

Như đã phân tích ở trên, với mạch điện gồm N_h , N nút thì số phương trình viết theo các luật Kiếchoof cho dòng điện và điện áp độc lập: 1

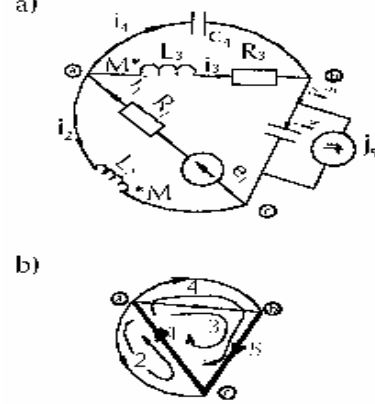
$$K_1 = C = N - 1 \quad (2.40)$$

$$K_2 = N_h - N + 1 \quad (2.41)$$

Với graf Kiếchoof trên một cây đã chọn ta đã coi rằng các dòng điện vòng – dòng bù cạnh i_{BC} là đã biết trước và điện áp trên các cạnh của cây cũng vậy (u_c).

Xét mạch điện hình 2.18 và graf của nó. Số $N_h = 5$, $N = 3$.

Vậy: $K_1 = 2$ và $K_2 = 3$.



Hình 2.18.

Nếu chọn các dòng điện nhánh i_{N_h} làm biến thì cần phải lập được N_h phương trình để giải. Rõ ràng số phương trình theo các luật Kiếchoof trên có:

$$K_1 + K_2 = C + N_h - N + 1 = N_h$$

Tuy vậy từ phương trình Kiếchoof 2 phải viết được theo các biến nhánh. Điều này liên quan tới luật Ôm trên các nhánh. Như đã biết với luật Kiếchoof 2 xét các sụt áp trên các phần tử. Một cách tổng quát điện áp sụt trên các thông số thụ động của nhánh thứ k có thể viết theo dòng điện trong nhánh đó có chú ý đến ảnh hưởng do dòng điện chạy trong các nhánh khác thông qua tác dụng hồ cảm gây ra, như sau:

$$u_k(t) = L_k \frac{di_k}{dt} + r_k i_k + \frac{1}{C_k} \int i_k dt \pm \sum_{l=k} M_{kl} \frac{di_l}{dt} \quad (2.42)$$

Trong đó: r_k , L_k , C_k – là các thông số thụ động của nhánh thứ k của vòng.

M_{kl} – là hồ cảm giữa nhánh k và l .

Viết gọn (2.42):

$$u_k(t) = Z_k \{i_k(t)\} \pm \sum_{l \neq k} Z_{M_{kl}} \{i_l(t)\} \quad (2.43)$$

2.6.2. Hệ phương trình dòng điện nhánh

Từ (2.40), (2.41) và (2.43), ta có hệ phương trình dòng điện nhánh:

$(N - 1)$ phương trình có dạng: (K_1)

$$\sum_k i_k(t) = 0 \quad (2.44)$$

$(N_h - N + 1)$ phương trình dạng: (K_2)

$$\sum_k \left[\left(L_k \frac{di_k}{dt} + r_k i_k + \frac{1}{C_k} \int i_k dt \pm \sum_{l=k} M_{kl} \frac{di_l}{dt} \right) \right] = \sum_k e_k(t)$$

hoặc :

$$\sum_k \left[Z_k \{i_k(t)\} \pm \sum_{l=k} Z_{M_{kl}} \{i_l(t)\} \right] = \sum_k e_k(t) \quad (2.45)$$

2.6.3. Điều kiện đầu

Với hệ phương trình vi phân (2.44) và (2.45) để giải được nghiệm $i(t)$ (các dòng nhánh i_{Nh}), cần phải có một số điều kiện đầu của các dòng điện. Các điều kiện đầu cần thiết là giá trị tại $t = 0$ của các dòng nhánh $i_{Nh}(0)$, các giá trị của đạo hàm các cấp của nó $i'_{Nh}(0), i''_{Nh}(0), \dots$

Để tìm được các điều kiện đầu trên, như phần trước đã xét, cần phải phân biệt ra các điều kiện đầu độc lập và phụ thuộc rồi có cách xác định khác nhau. (Xem phần các điều kiện đầu).

Như đã biết với các luật đóng mở có thể xác định các điều kiện đầu độc lập, đó là áp trên tụ điện $u_c(0)$ và áp dòng điện qua cuộn cảm $i_L(0)$. Các điều kiện đầu phụ thuộc (là mọi điều kiện đầu còn lại) sẽ được xác định khi lập phương trình của mạch – sau khi đã tác động (đóng mở) và xét tại thời điểm $t = 0$ cho các đạo hàm nhiều bậc của hệ.

Với ácc bài toán mạch, hệ thống–mạch điện–graf đã cho phải là ở trạng thái đã tác động (đóng mở), như trên hình 2.13. Để tìm các điều kiện đầu cần phải biết các giá trị ở trạng thái cũ (chế độ cũ) khi $t < 0$ hay là các giá trị $i_L(-0), u_c(-0)$. Để tìm các giá trị cũ (-0) cần phải biết mạch trước khi đóng mở. Trên mạch hình 2.13 không thể hiện chế độ cũ. Chế độ cũ và cách xác định các điều kiện đầu coi như phần tối cần thiết ở bất cứ mạch điện nào cũng phải biết trước hoặc tính được. Ví dụ bài toán trên, ta đã biết các thông số đầu:

$$[i_{Nh}(0)] = \begin{bmatrix} i_1(0) \\ i_2(0) \\ \vdots \\ i_5(0) \end{bmatrix}; \quad [i'_{Nh}(0)] = \begin{bmatrix} i'_1(0) \\ i'_2(0) \\ \vdots \\ i'_5(0) \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

2.6.4. Ví dụ

Ví dụ 1: Lập phương trình dòng điện nhánh cho mạch hình 2.18.

Giải:

Với mạch điện có graf tương ứng ta có thể lập các phương trình sau:

Theo định luật Kiéchoof 1:

* Tại nút a: $i_4 + i_3 + i_2 - i_1 = 0$

* Tại nút b: $i_5 - i_3 - i_4 - J_5 = 0$

Theo K_2 , khi chọn cây là 5, 1, vậy có 3 bù cành 2, 3, 4.

* Theo bù cành 2:

$$u_2 + u_1 = e_1$$

Lý thuyết mạch điện

hay:
$$L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_3}{dt} + R_1 i_1 = e_1$$

Chú ý:
$$i_5 = i'_5 + J_5.$$

* Theo bù cành 3:

$$u_3 + u_5 + u_l = e_l$$

hay:
$$R_3 i_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} - M \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{c_5} \int i_5 dt + R_1 i_1 = e_1$$

* Theo bù cành 4:

$$u_4 + u_5 + u_l = e_l$$

hay:
$$\frac{1}{c_4} \int i_4 dt + \frac{1}{c_5} \int i_5 dt + R_1 i_1 = e_1$$

Có thể sử dụng ma trận để biểu diễn hệ phương trình trên:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ R_1 & L_2 \frac{d}{dt} & -M \frac{d}{dt} & 0 & 0 \\ R_1 & -M \frac{d}{dt} & R_3 + L_3 \frac{d}{dt} & 0 & \frac{1}{c_5} \int dt \\ R_1 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4} \int dt & \frac{1}{c_5} \int dt \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ J_5 \\ e_1 \\ e_1 \\ e_1 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Khi kết hợp (2.47) và (2.46) có thể tìm được các nghiệm i_{Nh} theo phương pháp giải hệ phương trình vi phân, (sẽ xét ở phần sau).

Ví dụ 2: Lập phương trình dòng điện nhánh cho mạch hình 2.19, giả thiết các trở kháng Z_K chứa các thành phần $Z_K (R_K, L_K, C_K)$ tại Z_3 và Z_5 có hồ cảm $M_{35} = M_{53}$.

Giải:

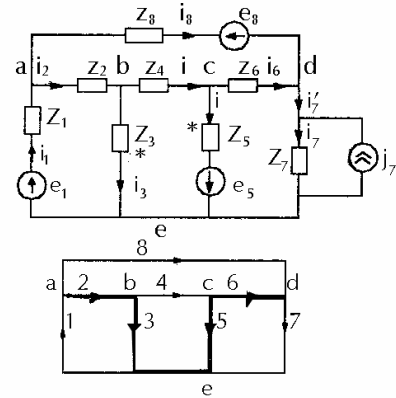
Lập graf mạch điện như hình vẽ, chọn cây 2, 3, 5 và 6. Lập các phương trình:

$$\left. \begin{array}{l} * \text{Nút } a: \quad i_2 + i_8 - i_1 = 0 \\ * \text{Nút } b: \quad i_3 + i_4 - i_2 = 0 \\ * \text{Nút } c: \quad i_5 + i_6 - i_4 = 0 \\ * \text{Nút } d: \quad i_7 - i_6 - i_8 - j_7 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Phương trình Kiéchoof 1.}$$

(Chú ý: $i_7 = i'_7 + j_7$).

* Vòng bù cành 1:

$$u_l + u_2 + u_3 = e_l$$



Hình 2.19

hay: $Z_1 \{i_1(t)\} + Z_2 \{i_2(t)\} + Z_3 \{i_3(t)\} - Z_{M35} \{i_5(t)\} = e_5(t)$

* Vòng bù cành 4:

$$u_4 + u_5 - u_3 = e_5$$

hay: $Z_4 \{i_4(t)\} + Z_5 \{i_5(t)\} + Z_3 \{i_3(t)\} - Z_{53} \{i_3(t)\} - Z_{M35} \{i_5(t)\} = e_5(t)$

* Vòng bù cành 7:

$$u_6 + u_7 - u_5 = -e_5$$

hay: $Z_6 \{i_6(t)\} + Z_7 \{i_7(t)\} - Z_5 \{i_5(t)\} + Z_{M53} \{i_3(t)\} = -e_5(t)$

* Vòng bù cành 8:

$$u_8 - u_6 + u_5 - u_3 - u_2 = -e_8 + e_5$$

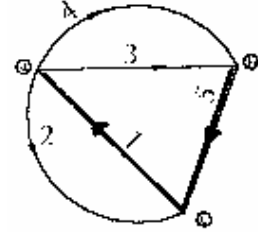
$$\text{hay: } Z_8 \{i_8(t)\} - Z_6 \{i_6(t)\} + Z_5 \{i_5(t)\} - Z_3 \{i_3(t)\} - Z_2 \{i_2(t)\} - Z_{M53} \{i_3(t)\} + Z_{M35} \{i_5(t)\} = e_5 - e_8.$$

2.7. BIẾN DÒNG ĐIỆN VÒNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH DÒNG ĐIỆN VÒNG

2.7.1. Khái niệm về biến dòng điện vòng

Xét ví dụ ở hình 2.18, có graf và chọn cây 1, 5 như ở hình 2.20.

Với mỗi một dòng bù cành i_{BC} khép vòng qua cây đã chọn ta có một dòng điện độc lập, nó không phụ thuộc vào các dòng bù cành khác. Như vậy có bao nhiêu bù cành thì có bấy nhiêu dòng điện bù cành i_{BC} – là dòng điện vòng độc lập. Với cây đã chọn 1, 5, có 3 bù cành 2, 3 và 4, ở ví dụ trên đã tìm được ma trận chấp nối [B]; và các dòng bù cành $[i_{BC}]$ tương ứng.



Hình 2.20.

$$[i_{BC}] = \begin{bmatrix} i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{B2} \\ i_{B3} \\ i_{B4} \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad [B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Với dòng điện các nhánh, theo quan hệ tô pô (2.13): $[i_{Nh}] = [B^T] \cdot [i_{BC}]$, ta có thể xác định được các dòng điện nhánh của mạch. Đây là nội dung cơ bản của phương pháp sử dụng biến dòng điện vòng. Tất nhiên sau khi tìm được các dòng điện nhánh thì dễ xác định các điện áp nhánh theo luật Ôm (2.42) hoặc (2.43).

$$u_K(t) = Z_K \{i_K(t)\} \pm \sum_{l=K} Z_{MKl} \{i_l(t)\}$$

Công thức dòng nhánh i_{Nh} xác định qua dòng điện bù cành trên thực chất là trên các cành của cây đã chọn (xem hình 2.20) có thể biết được bao nhiêu dòng bù cành chạy qua và dòng điện trên cành đó bằng tổng đại số các dòng bù cành chạy qua. Xác định điều này từ phương trình trên:

$$[i_{Nh}] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{B2} \\ i_{B3} \\ i_{B4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{B2} + i_{B3} + i_{B4} \\ i_{B2} \\ i_{B3} \\ i_{B4} \\ i_{B3} + i_{B4} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Từ (2.49) rút ra:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i_{B2} + i_{B3} + i_{B4} = i_2 + i_3 + i_4 \\ i_5 &= i_{B3} + i_{B4} = i_3 + i_4 \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

2.7.2. Phương trình dòng điện vòng

Với các biến vòng là dòng bù cành, ta đi xây dựng phương trình của nó. Theo (2.12) có quan hệ áp nhánh theo Kiéchoof 2:

$$[B] \cdot [u_{Nh}] = 0 \quad (2.12)$$

Với nhánh chuẩn có phương trình (1.84):

$$u_K(t) = Z_K \{ [i_K(t)] + [J_K(t)] \} - e_K(t)$$

và mở rộng cho mạch Nh viết theo dạng ma trận (1.89):

$$[u_{Nh}(t)] = [Z_{Nh}] \cdot \{ [i_{Nh}(t)] + [J_{Nh}(t)] \} - [e_{Nh}(t)] \quad (1.89)$$

Thế (1.89) vào (2.12) có:

$$[B] \cdot [Z_{Nh}] \cdot \{ [i_{Nh}] + [J_{Nh}] \} - [B] \cdot [e_{Nh}] = 0$$

Theo (2.13) có: $[i_{Nh}] = [B^T] \cdot [i_{BC}]$, thay vào trên:

$$[B] \cdot [Z_{Nh}] \cdot [B^T] \cdot [i_{BC}] = [B] \cdot [e_{Nh}] - [B] \cdot [Z_{Nh}] \cdot [J_{Nh}] \quad (2.51)$$

Đặt: $[B] \cdot [Z_{Nh}] \cdot [B^T] = [Z_V]$, (2.52) gọi là ma trận trở kháng vòng,

$$\text{và: } [B] \cdot [E_{Nh}] [Z_{Nh}] [B] [e_{Nh}] - [B] \cdot [Z_{Nh}] \cdot [J_{Nh}] = [e_v] \quad (2-53)$$

gọi là ma trận sức điện động vòng.

$$\text{Viết lại: } [Z_V] \cdot [i_{BC}] = [e_v] \quad (2.54a)$$

$$\text{hay: } [Z_V] \cdot [i_V] = [e_v] \quad (2.54b)$$

Công thức (2.54a,b) là phương trình dòng điện vòng viết dưới dạng ma trận. Đặc điểm của ma trận trở kháng vòng là:

* Ma trận vuông bậc:

$$B_c = v - \text{là số bù cành.}$$

* Ma trận đối xứng qua đường chéo chính do tính tuyến tính là:

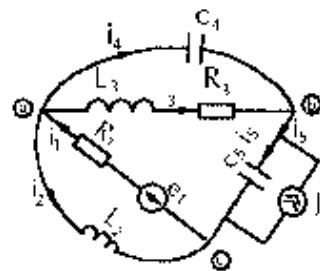
$$Z_{ik} = Z_{ki}.$$

* Tính chất của các thành phần là: Z_{KK} tại đường chéo chính bằng tổng các trở kháng trong vòng K – dòng bù cành K.

$$Z_{KK} = \sum_k^i Z_i(i_K) \quad (2.55)$$

Z_{iK} – là trở kháng tương hỗ giữa 2 vòng i và K , ở đây có 2 dòng chạy qua trở kháng này và dấu của nó là dương (+) khi 2 vòng – dòng bù cạnh cùng chiều và ngược lại.

2.7.3. Ví dụ: Với mạch điện hình 2.21, lập hệ phương trình dòng điện vòng. Graf của mạch vẽ ở hình 2.20 với cây đã chọn 1 và 5, ta có 3 bù cạnh ứng với 3 dòng vòng i_{B2} , i_{B3} và i_{B4} .



Hình 2.21.

Với ma trận $[B]$ đã viết (2.48), ma trận trở kháng nhánh $[Z_{Nh}]$ sau đây:

$$[Z_{Nh}] = \begin{bmatrix} R_1 & & & & \\ & L_2 \frac{d}{dt} & & & 0 \\ & & R_3 + L_3 \frac{d}{dt} & & \\ & & & \frac{1}{C_4} \int dt & \\ 0 & & & & \frac{1}{C_5} \int dt \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Ta xác định $[Z_V]$ một cách tuần tự sau:

$$[B].[Z_{Nh}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_1 & & & & \\ & L_2 \frac{d}{dt} & & & 0 \\ & & R_3 + L_3 \frac{d}{dt} & & \\ & & & \frac{1}{C_4} \int dt & \\ 0 & & & & \frac{1}{C_5} \int dt \end{bmatrix}$$

$$[B].[Z_{Nh}] = \begin{bmatrix} R_1 & L_2 \frac{d}{dt} & 0 & 0 & 0 \\ R_1 & 0 & R_3 + L_3 \frac{d}{dt} & 0 & \frac{1}{C_5} \int dt \\ R_1 & 0 & 0 & \frac{1}{C_4} \int dt & \frac{1}{C_5} \int dt \end{bmatrix}$$

$$[B].[Z_{Nh}].[B^T] = [B].[Z_{Nh}]. \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} R_1 + L_2 \frac{d}{dt} & R_1 & R_1 \\ R_1 & R_1 + R_3 + L_3 \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_5} \int dt & R_1 + \frac{1}{C_5} \int dt \\ R_1 & R_1 + \frac{1}{C_5} \int dt & R_1 + \frac{1}{C_4} \int dt \quad \frac{1}{C_5} \int dt \end{bmatrix}$$

Như vậy có:

$$[Z_V] = \begin{bmatrix} \left(R_1 + L_2 \frac{d}{dt} \right) & R_1 & R_1 R_1 \\ R_1 & \left(R_3 + R_1 + \frac{1}{C_5} \int dt + L_3 \frac{d}{dt} \right) & \left(R_1 + \frac{1}{C_5} \int dt \right) \\ R_1 & \left(R_1 + \frac{1}{C_5} \int dt \right) & \left(\frac{1}{C_4} \int dt \quad \frac{1}{C_5} \int dt + R_1 \right) \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Các nguồn:

$$[B].[e_{Nh}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_1 \\ e_1 \end{bmatrix}$$

$$[B].[Z_{Nh}].[J_{Nh}] = [B].[Z_{Nh}]. \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ J_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C_5} \int J_5 . dt \\ \frac{1}{C_5} \int J_5 . dt \end{bmatrix}$$

$$\text{Vậy: } [e_v] = [B].[e_{Nh}] + [B].[Z_{Nh}].[J_{Nh}] = \begin{bmatrix} e_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C_5} \int J_5 . dt \\ \frac{1}{C_5} \int J_5 . dt \end{bmatrix}$$

$$[e_v] = \begin{bmatrix} e_1 \\ \frac{1}{C_5} \int J_5 . dt + e_1 \\ \frac{1}{C_5} \int J_5 . dt - e_1 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Vậy có kết quả:

$$[Z_v]. \begin{bmatrix} i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = [e_v].$$

Có thể trực tiếp nhìn từ mạch để lập phương trình dòng điện vòng khi hiểu rõ ma trận trở kháng vòng và nguồn sức điện động vòng. Sức điện động một vòng bù cạnh chính là tổng các sức điện động do nhánh và do nguồn dòng nhánh sinh ra. Chiều dương (+) được đánh giá khi chúng cùng chiều dòng bù cạnh và ngược lại mang dấu (-) âm.

Xét ví dụ ở hình 2.19 là mạch không hồ cảm. Với việc lập ma trận ghép nối [B] như trên và áp dụng các công thức (2.52), (2.53) và (2.54) ta tìm được kết quả.

Song ở đây có thể nhận xét để viết trực tiếp từ mạch các ma trận:

$$[Z_v] = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 + Z_3 & -Z_3 & 0 & -Z_2 - Z_3 \\ -Z_3 & Z_4 + Z_3 + Z_5 & -Z_5 & Z_3 + Z_5 \\ 0 & -Z_5 & Z_6 + Z_7 + Z_5 & -Z_5 - Z_6 \\ -Z_2 - Z_3 & Z_3 + Z_5 & -Z_5 - Z_6 & Z_8 + Z_2 + Z_3 + Z_5 + Z_6 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

$$[e_v] = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_5 \\ -e_5 - Z_7 j_7 \\ -e_8 + e_5 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

và: $[i_v] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_4 \\ i_7 \\ i_8 \end{bmatrix}$

Khi gặp bài toán có hồ cảm tốt nhất là ứng dụng các công thức ma trận kể trên để đỡ nhầm lẫn (nghĩa là không viết trực tiếp ma trận Z_v).

Trở lại bài toán ở hình 2.19 khi mạch hồ cảm $M_{35} = M_{53}$ lập ma trận trở kháng nhánh sau đây:

$$[Z_{Nh}] = \begin{bmatrix} Z_1 & & & & & & & \\ & Z_2 & & & & & & \\ & & Z_3 & & -Z_{M35} & & & \\ & & & Z_4 & & & & \\ & & -Z_{M53} & & Z_5 & & & \\ & & & & & Z_6 & & \\ & & & & & & Z_7 & \\ & & & & & & & Z_8 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Trong ma trận nhánh có hồ cảm (2.61) tại vị trí hồ cảm $M_{35} = M_{53}$ có trở kháng hồ cảm Z_{M35} và Z_{M53} , với dấu của chúng do tính cùng cực và ngược cực hồ cảm quyết định. Ở bài toán xét hình 2.19 hồ cảm là ngược, nên có dấu trừ (-) trong Z_{M53} và Z_{M35} .

2.7.4. Nghiệm dòng điện vòng và cách xác định các dòng điện nhánh

Với phương trình dòng điện vòng dạng:

$$[Z_v] \cdot [i_v] = [e_v]$$

đã tìm được cùng với các điều kiện đầu đã biết, đó là giá trị tại $t = 0$ của dòng vòng và đạo hàm của nó:

$$[i_v(0)] = \begin{bmatrix} i_{B1}(0) \\ \vdots \\ i_{BC}(0) \end{bmatrix}; \quad [i'_v(0)] = \begin{bmatrix} i'_{B1}(0) \\ \vdots \\ i'_{BC}(0) \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

ta sẽ giải được $[i_v(t)]$.

Từ biểu thức: $[i_{Nh}] = [B^T] \cdot [i_v]$, ta tìm được các dòng điện nhánh của mạch.

Các xác định các điều kiện đầu như đã phân tích ở phần trên khi dựa vào các luật đóng mở để tìm các điều kiện đầu độc lập $i_L(0)$, $u_c(0)$ sau đó tìm tiếp các điều kiện đầu phụ thuộc $[i_v(0)]$, $[i'_v(0)]$...

2.8. BIẾN ĐỈNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐIỆN THỂ NÚT

2.8.1. Khái niệm về biến điện thể đỉnh

Trên hình 2.22a,b là mạch điện và graf của nó. Với cây chọn C (2, 6, 5) có bù cành 1, 3 và 4 (B_c).

Có lập ma trận cấu trúc $[A]$:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

Nhìn vào cây chọn với nếu thể tại $(N-1)$ nút đã biết thì mọi áp nhánh U_{Nh} có thể tìm được theo công thức:

$$[U_{Nh}] = [A^T] \cdot [\varphi^{N-1}] \quad (2.64)$$

Và dựa vào luật Ôm của từng nhánh (1.86) có thể tìm được dòng trong nhánh K:

$$i_K(t) = Y_K \cdot \{[u_K(t)] + [e_K(t)]\} - J_K(t) \quad (2.65)$$

Như vậy nếu chọn biến là các thể của cây C (so với nút mốc nào đó, ở đây $\varphi_d = 0$) φ_{N-1} thì theo (2.64) và (2.65) có thể xác định được mọi i_K và $u_K(t)$.

2.8.2. Phương trình điện thể nút

Xuất phát từ:

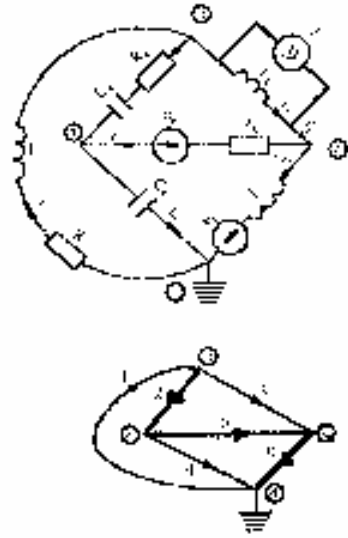
$$[A] \cdot [i_{Nh}] = 0; \quad (2.66)$$

$$\text{theo (1.90): } [i_{Nh}] = [Y_{Nh}] \cdot \{[u_{Nh}] + [e_{Nh}]\} - [J_{Nh}] \quad (2.67)$$

Giả thiết bao giờ cũng tìm được dẫn nạp nhánh của mọi nhánh K: Y_K . Có thể thấy một nhánh nối tiếp R và L có thể thay tương đương bằng điện dẫn G và điện dung B theo công thức (1-58), hay là sơ đồ tương đương của chúng (hình 2-23). (Chú ý: với điện dung $-j_B$ thực chất lại là cuộn cảm).

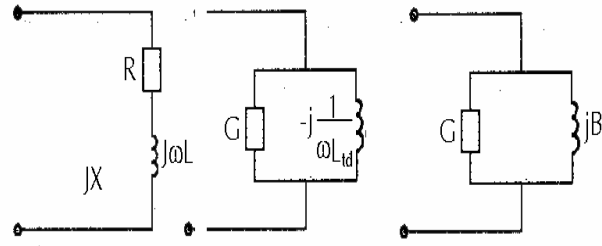
$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{1}{R_{td}} \quad (2.68)$$

$$-B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{1}{\omega L_{td}} = b_L \quad (2.69)$$



Hình 2.22.

Các công thức (2.68) và (2.69) thuận lợi với bài toán có tác dụng điều hoà. Về mặt tổng quát ta thừa nhận luôn tìm được trở kháng và dẫn nạp của nhánh bất kỳ, và như vậy công thức (2.67) có thể xác định ở cả trạng thái thời gian và toán tử, số phức.



Hình 2.23.

Thay (2.67) vào (2.68):

$$[A][Y_{Nh}]. \{[u_{Nh}] + [e_{Nh}]\} - [A].[J_{Nh}] = 0 \quad (2.70)$$

Lại có (2.64):

$$[U_{Nh}] = [A^T]. [\varphi^{N-1}] \text{ thay vào (2.70):} \quad (2.71)$$

$$\text{Đặt : } [A].[Y_{Nh}].[A^T] = [Y^{N-1}] \quad (2.72)$$

Với $[Y^{N-1}]$ gọi là ma trận dẫn nạp nút hay đỉnh, và nhiều trường hợp đặt:

$$[Y^{N-1}] = [Y_D] \text{ cho gọn,} \quad (2.73)$$

$$\text{còn đặt: } [A].[J_{Nh}] - [A].[Y_{Nh}].[e_{Nh}] = [J^{N-1}] = [J_D] \quad (2-74)$$

Từ (2.72), (2.73) và (2.74) thế vào (2.71):

$$[Y^{N-1}]. [\varphi^{N-1}] = [J^{N-1}] \quad (2.75)$$

$$\text{hoặc: } [Y_D]. [\varphi_D] = [J_D] \quad (2.76)$$

$$\text{với: } [\varphi_D] = [Y^{N-1}] \quad (2.77)$$

Phương trình (2.75), (2.76) gọi là phương trình điện thế nút hay điện thế đỉnh.

Có thể nhận xét về tính chất của các ma trận dẫn nạp nút đỉnh $[Y^{N-1}]$, $[Y_D]$ từ cách xây dựng trên như sau:

- Là ma trận vuông, có số hàng bằng số cột và bằng số cành của cây $C = N - 1$.
- Với mạch tuyến tính khi R, L, C là const và không có hồ cảm thì ma trận nút đối xứng qua đường chéo chính.
- Các số hạng trên đường chéo chính là dẫn nạp riêng của nút ấy, nó là tổng các dẫn nạp nhánh nối tới nút xét, và gọi là Y_D^K hay Y_K^{N-1} riêng của nút K , thường ký hiệu Y_{KK} ; Y_{jj} , ...
- Các số hạng ngoài đường chéo chính đối xứng nhau nên có $Y_{jK} = Y_{Kj}$ và gọi là dẫn nạp tương hỗ giữa 2 đỉnh j và K . Giá trị của dẫn nạp tương hỗ bằng tổng các dẫn nạp nối liền giữa 2 nút j và K .

Ở ma trận nguồn $[J_D]$ đỉnh có những đặc điểm sau:

- Là ma trận cột với số hàng là $N - 1$.

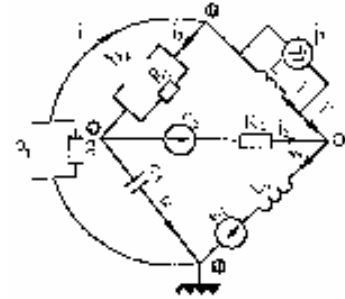
– Mạch tuyến tính và tương hỗ có giá trị nguồn dòng tại hàng K hay nút K là tổng các nguồn dòng và sức điện động quy đổi ra nguồn dòng chảy vào nút K. Dấu dương (+) cho các nguồn đi vào nút và âm (–) khi ra khỏi nút.

2.8.3. Các ví dụ

a) Lập phương trình thế đỉnh cho mạch ở hình 2.22a. Giả thiết rằng ta có thể biến đổi 2 nhánh 2 và 4 thành nhánh có các dẫn nạp song song như hình 2.24.

Mạch điện (2–18) có graf ở hình 2.16b và tìm được ma trận $[A]$ ở công thức (2.63).

Từ mạch (2–18) tìm được ma trận dẫn nạp nhánh $[Y_{Nh}]$:



Hình 2.24.

$$[Y_{Nh}] = \begin{bmatrix} g_1 + \frac{1}{L_{td1}} \int dt & & & & & \\ & g_2 + C_{td2} \frac{d}{dt} & & & & \\ & & \frac{1}{L_3} \int dt & & & \\ & & & C_4 \frac{d}{dt} & & \\ & 0 & & & \frac{1}{L_5} \int dt & \\ & & & & & g_6 \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

$$\text{Lập: } [A][Y_{Nh}] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} [Y_{Nh}] \quad (2.79)$$

$$[A] \cdot [Y_{Nh}] = \begin{bmatrix} 0 & -g_2 - C_{td2} \frac{d}{dt} & 0 & C_4 \frac{d}{dt} & 0 & g_6 \\ -g_1 - \frac{1}{L_{td1}} \int dt & g_2 + C_{td2} \frac{d}{dt} & \frac{1}{L_3} \int dt & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_3} \int dt & 0 & \frac{1}{L_5} \int dt & -g_6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Tính: } [Y_D] &= [A][Y_{Nh}].[A^T] = [A].[Y_{Nh}]. \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} -g_2 + C_{id2} \frac{d}{dt} + C_4 \frac{d}{dt} + g_6 & -g_2 - C_{id2} \frac{d}{dt} & -g_6 \\ -g_2 - C_{id2} \frac{d}{dt} & g_1 + \frac{1}{L_{id1}} \int dt + g_2 + C_{id2} \frac{d}{dt} + \frac{1}{L_3} \int dt & -\frac{1}{L_3} \int dt \\ g_6 & -\frac{1}{L_3} \int dt & \frac{1}{L_3} \int dt + \frac{1}{L_5} \int dt + g_6 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.80)$$

Tính:

$$[A][Y_{Nh}].[e_{Nh}] = [A].[Y_{Nh}]. \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -e_5 \\ e_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_6 e_6 \\ 0 \\ -\frac{1}{L_5} \int e_5 dt - g_6 \cdot e_6 \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

Tính:

$$\begin{aligned} [A].[J_{Nh}] &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -j_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -j_3 \\ j_3 \end{bmatrix} \quad (2.82) \\ \text{Vậy: } [J_D] &= [A][J_{Nh}] - [A].[Y_{Nh}][e_{Nh}] = \begin{bmatrix} 0 \\ -j_3 \\ j_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_6 e_6 \\ 0 \\ -\frac{1}{L_5} \int e_5 dt - g_6 \cdot e_6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$[J_D] = \begin{bmatrix} g_6 \cdot e_6 \\ -j_3 \\ j_3 + \frac{1}{L_5} \int e_5 dt + g_6 \cdot e_6 \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

Với (2.80) có $[Y_D]$ và (2.83) có $[J_D]$ để lập:

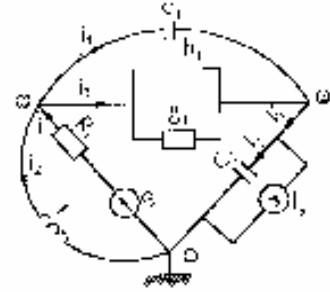
$[Y_D] \cdot [\varphi_D] = [J_D]$ đủ phân tích mạch.

b) Lập phương trình thế đỉnh cho mạch

hình 2.22

Giải:

Từ các nhận xét đặc điểm của $[Y_D]$ và $[J_D]$ có thể viết trực tiếp phương trình từ mạch, chọn $\varphi_c = 0$, biến đổi nhánh 3 để có sơ đồ hình 2.25.



Hình 2.25.

$$\begin{aligned} & \left(g_1 + \frac{1}{L_2} \int dt + g_3 + \frac{1}{L_{td3}} \int dt + C_4 \frac{d}{dt} \right) \cdot \varphi_a - \left(g_3 + \frac{1}{L_{td3}} \int dt + C_4 \frac{d}{dt} \right) \cdot \varphi_b = g_1 \cdot e_1 \\ & - \left(g_3 + \frac{1}{L_{td3}} \int dt + C_4 \frac{d}{dt} \right) \cdot \varphi_a + \left(g_3 + \frac{1}{L_{td3}} \int dt + C_4 \frac{d}{dt} + C_5 \frac{d}{dt} \right) \cdot \varphi_b = J_5. \end{aligned}$$

Ở đây: L_{td3} là điện cảm tương đương nhánh 3 hoặc coi là đã cho trước.

2.9. BIẾN ÁP CÂY – PHƯƠNG TRÌNH VẾT CẮT

2.9.1. Biến áp cây

Trong mạch điện graf nếu áp trên cây đã chọn đã biết thì có thể xác định được mọi áp nhánh theo:

$$[U_{Nh}] = [Q^T] \cdot [u_c] \quad ; \quad (2.84)$$

Như vậy nếu chọn biến là số áp nhánh của cây thì có thể tìm được mọi áp nhánh và sau đó theo (1–90) tìm được các dòng nhánh.

$$[i_{Nh}] = [Y_{Nh}] \{ [u_{Nh}] + [e_{Nh}] \} - [J_{Nh}] \quad (2.85)$$

Vấn đề là hãy lập phương trình để tìm áp cây như thế nào.

2.9.2. Phương trình vết cắt

Với graf đã cho, chọn ra 1 cây và lập ma trận cắt cho nó. Ví dụ với graf hình 2.7a,b ta có cây C (2, 6, 5) và $[Q]$.

$$[Q] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ta có: } [Q] \cdot [i_{Nh}] = 0 \quad (2.86)$$

Thế (2.85) vào (2.86):

$$[Q][Y_{Nh}] \{ [u_{Nh}] + [e_{Nh}] \} - [Q] \cdot [J_{Nh}] = 0 \quad (2.87)$$

Thế (2.84) vào (2.87):

$$[Q][Y_{Nh}][Q^T][u_c] = [Q][J_{Nh}] - [Q][Y_{Nh}][e_{Nh}] \quad (2.88)$$

$$\text{Đặt: } [Q][Y_{Nh}][Q^T] = [Y^Q] \quad (2.89)$$

Gọi $[Y^Q]$ là ma trận dẫn nạp vết cắt.

$$\text{Đặt: } [Q]\{[J_{Nh}] - [Y_{Nh}][e_{Nh}]\} = [J^c] \quad (2.90)$$

Gọi $[J^c]$ là ma trận nguồn dòng của cây.

$$\text{Vậy (2.88) là: } [Y^Q][U_c] = [J^c] \quad (2.91)$$

Phương trình (2.91) là phương trình vết cắt graf với cây đã chọn.

Đặc điểm của $[Y^Q]$ là:

- Các thành phần Y_{jj}^Q là dẫn nạp riêng của vết cắt j (tổng các dẫn nạp tham gia vào vết cắt j , dấu (+) khi dẫn nạp cùng chiều với vết cắt, và (–) khi ngược lại).
- Các thành phần Y_{jk}^Q là dẫn nạp chung giữa 2 vết cắt j và k .
- Ở mạch tuyến tính, tương hỗ ma trận dẫn nạp vết cắt $[Y^Q]$ là vuông và đối xứng qua đường chéo chính, với hàng = cột = $C = N - 1$.

2.9.3. Quan hệ giữa $[Q]$ và $[A]$

Trong một graf nếu chọn thích hợp cây và các vết cắt thì ma trận cấu trúc $[A]$ và tập cắt $[Q]$ là trùng nhau. Như vậy mọi phương diện tính toán theo ma trận cấu trúc $[A]$ đều có thể áp dụng cho ma trận tập cắt $[Q]$.

Với sự tương tự của 2 phương pháp thế đỉnh và tập cắt do $[A]$ và $[Q]$ tương ứng, ta sẽ không đi sâu vào phương pháp tập cắt nữa và thừa nhận các ứng dụng của nó như ở phương pháp thế đỉnh. Tuy vậy các ưu điểm của phương pháp tập cắt là tổng quát hơn thế đỉnh và rõ ràng cho cây với các áp dòng cây bù cây, hơn nữa số phương trình thông thường là giống nhau (bằng $C = N - 1$), nhưng không cần chọn điểm mốc $\varphi = 0$.

2.10. TỔNG QUÁT VỀ CÁCH GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CỦA MẠCH

Nghiên cứu cách lập hệ phương trình tổng quát của mạch điện trong mục trước thấy rằng, ta sẽ gặp một hệ phương trình vi phân cấp hai. Việc giải hệ phương trình có thể được thực hiện một cách hoàn chỉnh và tổng quát trong trường hợp nó là tuyến tính và có hệ số hằng, (các thông số r, L, C, M là hằng số).

Phương pháp trực tiếp để giải hệ phương trình vi phân này là phương pháp tích phân kinh điển. Theo phương pháp này, để tìm nghiệm tổng quát của hệ phương trình vi phân tuyến tính, ta tìm nghiệm tổng quát của hệ phương trình thuần nhất (có vế phải bằng không) tương ứng, sau đó cộng thêm một nghiệm riêng của hệ phương trình không thuần nhất.

Hệ phương trình thuần nhất của mạch được lập nên từ hệ phương trình tổng quát bằng cách triệt tiêu tất cả các nguồn tác động (sức điện động và dòng điện nguồn) trong mạch.

Như vậy, hệ phương trình thuần nhất chẳng qua chỉ là đặc trưng cho mạch trong một chế độ làm việc đặc biệt, khi không có bất kỳ nguồn tác động nào. Người ta bảo lúc

đó mạch làm việc ở chế độ tự do và do đó nghiệm tổng quát của hệ phương trình thuần nhất cũng gọi là nghiệm tự do của mạch.

Nghiệm riêng của hệ phương trình không thuần nhất rõ ràng phải phụ thuộc vào các nguồn tác động, do đó nó còn được gọi là nghiệm cưỡng bức của mạch.

Việc áp dụng các luật đóng ngắt sẽ cho phép giải hoàn toàn bài toán phân tích các mạch tuyến tính bằng phương pháp tích phân kinh điển, đồng thời cho phép xây dựng các phương pháp khác gọn hơn nhiều.

Bây giờ hãy xét qua về tính chất của các nghiệm của phương trình mạch. Nghiệm tự do đặc trưng cho tính chất riêng và tính chất ban đầu của mạch (tình trạng xảy ra ở các thời điểm xảy ra đột biến). Nó chỉ phụ thuộc tính chất của nguồn tác động ở mức độ các nguồn này ảnh hưởng đến tình trạng ban đầu của mạch. Trong nhiều trường hợp nghiệm tự do có tính chất dao động chung quanh một giá trị cố định bằng hay khác không, lúc đó nó còn được gọi là dao động riêng hay dao động tự do của mạch.

Dao động tự do của mạch có thể tăng dần hay tắt dần cùng với thời gian. Trong trường hợp thứ nhất, mạch gọi là không ổn định tĩnh hay tự kích và trong trường hợp thứ hai, gọi là ổn định tĩnh.

Đối với các mạch ổn định tĩnh, thời gian tồn tại của dao động tự do gọi là thời gian tắt của dao động tự do. Trong một số trường hợp, thời gian tắt còn được gọi là thời gian quá độ của mạch vì qua khoảng thời gian này trong mạch chỉ tồn tại dao động đặc trưng bởi nghiệm cưỡng bức. Qua thời gian quá độ, mạch gọi là chuyển sang chế độ xác lập.

Nghiệm cưỡng bức đặc trưng cho quan hệ giữa mạch với các nguồn tác động lên nó và xác định tình trạng trong mạch ở chế độ xác lập.

2.11. PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN BẰNG PHÉP TOÁN TỬ

2.11.1. Biến đổi toán tử Laplace

Lý thuyết toán tử Laplace – Furiê cho ta công cụ đơn giản dùng trong kỹ thuật điện để giải tìm nghiệm cũng như xét tính chất, đánh dấu nghiệm các phương trình hệ số bằng đạo hàm thường và đạo hàm riêng.

Tinh thần của lý thuyết là đóng đôi phân bố thời gian hàm $\varphi(t)$ gọi là gốc, với một hàm biến phức $F(p)$, gọi là ảnh, sao cho phép đạo hàm riêng theo thời gian $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$ sẽ đóng đôi với tích $p F(p)$. Do đó hệ phương trình vi tích phân hệ số hằng đối với gốc $\varphi(t)$ sẽ đóng đôi với một hệ đại số tuyến tính đối với ảnh $F(p)$.

Nhờ có quan hệ đóng đôi ấy, có thể thông qua việc giải phương trình đại số tìm ảnh $F(p)$ để tìm được nghiệm gốc $\varphi(t)$; hoặc qua việc xét các tính chất về đại số của ảnh và nhất là của hàm truyền đạt có thể hiểu những tính chất, đánh dấu nghiệm phương trình vi tích phân. Mặt khác qua việc xét các hàm truyền đạt cũng có thể chỉ ra các điều chỉnh, tổng hợp hệ vi tích phân sao cho nghiệm của nó được những tính chất, đánh dấu cần thiết.

Mô tả quan hệ đóng đôi giữa các cặp đối tượng và công việc ở bảng dưới đây.

Lý thuyết có 2 công thức biến đổi sau:

$$F(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-pt} dt \quad (2.92)$$

Biểu thức (2.92) là biến đổi thuận toán tử.

Biến	Đối với gốc	Đối với ảnh
	$1(t) \cdot x(t) \leftrightarrow X(P)$	
Phương trình	Vi tích phân hệ số hằng $\phi(x, x', \dots t) = 0$	Đại số tuyến tính $\phi(X, PX, \dots F) = 0$
Bài toán	Tìm nghiệm $1(t) \cdot x(t) \leftrightarrow$ Tìm nghiệm $X(P)$	
	Xét tính chất nghiệm $x(t) \leftrightarrow$ Xét đặc điểm đại số ảnh $X(P)$	

Theo nó có: $f(t), x(t), y(t) \leftrightarrow F(P), X(P), Y(P)$

và ký hiệu: $L\{f(t)\} = F(p)$

Để tồn tại $F(p)$ trong (2.92) thì hàm $f(t) \cdot e^{-pt}$ trong tích phân phải thoả mãn một số điều kiện, để cuối cùng tích phân hội tụ.

Biến đổi ngược theo công thức sau:

$$1(t) \cdot f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p) \cdot e^{pt} \cdot dp \quad (2.93)$$

Công thức biến đổi ngược (2.93) có cận lấy tích phân theo đường thẳng có giá trị thực c từ $-j\infty$ đến $+j\infty$ của trục ảo. Giá trị c được chọn thích hợp về tích phân hội tụ, tính chất, giá trị c còn thể hiện đặc điểm của hệ thống.

Trong khi sử dụng lý thuyết biến đổi toán tử Laplace chúng ta thừa nhận mô hình vật lý hệ thống điện – điện tử thoả mãn 2 công thức biến đổi thuận và ngược.

Sử dụng 2 công thức trên có tương ứng 1 số cặp biến đổi thông dụng sau:

TT	Ảnh	Gốc
(1)	(2)	(3)
1	1	$\delta(t)$
2	$1/P$	$1(t)$
3	$1/P^2$	t
4	$1/P^n$	$t^{n-1} / (n-1)$
5	$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}
6	$\frac{1}{(p+a)^2}$	$t \cdot e^{-at}$
7	$\frac{P}{(p+a)^2}$	$(1-at) \cdot e^{-at}$
8	$\frac{1}{p(p+a)}$	$\frac{1}{a}(1-e^{-at})$

9	$\frac{1}{(p+a)(p+b)}$	$\frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$
10	$\frac{P}{(p+a)(p+b)}$	$\frac{1}{b-a}(be^{-bt} - ae^{-at})$
11	$\frac{1}{p(p+a)(p+b)}$	$\frac{1}{(a+b)} + \frac{1}{b-a} \left(\frac{e^{-bt}}{b} - \frac{e^{-at}}{a} \right)$
(1)	(2)	(3)
12	$\frac{p}{p^2 + a^2}$	$\cos at$
13	$\frac{a}{p^2 + a^2}$	$\sin at$
14	$\frac{p \cos b - a \sin b}{p^2 + a^2}$	$\cos (at + b)$
15	$\frac{p \sin b + a \cos b}{p^2 + a^2}$	$\sin (at + b)$
16	$\frac{p}{p^2 - a^2}$	shat
17	$\frac{a}{p^2 - a^2}$	shat
18	$\frac{(p+a)}{(p+a)^2 + b^2}$	$e^{-at} \cos bt$
19	$\frac{b}{(p+a)^2 + b^2}$	$e^{-at} \sin bt$
20	$\frac{(p+a) \sin c + b \cos c}{(p+a)^2 + b^2}$	$e^{-at} \sin (bt + c)$
21	$\frac{2}{p(p^2 + 4)}$	$\sin^2 t$
22	$\frac{p^2 + 2}{p(p^2 + 4)}$	$\cos^2 t$
23	$\frac{1}{\sqrt{p}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$

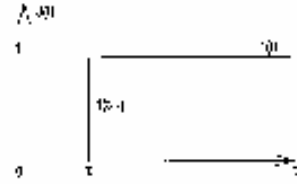
2.11.2. Hàm đơn vị $1(t)$ và hàm xung $\delta(t)$ – dirac

a) Hàm $1(t)$:

Trên hình 2.26 diễn tả hàm đơn vị $1(t)$:

$$1(t) = \frac{t+|t|}{2t} \quad \text{hay} \quad 1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

Với hàm đơn vị có trễ: $1(t-\tau) = \begin{cases} 0 & t < \tau \\ 1 & t \geq \tau \end{cases}$



Hình 2.26.

Hàm đơn vị $1(t)$ và $1(t-\tau)$ để diễn tả các nguồn một chiều.

Ví dụ: $E_o = 100V$ diễn tả $1(t)$ $E_o = 1(t) \cdot 100$. Nếu sau khoảng $\tau = 2$ séc mới xuất hiện E_o thì có:

$$1(t-\tau) E_o = 1(t-2) \cdot E_o.$$

b) Hàm xung $\delta(t)$

Trên hình 2.27 có các hình chữ nhật có chiều cao h và độ rộng τ sao cho diện tích $S = h \cdot \tau =$ hằng số.

Nếu chiều cao h tăng đến vô cùng thì độ rộng τ phải tiến tới zêrô (0).

Khi đó hàm có tên là xung dirac, ký hiệu $\delta(t)$.

Với tính chất:

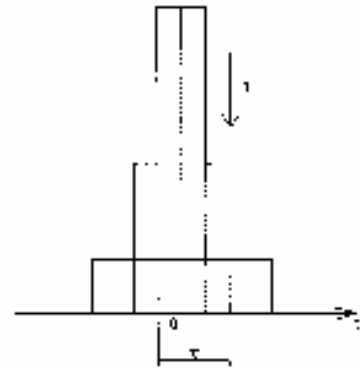
$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases},$$

để sao cho $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1(t)$ hay: $\delta(t) = \frac{d}{dt} \cdot 1(t)$.

Với xung trễ có $\delta(t-\tau)$ để: $\delta(t-\tau) = \begin{cases} 0 & t \neq \tau \\ \infty & t = \tau \end{cases}$

Hàm xung $\delta(t)$, $\delta(t-\tau)$ để diễn tả các giá trị của hàm $f(t)$ tại các giá trị t_k .

$$f(t = t_k) = f(t_k) = \delta(t - t_k) f(t).$$



Hình 2.27.

2.11.3. Một số tính chất của biến đổi Laplace

Với $f(t)$, $F(p)$:

a) Tính tuyến tính: $\Sigma a_K f_K(t) \leftrightarrow \Sigma a_K F_K(p)$ (2.94)

b) Tính chậm trễ: $l(t-\tau) f(t-\tau) \leftrightarrow e^{-p\tau} F(p)$ (2.95)

c) Tính đồng dạng: $1(t) \cdot f(at) \leftrightarrow \frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$ (2.96)

$$d) \text{ Tính xếp hàm gốc: } \int_{+0}^t f_1(\tau) \cdot f_2(t-\tau) d\tau \leftrightarrow F_1(p) \cdot F_2(p) \quad (2.97)$$

$$e) \text{ Đạo hàm ảnh: } \frac{d^n F(p)}{dp^n} \leftrightarrow 1(t) \cdot (-t)^n \cdot f(t) \quad (2.98)$$

$$f) \text{ Tích phân ảnh: } \int_0^\infty F(p) \cdot dp \leftrightarrow 1(t) \frac{f(t)}{t} \quad (2.99)$$

$$g) \text{ Các giới hạn: } \lim_{t \rightarrow 0} 1(t) \cdot f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p) \quad (2.100)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \cdot f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p) \quad (2.101)$$

$$h) \text{ Đạo hàm gốc: } 1(t) \cdot f(t) \leftrightarrow pF(p) - f(+0) \quad (2.102)$$

$$i) \text{ Tích phân gốc: } 1(t), f_t'' \leftrightarrow p^2 F(p) - pf(+0) - f'(0)$$

$$* \text{ Một lớp: } \int_{+0}^\infty f(t) \cdot dt \leftrightarrow \frac{F(p)}{p} + \frac{1}{p} \int_{-\infty}^0 f(t) \cdot dt \quad (2.104)$$

$$* \text{ Nhiều lớp: } \int \dots \int f(t) \cdot dt \leftrightarrow \frac{F(p)}{p^n} \quad (2.105)$$

$$m) \text{ Dịch biến ảnh: } F(p+a) \leftrightarrow e^{-at} \cdot f(t) \quad (2.106)$$

2.11.4. Công thức khai triển Hêvixai

Trong nhiều trường hợp khi giải các phương trình toán tử dưới dạng đại số, thường dẫn đến các nghiệm toán tử có dạng một phân thức hữu tỷ:

$$F(s) = \frac{H_1(s)}{H_2(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_m s^m} \quad (2.107)$$

Trong đó: $a_0, a_1, \dots, a_n; b_0, b_1, \dots, b_m$ là các hằng số.

Hãy giả thiết các tử thức và mẫu thức không có nghiệm chung, đồng thời bậc của tử thức nhỏ hơn bậc của mẫu thức: $n < m$. Chúng ta biết rằng luôn luôn có thể biến đổi để một phân thức hữu tỷ có thể thoả mãn những điều kiện trên. Đến đây có thể phân tích phân thức hữu tỷ $F(s)$ thành tổng những phân thức tối giản, từ đó dựa vào bảng các hàm gốc – ảnh cho ở trên và tính chất tuyến tính của phép biến đổi Laplace để tìm gốc của $F(s)$.

Để phân tích (2.107) thành tổng các phân thức tối giản, phải xét các trường hợp:

a) Khi $H_2(s)$ chỉ có các nghiệm đơn, nghĩa là khi có thể viết dưới dạng:

$$H_2(s) = b_m(s-s_1)(s-s_2) \dots (s-s_m) \quad (2.108)$$

Lúc đó có dạng khai triển của $F(s)$ như sau:

$$F(s) = \frac{A_1}{s-s_1} + \frac{A_2}{s-s_2} + \dots + \frac{A_m}{s-s_m} = \sum_{k=1}^m \frac{A_k}{s-s_k} \quad (2.109)$$

Để xác định các hệ số A_k hãy nhân cả hai vế của (2.109) với $(s-s_k)$ sau đó cho $s \rightarrow s_k$ sao cho các số hạng ở vế phải, trừ A_k đều triệt tiêu và như vậy viết được:

$$A_k = \lim_{s \rightarrow s_k} [F(s)(s-s_k)] = \lim_{s \rightarrow s_k} \left[\frac{H_1(s)}{H_2(s)} (s-s_k) \right] \quad (2.110)$$

Vì $H_2(s_k) = 0$, nên giới hạn bên vế phải có dạng vô định 0/0. Áp dụng quy tắc Lôpitan, tính được:

$$A_k = \lim_{s \rightarrow s_k} \left[\frac{H_1(s) + (s-s_k).H_1'(s)}{H_2'(s)} \right] = \frac{H_1(s_k)}{H_2'(s_k)} \quad (2.111)$$

Áp dụng dòng 10 trong bảng ảnh – gốc cho mỗi số hạng của $F(s)$ viết dưới dạng... với A_k xác định bởi (2.111) sẽ được hàm gốc của $F(s)$ như sau:

$$f(t) = \sum_{k=1} \frac{H_1(s_k)}{H_2'(s_k)} \exp(s_k t) \quad (2.112)$$

b) Khi $H_2(s)$ có nghiệm bội, ví dụ có một nghiệm s_L bội r , sao cho có thể viết:

$$H_2(s) = b_m(s-s_1)(s-s_k)(s-s_l)^r \quad (2.113)$$

Với: $k+r=m$.

Lúc đó có dạng triển khai của $F(s)$ như sau:

$$F(s) = \frac{A_1}{s-s_1} + \frac{A_2}{s-s_2} + \dots + \frac{A_k}{s-s_k} + \frac{A_{l0} + A_{l1}(s-s_1) + \dots + A_{lr-1}(s-s_1)^{r-1}}{(s-s_l)^r} \quad (2.114)$$

Ở đây các hệ số từ A_l đến A_k cũng được xác định giống như (2.111) và hàm gốc của các phân thức tương ứng giống như (2.108). Điều cần phải xét ở đây là số hạng cuối cùng bên vế phải của (2.114) ứng với nghiệm bội s_1 .

Trước hết để tính A_{l0} , nhân cả hai vế của (2.114) với $(s-s_l)^r$ rồi cho $s \rightarrow s_1$ sẽ có:

$$A_{l0} = \lim_{s \rightarrow s_1} [F(s)(s-s_1)^r] = \left[\frac{H_1(s)}{H_2(s)} (s-s_1)^r \right] \quad (2.115)$$

Tiếp tục tính A_{l1} . Sau khi đã nhân cả hai vế của (2-114) với $(s-s_1)^r$ đạo hàm cả hai vế theo s , rồi cho $s \rightarrow s_1$ sẽ có:

$$\frac{d}{ds} [F(s)(s-s_1)^r]_{s=s_1} = A_{l1} \quad (2.116)$$

Lý luận tương tự, lần lượt sẽ có:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d^2}{ds^2} [F(s)(s-s_1)^r]_{s=s_1} = A_{l2} \quad (2.117)$$

.....

$$\frac{1}{(r-1)!} \cdot \frac{d^{r-1}}{ds^{r-1}} [F(s)(s-s_1)^r]_{s=s_1} = A_{lr-1} \quad (2.118)$$

Sau khi đã xác định được các hệ số A_{li} ($i = 0, 1, \dots, r-1$), hãy tìm gốc của mỗi số hạng tương ứng với hệ số đó. Số hạng có hệ số A_{li} là: $\frac{A_{li}}{(s-s_{li})^{r-i}}$. Hàm gốc ứng với nó, theo dòng 5, bảng ảnh – gốc ở trên trong đó $f(t) = t^{li}$, và dòng 10 sẽ là:

$$f_{li}(t) = \frac{A_{li} \cdot t^{r-i-l}}{(r-i-1)!} \exp(s_1 t)$$

Sao cho cuối cùng có hàm gốc của $F(s)$ như sau:

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{j=1}^k \frac{H_1(s_j)}{H_2(s_j)} \cdot \exp(s_j t) + \left[\frac{A_{l0}}{(r-1)!} t^{r-1} + \frac{A_{l1}}{(r-2)!} t^{r-2} + \dots + \frac{A_{lr-1}}{0!} \exp(s_l t) \right] = \\ &= \sum_{j=1}^k \frac{H_1(s)}{H'_2(s_j)} \cdot \exp(s_e t) + \sum_{i=0}^{r-1} \frac{A_{li} \cdot t^{r-i-l}}{(r-1-i)!} \cdot \exp(s_l t) \end{aligned}$$

Với các A_{li} xác định trong (2.115) ... (2.118).

c) Cuối cùng xét trường hợp trong các nghiệm của $H_2(s)$ có một nghiệm phức s_k . Nếu s_k là nghiệm đơn thì kèm theo nó có một nghiệm phức liên hiệp s_k^* . Lúc đó, trong (2-109) ứng với các nghiệm s_k và s_k^* có:

$$\frac{H_1(s_k^*)}{H'_2(s_k^*)} = \frac{H_1^*(s_k)}{H'^*(s_k)} \quad (2.119)$$

Sao cho ứng với chúng có hàm gốc:

$$\begin{aligned} \frac{H_1(s_k) \exp(s_k t)}{H'_2(s_k)} + \frac{H_1^*(s_k) \exp(s_k^* t)}{H'^*(s_k)} &= 2 \operatorname{Re} \left[\frac{H_1(s_k) \exp(s_k t)}{H'_2(s_k)} \right] = \\ &= 2 |A_k| \exp(\sigma_k t) \cos(\omega_k t + \alpha_k) \end{aligned} \quad (2.120)$$

Trong đó đặt: $\frac{H_1(s_k)}{H'_2(s_k)} = A_k = |A_k| \exp(j\alpha_k)$ (2.121)

$$s_k = \sigma_k + j\omega_k \quad (2.122)$$

Ví dụ 1: Hãy tìm gốc của ảnh dòng điện:

$$I(p) = (p+2) / p(p+3)^2$$

Giải:

Mẫu thức: $F_2(p) = p(p+3)^2$ có $p_1 = 0$ và nghiệm kép $p_2 = -3$. Vậy theo công thức khai triển có nghiệm kép:

$$i(t) = \frac{F_1(0)}{F'_2(0)} + (A_{21} + tA_{22})e^{-3t}$$

Trong đó: $F_1(0) = 2$; $F'_2(p) = (p+3)^2 + 2p(p+3)$; $F_2(0) = 9$.

$$A_{22} = \left[\frac{F_1(p)}{F_2(p)} (P+3)^2 \right]_{p=-3} = \frac{p+2}{p} \Big|_{p=-3} = \frac{1}{3}$$

$$A_{21} = \frac{d}{dp} \left[\frac{F_1(p)}{F_2(p)} (P+3)^2 \right]_{p=-3} = \frac{d}{dp} \cdot \frac{p+2}{p} \Big|_{p=-3} = -\frac{2}{9}$$

$$\text{Vậy: } i(t) = \frac{2}{9} + \left(\frac{1}{3}t - \frac{2}{9} \right) \cdot e^{-3t} = \frac{1}{9} [2 + (3t - 2)] \cdot e^{-3t}$$

Ví dụ 2: Tìm gốc ảnh: $X(p) = (4p + 3) / (p^2 + 6p + 34)$

Giải:

Tìm nghiệm $F_2(p) = 0$ có:

$$P_{1,2} = -3 \pm j5$$

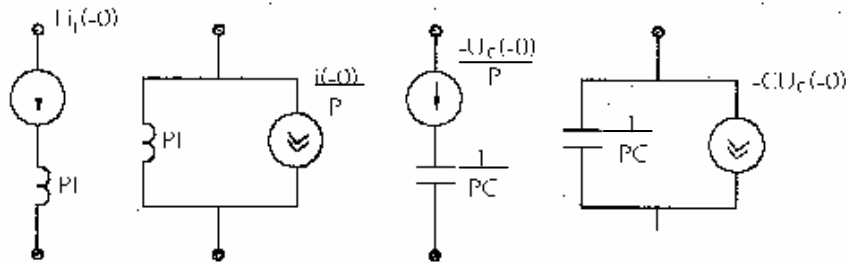
$$F_1(P_1) = 4(-3 + j5) + 3 = -9 + j20$$

$$F_2'(P_1) = 2(-3 + j5) + 6 = j10$$

$$\text{Vậy gốc: } x(t) = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{-9 + j20}{j10} \cdot e^{(-3+j5)t} \right] = 4,3 \cdot e^{-3t} \cdot \cos(5t + 21^\circ 50')$$

2.11.5. Toán tử hoá sơ đồ mạch điện

Để lập nhanh các phương trình đại số đối với biến ảnh p trên mạch điện, người ta thay thế sơ đồ dạng biến thời gian của sang dạng toán tử. Trên hình 2.28 là các sơ đồ toán tử của các phần tử R , L và C .



Hình 2.28. Toán tử hoá các phần tử.

a) Cuộn L ;

b) Tụ C .

$$\text{Trên điện trở: } U(p) = rI(p); \quad (2.123)$$

$$\text{Trên cuộn cảm: } U(p) = pLI(p) - L \cdot i_L(0); \quad (2.124)$$

$$\text{hay: } I(p) = \frac{i_L(-0)}{p} + \frac{U(p)}{pL}; \quad (2.125)$$

$$\text{Trên tụ điện: } U_C(p) = \frac{u_c(-0)}{p} + \frac{I_c(p)}{pC}; \quad (2.126)$$

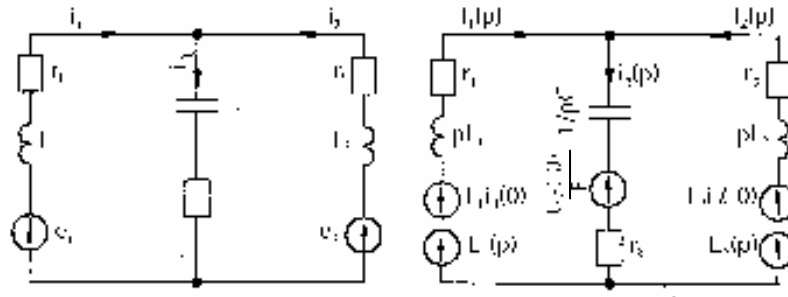
$$\text{hay: } I(p) = pCU_C(p) - Cu - 0); \quad (2.127)$$

Với bài toán hồ cảm được coi là 2 phần tử thuần cảm và áp dụng thêm hồ cảm pM. Khi sơ kiện Zêrô các sơ đồ thay thế đơn giản và giống hệt sơ đồ dạng thời gian với các thay thế.

$$r \rightarrow r; L \rightarrow pL; C \rightarrow 1/Cp; \quad (2.128)$$

Các luật Ôm và Kiêchoof trên sơ đồ toán tử tương tự các biểu thức và quan hệ như trong sơ đồ dạng thời gian. Nói khác đi có thể coi sơ đồ toán tử và các luật Ôm, Kiêchoof như sơ đồ phức hoá mạch điện, nhưng $j\omega$ thay bằng p và có thêm các nguồn $u_c(0); i_L(0)$.

Ví dụ: Cho mạch điện hình 2.29, hãy sơ đồ toán tử cho mạch.



Hình 2.29.

Lập phương trình dòng điện nhánh:

$$I_1(p) + I_2(p) - I_3(p) = 0$$

$$(r_1 + pL_1).I_1(p) + \frac{1}{pc} I_3(p) = E_1(p) + L_1.i_1(0) - \frac{1}{p} u_c(0)$$

$$(r_2 + pL_2).I_2(p) + \frac{1}{pc} I_3(p) + r_3 I_3(p) = E_2(p) + L_2.i_2(0) - \frac{1}{p} u_c(0)$$

Từ đó có thể giải ra các dòng điện, ví dụ $i_3(p)$:

$$I_3(p) = \frac{Z_2(p)}{\Delta(p)} E_1(p) + \frac{Z_1(p)}{\Delta(p)} E_2(p) + \frac{Z_2(p)}{\Delta P} L_1 i_1(0) + \frac{Z_1(p)}{\Delta P} L_2 i_2(0) - \frac{Z_1(p) + Z_2(p)}{\Delta P} \cdot \frac{u_c(0)}{p}$$

Trong đó: $Z_1(p) = r_1 + pL_1$;

$$Z_2(p) = r_2 + pL_2 ;$$

$$Z_3 = \frac{1}{pc} + r_3$$

$$\Delta(p) = Z_1(p) \cdot Z_2(p) + Z_2(p) \cdot Z_3(p) + Z_3(p) \cdot Z_1(p).$$

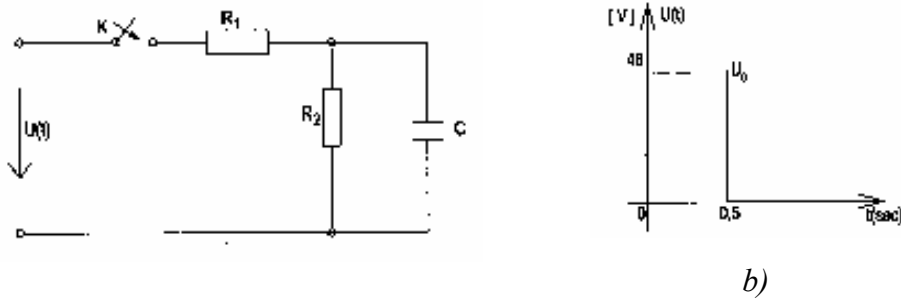
2.11.6. Trình tự phân tích mạch bằng phương pháp toán tử

a) Lập sơ đồ toán tử cho mạch điện

b) Lập phương trình theo các phương pháp đã biết: dòng nhánh, dòng vòng thế đỉnh... hay các nguyên lý tương hỗ xếp chồng... để xác định được nghiệm toán tử của đáp ứng cần tìm $u(p)$, $I(p)$...

c) Từ ảnh đáp ứng $u(p)$, $I(p)$ có thể tra bảng, khai triển Hêvixac tìm $u(t)$, $i(t)$ tương ứng.

Ví dụ 1: Cho mạch điện có $R_1 = 30\Omega$, $R_2 = 60\Omega$, $C = 100\mu F$ hình 2.30a. Điện áp nguồn $u(t)$ có dạng chữ nhật trên hình 2.30b.



Hình 2.30.

Tìm điện áp quá độ trên tụ $u_c(t)$ thời gian:

a) Từ $(0 \div 0,5)$ giây.

b) Từ $(0,5 \div \infty)$ giây.

Giải:

Lập sơ đồ toán tử có hình 2.31a với $u_c(-0) = 0$, và nguồn:

$$u(p) = \frac{48}{p} - \frac{48}{p} e^{-0,5p}$$

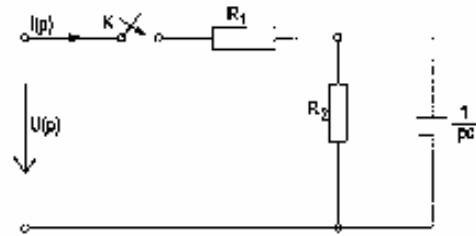
Hình 2.31.

$$\begin{aligned} \text{Do: } u(t) &= 1(t) \cdot u_0 - 1(t - \tau)u_0 \\ &= 1(t) 48 - 1(t - 0,5) 48. \end{aligned}$$

Dòng $I(p)$:

$$I(p) = \frac{u(p)}{Z_v(p)} = \frac{u(p)}{R_1 + \frac{R_2 \frac{1}{pc}}{R_2 + \frac{1}{pc}}} = \frac{u(p)}{R_1 + \frac{R_2}{1 + pR_2c}}$$

$$I(p) = u(p) \cdot \frac{(1 + pR_2c)}{(R_1 + R_2) + pR_1R_2c}$$



$$u_c(p) = I(p) \cdot \frac{R_2}{1 + pR_2c} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2) + pR_1R_2c} u(p)$$

a) Trong thời gian nhỏ hơn $\tau = 0,5$ séc thì $u(p) = 48/P$.

$$u_c(p) = \frac{R_2}{(R_1 + R_2) + pR_1R_2c} \cdot \frac{48}{P} = \frac{2880}{P(90 + 0,18P)}$$

Phân tích $u(p)$ thành $u_c(t)$.

$$F_1(p) = 2880.$$

$$F_2(p) = p(90 + 0,18p) = 0 \text{ có nghiệm } p_1 = 0, p_2 = -500.$$

$$F_2'(p) = 0,36p + 90.$$

$$F_2'(0) = 90 ; F_2'(-500) = -90.$$

$$u_c(t) = \frac{F_1(0)}{F_2'(0)} e^{0t} + \frac{F_1(-500)}{F_2'(-500)} e^{-500t}$$

$$u_c(t) = \frac{2880}{90} + \frac{2880}{-90} e^{-500t} = 32 - 32e^{-500t}$$

$$u_c(t) = 32 (1 - e^{-500t})$$

b) Trong khoảng thời gian từ $(0,5 \div \infty)$ séc ta có:

$$u(p) = \frac{48}{p} - \frac{48}{p} e^{-0,5p}$$

nên:
$$u_c(p) = \frac{2880}{(0,18p + p)} - \frac{2880}{(0,18p + 90)} e^{-0,5p}$$

Dựa vào tính trễ có $u_c(t)$:

$$u_c(t) = 32 (1 - e^{-500t}) \cdot 1(t) - 32 [1 - e^{-500(t-0,5)}] \cdot 1(t-0,5)$$

Khi $t > 0,5$ séc không cần xét trễ ta có:

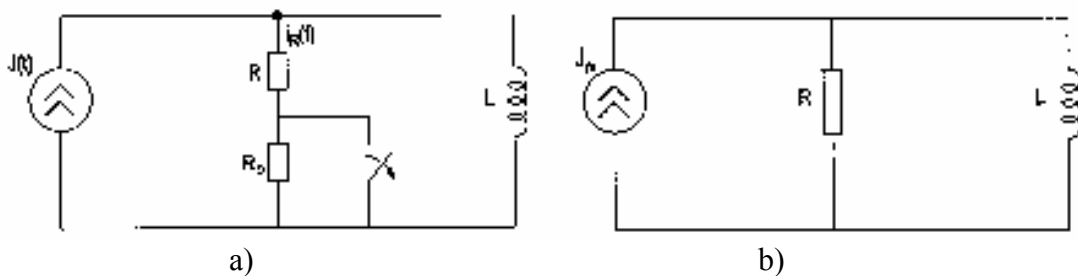
$$u_c(t) = 32 - 32e^{-500t} - 32 + 32e^{-500t} \cdot e^{250}$$

$$u_c(t) = 32 e^{-500t} (e^{250} - 1).$$

Tại $t = 0,5$ séc có: $u_c(0,5) = 32 (1 - e^{-250})$.

Ví dụ 2: Cho mạch điện có nguồn dòng điện $J(t) = 10 \cos 10t$ (A) và $R = R_0 = 10\Omega$, $L = 1H$.

Trước khi khoá mở mạch là xác lập xác định dòng quá độ $i_R(t)$.



Hình 2.32.

Lý thuyết mạch điện

Giải:

Tìm điều kiện đầu theo hình 2.32b.

$$\dot{I}_{Lm} = \dot{J}_m \frac{R}{R + jX_L} = 10 \angle 0^\circ \cdot \frac{10}{10 + j10}$$

Với: $X_L = \omega L = 10\Omega$.

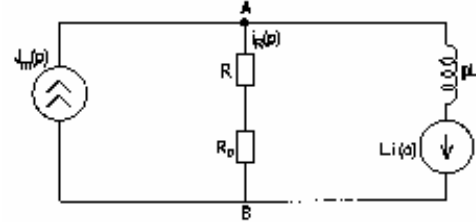
$$\dot{I}_{Lm} = \frac{10}{1 + j} = 5\sqrt{2} \angle -45^\circ$$

$$i_L(t) = 5\sqrt{2} \cos(10t - 45^\circ),$$

$t = 0$ thì: $i_L(0) = i_L(-0) = 5A$.

Sơ đồ toán tử ở hình 2.32c.

Với $J_m(p) = 10 \cdot \frac{P}{P^2 + 100}$



Hình 2.32c.

Điện áp trên 2 nút $u_{AB}(p)$:

$$u_{AB}(p) = \frac{-\frac{1}{PL} \cdot Li(0) + J_m(p)}{\frac{1}{R + R_o} + \frac{1}{PL}} = \frac{-\frac{1}{p} i_L(0) + \frac{10p}{p^2 + 100}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{p}}$$

$$u_{AB}(p) = \frac{-5(p^2 + 100) + 10p^2}{P(P^2 + 100)} \cdot \frac{20P}{p + 20} = \frac{(5p^2 - 500) \cdot 20}{(P^2 + 100)(P + 20)}$$

Dòng qua điện trở: $I_R(p)$.

$$I_R(p) = \frac{u_{AB}(p)}{R + R_o} = \frac{5p^2 - 500}{(p^2 + 100)(p + 20)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

Xác định $i_R(t)$ từ $I_R(p)$:

$$F_1(p) = 5p^2 - 500.$$

$$F_2(p) = (p^2 + 100)(p + 20) = 0 \text{ có } p_1 = -20; p_2 = \pm j10.$$

$$F_2'(p) = 3p^2 + 40p + 100$$

$$F_1(p_1) = F_1(-20) = 1500$$

$$F_2'(p_1) = F_2'(-20) = 500$$

$$F_1(p_2) = F_1(j10) = -1000$$

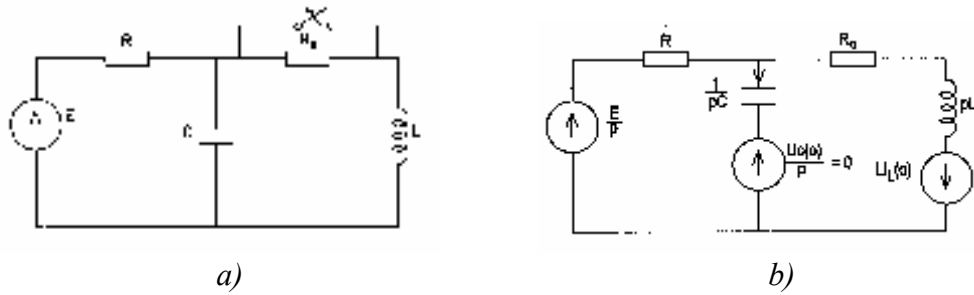
$$F_2'(p_2) = F_2'(j10) = -200 + j400$$

$$i_R(t) = \frac{F_1(-20)}{F_2'(-20)} \cdot e^{-20t} + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{F_1(+j10)}{F_2'(+j10)} e^{j10t} \right]$$

$$i_R(t) = \frac{1500}{500} \cdot e^{-20t} + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{-1000}{-200 + j400} e^{j10t} \right]$$

$$i_R(t) = 3e^{-20t} + 2\sqrt{5} \cos(10t + 63^\circ 30').$$

Ví dụ 3: Cho mạch hình 2.33a có: $R = R_o = 10\Omega$, $L = 100\text{mH}$, $C = 100\mu\text{F}$, nguồn 1 chiều $E = 100\text{V}$.



Hình 2.33.

Trước khi mở khoá K mạch là xác lập, tìm điện áp trên tụ $u_c(t)$ sau khi mở khoá K.

Giải:

Tìm các điều kiện đầu:

$$i_L(-0) = i_L(0) = \frac{E}{R} = \frac{100}{10} = 10\text{A}.$$

$$u_c(-0) = u_L(t < 0) = 0.$$

Sơ đồ toán tử trên hình 2-33b, với $u_c(0) = 0$ thì nhánh có tụ chỉ còn C.

Điện áp:
$$u_c(p) = \frac{\frac{E}{p} \cdot \frac{1}{R} - L i_L(0) \frac{1}{R_o + pL}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_o + pL}}$$

$$u_c(p) = \frac{[EL - L i_L(0)R]P + E R_o}{P[RLCP^2 + (RR_oC + L)P + R_o + R]} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

Thay số vào:

$$u_c(p) = \frac{1000}{P(10^{-4}p^2 + 11.10^{-2}P + 20)}$$

Tìm $u_c(t)$ bằng khai triển Hệ vi sai:

$$F_2(p) = 0 \text{ có nghiệm } P_1 = 0, P_2 = -230, P_3 = -870.$$

$$F_2'(p) = 3 \cdot 10^{-4} \cdot P^2 + 22 \cdot 10^{-2}P + 20$$

$$F_2'(p_1) = F_2'(0) = 20$$

$$F_2'(p_2) = F_2'(-230) = -14,73$$

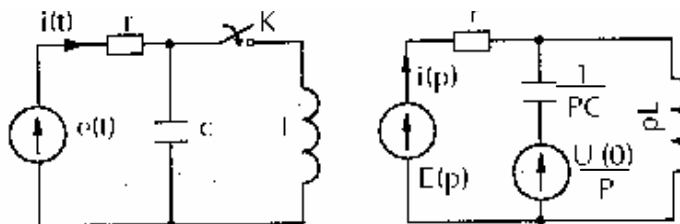
$$F_2'(p_3) = F_2'(-870) = 55,67$$

$$u_c(t) = \frac{F_1(0)}{F_2'(0)} e^{0t} + \frac{F_1(-230)}{F_2'(-230)} e^{-230t} + \frac{F_1(-870)}{F_2'(-870)} e^{-870t}$$

$$u_c(t) = 50 - 67,89 e^{-230t} + 17,9 \cdot e^{-870t}.$$

Ví dụ 4: Cho mạch điện hình 2.34, biết $e(t) = 180 \sin 314t$, $r = 20\Omega$, $30\mu F$, $L = 0,5H$.

$c =$



Hình 2.34.

Giải:

1. Thành lập sơ đồ toán tử

Sơ đồ toán tử có dạng vẽ trên hình 2.34. Trong đó tra bảng ảnh gốc có:

$$e(t) \leftrightarrow E(p) = 180 \cdot \frac{314}{p^2 + 314^2} = \frac{56,5 \cdot 10^3}{p^2 + 314^2}$$

Và $u_c(-0)$ là áp trên điện dung ở $t = -0$. Vì chế độ trước khi đóng dao D đã xác lập nên ta tính áp này bằng phương pháp số phức. Trước khi đóng dao ta có một mạch $r - C$ nối tiếp có tổng trở phức:

$$Z = r - \frac{j}{\omega C} = 20 - \frac{j}{314 \cdot 30 \cdot 10^{-6}} = 20 - j106 = 107,84 \angle -79^\circ 18' \Omega$$

Ảnh phức dòng và áp trên tụ bằng:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{E}_m}{Z} = \frac{180}{107,8 \angle -79^\circ 18'} = 1,67 \angle 79^\circ 18' A$$

$$\dot{U}_{Cm} = \dot{I}_m \left(\frac{-j}{\omega C} \right) = 1,67 \angle 79^\circ 18' \cdot (-j106) = 177 \angle -10^\circ 42' V$$

Áp tức thời trên điện dung thuộc chế độ cũ:

$$u_c(t) = 177 \sin (314t - 10^\circ 42') V$$

Cuối cùng: $u_c(-0) = 177 \sin (-10^\circ 42') = 32,8 V$.

2. Tính ảnh dòng điện $I_r(p)$

Trên sơ đồ toán tử hình 2.34 ta sẽ biến đổi tương đương hai nhánh bên phải để tìm dòng $I_r(p)$.

Tổng trở và s.d.đ tương đương của hai nhánh này:

$$Z_{LC}(p) = \frac{pL \frac{1}{pC}}{pL + \frac{1}{pC}} = \frac{pL}{p^2 LC + 1} ;$$

$$E_{LC}(p) = \frac{\frac{u_c(0)}{p} pC}{\frac{1}{Z_{LC}(p)}} = \frac{pL \cdot Cu_c(0)}{p^2 LC + 1}$$

Vậy ảnh $I_r(p)$ bằng:

$$I_r(p) = \frac{E(p) - E_{LC}(p)}{r + Z_{LC}(p)} = \frac{(p^2 LC + 1) \cdot E(p) - pLC u_c(0)}{r(p^2 LC + 1) + pL}$$

Thay số liệu cụ thể của hai bài tính vào ta có:

$$I_r(p) = \frac{(p^2 15 \cdot 10^{-6} + 1) \frac{56,5 \cdot 10^3}{p^2 + 314^2} - p 15 \cdot 10^{-6} (-32,8)}{20(p^2 15 \cdot 10^{-6} + 1) + 0,5p}$$

Rút gọn lại ta được:

$$I_r(p) = \frac{0,492p^3 + 847p^2 + 48,5 \cdot 10^3 p + 56,5 \cdot 10^6}{(p^2 + 314^2)(0,3p^2 + 500p + 20.000)}.$$

3. Tìm gốc $I_r(t)$

Ảnh dòng điện $I_r(p)$ có dạng: $I_r(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$, trong đó $F_2(p)$ có 4 nghiệm đơn:

hai nghiệm thực $p_1 = -1625$; $p_2 = -41,7$ và hai nghiệm phức liên hiệp $p_3 = j314$; $p_4 = -j314$. Vậy theo công thức khai triển, gốc sẽ có dạng:

$$i_r(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} e^{p_2 t} + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{F_1(p_3)}{F_2'(p_3)} e^{p_3 t} \right]$$

Trong đó:

$$F_1(p_1) = 0,492 (-1625)^2 + 847(-1625) + 48,5 \cdot 10^3 (-1625) + 56,5 \cdot 10^6 = 97 \cdot 10^6$$

$$F_1(p_2) = 0,492 (-41,7)^3 + 847(-41,7)^2 + 48,5 \cdot 10^3 (-41,7) + 56,5 \cdot 10^6 = 55,9 \cdot 10^6$$

$$F_1(p_3) = 0,492 (j314)^3 + 847(j314)^2 + 48,5 \cdot 10^3 (j314) + 56,5 \cdot 10^6 = -27,5 \cdot 10^6$$

$$F_2'(p) = (p^2 + 314)^2 (0,6p + 500) + 2p (0,3p^2 + 500 + 20.000)$$

$$F_2'(p_1) = [(-1625)^2 + 314^2] [0,6(-1625) + 500] = -1300 \cdot 10^6.$$

$$F_2'(p_2) = [(-41,7)^2 + 314^2] [0,6(-41,7) + 500] = 48 \cdot 10^6.$$

$$F_2'(p_3) = 2 \cdot j314 [0,3(j314)^2 + 500 \cdot j314 + 20.000] = -98,5 \cdot 10^6 \cdot \angle 3^\circ 30'.$$

Vậy [bỏ các thừa số 1(t)] ta được kết quả:

$$i_r(t) = \frac{97}{-1300} e^{-1625t} + \frac{55,9}{48} e^{-41,7t} + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{-27,5}{-98,5 \angle 3^\circ 30'} e^{j314t} \right]$$

$$i_r(t) = -0,08 e^{-1625t} + 1,16 e^{-41,7t} + 0,55 \cos(314t - 3^\circ 30') A.$$

2.12. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH

Ở các bài toán mạch có hệ số hằng và các đáp ứng dễ xác định được nghiệm xác lập $x_{x1}(t)$ thì phương pháp này rất có hiệu quả. Nội dung là đáp ứng quá độ $x(t)$ là xếp chồng của quá trình xác lập $x_{x1}(t)$ (nghiệm riêng phương trình mạch có kích thích với nghiệm tổng quát của hệ phương trình thuần nhất) với quá trình tự do $x_{td}(t)$.

$$x(t) = x_{x1}(t) + x_{td}(t); \quad (2.129)$$

+ Với $x_{x1}(t)$ là nghiệm của phương trình:

$$\varphi_1 [x_{x1}, x'_{x1}, \dots, f_k(t), t] = 0; \quad (2.130)$$

Trong đó: $f_k(t)$ là kích thích của hệ thống.

+ Với $x_{td}(t)$ là nghiệm của:

$$\varphi_2 [x_{td}, x'_{td}, \dots, t] = 0; \quad (2.131)$$

Do tính tuyến của hệ thống có thể ghép nghiệm quá độ $x(t)$ theo (2.129) ứng với hệ thống.

$$\varphi_2 [x, x', \dots, f_k(t)] = 0; \quad (2.132)$$

Phương trình tìm nghiệm $x_{x1}(t)$ (2.130) có thể tương đương với việc giải nghiệm hệ thống ở chế độ xác lập đã quen thuộc. Đó là hệ thống phương trình dòng nhánh, dòng vòng thể đỉnh, xếp chồng, tương hỗ, và cho kết quả $x_{x1}(t)$.

Nghiệm tự do thứ k của hệ thống luôn có dạng:

$$x_{td} k(t) = A_K e^{p_k t} \quad (2.133)$$

Với A_K là hằng số tích phân, còn p_k là nghiệm của định thức hệ thống hay phương trình đặc trưng:

$$\Delta(p) = 0; \quad (2.134)$$

Từ đó nghiệm tổng quát của (2.131) là:

$$x_{td} = \sum A_k \exp(p_k t); \quad (2.135)$$

và cuối cùng nghiệm quá độ:

$$x_{td} = x_{x1}(t) + \sum A_k \exp(p_k t); \quad (2.136)$$

2.12.1. Trình tự phương pháp tích phân kinh điển

a) Lập và giải phương trình xác lập hiện hành (sau khi có tác động của các cầu dao..., biến đổi mạch) để tìm $x_{x1}(t)$.

b) Lập và giải phương trình đặc trưng của hệ thống. Ở đây sẽ xác định các số mũ đặc trưng p_k và dạng nghiệm tự do.

c) Xác định điều kiện đầu $x(+0)$ theo các luật đóng mở và giá trị của quá trình cũ $x(-0)$ ở $t = -0$ cũng như hệ phương trình hiện hành.

d) Lập nghiệm quá độ tổng quát: $x(t) = x_{x1}(t) + \sum A_k e^{p_k t}$ và xác định các hằng số tích phân A_k dựa vào các điều kiện đầu ở $t = +0$.

2.12.2. Lập phương trình đặc trưng và nghiệm tự do

Vì phương trình đặc trưng cho các nghiệm tự do nên các nguồn trong hệ thống và sơ đồ phải được triệt tiêu. Các phép đạo hàm và tích phân theo thời gian được hình thức

bằng phép nhân với p và chia cho p nên ứng với các phân tử cuộn cảm và tụ điện sẽ được đại số sơ đồ hoá bằng $L \rightarrow pL$ và $C \rightarrow 1/pC$.

Biết rằng mọi đáp ứng tự do trong mọi sơ đồ đều có chung một bộ số mũ đặc trưng, nên có thể làm nó như sau đây: Xét dòng tự do thứ k là $i_{tdk}(t)$ ở nhánh k và toán tử trở vào $z_{kk}(p)$ của nó. Dễ thấy tích của chúng triệt tiêu vì đó là dạng phương trình trạng thái của hệ thống:

$$Z_{kk}(p) i_{tdk}(t) \equiv 0 ; \quad (2.137)$$

Với nghiệm tự do không triệt tiêu, suy ra phương trình đặc trưng phải triệt tiêu, hay toán tử trở vào triệt tiêu:

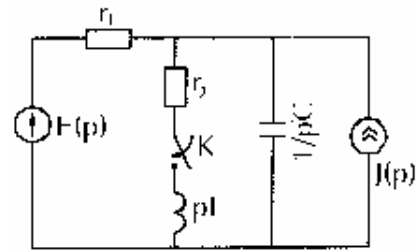
$$Z_{kk}(p) = 0 ; \quad (2.138)$$

Từ đó có qui tắc: Lấy một nhánh bất kỳ, viết tổng trở vào $Z_{kk}(p)$ và cho nó triệt tiêu, từ đó tìm được phương trình đặc trưng.

Ví dụ: Cho mạch điện hình 2.35. Tìm phương trình đặc trưng.

Giải:

Sau khi cho ngắn mạch nguồn sức điện động e và hở mạch nguồn dòng j, ta tìm trở kháng vào tại nhánh có cuộn cảm L.



Hình 2.35.

$$Z_{kk}(p) = r_2 + pL + \frac{r_1 \frac{1}{pC}}{r_1 + \frac{1}{pC}} ; \text{ cho } Z_{kk}(p) = 0 \text{ để tìm được dạng nghiệm}$$

tự do.

$$Z_{kk}(p) = r_2 + pL + \frac{\frac{r_1}{pC}}{r_1 + \frac{1}{pC}} = 0$$

$$r_2 + pL + \frac{r_1}{1 + pr_1C} = 0$$

$$(r_2 + pL)(1 + pr_1C) + r_1 = 0 ;$$

$$p^2 LCr_2 + p(L + r_1 r_2 C) + (r_1 + r_2) = 0 ;$$

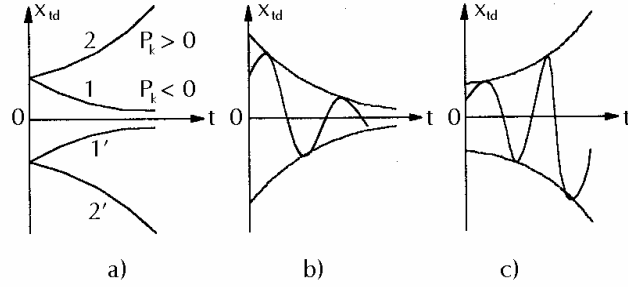
Nghiem tự do có dạng $x_{td}(t) = \sum_1^n A_k \exp(p_k t)$, trong đó mỗi số mũ p_k cho loại nghiệm riêng. Có 3 trường hợp sau:

a) Trường hợp p_k thực, có hình dáng ở hình 2.36a.

b) Trường hợp p_k là phức và liên hiệp p_k^* với $p_k = \alpha_k + j\omega_k$

$$x_{td}(t) = A_k \cdot e^{\alpha_k t} \cdot e^{j\omega_k t} = 2 \operatorname{Re} \left\{ A_k \cdot e^{p_k t} \right\} = 2 |A_k| \cdot e^{\alpha_k t} \cdot \cos(\omega_k t + \psi_k) ; \quad (2.139)$$

Dạng dao động của chúng vẽ trên hình 2.36b.



Hình 2.36.

c) Trường hợp p_k bội 2 lúc đó có nghiệm:

$$x_{id}(t) = A_{k1} \cdot e^{\alpha_k t} + t \cdot A_{k2} \cdot e^{\alpha_k t}, \text{ hình 2.36c.}$$

Xét thành phần thứ hai $t \cdot A_{k2} \cdot e^{\alpha_k t}$ để thấy nó tiến tới vô cùng khi $t \rightarrow \infty$, điều này không thực tế trong các bài toán vật lý và mạch điện.

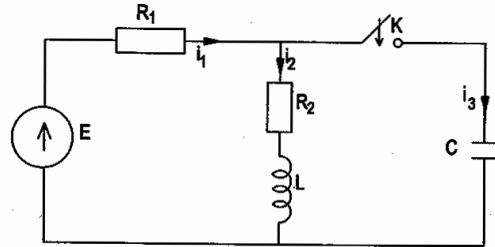
Có thể nhận xét chung là ở các bài toán thực tế nghiệm p_k luôn có thành phần thực α_k âm ($\alpha_k < 0$) để quá trình tự do phải tắt dần.

Ví dụ: Thành lập phương trình đặc trưng cho mạch hình 2.37.

Giải:

Ta có phương trình theo các luật Kiêchoof đối với các dòng điện tự do:

$$\left. \begin{aligned} i_{1td} - i_{2td} - i_{3td} &= 0 \\ r_1 i_{1td} + \frac{1}{C} \int i_{3td} dt &= 0 \\ r_1 i_{1td} + r_2 i_{2td} + L \frac{di_{2td}}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$



Hình 2.37.

Sau khi đại số hoá ta được:

$$\left. \begin{aligned} i_{1td} - i_{2td} - i_{3td} &= 0 \\ r_1 i_{1td} + \frac{1}{pC} i_{3td} &= 0 \\ r_1 i_{1td} + (r_2 + pL) i_{2td} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Ta được phương trình đặc trưng bằng cách cho triệt tiêu định thức hệ số của (b):

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ r_1 & 0 & \frac{1}{pC} \\ r_1 & r_2 + pL & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad ; \quad (c)$$

Khai triển định thức ta được một phương trình đặc trưng bậc hai:

$$p^2 (r_1 LC) + p(r_1 r_2 C + L) + (r_1 + r_2) = 0 \quad ; \quad (d)$$

Với hai nghiệm p_1, p_2 mỗi dòng hay áp tự do sẽ là tổng hai hàm mũ dạng:

$$x_{ktd} = A_{k1} \exp(p_1 t) + A_{k2} \exp(p_2 t).$$

Ví dụ: Dùng phương pháp tích phân kinh điển tích các dòng quá độ trong sơ đồ hình 2.37. Biết $r_1 = r_2 = 1\Omega$

$$E = 1V = \text{const}, L = 1H, C = 1F.$$

Giải:

1. Tính các dòng xác lập ở chế độ mới.

Với $E = \text{const}$, sau khi đóng mở, đến chế độ xác lập dòng sẽ chỉ chảy qua r_1, r_2, L và bằng:

$$i_{1xl} = i_{2xl} = \frac{E}{r_1 + r_2} = \frac{1}{1+1} = 0,5A$$

$$i_{3xl} = 0$$

2. Phương trình đặc trưng đã được lập trong ví dụ:

$$p^2 (r_1 LC) + p(r_1 r_2 C + L) + (r_1 + r_2) = 0$$

Thay số vào ta có:

$$p^2 + 2p + 2 = 0$$

Từ đó giải ra hai số mũ đặc trưng phức liên hiệp:

$$p_{12} = -1 \pm j.1.$$

Vậy các dòng tự do tổng quát có dạng:

$$i_{1td} = A_1 e^{-t} \sin(t + \alpha_1)$$

$$i_{2td} = A_2 e^{-t} \sin(t + \alpha_2)$$

$$i_{3td} = A_3 e^{-t} \sin(t + \alpha_3)$$

Nghiệm tổng quát có dạng:

$$i_1 = i_{1xl} + i_{1td} = 0,5 + A_1 \exp(-t) \sin(t + \alpha_1)$$

$$i_2 = i_{2xl} + i_{2td} = 0,5 + A_2 \exp(-t) \sin(t + \alpha_2)$$

$$i_3 = i_{3xl} + i_{3td} = A_3 \exp(-t) \sin(t + \alpha_3)$$

3. Điều kiện đầu và hằng số tích phân

Trong ví dụ trên đã có các điều kiện đầu $t = +0$:

$$\begin{aligned} i_1(0) &= 1 ; & i'_1(0) &= -0,5 ; \\ i_2(0) &= 0,5 ; & i'_2(0) &= -0,5 ; \\ i_3(0) &= 0,5 ; & i'_3(0) &= 0. \end{aligned}$$

Thay cặp điều kiện đầu $i_1(0)$; $i'_1(0)$ vào biểu thức $i_1(t)$ và $i'_1(t)$, ở $t = +0$ ta có:

$$i_1(0) = 1 = 0,5 + A_1 \sin \alpha_1$$

$$i'_1(0) = -0,5 = A_1(-\sin \alpha_1 + \cos \alpha_1)$$

Từ đó giải được:

$$A_1 = 0,5 ; \alpha_1 = \pi/2.$$

Vậy: $i_1(t) = 0,5 + 0,5 \exp(-t) \sin(t + \pi/2) A.$

Tương tự vậy với cặp sơ kiện $i_2(+0)$; $i'_2(+0)$ ta tìm được:

$$A_2 = -0,5 ; \alpha_2 = 0.$$

Vậy: $i_2(t) = 0,5 - 0,5 \exp(-t) \sin t . A.$

Cuối cùng với cặp sơ kiện $i_3(+0)$; $i'_3(+0)$ ta được:

$$A_3 = 0,707 ; \alpha_3 = \pi/4.$$

Vậy: $i_3(t) = 0,707 \exp(-t) \sin(t + 45^\circ) A.$

2.13. PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN BẰNG PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ

2.13.1. Phép biến đổi Furiê

Một ảnh Laplace $F(p)$ đã cho có một phân bố phức $F(j\omega)$ xác định ở trên trục ảo, đó là ảnh Furiê của gốc $1(t), f(t)$:

$$F(j\omega) = F(p) \Big|_{p \rightarrow j\omega} ; \quad (2.140)$$

Vì chỉ xét phân bố trên trục $j\omega$ nên ảnh phức Furiê sẽ đơn giản hơn ảnh Laplace trong việc khảo sát đại số và giải tích.

Trong bảng ảnh gốc $F(p) \leftrightarrow f(t)$, nếu thay $p = j\omega$ sẽ có các ảnh Furiê của các gốc.

Trong các bài toán các gốc $f(t)$ có số mũ tăng âm $s_0 < 0$ có thể áp dụng 2 công thức biến đổi thuận ngược Furiê sau:

$$F(j\omega) = \int_{-0}^{\infty} 1(t) \cdot f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt ; \quad (2.141)$$

$$1(t)f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega ; \quad (2.142)$$

Từ (2.142) xét điều hoà nguyên tố:

$$\frac{1}{2\pi} F(j\omega) \cdot d\omega \cdot e^{j\omega t} = dA(j\omega) \cdot e^{j\omega t} \quad (2.143)$$

Có biên độ vô cùng nhỏ $dA(j\omega) = \frac{1}{2\pi} F(j\omega) \cdot d\omega$ và tần số ω , và giải tần phủ từ $-\infty \rightarrow +\infty$.

Có thể coi rằng giá trị $F(j\omega)$ là mật độ của hàm $A(j\omega)$ thông qua nguyên tố $dA(j\omega)$, $d\omega$ hay:

$$F(j\omega) = 2\pi \frac{dA(j\omega)}{d\omega} ; \quad (2.144)$$

Lúc đó nguyên tố:

$$dA(j\omega) = \frac{1}{2\pi} F(j\omega) \cdot d\omega \quad (2.145)$$

Biểu diễn phổ tần $F(j\omega)$ có thể theo hai dạng:

$$F(j\omega) = F(\omega) \cdot e^{j\psi(\omega)} ; \quad (2.146)$$

$$F(j\omega) = F_1(\omega) + jF_2(\omega) ; \quad (2.147)$$

Trong đó: $F(\omega)$ – là môđun hay phổ biên độ.

$\psi(\omega)$ – là góc pha hay argumen.

$F_1(\omega)$ – là phổ tần thực và

$F_2(\omega)$ – là phổ tần ảo.

Với hàm $l(t)$, $f(t)$ bất kỳ, nói chung các hàm $F(\omega)$, $\psi(\omega)$, $F_1(\omega)$, $F_2(\omega)$ là các hàm liên tục của tần số hay chúng là phổ liên tục (phổ đặc).

Xét trường hợp đặc biệt, ở các hàm điều hoà có:

$$l(t) \cdot e^{\mp j\Omega t} \leftrightarrow \frac{1}{j\omega \pm j\Omega} ; \quad (2.148)$$

Thì trên trục ảo ở các tần số $\omega = \pm \Omega$ sẽ làm cho giá trị phổ $F(\omega)$ vô cùng lớn (hay di rặc). Trên trục tần số ở các giá trị $\omega = \pm \Omega$ sẽ có giá trị phổ vạch với biên độ hữu hạn ứng với:

$$A_k \cos(\omega_k t + \alpha_k) \dots ; \quad (2.149)$$

Tính chất của các phổ dễ tìm thấy:

– Phổ biên độ và phổ tần thực là hàm chẵn: – đối xứng qua trục tung

$$F(\omega) = F(-\omega), \quad F_1(\omega) = F_1(-\omega) ; \quad (2.150)$$

– Phổ pha và phổ tần ảo là hàm lẻ: – đối xứng qua gốc tọa độ.

$$\psi(\omega) = -\psi(-\omega), \quad F_2(\omega) = -F_2(-\omega) ; \quad (2.151)$$

Nhờ hai tính chất trên có được:

$$F(j\omega) = F^*(-j\omega) ; \quad (2.152)$$

Nghĩa là phổ tần $F(j\omega)$ sẽ trở thành liên hiệp khi đổi dấu tần số. Điều này phản ánh trong (2.142) một hàm phức $F(j\omega) e^{j\omega t}$, $d\omega$ trong cận đối xứng $(-\infty, \infty)$ mà cho giá trị hàm thực $l(t)$, $f(t)$ có nghĩa là ở tần số bằng và ngược dấu biểu thức dưới dấu tích phân liên hiệp với nhau.

2.13.2. Nội dung phương pháp phổ

Để giải các phương trình của mạch bằng phương pháp tần số, trước hết lấy biến đổi Fourier của cả hai vế, chú ý đến tính chất tuyến tính của phép biến đổi này. Như vậy sẽ có một hệ phương trình mới liên hệ các phổ của các tác động trên mạch (các nguồn kích thích) và đáp ứng của mạch (dòng điện nhánh, dòng điện vòng hay điện áp nút cần tìm). Do các tính chất của phổ, hệ phương trình mới sẽ là một hệ phương trình đại số của các phổ đáp ứng và như vậy việc giải chúng đơn giản hơn nhiều so với việc giải phương trình vi phân ban đầu. Một khi có các phổ của đáp ứng, việc tìm lại biểu thức thời gian được thực hiện bằng công thức biến đổi ngược Fourier hay các bảng phổ. Một điểm nữa cần chú ý khi chuyển hệ phương trình vi phân ban đầu theo thời gian sang hệ phương trình đại số của các phổ, là phải chú ý đến các điều kiện đầu qui định bởi các luật đóng ngắt đã nêu.

Trước hết hãy viết lại công thức tính phổ của các đạo hàm và tích phân và trình bày nó dưới dạng thích hợp với mục đích ở đây.

Phổ của đạo hàm cấp một: $S_1(j\omega)$:

$$S_1(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S'(t) \exp(-j\omega t) dt = j\omega S(j\omega) + s(t) \exp(-j\omega t) \Big|_{-\infty}^{\infty}; \quad (2.153)$$

Ở đây $S(j\omega)$ là phổ của hàm số $s(t)$, còn $S_{(1)}(j\omega)$ là phổ cho đạo hàm cấp một của $s(t)$:

$$s'(t) = \frac{ds}{dt}.$$

Trong lý thuyết tín hiệu đã giả thiết hàm số $s(t)$ thỏa mãn điều kiện:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = 0; \quad (2.154)$$

Ở đây chú ý, sẽ xét phản ứng của mạch kể từ khi đóng ngắt mạch, kể từ khi đóng hay ngắt mạch coi là gốc thời gian $t = 0$, do đó cận tích phân trong công thức biến đổi ngược Fourier chỉ cần lấy từ 0 đến ∞ , sao cho ngoài điều kiện (2.151) khi $t \rightarrow \infty$, còn phải chú ý đến điều kiện đầu ở $t = 0$. Như vậy, công thức (2.153) trở thành:

$$S_{(1)}(\omega) = j\omega S(j\omega) - s(0); \quad (2.155)$$

Cũng với nhận xét như vậy viết được phổ của tích phân $S_{(-1)}(j\omega)$:

$$S_{(-1)}(j\omega) = \frac{S(j\omega)}{j\omega} + \frac{1}{j\omega} \int_{-\infty}^0 s(t) dt; \quad (2.156)$$

Tích phân bên vế phải của (2.156) chính là điều kiện đầu của $\int s(t) dt = s(0)$ với (2.156) có:

$$S_1(j\omega) = \frac{S(j\omega)}{j\omega} + \frac{1}{j\omega} \cdot S(0); \quad (2.157)$$

Hai công thức (2.155) và (2.157) làm nền tảng để chuyển hệ các phương trình vi tích phân của mạch (dạng dòng điện nhánh, dòng điện vòng hay thế đỉnh) sang hệ phương trình đại số đối với phổ của các thông số điện áp, dòng điện, từ thông, điện tích. Tương ứng của các phổ:

$$\begin{aligned} i(t) &\leftrightarrow I(j\omega), \quad u(t) \leftrightarrow u(j\omega) ; \\ q(t) &\leftrightarrow q(j\omega), \quad \psi(t) \leftrightarrow \psi(j\omega) ; \end{aligned} \quad (2.158)$$

Do có các điều kiện đầu mà trên các phần tử phản kháng – điện cảm L, hồ cảm M và điện dung có phổ của dòng và áp:

$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{di_L(t)}{dt}, \quad \text{với } i_L(t) \leftrightarrow I_L(j\omega) \quad \text{thì:} \\ u_L(j\omega) &= j\omega L I_L(j\omega) - L \cdot i_L(0) ; \end{aligned} \quad (2.159a)$$

$$u_{Mj}(t) = M \frac{di_k}{dt} : u_{Mj}(j\omega) = j\omega \cdot M \cdot I_k(j\omega) - M i_k(0) ; \quad (2.159b)$$

$$u_c(t) = \frac{1}{C} \int i_c(t) dt \quad \text{thì: } u_c(j\omega) = \frac{I_c(j\omega)}{j\omega C} + \frac{1}{j\omega} u_c(0) ; \quad (2.160)$$

Xét sự giống nhau giữa phổ của điện áp trên cuộn cảm $u_L(j\omega)$ và áp trên tụ $u_c(j\omega)$ so với biểu diễn phức của chính nó (theo 1.52 và 1.53) như sau:

$$\dot{U}_L = j\omega L \cdot \dot{I}_L ; \quad (2.161)$$

$$\dot{U}_C = \frac{\dot{I}_C}{j\omega C} ; \quad (2.162)$$

Ta nhận thấy các điểm sau:

Về hình, ngoài các điều kiện đầu $i_L(0)$ và $u_c(0)$ thêm vào thì thành phần thứ nhất rất giống nhau mặc dù cách diễn tả có hơi khác nhau (phổ thì là hàm của $j\omega$, còn phức là ở 1 tần số đã cho).

Với thành phần thứ hai tham gia của các điều kiện đầu sẽ mang ý nghĩa của nghiệm tự do. Nếu ở bài toán các điều kiện đầu đều triệt tiêu $i_L(0) = 0, u_c(0) = 0$, nghĩa là không tồn tại nghiệm tự do thì nghiệm của hệ dĩ nhiên chỉ còn là nghiệm cưỡng bức và vẽ biểu thức, cách giải hoàn toàn tương tự như ở một tần số theo phương pháp số phức.

Mặc dù giống nhau như trên, song bản chất của phương pháp tần số khác hẳn phương pháp hình thức số phức.

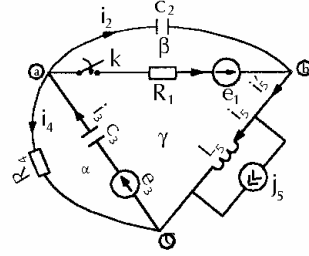
Và có thể coi rằng cách biểu diễn bằng số phức trong phân tích mạch điện là một trường hợp riêng của phương pháp tần số – phương pháp phổ. Ở phương pháp phổ, ngay cả các trở kháng, dẫn nạp cũng là hàm của tần số, nên phải biểu diễn đầy đủ quan hệ này.

$$Z(j\omega), Y(j\omega), Z_L(j\omega), Z_C(j\omega) \dots ; \quad (2.163)$$

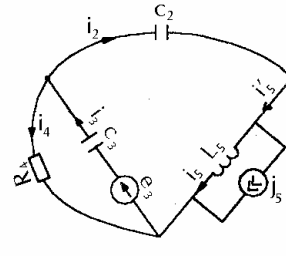
Với các phương trình dòng điện nhánh, dòng điện vòng, điện thế nút viết cho dạng thời gian ở trên ta có thể chuyển chúng sang phổ của chúng. Để thấy rằng do có đạo hàm và tích phân ở hệ phương trình dạng thời gian mà sang dạng phổ sẽ có thêm các nguồn dòng điện hoặc sức điện động ứng với các điều kiện đầu của dòng qua cuộn cảm $L i_L(0)$ và áp qua tụ $u(0) / j\omega$. Để nhận thấy các sơ đồ toán tử hoá trong biến đổi Furie – cũng là biến đổi sang phổ của chúng.

2.13.3. Các ví dụ và ứng dụng

Cho mạch điện hình 2.38 tại thời điểm $t = 0$, khoá K đóng. Hãy tính mọi dòng điện trong các nhánh bằng phương pháp tần số.



Hình 2.38.



Hình 2.39.

a) Giải mạch bằng phương pháp lập phương trình dòng điện nhánh

Để thấy rõ phương pháp tần số, ở đây ta giả thiết trước khi đóng khoá K, mạch có sơ đồ như hình 2.39.

Với mạch 2.38 sử dụng phương pháp số phức có thể tìm được:

$$i_5(-0), u_{c2}(-0), u_{c3}(-0).$$

Để xác định các điều kiện đầu ta sử dụng các luật đóng mở cho L và C.

$$i_5(0) = i_5(+0) = i_5(-0)$$

$$u_{c2}(0) = u_{c2}(+0) = u_{c2}(-0)$$

$$u_{c3}(0) = u_{c3}(+0) = u_{c3}(-0)$$

Các điều kiện đầu phụ thuộc khác, ví dụ: $i'_1(0)$, $i_1(0)$, $i'_2(0)$, $i_2(0)$, $i'_3(0)$, $i_3(0)$, $i'_4(0)$, $i_4(0)$ và $i'_5(0)$ tìm được bằng cách lập phương trình của mạch khi đã đóng mở hình 2.38 và đạo hàm nhiều lần chúng, sau đó thay $t = 0$ để tìm các điều kiện đầu tiên. Ở phần trên đã xét kỹ, vì thế ở đây coi rằng các điều kiện đầu tiên đã tìm được.

Sau đây là hệ phương trình dòng điện nhánh dạng thời gian:

$$i_1(t) + i_2(t) - i_3(t) + i_4(t) = 0,$$

$$i_5(t) - i_1(t) - i_2(t) - j_5(t) = 0,$$

$$R_4 i_4(t) + \frac{1}{C_3} \int i_3(t) dt = e_3,$$

$$R_1 i_1(t) + \frac{1}{C_2} \int i_2(t) dt = e_1,$$

$$R_1 i_1(t) + L_5 \frac{di_5(t)}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_3(t) dt = e_1 + e_3.$$

Chuyển hệ phương trình trên sang phổ của tần số:

$$I_1(j\omega) + I_2(j\omega) - I_3(j\omega) + I_4(j\omega) = 0 \quad (\text{nút a})$$

$$I_5(j\omega) - I_1(j\omega) - I_2(j\omega) - J_5(j\omega) = 0 \quad (\text{nút b})$$

$$R_4 I_4(j\omega) + I_3(j\omega) \frac{1}{j\omega c_3} + \frac{1}{j\omega} u_{c3}(0) = E_3(j\omega) \quad (\text{vòng } \alpha)$$

$$R_1 I_1(j\omega) - I_2(j\omega) \frac{1}{j\omega c_2} + \frac{1}{j\omega} u_{c2}(0) = E_1(j\omega) \quad (\text{vòng } \beta)$$

$$R_1 I_1(j\omega) + j\omega L_5 \cdot I_5(j\omega) - L_5 i_5(0) + I_3(j\omega) \frac{1}{j\omega c_3} + \frac{1}{j\omega} u_{c3}(0) = E_1(j\omega) + E_3(j\omega) \quad (\text{vòng } \gamma)$$

Chú ý: Phổ của $e_1(t)$ và $e_3(t)$ có thể xác định theo công thức biến đổi Furie thuận $E_1(j\omega)$, $E_3(j\omega)$ và theo bảng gốc – ảnh toán tử Laplace khi thay $p = j\omega$.

Giả thiết có:

$e_1(t) = E_1 \cos \omega_o t$, $e_3(t) = E_3 \cos (\omega_o t + \varphi_3)$ thì theo bảng gốc có phổ:

$$E_1(j\omega) = E_1 \frac{j\omega}{\omega_o^2 - \omega^2} ; \quad (2.164)$$

$$E_3(j\omega) = E_3 \frac{j\omega \cos \varphi_o - \omega_o \sin \varphi_3}{\omega_o^2 - \omega^2} ; \quad (2.165)$$

Nếu $J_5 = J_5 (\text{const})$ thì:

$$J_5(j\omega) = \frac{J_5}{j\omega} ; \quad (2.166)$$

Thường chuyển phương trình phổ theo dạng vế phải là dòng hoặc áp thụ động, còn vế phải là nguồn (gồm cả nguồn cưỡng bức và nguồn do điều kiện đầu sinh ra).

Hệ phương trình có dạng:

$$I_1(j\omega) + I_2(j\omega) - I_3(j\omega) + I_4(j\omega) = 0$$

$$I_5(j\omega) - I_1(j\omega) - I_2(j\omega) = \frac{J_5}{j\omega}$$

$$R_4 I_4(j\omega) + \frac{1}{j\omega c_3} I_3(j\omega) = -\frac{E_3}{\omega_o^2 - \omega^2} (\omega_o \sin \varphi_3 - j\omega \cos \varphi_3) - \frac{1}{j\omega} u_{c3}(0)$$

$$R_1 I_1(j\omega) - \frac{1}{j\omega c_2} I_2(j\omega) = j \frac{\omega E_1}{\omega_o^2 - \omega^2} + \frac{1}{j\omega} u_{c2}(0)$$

$$\begin{aligned} & R_1 I_1(j\omega) + j\omega L_5 I_5(j\omega) + \frac{1}{j\omega C_3} I_3(j\omega) \\ &= j \frac{\omega E_1}{\omega_o^2 - \omega^2} - \frac{E_3}{\omega_o^2 - \omega^2} (\omega_o \sin \varphi_3 - j\omega \cos \varphi_3) + L_5 I_5(0) - \frac{1}{j\omega} u_{c3}(0) \end{aligned}$$

b) Giải mạch bằng phương pháp dòng điện vòng

Chọn mạch có 3 dòng điện vòng là $i_4(t)$, $i_2(t)$ và $i_3(t)$ như vậy có thể coi rằng ta đã chọn cây graf C(1, 5). Lập phương trình dòng vòng:

Vòng i_4 :

$$\left(R_4 + L_5 \frac{d}{dt} + R_1 \right) \cdot i_4(t) - \left(R_1 + L_5 \frac{d}{dt} \right) \cdot i_3(t) + R_1 i_2(t) = -e_1(t) - L_5 \frac{d}{dt} J_5(t)$$

Vòng i_2 :

$$\left(R_1 + \frac{1}{c_2} \int dt \right) \cdot i_2(t) + R_1 i_4(t) - R_1 i_3(t) = -e_1(t)$$

Vòng i_3 :

$$\begin{aligned} & \left(R_1 + L_5 \frac{d}{dt} + \frac{1}{c_3} \int dt \right) \cdot i_3(t) - \left(R_1 + L_5 \frac{d}{dt} \right) \cdot i_4(t) - R_1 i_2(t) = \\ &= e_1(t) + e_3(t) + L_5 \frac{d}{dt} J_5(t) \end{aligned}$$

hay:

$$\begin{aligned} & R_4 i_4(t) + L_5 \frac{di_4(t)}{dt} + R_1 \cdot i_4(t) - R_1 i_3(t) - L_5 \frac{d}{dt} \cdot i_3(t) + R_1 i_2(t) = \\ &= -e_1(t) - L_5 \frac{d}{dt} J_5(t) \end{aligned}$$

$$R_1 i_2(t) + \frac{1}{c_2} \int i_2(t) dt + R_1 i_4(t) - R_1 i_3(t) = -e_1(t)$$

$$\begin{aligned} & R_1 i_3(t) + L_5 \frac{d}{dt} i_3(t) + \frac{1}{c_3} \int i_3(t) dt + R_1 i_4(t) - L_5 \frac{d}{dt} i_4(t) - R_1 i_2(t) = \\ &= e_1(t) + e_3(t) + L_5 \frac{d}{dt} J_5(t). \end{aligned}$$

Phổ hoá ta có hệ:

$$\begin{aligned} & (R_4 + R_1) I_4(j\omega) - R_1 \cdot I_3(j\omega) + R_1 I_2(j\omega) + j\omega L_5 I_4(j\omega) - j\omega L_5 I_3(j\omega) = \\ &= + L_5 \cdot i_4(0) + L_5 \cdot i_3(0) + j \frac{\omega E_1}{\omega_o^2 - \omega^2} - j\omega \cdot L_5 \cdot \frac{J_5}{j\omega} ; \end{aligned}$$

$$R_1 \cdot I_2(j\omega) + R_1 \cdot I_4(j\omega) - R_1 \cdot I_3(j\omega) + \frac{1}{j\omega c_2} \cdot I_2(j\omega) = -j \frac{\omega E_1}{\omega_o^2 - \omega^2} - \frac{1}{j\omega} u_{c2}(0) ;$$

$$\begin{aligned}
& R_1 I_3(j\omega) - R_1 I_4(j\omega) - R_1 I_2(j\omega) + j\omega L_5 I_3(j\omega) - \frac{1}{j\omega} I_3(j\omega) - j\omega L_5 I_4(j\omega) = \\
& = j \frac{\omega E_1}{\omega_0^2 - \omega^2} - \frac{E_3}{\omega_0^2 - \omega^2} (\omega_0 \sin \varphi_3 - j\omega \cos \varphi_3) + j\omega L_5 \frac{J_5}{j\omega} + L_5 i_3(0) \\
& - \frac{1}{j\omega} u_{c3}(0) - L_5 i_4(0)
\end{aligned}$$

c) Giải mạch bằng phương pháp thế đỉnh

Khi coi $\varphi_c = 0$, còn lại φ_a và φ_b có phương trình sau:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{R_4} + C_3 \frac{d}{dt} + \frac{1}{R_1} + C_2 \frac{d}{dt} \right) \varphi_a(t) - \left(\frac{1}{R_1} + C_2 \frac{d}{dt} \right) \varphi_b(t) = \frac{1}{3} \int e_3 dt - \frac{1}{R_1} e_1 \\
& - \left(\frac{1}{R_1} + C_2 \frac{d}{dt} \right) \varphi_a(t) + \left(\frac{1}{R_1} + C_2 \frac{d}{dt} + \frac{1}{L_5} \int dt \right) \varphi_b(t) = \frac{1}{R_1} e_1 - J_5(t)
\end{aligned}$$

Phổ hoá hệ phương trình trên:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + j\omega C_3 + j\omega C_2 \right) \varphi_a(j\omega) - \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_2 \right) \varphi_b(j\omega) = \\
& = + \frac{1}{j\omega C_3} \left(-\frac{E_3}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) (\omega_0 \sin \varphi_3 - j\omega \cos \varphi_3) - \frac{1}{R_1} \frac{j\omega E_1}{\omega_0^2 - \omega^2} - C_3 \varphi_a(0) - \\
& - C_2 \varphi_a(0) + C_2 \varphi_b(0) \\
& - \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_2 \right) \varphi_a(j\omega) + \left[\frac{1}{R_1} + j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L_5} \right] \varphi_b(j\omega) \\
& = \frac{1}{R_1} \frac{j\omega E_1}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{J_5}{j\omega} - C_2 \cdot \varphi_a(0) + C_2 \cdot \varphi_b(0) - \frac{i_5(0)}{j\omega}.
\end{aligned}$$

Thường điều kiện đầu là: $u_c(0)$ và $i_L(0)$ nên có thể biến đổi:

$$-C_2 [\varphi_a(0) - \varphi_b(0)] = -C_2 u_{ab}(0) = -C_2 u_{c2}(0) ; \quad (2.167)$$

$$\text{và: } \frac{1}{L_5} \int \varphi_b(t) dt \leftrightarrow \frac{\varphi_b(j\omega)}{j\omega L_5} - \frac{i_5(0)}{j\omega} ; \quad (2.168)$$

Có thể so sánh (2.168) với (2.125) của phương pháp toán tử và thay $p = j\omega$ cũng như sơ đồ hình 2.20a.

Để giải phương trình phức dựa vào cách giải phương trình thực như 3 hệ phương trình dòng điện vòng, dòng điện nhánh và điện thế nút ở trên.

Giả thiết hệ phương trình có dạng:

$$[Z(j\omega)] \cdot [I(j\omega)] = [E(j\omega)] ; \quad (2.169)$$

Biết rằng các ma trận phức, ma trận phổ đều có 2 thành phần thực và ảo:

$$[Z(j\omega)] = [R(j\omega)] + j \cdot [X(j\omega)] ; \quad (2.170)$$

$$[I(j\omega)] = [I_t(j\omega)] + j \cdot [I_a(j\omega)] ; \quad (2.171)$$

$$[E(j\omega)] = [E_t(j\omega)] + j \cdot [E_a(j\omega)] ; \quad (2.172)$$

Ghép (2.170), (2.171), (2.172) và (2.169):

$$\{[R(j\omega)] + j[X(j\omega)]\} \{[I_t(j\omega)] + j[I_a(j\omega)]\} = [E_t(j\omega)] + j[E_a(j\omega)] ; \quad (2.173)$$

Cân bằng 2 về theo các phần thực và ảo:

$$[R(j\omega)] \cdot [X(j\omega)] - [X(j\omega)] \cdot [I_a(j\omega)] = [E_t(j\omega)] ; \quad (2.174)$$

$$[R(j\omega)] \cdot [I_a(j\omega)] + [X(j\omega)] - [I_t(j\omega)] = [E_a(j\omega)] ; \quad (2.175)$$

Khi ghép khối các phương trình (2.174) với (2.175):

$$\begin{bmatrix} R(j\omega) & -X(j\omega) \\ X(j\omega) & R(j\omega) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_t(j\omega) \\ I_a(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_t(j\omega) \\ E_a(j\omega) \end{bmatrix} ; \quad (2.176)$$

Theo (2.176) một phương trình phổ sẽ tương ứng với 2 phương trình thực.

2.14. PHƯƠNG PHÁP XẾP CHỒNG VỚI MẠCH TUYẾN TÍNH

Một tính chất của mạch điện tuyến tính là có thể áp dụng được nguyên lý xếp chồng. Bằng cách xét phương trình cụ thể của mạch điện, sẽ minh họa cho tính chất này, đồng thời từ đó đề ra một phương pháp thuận lợi cho việc tính toán một số mạch cụ thể gọi là phương pháp xếp chồng.

Hãy xét các phương trình dòng điện vòng dưới dạng tổng quát của nó. Nếu gọi Δ_Z là định thức các hệ số bên vế trái.

$$\Delta_Z = \begin{vmatrix} Z_{v1} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{v2} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{v1} & Z_{v2} & \dots & Z_{vn} \end{vmatrix}, \text{ với } [Z_v] \cdot [I_v] = [E_v] ; \quad (2.177)$$

và Δ_{kl} là phần phụ đại số của phần tử Z_{kl} hay Z_{vk} (khi $l = k$) của Δ_Z .

Như vậy, theo qui tắc Cramer, dòng điện vòng của l sẽ bằng:

$$I_{vl}(\omega) = \sum_{k=1}^v \frac{\Delta_{kl}}{\Delta_Z} \sum_k E_k(\omega) ; \quad (2.178)$$

Ở đây v là số vòng độc lập (đã chọn) của mạch.

Trong (2.41) nếu đặt:

$$I_{vl(k)}(\omega) = \frac{\Delta_{kl}}{\Delta_Z} \sum_k E_k(\omega) ; \quad (2.179)$$

$$\text{sao cho: } I_{vl}(\omega) = \sum_{k=1}^v I_{vl(k)}(\omega) ; \quad (2.180)$$

Ở đây có thể coi $I_{vl(k)}(\omega)$ là dòng điện vòng sinh ra trong vòng l chỉ bởi các nguồn đặt trong vòng k , các vòng khác đều giả thiết không có nguồn. Như vậy (2.178) chỉ rõ rằng dòng điện vòng sinh ra trong vòng l bởi tất cả các nguồn của mạch bằng tổng các dòng điện vòng sinh ra trong vòng l bởi riêng các nguồn đặt trong mỗi vòng k của mạch. Đó là một thể hiện của nguyên lý xếp chồng. Thêm vào đó (2.178) còn chỉ rõ dòng điện vòng sinh ra trong vòng l bởi tất cả các nguồn của vòng k bằng tổng các dòng

điện sinh ra trong vòng l bởi mỗi nguồn k. Đó cũng là một thể hiện của nguyên lý xếp chồng sao cho dòng điện vòng sinh ra trong một vòng l nào đó của mạch bằng tổng các dòng điện vòng sinh ra trong vòng l đó bởi mỗi nguồn riêng rẽ của mạch.

Những nhận xét trên đây đúng cho dòng điện vòng, cũng đúng cho các dòng điện nhánh và điện áp nút. Do đó, có thể rút ra phương pháp xếp chồng để phân tích các mạch điện tuyến tính như sau:

– Đánh số các nguồn tác động trong mạch, kể cả các nguồn độc lập, nguồn phụ thuộc và giá trị ban đầu về dòng điện và điện áp trên các phần tử quán tính.

– Cho lần lượt mỗi nguồn tác động làm việc riêng rẽ. Các nguồn khác không làm việc phải theo nguyên tắc sau đây: Nguồn sức điện động thay bằng một ngắn mạch ($Z = 0$) còn nguồn dòng điện thay bằng hở mạch ($Z = \infty$).

– Tổng cộng các đáp ứng của mạch do tất cả các nguồn tác động riêng rẽ gây ra.

Có thể xác định các đáp ứng theo tác động trên cơ sở các ma trận Tôpô như sau đây: Xuất phát từ phương pháp dòng điện vòng dạng ma trận.

$$[B][Z^{Nh}][B^T][\dot{I}^v] = [B][\dot{E}^{Nh}] - [B][Z^{Nh}][J^{Nh}]; \quad (2.181)$$

$$\text{Đặt: } [B][Z^{Nh}][B^T] = [Z^v]$$

$$\text{Ta có: } [Z^v][\dot{I}^v] = [B][\dot{E}^{Nh}] - [B][Z^{Nh}][J^{Nh}]$$

Nhân cả 2 vế của phương trình trên với $[Z^v]^{-1}$:

$$[Z^v]^{-1}[Z^v][\dot{I}^v] = [Z^v]^{-1}[B][\dot{E}^{Nh}] - [Z^v]^{-1}[B][Z^{Nh}][J^{Nh}]$$

$$\text{Vì: } [Z^v]^{-1}[Z^v] = [1]; \quad (2.182)$$

$$\text{Nên: } [\dot{I}^v] = [Z^v]^{-1}[B][\dot{E}^{Nh}] - [Z^v]^{-1}[B][Z^{Nh}][J^{Nh}]; \quad (2.183)$$

$$\text{Vì: } [J^{Nh}] = [B]^T \cdot [\dot{I}^v].$$

$$\text{Vậy: } [\dot{I}^{Nh}] = [B]^T[Z^v]^{-1}[B][\dot{E}^{Nh}] - [B]^T[Z^v]^{-1}[B][Z^{Nh}][J^{Nh}]; \quad (2.184)$$

$$\text{Đặt: } [B]^T[Z^v]^{-1}[B] = [Y]; \quad (2.185)$$

$$- [B]^T[Z^v]^{-1}[B][Z^{Nh}] = [K^{(i)}]; \quad (2.186)$$

$$\text{Ta có: } [\dot{I}^{Nh}] = [Y][\dot{E}^{Nh}] + [K^{(i)}][J^{Nh}]; \quad (2.187)$$

Phương trình (2.187) là phương trình ma trận dòng nhánh viết cho nguyên lý xếp chồng.

Từ (2.187) rút ra phương trình đại số viết cho dòng nhánh thứ h:

$$\dot{I}_h = \sum_{l=1}^{Nh} Y_{hl} \cdot \dot{E}_l + \sum_{l=1}^{Nh} K_{hl}^{(i)} J_l; \quad (2.188)$$

Từ (2.188) rút ra nguyên lý xếp chồng: Dòng điện trong nhánh thứ h coi là tổng đại số dòng đi trong nhánh h do các nguồn tác động riêng rẽ gây ra. Nếu mạch điện có Nh nhánh, nhánh nào cũng có nguồn áp và nguồn dòng thì dòng điện đi trong nhánh h bất kỳ coi là tổng đại số của 2 Nh dòng do các nguồn tác động riêng rẽ gây ra.

Từ định luật Kiêchoof 1:

$$[A][\dot{I}^{Nh}] = 0$$

ta rút ra hệ hai phương trình ma trận tương ứng:

$$[A] \cdot [Y] = 0 \quad \text{chỉ có } E_{Nh}; \quad (2.189)$$

$$[A] \cdot [K^{(i)}] = 0 \quad \text{chỉ có } J_{Nh}; \quad (2.190)$$

Cũng chứng minh tương tự, đối với phương pháp thế đỉnh, ta có ma trận điện áp nhánh.

$$[\dot{U}^{Nh}] = [A^T][Y^{(N-1)}]^{-1}[A][\dot{J}^{Nh}] - [A^T][Y^{(N-1)}]^{-1}[A][Y^{Nh}][\dot{E}^{Nh}]; \quad (2.191)$$

$$\text{Đặt: } [A^T][Y^{(N-1)}]^{-1}[A] = [Z]; \quad (2.192)$$

$$-[A^T][Y^{(N-1)}]^{-1}[A][Y^{Nh}] = [K^{(u)}]; \quad (2.193)$$

$$\text{Ta có: } [\dot{U}^{Nh}] = [Z][\dot{J}^{Nh}] + [K^{(u)}][\dot{E}^{Nh}]; \quad (2.194)$$

(2.194) là phương trình ma trận của điện áp nhánh viết dưới dạng nguyên lý xếp chồng. Từ (2.194) rút ra phương trình đại số cho điện áp trên nhánh thứ h bất kỳ.

$$\dot{U}_h = \sum_{l=1}^{Nh} Z_{hl} \cdot J_l + \sum_{l=1}^{Nh} K_{hl}^{(u)} \cdot \dot{E}_l; \quad (2.195)$$

Từ định luật Kiêchoof 2:

$$[B] \cdot [\dot{U}^{Nh}] = 0$$

ta rút ra hệ 2 phương trình ma trận tương ứng:

$$[B] \cdot [Z] = 0, \quad \text{chỉ có } J_{Nh}; \quad (2.196)$$

$$[B] \cdot [K^{(u)}] = 0, \quad \text{chỉ có } E_{Nh} \quad (2.197)$$

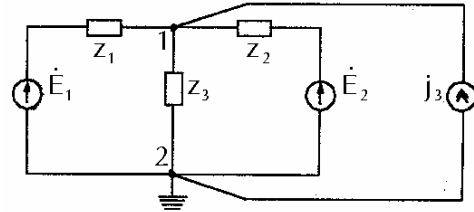
Ví dụ: Dùng nguyên lý xếp chồng tính dòng $\dot{I}_3$ qua Z_3 (hình 2.40).

Theo công thức: $\dot{I}_3 = Y_{31}\dot{E}_1 + Y_{32}\dot{E}_2 + K_{33}^{(i)}J_3$

Tìm các hàm truyền đạt: Y_{31}, Y_{32}

và $K_{33}^{(i)}$.

Từ công thức (2.188), giá trị hàm truyền đạt Y_{31} về trị số bằng dòng $\dot{I}_3$ khi cho $\dot{E}_1 = 1$ vôn, còn các nguồn khác bị loại trừ, vậy:



Hình 2.40.

$$Y_{31} = \dot{I}_3 \Big|_{\dot{E}_1=1V} = \dot{I}_3 = \frac{\dot{\phi}_1}{Z_3} = \frac{\frac{1}{Z_1}/Z_3}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} = \frac{Z_2}{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}$$

$$Y_{32} = \dot{I}_3 \Big|_{\dot{E}_2=1V} = \dot{I}_3 = \frac{\dot{\phi}_1}{Z_3} = \frac{\frac{1}{Z_1} / Z_3}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} = \frac{Z_1}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}$$

$$K_{33}^{(i)} = \frac{\dot{I}_3}{\dot{J}_3} = \dot{I}_3 \Big|_{\dot{J}_1=1A} = \frac{1 \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}}{Z_3 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}$$

Vậy:
$$\dot{I}_3 = \frac{Z_2 \dot{E}_1 + Z_1 \dot{E}_2 + Z_1 Z_2 \dot{J}_2}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}.$$

2.15. TÍNH CHẤT TƯƠNG HỒ TRONG MẠCH ĐIỆN

Trong mục 2 đã đặt điều kiện để cho một mạch có tính chất tương hồ. Ở đây hãy xét biểu hiện vật lý của tính chất này.

Theo biểu thức (2.177) của định thức suy ra rằng mạch có tính tương hồ sẽ làm cho:

$$\Delta_{kl} = \Delta_{lk} ; \quad (2.198)$$

Thêm vào đó, giống như (2.179) viết được:

$$I_{vk(l)}(\omega) = \frac{\Delta_{lk}}{\Delta_z} \sum_l E_l(\omega) ; \quad (2.199)$$

Do đó, nếu có:

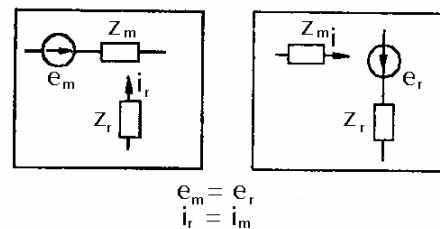
$$\sum_k E(\omega) = \sum_l E(\omega) ; \quad (2.200)$$

và so sánh (2.179) với (2.199) sẽ viết được:

$$I_{vl(k)}(\omega) = I_{vk(l)}(\omega) ; \quad (2.201)$$

Các công thức (2.200) và (2.201) chỉ rõ trong một mạch tương hồ, dòng điện vòng sinh ra trong vòng l bởi các nguồn đặt trong vòng k bằng dòng điện vòng sinh ra trong vòng k bởi chính các nguồn đó chuyển sang vòng l. Trong (2.201) đã giả thiết tất cả các nguồn ở các vòng khác k đều không làm việc.

Rõ ràng, kết luận về dòng điện vòng cùng dẫn đến kết luận tương tự cho dòng điện nhánh như sau: Dòng điện trong l nhánh r sinh ra bởi một nguồn e_m đặt trong một nhánh $m \neq r$ của cùng một mạch bằng dòng điện cũng do nguồn đó đặt trong nhánh r gây ra trong nhánh m. Tính chất này được minh họa trong hình 2.41.



Hình 2.41. Tính tương hồ.

Tính chất tương hồ là một đặc tính của các mạch tuyến tính gồm các phần tử thụ động dẫn điện hai chiều. Do đặc điểm của nó việc phân tích các mạch tương hồ đơn

Lý thuyết mạch điện

giản hơn nhiều so với trường hợp tổng quát. Có thể chứng minh tính tương hỗ dựa trên các ma trận Tôpô và nguyên lý xếp chồng như sau đây:

Từ nguyên lý xếp chồng, theo công thức (2.187) nếu mạch điện chỉ có nguồn áp không có nguồn dòng thì:

$$[I^{Nh}] = [Y] \cdot [\dot{E}^{Nh}] ; \quad (2.202)$$

Bây giờ xét 2 chế độ của mạch điện với các giá trị khác nhau của các nguồn áp:

Chế độ thứ nhất với các sức điện động $\dot{E}'_1, \dot{E}'_2, \dots, \dot{E}'_{Nh}$ có ma trận $[\dot{E}'_{(1)}]$:

$$[\dot{E}'_{(1)}]^T = [\dot{E}'_1, \dot{E}'_2, \dots, \dot{E}'_{Nh}]$$

Lúc này có dòng điện tương ứng: (chế độ 1):

$$[I^{Nh}_{(1)}] = [Y] \cdot [\dot{E}'_{(1)}] ; \quad (2.203)$$

Ở chế độ thứ hai với: $\dot{E}''_1, \dot{E}''_2, \dots, \dot{E}''_{Nh}$ có ma trận $[\dot{E}''_{(2)}]$:

$$[\dot{E}''_{(2)}]^T = [\dot{E}''_1, \dot{E}''_2, \dots, \dot{E}''_{Nh}]$$

Chế độ (2) có dòng điện tương ứng:

$$[I^{Nh}_{(2)}] = [Y] \cdot [\dot{E}''_{(2)}] ; \quad (2.204)$$

Nhân ma trận chuyển vị s.đ.đ ở chế độ 1 với ma trận dòng ở chế độ 2, và ngược lại:

$$[\dot{E}'_{(1)}]^T \cdot [I^{Nh}_{(2)}] = [\dot{E}'_{(1)}]^T \cdot [Y] \cdot [\dot{E}''_{(2)}] ; \quad (2.205)$$

$$[\dot{E}''_{(2)}]^T \cdot [I^{Nh}_{(1)}] = [\dot{E}''_{(2)}]^T \cdot [Y] \cdot [\dot{E}'_{(1)}] ; \quad (2.206)$$

Phải chứng minh hai vế trái của phương trình (2.205) và (2.206) bằng nhau.

Thực vậy: Từ phương trình (2.206):

$$[\dot{E}''_{(2)}]^T \cdot [I^{Nh}_{(1)}] = \left\{ [\dot{E}''_{(2)}]^T \cdot [I^{Nh}_{(1)}] \right\}^T$$

có điều kiện này là do tính chất của tích 2 ma trận cột chuyển vị với ma trận cột bằng chuyển vị của tích 2 ma trận:

$$\begin{aligned} [\dot{E}''_{(2)}]^T \cdot [I^{Nh}_{(1)}] &= \left\{ [\dot{E}''_{(2)}]^T \cdot [Y] \cdot [\dot{E}'_{(1)}] \right\}^T \\ &= [\dot{E}'_{(1)}]^T \cdot [Y^T] \cdot [\dot{E}''_{(2)}] ; \\ &= [\dot{E}'_{(1)}]^T \cdot [Y] \cdot [\dot{E}''_{(2)}] \end{aligned} \quad (2.207)$$

$$\text{Vì: } [Y^T] = [Y] ; \quad (2.208)$$

Từ (2.207) và (2.205) rút ra: hai vế trái của chúng bằng nhau:

$$[\dot{E}'_{(1)}]^T \cdot [I^{Nh}_{(2)}] = [\dot{E}''_{(2)}]^T \cdot [\dot{E}'_{(1)}] ; \quad (2.209)$$

Từ phương trình ma trận (2.209) rút ra phương trình đại số:

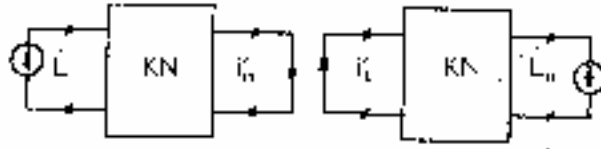
$$\sum_{k=1}^{Nh} \dot{E}_k' \cdot \dot{I}_k'' = \sum_{k=1}^{Nh} \dot{E}_k'' \cdot \dot{I}_k' ; \quad (2.210)$$

Vận dụng: Nếu trong 1 mạch điện phức tạp tách ra 2 nhánh l và m, phần còn lại là 1 mạng 4 cực không nguồn KN (hình 2.42); áp dụng tính chất tương hỗ:

$$\dot{E}_l' \cdot \dot{I}_l'' = \dot{E}_m'' \cdot \dot{I}_m' ; \quad (2.211)$$

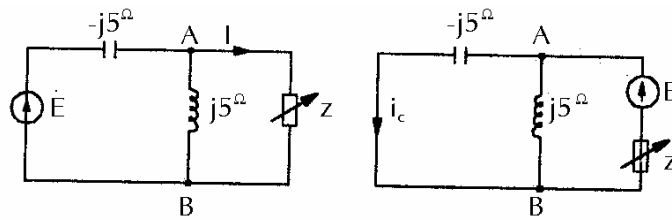
$$\text{Nếu cho: } \dot{E}_l' = \dot{E}_m'' \text{ thì } \dot{I}_l' = \dot{I}_l'' ; \quad (2.212)$$

Dòng sinh ra trong nhánh m do nguồn s.đ.đ ở nhánh l, mà $l \neq m$, sẽ bằng dòng điện sinh ra trong nhánh l khi đặt nguồn đó ở nhánh m (hình 2.42).



Hình 2.42.

Ví dụ: Dùng tính chất tương hỗ tính dòng I trong sơ đồ hình 2.43 với giá trị bất kỳ của tổng trở Z. Cho $E = 10 \angle 0^\circ$ von.



Hình 2.43.

Chuyển s.đ.đ sang nhánh tổng trở Z, thì dòng qua Z bằng 0 vì mạch cộng hưởng dòng điện (hình 2.43b). Điện áp đặt lên 2 đầu AB là $\dot{U}_{AB} = \dot{E}$.

Do đó dòng qua tụ C tức nhánh $(-j5\Omega)$:

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{E}}{-j5} = \frac{10}{-j5} = j2 \text{ A}$$

Dòng I_c do nguồn $\dot{E}$ đặt ở nhánh Z cũng chính là dòng I qua Z khi đặt nguồn $\dot{E}$ ở nhánh có C.

$$\text{Kết quả: } I = j2 \text{ A} = 2 \cdot e^{j90^\circ} \text{ A}.$$

2.16. ĐỊNH LÝ TÊ-VÊ-NIN VÀ NOÓC-TÔNG

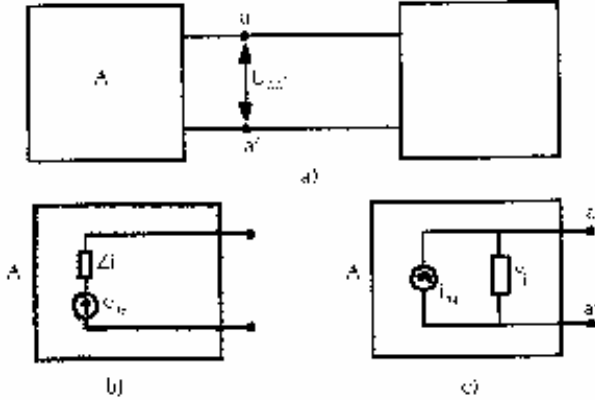
Trong một số trường hợp, nhiệm vụ phân tích mạch không đòi hỏi phải tính tất cả các dòng điện hay điện áp nhánh, mà chỉ yêu cầu tìm dòng điện hay điện áp trên một nhánh, hay một phần nào đó của mạch. Lúc đó, việc áp dụng các phương pháp đã nêu ở trên sẽ dẫn đến nhiều kết quả thừa và phải thực hiện nhiều tính toán không cần thiết. Định lý Thvenin – Norton sẽ cho phép giải các bài toán như vậy một cách đơn giản hơn

bằng cách thay thế một phần mạch có nguồn bằng một sức điện động hay dòng điện tương đương.

Sau đây là phát biểu của định lý:

“Một phần mạch có chứa nguồn và nối với phần còn lại của mạch ở hai điểm, giữa hai phần không có ghép hồ cảm với nhau, có thể được thay thế bằng một nguồn s.đ.đ (hay dòng điện) tương đương, có sức điện động bằng điện áp hở mạch (hay dòng điện nguồn bằng dòng điện ngắn mạch) của phần mạch đó, còn trở kháng trong tương đương, chính là trở kháng của mạch nhìn từ 2 điểm xét.”

Định lý này thực ra có thể suy trực tiếp từ định nghĩa của nguồn điện. Giả thử, xét phần mạch A có chứa nguồn và nối với phần còn lại của mạch ở hai điểm aa'. Hãy xét A một cách riêng rẽ (hình 2.44). Dưới tác dụng của các nguồn chứa trong A, ở hai đầu của nó sẽ có một điện áp $u_{aa'}$, chính là điện áp hở mạch trên A. Như vậy, mở rộng áp dụng định nghĩa của nguồn, có thể coi A tương đương với một nguồn và có thể biểu diễn nó theo hai cách: Nguồn sức điện động và nguồn dòng điện như các nguồn thông thường (hình 2.44b và c). Trở kháng vào nhìn từ 2 điểm xét khi ngắn mạch các nguồn sức điện động và hở mạch nguồn điện.



Hình 2.44.

$$Z_i(s) = \frac{U_{hở}(s)}{I_{ng}(s)} ; \quad (2.213)$$

Nếu phần A chỉ gồm các phần tử tác động và thụ động tuyến tính, thì nguồn tương đương của nó cũng tuyến tính.

Ví dụ: Cho mạch điện hình a, tìm dòng điện qua Z_5 .

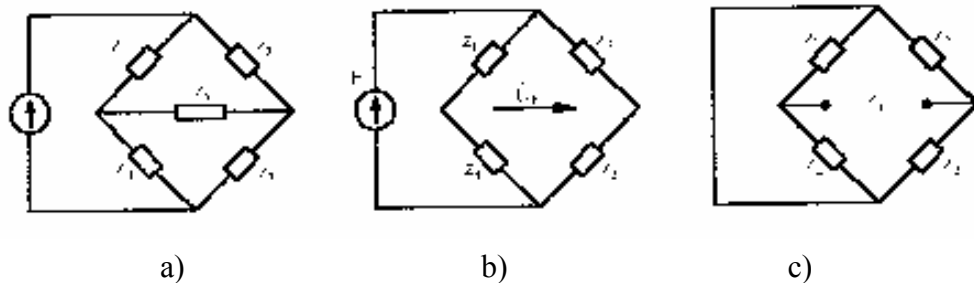
Giải:

Dùng định lý Tê-vê-nin với sơ đồ hình 2.44b.

$$\dot{U}_h = \frac{\dot{E}}{Z_1 + Z_4} \cdot Z_4 - \frac{\dot{E}}{Z_2 + Z_5} \cdot Z_3$$

Với sơ đồ hình 2.45 xác định Z_i :

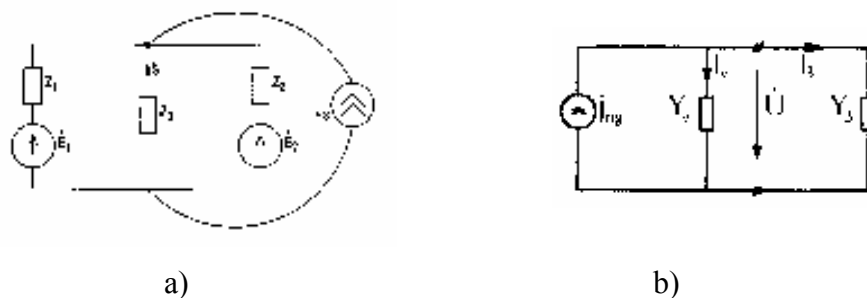
$$Z_v = Z_i = (Z_1 // Z_4) + (Z_2 // Z_5) = \frac{Z_1 \cdot Z_4}{Z_1 + Z_4} + \frac{Z_2 \cdot Z_5}{Z_2 + Z_5}$$



Hình 2.45.

Vậy:
$$\dot{I}_5 = \frac{\dot{U}_h}{Z_v + Z_5}.$$

Ví dụ: Dùng định lý Noóc-tông tìm $\dot{I}_3$ qua Z_3 (hình 2.46a).



Hình 2.46.

Tìm dòng $\dot{I}_{ng}$ cho $Z_3 = 0$. Dùng nguyên lý xếp chồng tính dòng $\dot{I}_{ng}$ qua $Z_3 = 0$.

$$\dot{I}_{ng} = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \frac{\dot{E}_2}{Z_2} + J_3.$$

Từ sơ đồ Noóc-tông thay thế (hình 2.46b).

Ta có quan hệ:

$$\frac{\dot{I}_3}{Y_3} = \frac{\dot{I}_v}{Y_v}; \quad Y_3 = \frac{1}{Z_3}$$

Rút ra:
$$\frac{\dot{I}_3 + \dot{I}_v}{Y_3 + Y_v} = \frac{\dot{I}_{ng}}{Y_3 + Y_v} = \frac{\dot{I}_3}{Y_3}$$

Vậy:
$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{ng} \cdot \frac{Y_3}{Y_3 + Y_v}; \quad \text{với: } Y_v = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}.$$

Cuối cùng thay các giá trị vào $\dot{I}_3$:

$$\dot{I}_3 = \frac{Z_2 \cdot \dot{E}_1 + Z_1 \cdot \dot{E}_2 + Z_1 Z_2 J_2}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}.$$

2.17. QUAN HỆ TUYẾN TÍNH

Nếu trong mạch tuyến tính có một đại lượng biến thiên thông số thì dòng hoặc áp trên các nhánh có quan hệ với nhau theo:

$$y = a x + b ; \quad (2.214)$$

trong đó: y và x là các biến dòng hoặc áp trên các nhánh.

a và b là các hệ số.

Thực vậy: Từ nguyên lý xếp chồng:

$$\dot{I}_h = \sum_{l=1}^{Nh} Y_{hl} \dot{E}_l + \sum_{l=1}^{Nh} k_{hl}^{(i)} \cdot j_l ; \quad (2.215)$$

Chỉ có nguồn $\dot{E}_j$ biến thiên, còn lại giữ bằng hằng số, vậy:

$$\dot{I}_h = Y_{hj} \cdot \dot{E}_j + \sum_{l=1}^{Nh} Y_{hl} \cdot \dot{E}_l + \sum_{l=1}^{Nh} k_{hl}^{(i)} \cdot j_l , \quad l \neq j ; \quad (2.216)$$

$$\dot{I}_h = Y_{hj} \cdot \dot{E}_j + \dot{I}_{ho} ; \quad (2.217)$$

Với (2.216) quan hệ (2.217) đã chứng minh xong.

Trong mạch điện có hai đại lượng biến thiên thông số có quan hệ tuyến tính:

$$y = a x + b z + c ; \quad (2.218)$$

Thực vậy: từ (2.215) với $\dot{E}_j$ và $\dot{E}_k$ biến thiên thì:

$$\dot{I}_h = \dot{I}_{ho} + Y_{hj} \cdot \dot{E}_j + Y_{hk} \cdot \dot{E}_k ; \quad (2.219)$$

$$\text{Với: } \dot{I}_{ho} = \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j \\ l \neq k}}^{Nh} Y_{hl} \cdot \dot{E}_l + \sum_{l=1}^{Nh} k_{hl}^{(i)} \cdot j_l ; \quad (2.220)$$

Với (2.219) quan hệ (2.220) đã nghiệm đúng.

Ví dụ: Tìm quan hệ giữa $\dot{I}_2 = f(\dot{I}_1)$ khi Z biến thiên hình 2.47.

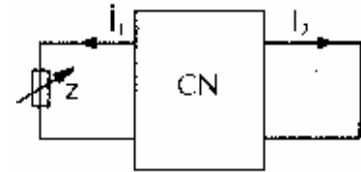
Giữa $\dot{I}_2$ và $\dot{I}_1$ quan hệ theo: $\dot{I}_2 = a \dot{I}_1 + b$

Xác định các hệ số phức: a và b .

Cho $Z = 0$ và cho $Z = \infty$ (tức ngắn mạch nhánh Z và hở mạch nhánh Z).

Khi $Z = \infty$ thì $\dot{I}_1 = 0$ và $b = \dot{I}_{2(Z=\infty)}$.

Khi $Z = 0$ thì $\dot{I}_{2(Z=0)} = a \dot{I}_{1(Z=0)} + \dot{I}_{2(Z=\infty)}$.



Hình 2.47.

$$\text{Rút ra: } a = \frac{\dot{I}_{2(Z=0)} - \dot{I}_{2(Z=\infty)}}{\dot{I}_{2(Z=0)}}.$$

2.18. CÂN BẰ CÔNG SUẤT TRONG MẠCH ĐIỀU HOÀ

Trong mạch điều hoà tổng công suất tức thời của Nh nhánh bằng không.

$$\sum_{k=1}^{Nh} u_k \cdot i_k = 0 ; \quad (2.221)$$

Công thức (2.221) chuyển sang giá trị phức, với tích ma trận chuyển vị trí áp nhánh và dòng nhánh liên hợp:

$$\sum_{k=1}^{Nh} u_k \cdot i_k \rightarrow [\dot{U}^{Nh}]^T [\dot{I}^{Nh}] = 0 ; \quad (2.222)$$

Từ ma trận dòng nhánh chuyển sang ma trận dòng nhánh liên hợp:

$$\begin{bmatrix} I^{*Nh} \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_z^{*Nh} \\ I_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J^{*Nh} \\ J \end{bmatrix} ; \quad (2.223)$$

Thay vào (2.222):

$$[\dot{U}^{Nh}]^T - [\dot{I}_z^{*Nh}]^T - [\dot{U}^{Nh}]^T \cdot \begin{bmatrix} J^{*Nh} \\ J \end{bmatrix} = 0 ; \quad (2.224)$$

Từ định luật Ôm dưới dạng ma trận:

$$[\dot{I}_z^{*Nh}] = \frac{[\dot{U}^{Nh}] + [\dot{E}^{*Nh}]}{Z^{*Nh}} ; \quad (2.225)$$

$$\text{Rút ra: } [\dot{U}^{Nh}] = [Z^{*Nh}] [\dot{I}_z^{*Nh}] - [\dot{E}^{*Nh}] ; \quad (2.226)$$

$$\text{Và: } [\dot{U}^{Nh}]^T = [\dot{I}_z^{*Nh}]^T [Z^{*Nh}]^T - [\dot{E}^{*Nh}]^T ; \quad (2.227)$$

Thay (2.227) vào (2.224):

$$[\dot{I}_z^{*Nh}]^T [Z^{*Nh}]^T \begin{bmatrix} I_z^{*Nh} \\ I_z \end{bmatrix} = [\dot{U}^{Nh}]^T \begin{bmatrix} J^{*Nh} \\ J \end{bmatrix} + [\dot{E}^{*Nh}]^T \begin{bmatrix} I_z^{*Nh} \\ I_z \end{bmatrix} ; \quad (2.228)$$

Trong đó: $[\dot{I}_z^{*Nh}]^T [Z^{*Nh}]^T \begin{bmatrix} I_z^{*Nh} \\ I_z \end{bmatrix}$ – Tổng công suất trên tải thụ động.

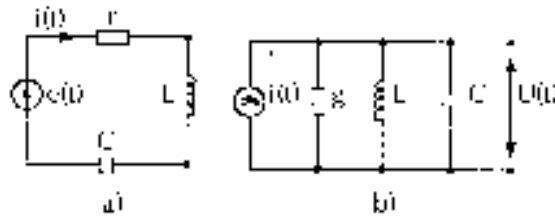
$[\dot{U}^{Nh}]^T \begin{bmatrix} J^{*Nh} \\ J \end{bmatrix}$ – Tổng công suất do nguồn dòng gây ra.

$[\dot{E}^{*Nh}]^T \begin{bmatrix} I_z^{*Nh} \\ I_z \end{bmatrix}$ – Tổng công suất do nguồn áp gây ra.

Tức là tổng công suất do các nguồn gây ra bằng tổng công suất do các tải thụ động tiêu thụ.

2.19. TÍNH ĐỐI NGẪU CỦA MẠCH ĐIỆN

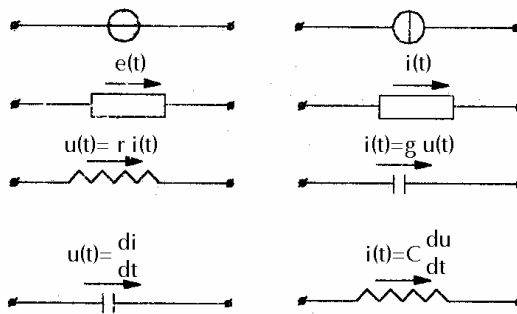
Qua việc xét các phương pháp dòng điện vòng và điện áp nút đã dẫn đến các phương trình (2.76) và (2.54) có dạng tương tự như nhau. Một cách tổng quát mà nói, nếu trong các phương trình trên, thay lẫn cho nhau các thông số trở kháng và dẫn nạp, nguồn s.đ.đ và nguồn dòng điện, dòng điện vòng và điện áp nút v.v... sẽ chuyển được từ phương trình này sang phương trình kia. Do đó nảy ra câu hỏi sau đây: Nếu từ một mạch M đã cho lập phương trình dòng điện vòng cho nó, sau đó, trong phương trình này thực hiện một sự đổi lẫn các thông số như vừa nêu ở trên để có một phương trình mới của điện áp nút, như vậy phương trình điện áp nút mới này sẽ ứng với một mạch M^* như thế nào? Dĩ nhiên câu hỏi cũng có thể được ngược lại cho trường hợp chuyển từ phương trình điện áp nút sang dòng điện vòng.



Hình 2.48.

Dễ dàng thấy được rằng các mạch M và M^* vừa nêu ở trên phải thoả mãn hai điều kiện sau đây:

1. Phương trình theo định luật Kiêchoof ở các nút của một mạch chính là phương trình theo định luật Kiêchoof ở các vòng của mạch kia sau khi đã thay các dòng điện vòng bằng điện áp nút.
2. Quan hệ giữa các dòng điện nhánh với điện áp trên nhánh của một mạch sau khi đổi lẫn chúng với nhau sẽ cho lại quan hệ giữa các điện áp trên nhánh với dòng điện nhánh của mạch kia.



Hình 2.49.

Hai mạch M và M^* thoả mãn điều kiện như trên gọi là đối ngẫu với nhau. Một ví dụ đơn giản về hai mạch đối ngẫu với nhau là các mạch hình (2.48a) và (2.48b) gồm các

phần tử r (g), L , C nối tiếp và song song với nhau. Các mạch này có phương trình tổng quát sau đây:

$$\text{Mạch hình (2.48a): } L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = e(t)$$

$$\text{Mạch hình (2.48b): } C \frac{du}{dt} + gu + \frac{1}{L} \int u dt = i(t)$$

Trong 2 phương trình trên, nếu đổi lần u , i và e , j và thông số L , C và r , g sẽ cho phép chuyển từ phương trình nọ sang phương trình kia. Tính chất này cho phép chuyển các kết quả đã phân tích trên một mạch sang cho mạch đối ngẫu của nó mà không cần lặp lại quá trình phân tích. Một cách chi tiết chúng ta có bảng các thông số đối ngẫu trình bày trong hình 2.49.

Bây giờ hãy xét cách lập mạch đối ngẫu cho một mạch đã cho. Trước hết chú ý đến các yếu tố hình học đối ngẫu là nút và vòng, do đó việc đầu tiên là làm tương ứng chúng với nhau. Thêm vào đó, như đã thấy rõ trong ví dụ hình 2.49, hai cách nối ghép đối ngẫu với nhau là nối tiếp và song song, do đó các kết cấu này cũng sẽ được đổi lẫn cho nhau. Cuối cùng các thông số được chuyển theo bảng đối ngẫu trên hình 2.49.

Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 2 .

- 1/ *Graf Kiếchốp ,các phần tử và các luật trên nó.*
- 2/ *Ma trận cấu trúc A ,Tập cắt Q và chấp nối B của Graf.*
- 3/ *Phương trình Kiếch hóp 1 ,2 diễn tả bằng các ma trận A,Q và B .*
- 4/ *Các điều kiện đầu và 4 luật đóng mở trong mạch điện tuyến tính .*
- 5/ *Thông số trạng thái và các biến trạng thái của mạch điện .*
- 6/ *Dạng hệ phương trình trạng thái cho mạch tuyến tính chỉnh và không chỉnh.*
- 7/ *Phân tích mạch điện bằng phương pháp dòng điện nhánh :chọn biến ,lập ma trận A,B,Z,Y lập công thức và cách viết trực tiếp phương trình từ mạch .*
- 8/ *Phân tích mạch điện bằng phương pháp dòng điện vòng :chọn biến ,lập ma trận B,Z lập công thức và cách viết trực tiếp phương trình từ mạch .*
- 9/ *Phân tích mạch điện bằng phương pháp điện thế nút(đỉnh): chọn biến ,lập ma trận A,Y ,lập công thức và cách viết trực tiếp phương trình từ mạch .*
- 10/ *Phân tích mạch điện bằng phương pháp toán tử : tìm điều kiện đầu,lập sơ đồ toán tử , chọn biến toán tử ,lập phương trình toán tử ,giải nghiệm ,khai triển tìm nghiệm thời gian .*
- 11/ *Phân tích mạch điện bằng phương pháp tích phân kinh điển : tìm điều kiện đầu ,tìm dạng nghiệm tự do ,tìm nghiệm xác lập ,tìm các hằng số tích phân .*
- 12/ *Phân tích mạch điện bằng phương pháp tần số .*
- 13/ *Phân tích mạch điện bằng phương pháp xếp chồng khi mạch điện có nhiều nguồn kích thích .*
- 14/ *Tính chất tương hỗ và ứng dụng nó phân tích mạch điện .*
- 15/ *Phân tích mạch điện bằng hai định lý Têvênin và Noóc tông: chọn nghiệm*

cần tìm , tìm nguồn máy phát tương đương với sức điện động(hoặc nguồn dòng), trở kháng (hoặc dẫn nạp) vào ,xác định nghiệm .

16/ Quan hệ tuyến tính và sử dụng nó phân tích mạch có nguồn hoặc phần tử biến thiên .

17/Cân bằng công suất trong mạch điều hoà: tổng các công suất thu và phát (cả tác dụng và phản kháng) của các nguồn và các phụ tải phải bằng nhau

18/ Thế nào là tính đối ngẫu của phần tử và mạch điện .

CHƯƠNG III

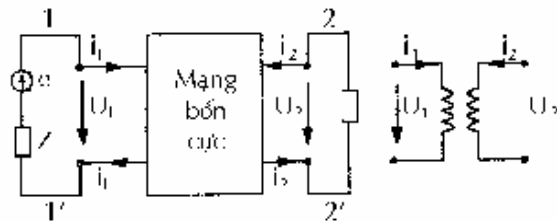
MẠNG BỐN CỰC TUYẾN TÍNH TƯƠNG HỒ

3.1. KHÁI NIỆM MẠNG BỐN CỰC TUYẾN TÍNH

Bốn cực (còn gọi là mạch hai cửa) là loại mạch mà trong thực tế chúng ta thường gặp như mô hình của một số phần tử mạch (mô hình biến áp tranzito, garitơ, NIC...) mô hình phần mạch nào đó.

Các định luật tổng quát dùng cho mạch tuyến tính đều có thể áp dụng cho bốn cực tuyến tính. Lý thuyết bốn cực là một trong các lý thuyết dùng để phân tích và tổng hợp mạch. Lý thuyết bốn cực có khác với các định luật dùng phân tích mạch điện ở chỗ nó phân tích mạch điện theo hệ thống. Lúc ấy có thể người ta không cần quan tâm đến mạch cụ thể nữa mà cho chúng vào một hộp đen và vấn đề người ta cần đến là quan hệ dòng và áp ở hai cửa của mạch. Lý thuyết bốn cực còn cho phép nghiên cứu các mạch điện phức tạp coi như được nối ghép theo nhiều cách khác nhau từ các bốn cực đơn giản. Đây là phương pháp rất hiệu quả dùng trong phân tích và tổng hợp. Chúng ta sẽ đề cập đến bốn cực tuyến tính, bất biến, tương hồ và mạng bốn cực được biểu diễn ở hình 3-1 và ví dụ một biến áp. Đặc điểm với 2 cực vào (1, 1'), 2 cực ra (2, 2') tương ứng với các chiều dòng điện i_1 và i_2 đều đi vào cực 1, 2 và ra khỏi qua hai cực 1', 2'.

Thường sử dụng mạng bốn cực cho việc truyền tín hiệu và năng lượng nên có nguồn ở cửa 1: e_1 và tải ở cửa 2: Z_2 , người ta còn gọi mạng bốn cực là mạng hai cửa vì lẽ đó. Dòng và áp trong mạng bốn cực ở bất cứ chế độ nào, một chiều, biến thiên, điều hoà, phức, phổ... song tổng quát các phương trình có thể chỉ ghi: $u_1, u_2, i_1, i_2...$



Hình 3.1. Mạng 4 cực

Nếu trong mạng bốn cực chỉ có các thành phần R, I, C là const và các nguồn s.đ.đ $e(t)$ nguồn dòng điện $J(t)$ tuyến tính đã xét thì đó là mạng bốn cực tuyến tính tương hồ. Trong mạng bốn cực có thể chứa nguồn hoặc không.

Phương trình đặc tính của bốn cực tuyến tính thụ động chắc chắn phải là phương trình tuyến tính thuần nhất.

Dạng tổng quát của phương trình đặc tính được viết.

$$\begin{aligned} a_{11}U_1 + a_{12}U_2 + b_{11}I_1 + b_{12}I_2 &= 0 \\ q_{21}U_1 + a_{22}U_2 + b_{21}I_1 + b_{22}I_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Từ hai hệ phương trình trên ta có thể rút ra hai đại lượng bất kỳ theo hai đại lượng còn lại (nếu như định thức các hệ số khác không) theo quy tắc Cramer. Như vậy ta có $\left(\frac{4}{2}\right) = 6$ tổ hợp hai đại lượng bất kỳ từ bốn đại lượng trên. Từ 6 tổ hợp đó chúng ta sẽ

có 6 hệ phương trình đặc tính khác nhau. Chúng ta sẽ xét lần lượt các hệ phương trình đặc tính đó cùng với ý nghĩa của các hệ số trong các phương trình đó (được gọi là thông số của bốn cực) và cách đo chúng. Sở dĩ chúng ta phải đưa ra các phương trình đặc tính khác nhau vì trong thực tế ứng với từng dạng của bốn cực ta có thể phân tích chúng dễ dàng hơn dựa vào một loại phương trình đặc tính nhất định.

Với nguyên lý xếp chồng, ta có thể phân tích mạng bốn cực không nguồn. Sau đó cộng thêm các đáp ứng do nguồn trong bốn cực tạo ra, sẽ được đáp ứng toàn thể. Sau đây ta xem xét mạng bốn cực không nguồn.

3.2. CÁC PHƯƠNG TRÌNH ĐẶC TRƯNG MẠNG BỐN CỰC

1. Phương trình mạng bốn cực dạng trở kháng hở mạch $[Z_{ik}]$

Xét quan hệ

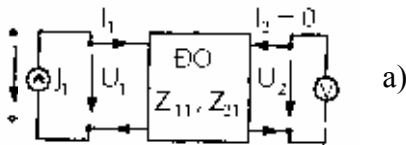
$$\begin{cases} U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad (3.2)$$

Với các thông số trở kháng Z_{ik} thứ nguyên $[\Omega]$.

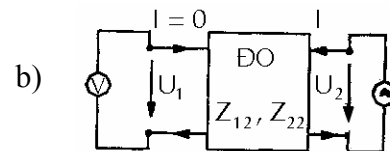
$$\text{Dạng ma trận} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [Z_{ik}] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.2)'$$

$$\text{Với} \quad [Z_{ik}] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$[Z_{ik}]$ gọi là ma trận trở kháng



Hình 3.2.



Hình 3.3. Đo Z_{ik}

Có thể đo được các thông số Z_{ik} như hình 3.3a, b.

Từ (3.2) ta có:

$$Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0}; Z_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad \text{tương ứng với hình 3.3a} \quad (3.4)$$

Từ (3.2) ta có:

$$Z_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0}; Z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0}, \quad \text{tương ứng với hình 3.3b} \quad (3.5)$$

Z_{11} : mang ý nghĩa trở kháng vào hờ mạch cửa 1.

Z_{21} : là trở kháng truyền đạt hờ mạch cửa 1 tới cửa 2.

Z_{22} : là trở kháng vào hờ mạch cửa 1.

Z_{12} : là trở kháng truyền đạt hờ mạch cửa 2 tới 1.

Một cách tổng quát 4 thông số trên hoàn toàn xác định được mạch bốn cực. Nếu bốn cực được cấu tạo từ các phần tử tương hỗ, như các trở kháng tuyến tính lúc đó bốn cực tương hỗ được hoàn toàn xác định bởi 3 thông số bởi vì:

$$Z_{21} = Z_{12} \quad (3.6)$$

Điều này có thể dễ dàng chứng minh dựa vào định nghĩa mạch tương hỗ (có thể thay đổi vị trí của tác động là nguồn dòng lý tưởng đặt ở một cửa và đáp ứng là điện áp được đo bằng vôn kế lý tưởng ở cửa còn lại).

Trong trường hợp bốn cực đối xứng, theo định nghĩa bốn cực đối xứng (là bốn cực trong đó hai cửa có thể hoàn toàn đổi lẫn cho nhau) thì hai phương trình trong (3.4) và (3.5) phải hoàn toàn giống nhau, nói cách khác quan hệ dòng và áp trên hai cửa phải hoàn toàn giống nhau, có nghĩa là:

$$Z_{12} = Z_{21}; \quad Z_{11} = Z_{22} \quad (3.5)$$

Từ (3.5) có thể nói một bốn cực chắc chắn đối xứng nếu bốn cực đó là tương hỗ và trở kháng vào hờ mạch ở hai cửa bằng nhau. Vậy để xác định bốn cực đối xứng ta chỉ cần biết hai thông số.

3.2.2. Phương trình mạng 4 cực dạng dẫn nạp ngắn mạch (Y_{ik})

Xét quan hệ.

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \\ I_2 &= y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Hoặc dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Y_{ik}] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Với $[Y_{ik}] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$ gọi là dẫn nạp ngắn mạch thứ nguyên $\left[\frac{1}{\Omega} \right]$ hay $[S]$.

Theo 2 phương trình (3.2) của Z_{ik} và (3-6) của Y_{ik} thì rõ ràng ma trận Y là ma trận nghịch đảo của ma trận Z có:

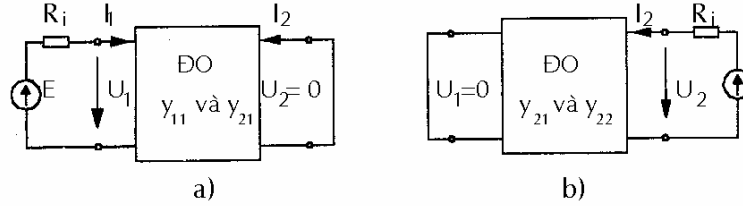
$$Y = Z^{-1} = \frac{1}{\Delta Z} \begin{bmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{21} & z_{11} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\text{Từ đó có: } y_{11} = \frac{z_{22}}{\Delta Z}; y_{12} = -\frac{z_{12}}{\Delta Z}; y_{21} = -\frac{z_{21}}{\Delta Z}; y_{22} = \frac{z_{11}}{\Delta Z} \quad (3.9)$$

$$\text{Từ điều kiện tương hỗ có: } y_{12} = y_{21} \quad (3.10a)$$

$$\text{Và điều kiện đối xứng có thêm: } y_{11} = y_{22} \quad (3.11)$$

Để đo các thông số y_{ik} thực hiện trên hình 3.4.



Hình 3.4.

Từ đó có thể xác định

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0}; y_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} \quad (3.10b)$$

Theo (3.10) y_{11} dẫn nạp vào cửa 1 khi cửa 2 ngắn mạch được gọi là dẫn nạp vào ngắn mạch của cửa 1; y_{21} là tỷ số giữa dòng ở cửa 2 và điện áp ở cửa 1 khi cửa 2 ngắn mạch, được gọi là dẫn nạp truyền đạt ngắn mạch.

Cũng tương tự như vậy, nếu mắc nguồn sức điện động có nội trở R_1 vào cửa 2, ngắn mạch ở cửa 1 (hình 3.4) từ hệ phương trình (3.6) ta có:

$$y_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0}; y_{12} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0} \quad (3.11)$$

Theo (3.11), y_{22} là dẫn nạp vào của cửa 2 khi cửa 1 ngắn mạch được gọi là dẫn nạp vào ngắn mạch của cửa 2; y_{12} là tỷ số giữa dòng ở cửa 1 và điện áp ở cửa 2 khi ngắn mạch ở cửa 1, được gọi là dẫn nạp truyền đạt ngắn mạch.

Tóm lại các thông số y_{ik} được gọi là các thông số dẫn nạp ngắn mạch, do đó hệ phương trình (3.6) còn được gọi là hệ phương trình dẫn nạp ngắn mạch.

3.2.3. Phương trình mạng 4 cực dạng hỗn hợp H_{ik}

Phương trình hỗn hợp thuận được viết:

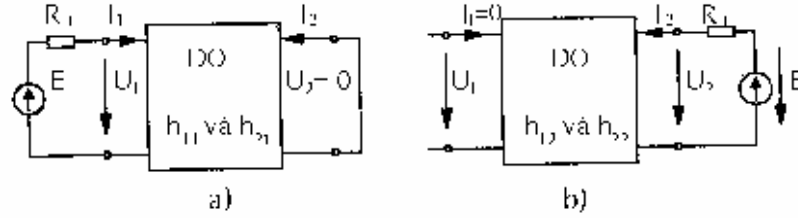
$$\dot{U}_1 = h_{11}I_1 + h_{12}\dot{U}_2; \quad \dot{I}_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2 \quad (3.12)$$

$$\text{có thứ nguyên: } [h_{11}] \equiv \Omega, [h_{22}] \equiv S; [h_{21}] \equiv 1, [h_{12}] \equiv 1 \quad (3.13)$$

$$\text{hay ma trận: } \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [H] \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\text{trong đó: } [H] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Cần xác định các thông số h_{ik} được minh hoạ trên hình 3.5.



Hình 3.5.

Từ đó có:

$$h_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{U_2=0}; \quad h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{U_2=0} \quad (3.16)$$

$$h_{12} = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_1=0}; \quad h_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{I_1=0} \quad (3.17)$$

Theo (3.16) h_{11} được gọi là trở kháng vào ngắn mạch của cửa 1 $\left(h_{11} = \frac{1}{y_{11}} \right)$, h_{22} được gọi là dẫn nạp vào mở mạch của cửa 2 $\left(h_{22} = \frac{1}{z_{22}} \right)$, còn h_{21} là hệ số truyền đạt dòng điện ngắn mạch từ cửa 1 đến cửa 2, h_{12} là hệ số truyền đạt điện áp hở mạch từ cửa 2 đến cửa 1 (theo 3.17).

3.2.4. Phương trình mạng 4 cực dạng hỗn hợp ngược G_{ik}

Xét phương trình sau

$$I_1 = g_{11}U_1 + g_{12}I_2; \quad U_2 = g_{21}U_1 + g_{22}I_2 \quad (3.18)$$

thứ nguyên: $[h_{11}] \equiv S; [g_{12}] \equiv 1; [g_{21}] \equiv 1; [g_{22}] \equiv \Omega,$ (3.19)

Viết (3.18) dưới dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [G] \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

trong đó: $[G] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$ (3.21)

và

$$G = H^{-1}$$

Các thông số g_{ik} được xác định theo hình 3.6.

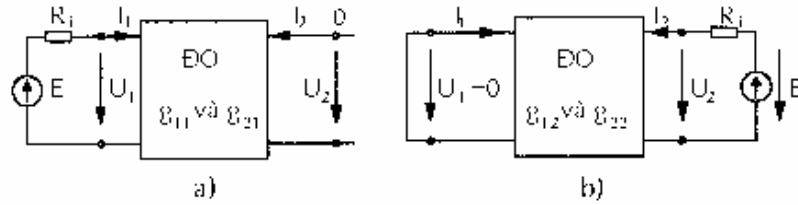
Theo hình 3.6 hở mạch ở cửa 2, đặt nguồn ở cửa 1 theo (3.18) ta có:

$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{I_2=0}; \quad g_{21} = \left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{I_2=0} \quad (3.22)$$

Theo hình (.....) ngắn mạch ở cửa 1, theo (12.24) ta có:

$$g_{12} = \frac{I_1}{I_2} \bigg|_{U_1=0}; \quad g_{22} = \frac{U_2}{I_2} \bigg|_{U_1=0} \quad (3.23)$$

Theo (3.22) g_{11} được gọi là dẫn nạp vào hờ mạch cửa 1 $\left(g_{11} = \frac{1}{z_{11}}\right)$, g_{22} được gọi là trở kháng vào ngắn mạch của cửa 2 $\left(g_{22} = \frac{1}{y_{22}}\right)$, g_{12} là hệ số truyền đạt dòng điện ngắn mạch từ cửa 2 đến cửa 1, g_{21} là hệ số truyền đạt điện áp hờ mạch từ cửa 1 đến cửa 2. Các thông số g_{ik} được gọi là các thông số hỗn hợp ngược.



Hình 3.6.

3.2.5. Phương trình mạng 4 cực dạng truyền đạt A_{ik}

Phương trình truyền đạt đặc tính được viết:

$$U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}I_2; \quad I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}I_2 \quad (3.24)$$

thứ nguyên: $[a_{11}] \equiv 1, [a_{12}] \equiv \Omega, [a_{21}] \equiv S; [a_{22}] \equiv 1$ (3.25)

Dạng phương trình ma trận của (3.24)

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

trong đó: $[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ (3.27)

Ý nghĩa vật lý của các thông số a_{ik} sẽ được hiểu rõ qua cách xác chúng theo sơ đồ mạch trên hình 3.7.

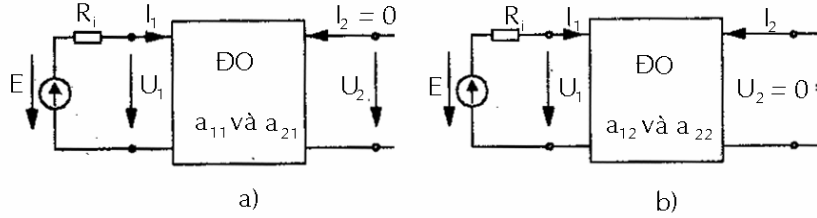
Theo hình 3.7 hờ mạch ở cửa 2, đặt nguồn ở cửa 1 theo (3.24) ta nhận được:

$$a_{11} = \frac{U_1}{U_1} \bigg|_{I_2=0}; \quad a_{21} = \frac{I_1}{U_2} \bigg|_{I_2=0} \quad (3.28)$$

Cũng đặt nguồn ở cửa 1 nhưng ngắn mạch ở cửa 2 (hình 3.7) ta có:

$$a_{12} = \frac{U_1}{I_2} \bigg|_{U_2=0}; \quad a_{22} = \frac{I_1}{I_2} \bigg|_{U_2=0} \quad (3.29)$$

a_{ik} được gọi là các thông số truyền đạt.



Hình 3.7.

3.2.6. Phương trình mạng 4 cực dạng truyền đạt ngược B_{ik}

Xét phương trình sau:

$$U_2 = b_{11}U_1 + b_{12}I_1; \quad I_2 = b_{21}U_1 + b_{22}I_1 \quad (3.30)$$

thứ nguyên: $[b_{11}] \equiv 1; [b_{12}] \equiv \Omega; [b_{21}] \equiv S; [b_{22}] \equiv 1$ (3.31)

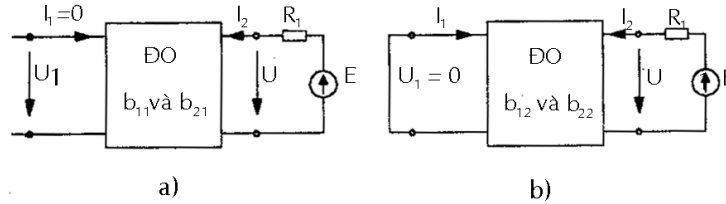
Hệ phương trình (3.30) viết dưới dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [B] \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

trong đó: $[B] = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$ (3.33)

và $B = A^{-1}$

Cách xác định các thông số b_{ik} được thực hiện theo sơ đồ mạch điện trên hình 3.8.



Hình 3.8.

Cách xác định các thông số b_{ik} được xác định bằng cách mắc nguồn tác động ở cửa 2, còn ở cửa 1 được hở mạch (hình 3.8) thì:

$$b_{11} = \left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{I_1=0}; \quad b_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{I_1=0} \quad (3.34)$$

Còn nếu cửa 1 được ngắn mạch (hình 3.8) thì:

$$b_{12} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{U_1=0}; \quad b_{22} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{U_1=0} \quad (3.35)$$

Các thông số b_{ik} được xác định theo (3.30) được gọi là các thông số truyền đạt ngược.

3.2.7. Quan hệ giữa các dạng phương trình mạng 4 cực

Bảng 3.1 được sử dụng để lập mối quan hệ giữa các thông số theo những quy tắc sau đây:

1. Các hàng tỷ lệ với nhau, chỉ khác nhau một thừa số nhân. Điều đó giúp chúng ta tính được hàng thông số bất kỳ nhờ một hàng thông số đã biết. Thừa số tỷ lệ là thừa số trên hàng thông số đã biết nằm cùng một cột với chữ số 1 trên hàng thông số chưa biết.

Ví dụ: Tìm quan hệ của các thông số y_{ij} theo h_{ij} .

Theo bảng 3.1 ta tìm thấy cùng một cột với chữ số 1 của hàng y , ta có thừa số tỷ lệ h_{11} ở hàng h . Vậy

$$\Delta y = \frac{h_{22}}{h_{11}}; y_{22} = \frac{\Delta h}{h_{11}}; y_{12} = \frac{-h_{12}}{h_{11}} \quad (3.36)$$

$$y_{21} = \frac{h_{21}}{h_{11}}; y_{11} = \frac{1}{h_{11}} \quad (3.37)$$

Bảng 3.1

BẢNG QUAN HỆ CÁC THÔNG SỐ

Trở kháng hở mạch	$U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$ $U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$	1	z_{11}	z_{12}	z_{21}	z_{22}	ΔZ
Hỗn hợp ngược	$I_1 = g_{11}U_1 + g_{12}U_2$ $U_2 = g_{21}U_1 + g_{22}U_2$	g_{11}	1	$-g_{12}$	g_{21}	Δg	g_{22}
Truyền đạt ngược	$U_2 = b_{11}U_1 + b_{12}I_1$ $I_2 = b_{21}U_1 + b_{22}I_1$	b_{21}	$-b_{22}$	1	$-\Delta b$	b_{11}	b_{12}
Truyền đạt	$U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}I_2$ $I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}I_2$	a_{21}	a_{11}	$-\Delta a$	1	$-a_{22}$	$-a_{12}$
Hỗn hợp	$U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2$ $I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2$	h_{22}	Δh	h_{12}	$-h_{21}$	1	h_{11}
Dẫn nạp ngắn mạch	$I_2 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2$ $I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2$	Δy	y_{22}	$-y_{12}$	$-y_{21}$	y_{11}	1

2. Sự tỷ lệ theo quy tắc trên cũng đúng với các cột.

Ví dụ: Có thể tìm quan hệ của các thông số ở cột 6 theo cột 1.

$$\Delta z = \frac{1}{\Delta y}; g_{22} = \frac{g_{11}}{\Delta y}; -b_{12} = \frac{b_{21}}{\Delta y} \quad (3.38)$$

$$-a_{12} = \frac{a_{21}}{\Delta y}; h_{11} = \frac{h_{22}}{\Delta y} \quad (3.39)$$

3. Trong một hình chữ nhật bất kỳ trong bảng, tích số của các thông số trên đường chéo bằng nhau.

Ví dụ: $a_{21} h_{11} = -a_{12} h_{22}$

4. Nhận xét chung.

Chúng ta ghi tóm tắt điều kiện tương hỗ, điều kiện đối xứng của bốn cực đối với từng loại thông số.

Điều kiện tương hỗ.

$$\begin{aligned} z_{12} &= z_{21}; & y_{12} &= y_{21}; & h_{12} &= -h_{21} \\ -g_{12} &= g_{21}; & \Delta a &= -1; & \Delta b &= -1 \end{aligned} \quad (3.40)$$

Điều kiện đối xứng:

Mạch điện đối xứng trước hết phải thỏa mãn điều kiện tương hỗ, tức thỏa mãn (3.40), sau đó phải thỏa mãn điều kiện sau với từng loại thông số.

$$\begin{aligned} z_{11} &= z_{22}; & y_{11} &= y_{22}; & \Delta h &= 1; \\ \Delta g &= 1; & a_{11} &= -a_{22}; & b_{11} &= -b_{22} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Tóm lại, chúng ta cần biết bốn thông số để xác định bốn cực tổng quát, nếu bốn cực là tương hỗ, chúng ta chỉ cần biết ba thông số, thêm nữa nếu bốn cực là đối xứng chúng ta cần biết 2 thông số.

3.3. GHEP NỐI CÁC MẠNG 4 CỰC

3.2.1. Ghép nối tiếp (N – N)

Khi gặp các hệ thống phức tạp, một trong những phương pháp phân tích có hiệu lực là coi nó như được hợp thành bởi nhiều hệ thống đơn giản hơn nối ghép với nhau theo những cách khác nhau.

Nhiều bốn cực được gọi là ghép nối tiếp – nối tiếp với nhau khi dòng điện ở các cửa của chúng là chung, còn điện áp trên các cửa của toàn bộ hệ thống bằng tổng các điện áp của các bốn cực thành phần trên các cửa tương đương.

Hình 3.9 vẽ hai bốn cực mắc N – N với nhau.

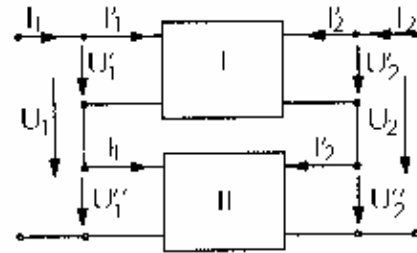
Với cách ký hiệu các thông số như trên hình vẽ, hãy viết các hệ phương trình trở kháng của bốn cực dưới dạng ma trận.

$$\begin{bmatrix} U_1' \\ U_2' \end{bmatrix} = [Z'] \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} U_1'' \\ U_2'' \end{bmatrix} = [Z''] \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Theo điều kiện nối N – N ta viết được:

$$\begin{aligned} I_1' &= I_1'' = I_1; & I_2' &= I_2'' = I_2; \\ U_1' + U_1'' &= U_1; & U_2' + U_2'' &= U_2; \end{aligned}$$

Cộng hai phương trình trên theo từng vế, đặt thừa số chung cột dòng điện, ta có:



Hình 3.9.

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [Z' + Z''] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Từ (12.39) rút ra:

$$Z = Z' + Z'' \quad (3.44)$$

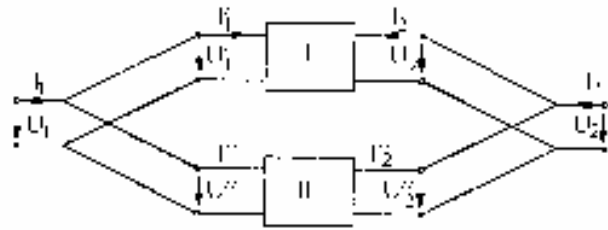
Một cách tổng quát (12.40) có thể viết đối với n bốn cực mắc N – N với nhau.

$$Z = \sum_{k=1}^n Z_k \quad (3.45)$$

Vậy có thể phát biểu: *Ma trận trở kháng của hệ thống nhiều bốn cực nối N – N với nhau bằng tổng các ma trận trở kháng của các bốn cực thành phần.*

3.3.2. Ghép nối song song S – S

Nhiều bốn cực gọi là ghép nối song song với nhau khi điện áp ở các cửa là chung, còn dòng điện ở các cửa của toàn bộ hệ thống bằng tổng các dòng điện của các bốn cực thành phần ở các cửa tương đương. Hình 3.10 vẽ hai bốn cực nối S – S với nhau.



Hình 3.10.

Theo các ký hiệu trên hình 3.10 các phương trình dẫn nạp của các bốn cực thành phần dưới dạng ma trận được viết như sau:

$$\begin{bmatrix} U_1' \\ U_2' \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} U_1' \\ U_2' \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} U_1' \\ U_2' \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Theo điều kiện nối S – S :

$$\begin{aligned} I_1 &= I_1' + I_1''; & I_2 &= I_2' + I_2'' \\ U_1 &= U_1' = U_1''; & U_2 &= U_2' = U_2'' \end{aligned}$$

Cộng hai phương trình trên theo từng vế, đặt thừa số chung ta nhận được:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Y' + Y''] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Từ đó suy ra: $Y = Y' + Y''$ (3.48)

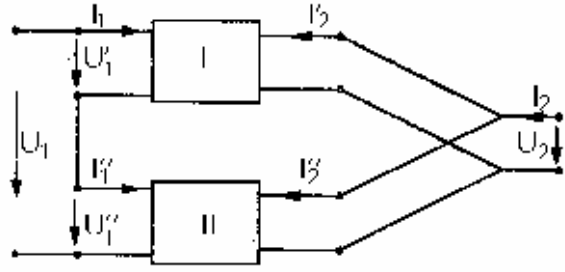
Một cách tổng quát (12.42) có thể viết cho hệ thống có n bốn cực mắc S – S với nhau.

$$Y = \sum_{k=1}^n Y_k \quad (3.49)$$

Theo (12.43) có thể phát biểu: *Ma trận dẫn nạp của hệ thống nhiều bốn cực nối S – S với nhau bằng tổng các ma trận dẫn nạp thành phần.*

3.3.3. Ghép nối nối tiếp – song song N – S

Nhiều bốn cực được gọi là nối N – S với nhau khi dòng điện ở cửa 1 là chung, điện áp ở cửa 1 của toàn bộ hệ thống bằng tổng các điện áp ở cửa 1 của các bốn cực thành phần, điện áp ở cửa 2 là chung, còn dòng điện ở cửa 2 của toàn bộ hệ thống bằng tổng các dòng điện ở cửa 2 của các bốn cực thành phần.



Hình 3.11.

Hình 3.11 vẽ hai bốn cực mắc N – S với nhau.

Với các ký hiệu như trên hình vẽ, các phương trình hỗ hợp của các bốn cực thành phần được viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} U_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} I_1' \\ U_2' \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = H'' \begin{bmatrix} I_1'' \\ U_2'' \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Theo điều kiện mắc N – S đã nêu ở trên ta có:

$$\begin{aligned} U_1 &= U_1' + U_1''; & I_1 &= I_1' = I_1'' \\ I_2 &= I_2' + I_2''; & U_2 &= U_2' = U_2'' \end{aligned}$$

Cộng hai phương trình trên theo từng vế, đặt ma trận cột dòng điện ở cửa 1, điện áp ở cửa 2 là thừa số chung ta viết được:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [H' + H''] \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [H] \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$\text{Từ đó suy ra: } H = H' + H'' \quad (3.52)$$

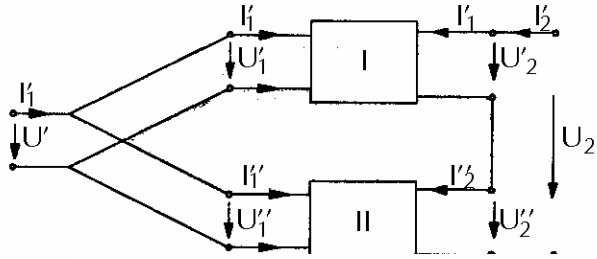
Một cách tổng quát (3-52) được viết cho hệ thống gồm n bốn cực mắc N – S với nhau:

$$H = \sum_{k=1}^n H_k \quad (3.53)$$

Vậy có thể phát biểu: ma trận hỗn hợp H của hệ thống nhiều bốn cực mắc N – S với nhau bằng tổng các ma trận hỗn hợp của các bốn cực thành phần.

3.3.4. Ghép nối song song – nối tiếp S – N

Nhiều bốn cực được gọi là nối S – N với nhau khi dòng điện ở cửa 1 của toàn bộ hệ thống bằng tổng các dòng điện ở cửa 1 của các bốn cực thành phần, điện áp ở cửa 1 là chung của các thành phần với cả hệ thống, còn dòng điện ở cửa 2 của toàn bộ hệ thống bằng tổng các điện áp ở cửa 2 của các bốn cực thành phần, còn điện áp ở cửa 2 của nó là chung cho tất cả các bốn cực thành phần.



Hình 3.12.

Hình 3.12 vẽ hai bốn cực nối S – N.

Với các ký hiệu như trên hình vẽ, ta viết các phương trình hỗn hợp ngược của các bốn cực thành phần dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} I_1' \\ U_2' \end{bmatrix} = [G'] \begin{bmatrix} U_1' \\ I_2' \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} I_1'' \\ U_2'' \end{bmatrix} = [G''] \begin{bmatrix} U_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Theo điều kiện mắc S – N đã nêu ở trên ta có:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_1' + I_1''; & I_2 &= I_2' = I_2'' \\ U_1 &= U_1' = U_1''; & U_2 &= U_2' = U_2'' \end{aligned}$$

Cộng các phương trình trên theo từng vế, đặt thừa số chung ma trận cột có các đại lượng bằng nhau (dòng ở cửa 2, áp ở cửa 1), ta viết:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [G' + G''] \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [G] \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$\text{Từ (13.55) suy ra: } G = G' + G'' \quad (3.56)$$

Một cách tổng quát đối với n bốn cực mắc S – N ta có thể viết:

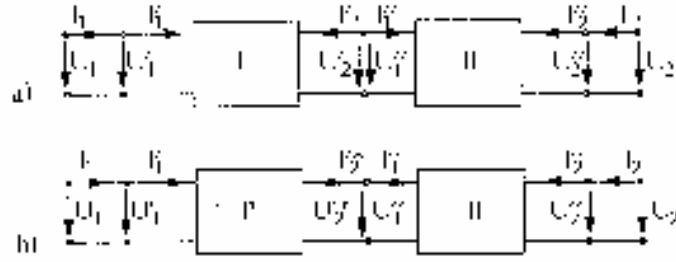
$$G = \sum_{k=1}^n G_k \quad (3.57)$$

Ta có thể phát biểu: ma trận G của nhiều bốn cực mắc S – N với nhau bằng tổng các ma trận hỗn hợp ngược của các bốn cực thành phần.

3.3.5. Nối ghép dây truyền

Nhiều bốn cực được gọi là nối dây truyền với nhau khi cửa ra của bốn cực này được nối với cửa vào của một bốn cực khác theo thứ tự liên tiếp. Nguồn tác động đặt ở cửa vào của bốn cực đầu tiên, còn đáp ứng lấy ở cửa ra của bốn cực cuối cùng.

Hình 3.13 vẽ hai bốn cực nối dây truyền với nhau.



Hình 3.13.

Với cách ký hiệu như trên hình vẽ, các phương trình truyền đạt của các bốn cực thành phần được viết :

$$\begin{bmatrix} U_1' \\ I_1' \end{bmatrix} = [A'] \begin{bmatrix} U_2' \\ I_2' \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$\begin{bmatrix} U_1'' \\ I_1'' \end{bmatrix} = [A''] \begin{bmatrix} U_2'' \\ I_2'' \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Theo điều kiện các bốn cực nối dây truyền với nhau ta có thể viết (hình 3.13a).

$$\begin{aligned} U_1' &= U_1; & U_1'' &= U_2'; & U_2'' &= U_2 \\ I_1' &= I_1'; & I_2' &= -I_1''; & I_2'' &= I_2 \end{aligned}$$

Nếu mạng bốn cực thứ nhất I ta đổi thành $[A']^*$

$$\begin{bmatrix} U_1' \\ I_1' \end{bmatrix} = [A']^* \begin{bmatrix} U_2'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & -a_{12} \\ a_{21} & -a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2'' \\ I_2'' \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

trong đó: hai thông số liên quan tới I_2 đều được đổi dấu: $-a_{12}$; $-a_{22}$ thì sơ đồ tương đương $[A']$ của nó ở hình (3.13b).

Chú ý: khi đó chiều của I_2' đã thuận chiều cùng với dòng vào của mạng bốn cực thứ II. Theo tính xâu chuỗi có thể xác định được:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [A']^* [A''] \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$\text{Vậy} \quad A = [A']^* \cdot [A''] \quad (3.63)$$

Một cách tổng quát đối với n bốn cực mắc dây truyền với nhau, ta có:

$$A = \prod_{k=1}^{n-1} [A_k']^* \cdot [A_n] \quad (3.64)$$

Tóm lại ta có thể phát biểu: *Ma trận truyền đạt của hệ thống nhiều bốn cực mắc dây truyền với nhau bằng tích các ma trận A của các bốn cực thành phần, trong đó cần chú ý đến chiều dòng điện ở các cửa vào và ra như nối các bốn cực với nhau.*

Trong công thức (3.64) cần chú ý vì phép nhân ma trận không giao hoán được, nên khi thực hiện tích (3.64) cần tôn trọng thứ tự các ma trận, như vậy có nghĩa là trong cách nối dây truyền các bốn cực phải chú ý đến thứ tự nối.

3.4. MẠNG BỐN CỰC ĐỐI XỨNG

3.4.1. Khái niệm về mạng bốn cực đối xứng

Một bốn cực được gọi là đối xứng về mặt điện, khi cửa 1 và cửa 2 có thể đổi lẫn cho nhau, mà các thông số của bốn cực hoàn toàn không thay đổi.

Phương trình trở kháng của bốn cực được viết:

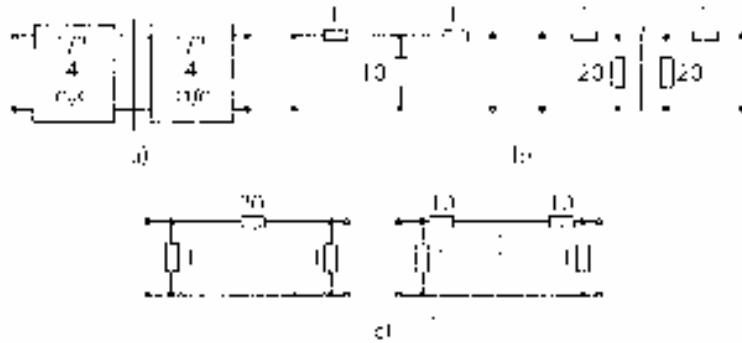
$$U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2; \quad U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \quad (3.65)$$

Nếu bốn cực đối xứng, ta có thể đổi cửa 1 thành cửa 2 và ngược lại, có nghĩa là trong hệ phương trình trên các chỉ số 1 và 2 của các đại lượng điện áp dòng có thể đổi lẫn cho nhau còn các thông số z_{ik} vẫn giữ nguyên, ta có:

$$U_2 = z_{11}I_2 + z_{12}I_1; \quad U_1 = z_{12}I_2 + z_{22}I_1 \quad (3.66)$$

$$\text{Vậy rõ ràng: } z_{12} = z_{21} \text{ và } z_{11} = z_{22} \quad (3.67)$$

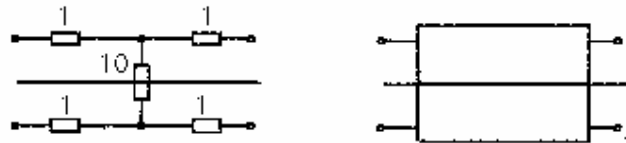
Đó là điều kiện đối xứng của bốn cực mà ta đã nói trong mục.



Hình 3.14.

Sự đối xứng về hình học của một mạch điện thường được biểu diễn là sự đối xứng qua trục đứng hai bốn cực thành hai phần giống hệt nhau (hình 3.14).

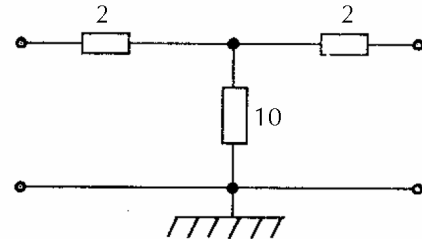
Ngoài khái niệm bốn cực đối xứng về mặt điện, về mặt hình học, chúng ta còn nói đến bốn cực đối xứng đất. Bốn cực đối xứng đất (hình 3.15) là các bốn cực đối xứng qua trục nằm ngang.



Hình 3.15.

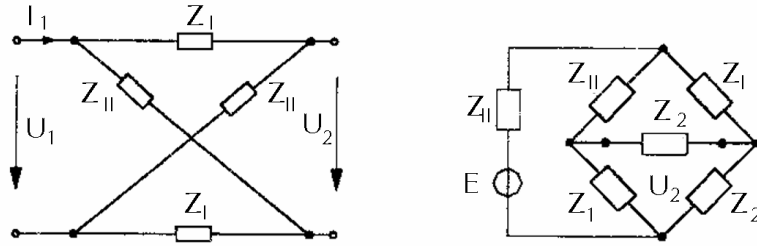
Các mạch điện không đối xứng đất thường chứa một dây chung giữa đầu vào và đầu ra (hình 3.16).

Các bốn cực đối xứng về mặt điện được đặc trưng bởi 2 thông số (z_{11}, z_{12}). Sự khảo sát chúng được đưa về sự khảo sát mạch cầu hình 3.17a. Mạch hình 3.17b được gọi là mạch cầu vì khi mắc tải vào các cửa 1 và 2 thì mạch đó



Hình 3.16.

được biến đổi thành dạng mạch hình (3.17a). Đó là một mạch cầu đặc biệt có từng cặp trở kháng bằng nhau. Điều kiện cân bằng cầu là tích các trở kháng nằm đối diện nhau bằng nhau, trong trường hợp này $Z_I = Z_{II}$ lúc đó trên trở kháng Z_2 sẽ không có điện áp, sự truyền đạt của bốn cực bằng không.



Hình

3.17.

Hãy tính các trở kháng hở mạch của mạch cầu.

$$z_{11} = \frac{U_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{Z_I + Z_{II}}{2} = \frac{1}{2}(Z_I + Z_{II}) \quad (3.68)$$

Khi hở mạch cửa 2 (bỏ tải Z_2 ra), theo định luật Kiếchoof 2 cho vòng 1 ta có:

$$-\frac{I_1}{2}Z_I + \frac{I_1}{2}Z_{II} = U_2$$

$$\text{Vậy: } U_2 = \frac{I_1}{2}(Z_{II} - Z_I)$$

$$\text{Do đó: } z_{12} = \frac{U_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{1}{2}(Z_{II} - Z_I) \quad (3.69)$$

Bốn cực đối xứng về mặt hình học (tức là đối xứng về mặt điện) bao giờ cũng có sơ đồ tương đương là hình cầu. Sự xác định các trở kháng cầu trong sơ đồ tương đương được thực hiện dễ dàng theo định lý Barklett – Brune.

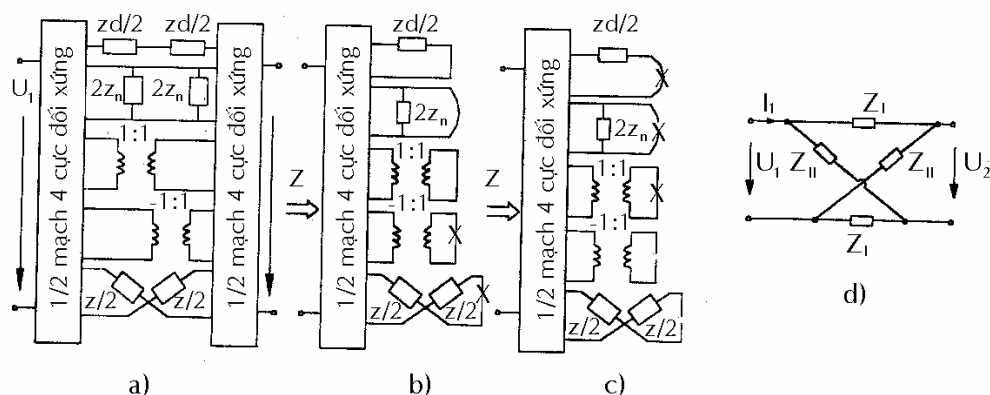
3.4.2. Định lý Barklett – Brune

Định lý Barklett – Brune được phát biểu như sau:

Bốn cực đối xứng có thể chứa biến áp lý tưởng 1:1 hoặc 1: -1 hoặc các dây dẫn chéo nhau trên trục đối xứng – có thể được thay thế bằng sơ đồ cầu tương cho trở kháng Z_I bằng trở kháng vào của nửa bốn cực đối xứng khi ngắn mạch các dây dẫn nối thẳng hai nửa bốn cực và cuộn thứ cấp của biến áp 1:1, còn đối với biến áp 1: -1 (hoặc hai dây dẫn chéo nhau) thì phải hở mạch, có trở kháng cầu Z_{II} bằng trở kháng vào của nửa bốn cực đối xứng khi hở mạch các dây dẫn nối thẳng hai nửa bốn cực và cuộn thứ cấp của biến áp 1:1 và ngắn mạch cuộn thứ cấp biến áp 1: -1 (hoặc 2 dây dẫn chéo nhau).

Ở đây chỉ nêu cách sử dụng đơn giản định lý Barklett – Brune để lập sơ đồ tương đương hình cầu của các mạch bốn cực đối xứng, còn không chứng minh.

Nội dung định lý Barklett – Brune được minh hoạ trên hình 3.18.



Hình 3.18.

Trong hình 3.18 có thể hiện việc tách mạng bốn cực đối xứng thành hai nửa mạng 4 cực nối với nhau. Cách nối với nhau của hai nửa này có một số dạng.

- Các trở kháng nối thẳng với $Zd/2$ (nối nối tiếp)
- Các trở kháng nối thẳng với $2Zn$ (nối song song)

Các trở kháng nối chéo $Z/2$

Biến áp lý tưởng hệ số biến áp $n = 1$ là 1:1 (nối thẳng)

Biến áp lý tưởng hệ số biến áp $n = -1$ là -1:1 (nối chéo)

Hãy xem xét phần tử biến áp lý tưởng.

Biến áp lý tưởng là một bốn cực được coi là một trong các phần tử bốn cực cơ bản của mạch điện.

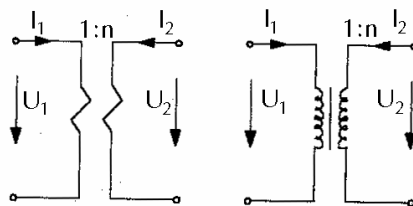
Biến áp lý tưởng theo định nghĩa là một bốn cực được cách điện một chiều giữa các cửa vào và ra có hệ phương trình đặc trưng sau:

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= nU_1 \\ I_2 &= -\frac{1}{n}I_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.70)$$

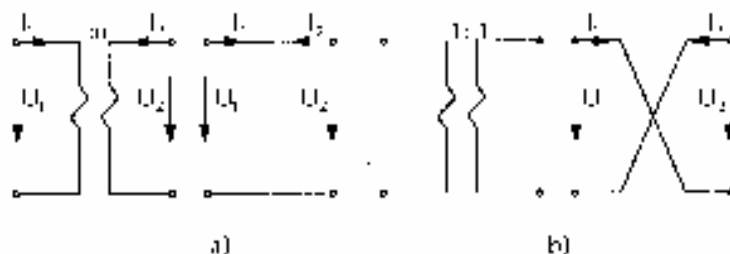
Các vòng dây của cuộn sơ cấp – ở cửa 1, và cuộn thứ cấp – ở cửa 2. Đối với biến áp lý tưởng nếu $n = 1$ thì theo.

$$U_2 = U_1; \quad I_2 = -I_1 \quad (3.71)$$

Vậy biến áp 1: 1 tương đương với bốn cực có hai dây dẫn song song nối từ cửa 1 đến cửa 2 (hình 3.20).



Hình 3.19.



Hình 3.20.

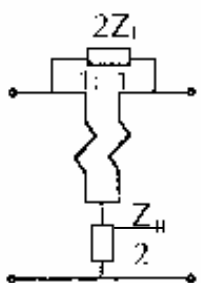
Nếu $n = -1$ thì biến áp lý tưởng 1: -1 có hệ phương trình đặc trưng sau:

$$U_2 = -U_1; \quad I_2 = I_1 \quad (3.72)$$

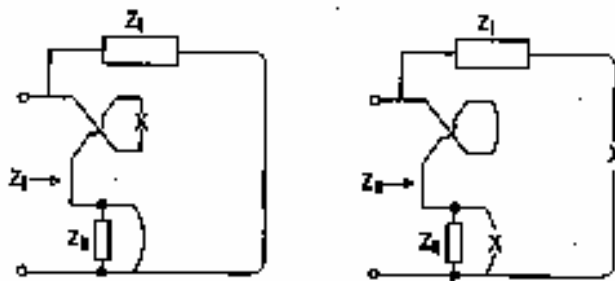
Vậy biến áp 1: -1 tương đương với bốn cực có hai dây dẫn chéo nhau (hình x) như trên hình 3.20.

3.4.3. Ví dụ: xét ví dụ sau:

Hãy chứng minh mạch điện sau (hình 3.21) là sơ đồ tương đương của mạch cầu trở kháng cầu Z_I, Z_{II} .



Hình 3.21.



Hình 3.22.

Bài giải:

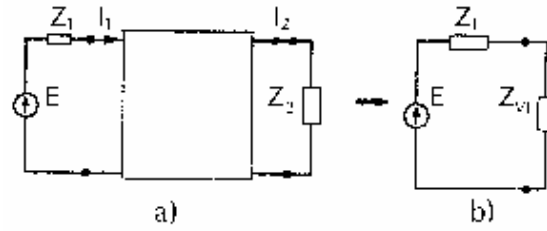
Bốn cực trên là bốn cực đối xứng và có chứa biến áp lý tưởng 1: -1. Vậy ta có thể áp dụng định lý Barlett để tìm các trở kháng cầu Z_I, Z_{II} của nó. Đầu tiên chúng ta chia đôi bốn cực trên theo trục đối xứng (hình 3.21).

Sau đó theo sơ đồ hình 3.22 ta xác định được Z_I , và theo sơ đồ hình 3.22c ta xác định được Z_{II} . Khi hở mạch cuộn thứ cấp của biến áp, thì trên cuộn sơ cấp cũng không có dòng điện chảy, do đó trên Z_2 cũng không có dòng điện, vì vậy trở kháng vào của mạch hình 3.22b chính bằng Z_I . Còn khi cuộn thứ cấp của biến áp được ngắn mạch thì trên cuộn sơ cấp điện áp cũng bằng 0, do đó trở kháng vào của mạch hình 3.22c chính bằng Z_{II} . Vậy bốn cực hình 3.21 có các trở kháng cầu Z_I, Z_{II} chính là các trở kháng cầu của hình X, đó chính là sơ đồ tương đương của hình X.

3.5. MẠNG BỐN CỰC CÓ TẢI

3.5.1. Trở kháng vào

Trong thực tế các bốn cực thường là phân tử được nối giữa nguồn và tải. Thông thường mạch điện như trên hình 3.23a là đủ. Nhìn từ cửa đặt nguồn tác động, bốn cực thụ động, tuyến tính có tải, Z_2 có mặt như một trở kháng. Duy nhất có giá trị Z_{V1} chính là trở kháng vào của cửa sơ cấp.



Hình 3.23.

Theo hình trên tải sẽ có quan hệ giữa dòng và áp.

$$U_2 = -I_2 Z_2 \quad (3.73)$$

Từ phương trình hai của hệ phương trình trở kháng hở mạch.

$$U_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \quad (3.74)$$

$$U_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \quad (3.75)$$

Ta có:
$$I_2 = -I_1 \frac{z_{21}}{Z_2 + z_{22}}$$

Thay I_2 vào (3.74) ta có:

$$U_1 = z_{11} I_1 + z_{12} \frac{-z_{21}}{Z_2 + z_{22}} I_1 = \frac{z_{11} Z_2 + \Delta z}{Z_2 + z_{22}} I_1$$

Trở kháng vào của cửa sơ cấp sẽ là:

$$Z_{V1} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{z_{11} Z_2 + \Delta z}{Z_2 + z_{22}} \quad (3.76)$$

trong đó: $\Delta z = z_{22} z_{11} - z_{12} z_{21}$

Trong trường hợp bốn cực không có tải (cửa thứ cấp hở mạch, $Z_2 = \infty$) ta có:

$$Z_{V1} = z_{11} \quad (3.77)$$

tức là trở kháng vào của bốn cực hở mạch ở cửa 2 bằng z_{11} .

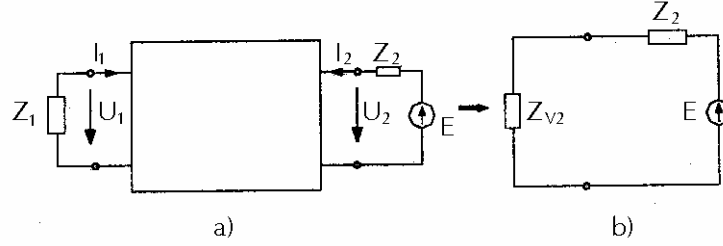
Trường hợp tải Z_2 ở cửa thứ cấp bằng 0 (tức là ngắn mạch cửa thứ cấp) theo (3.76) ta có:

$$Z_{V1} = \frac{\Delta z}{z_{22}} = \frac{1}{y_{11}} \quad (3.78)$$

tức bằng nghịch đảo của dẫn nạp vào ngắn mạch của cửa 1.

Nếu cửa 2 đặt nguồn tác động, tải Z_1 đặt ở cửa 1, thì cũng hoàn toàn tương tự như vậy ta tính được trở kháng của bốn cực ở cửa 2 (hình 3.24). Đổi lần các chữ số 1 và 2 trong biểu thức (3.76) ta viết được biểu thức trở kháng vào của cửa 2.

$$Z_{V2} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{z_{22} Z_1 + \Delta z}{z_{11} + Z_1} \quad (3.79)$$



Hình 3.24.

Với bảng quan hệ các thông số, ta có thể tính trở kháng và các thông số khác, ví dụ:

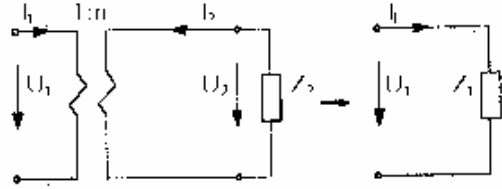
$$Z_{v1} = \frac{+y_{22}Z_2 + 1}{+\Delta y Z_2 + y_{11}} = \frac{\Delta h Z_2 + h_{11}}{+h_{22}Z_2 + 1} = \frac{+a_{11}Z_2 + a_{12}}{+a_{21}Z_2 + a_{22}} \quad (3.80)$$

$$Z_{v2} = \frac{+a_{22}Z_1 + a_{12}}{+a_{21}Z_1 + a_{11}} \quad (3.81)$$

Ví dụ: Hãy xác định trở kháng vào của một biến áp lý tưởng có tải \$Z_2\$ (hình 3.25a).

Bài giải:

Theo hệ phương trình đặc trưng của biến áp lý tưởng:



Hình 3.25.

$$\begin{cases} U_2 = nU_1 \\ I_2 = -\frac{1}{n}I_1 \end{cases}$$

Vậy có: $[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & -n \end{bmatrix}$ (3.82)

Thay các thông số \$a_{ik}\$ vào (3.80) ta có:

$$Z_{v1} = \frac{+a_{11}Z_2 + a_{12}}{+a_{21}Z_2 + a_{22}} = \frac{\frac{1}{n}Z_2}{-n} = \frac{1}{n^2}Z_2 \quad (3.83)$$

Theo (3.83) ta có thể nói rằng biến áp lý tưởng đã biến đổi trở kháng tải sang của sơ cấp một cách tỷ lệ nghịch với bình phương hệ số \$n\$.

3.5.2. Các hàm truyền đạt

Quan hệ giữa các đại lượng ở cửa ra và cửa vào của bốn cực được biểu thị bằng các hàm truyền đạt:

$$T_{(f)} = \frac{X(p)}{F(p)}$$

Với $X(p)$: là đáp ứng

$F(p)$: là kích thích

Trong miền tần số phức bằng các hàm ảnh Laplace, ta có các hàm truyền đạt.

$$K(p) = \frac{U_2}{U_1}; \quad K_F(p) = \frac{U_2}{E_1} \quad (3.84)$$

gọi là hàm truyền đạt điện áp

$$Z_T(p) = \frac{U_2}{I_1} \quad (3.85)$$

gọi là trở kháng truyền đạt

$$Y_T(p) = \frac{I_2}{U_1}; \quad Y_{TF}(p) = \frac{I_2}{E_1} \quad (3.86)$$

gọi là dẫn nạp truyền đạt

Trong thực tế chúng ta ít dùng hàm truyền đạt dòng điện $K_1 = I_2/I_1$, vì vậy trong mạch tuyến tính khi nói đến hàm truyền đạt chúng ta phải hiểu đó là hàm truyền đạt điện áp.

Nếu thay $p = j\omega$ vào biểu thức hàm truyền đạt, ta sẽ có các biểu thức trong miền tần số. Lúc đó hàm truyền đạt được viết:

$$K(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = K(p)|_{p=j\omega} \quad (3.87)$$

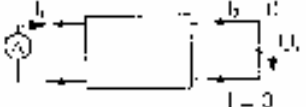
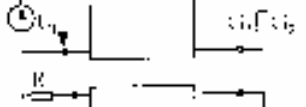
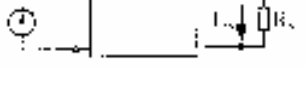
hoặc biểu thức trên có thể viết:

$$K(j\omega) = A(\omega)e^{j\psi(\omega)} \quad (3.88)$$

trong đó: $A(\omega)$ gọi là đặc tuyến biên độ, $\psi(\omega)$ gọi là đặc tuyến pha.

Bảng 3.2.

Liệt kê hàm truyền đạt mạng bốn cực có tải trong 1 số trường hợp.

Loại	Sơ đồ mạch	Tải sơ cấp	Tải thứ cấp	Hàm truyền đạt
1		∞	∞	$Z_T = \frac{U_2}{I_1} = z_{21}$
2		0	∞	$K = \frac{U_2}{U_1} = \frac{z_{21}}{z_{11}}$
3		∞	R_2	$Z_T = \frac{U_2}{I_1} = \frac{z_{21}R_2}{z_{22} + R_2}$
3		0	G_2	$Y_T = \frac{I_2}{U_1} = \frac{y_{21}G_2}{y_{22} + G_2}$
5		R_1	R_2	$K = \frac{U_2}{E}$ $= \frac{z_{21}R_2}{(z_{11} + R_1)(z_{22} + R_2) - z_{12}z_{21}}$

Các hàm truyền đạt ở bảng (3.2) đều có thể chứng minh với công thức:

$$I_2 = -\left(\frac{U_2}{R_2}\right), \text{ khi } R_2 = 0; R_2 = \infty; R_2 \neq 0. \quad (3.89)$$

Ví dụ: Trong trường hợp 3, thay (3.89) vào phương trình thứ hai của hệ phương trình Z, ta có:

$$U_2 = z_{21}I_1 - z_{22}\frac{U_2}{R_2}$$

Từ đó: $U_2 R_2 = z_{21} R_2 I_1 - z_{22}U_2$

Và hàm trở kháng truyền đạt.

$$Z_1 = \frac{U_2}{I_1} = \frac{z_{21}R_2}{z_{22} + R_2}$$

Đối với trường hợp 5 ta có thể viết các phương trình sau:

$$U_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2$$

$$U_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2$$

$$U_2 = -I_2 R_2$$

$$E = U_1 + I_1 R_1$$

Hệ phương trình trên có thể giải quyết bằng quy tắc Cramer để tìm U_2 theo Z và E , ta tính được.

$$U = E \frac{R_2 z_{21}}{(z_{11} + R_1)(z_{22} + R_2) - z_{12} z_{21}}$$

Từ đó hàm truyền đạt sẽ là:

$$K = \frac{R_2 z_{21}}{(z_{11} + R_1)(z_{22} + R_2) - z_{12} z_{21}} = \frac{U}{E} \quad (3.90)$$

3.5.3. Hệ số truyền đạt

Trong bảng 3.2 các nguồn lý tưởng được mắc vào bốn cực có nội trở R_1 . Nếu từ các nguồn lý tưởng ta có thể lấy được công suất lớn bất kỳ, thì đối với các nguồn không lý tưởng, để chứng minh công suất tác dụng lớn nhất có thể nhận được là:

$$P_0 = \frac{E^2}{4R_1} \quad (3.91)$$

Công suất tác dụng trên tải thứ cấp:

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} \quad (3.92)$$

Đối với các mạch thụ động $P_2 < P_0$ tỷ số công suất P_0 và P_2 sẽ cho bình phương hệ số truyền đạt.

$$|\Gamma|^2 = \frac{P_0}{P_2} > 1 \quad (3.93)$$

$$\text{Từ đó: } |\Gamma| = \sqrt{\frac{P_0}{P_2}} = \frac{E}{2U_2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \quad (3.93)'$$

Có thể viết Γ theo hàm của tần số phức p .

$$\Gamma(p) = \frac{E}{2U_2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \quad (3.94)$$

Γ được gọi là hệ số truyền đạt, đây là hàm phức.

Γ thường được viết dưới dạng lôgarit tự nhiên.

$$g = \ln \Gamma = \ln[\Gamma e^{jb}] = \ln|F| + jb$$

$$g = a + jb \quad (3.95)$$

$$\text{Vậy: } a(\omega) = \ln|\Gamma| \quad (3.96)$$

$$\text{được gọi là suy giảm đo bằng nêpe N, còn } \arg \Gamma = b(\omega) \quad (3.97)$$

gọi là dịch pha đo bằng rad

Suy giảm được đo bằng đêxiben (dB) nếu:

$$a(\omega) = 20 \log |\Gamma| \quad (3.98)$$

Quan hệ giữa các đơn vị dB và N như sau:

$$1N = 8,7dB, \quad 1dB = 0,115N \quad (3.99)$$

So sánh (3.90) và (3.94) ta thấy hàm $\Gamma(p)$ và $K(p)$ tỷ lệ nghịch với nhau.

Hàm truyền đạt $K(p)$ đặc trưng cho mạch điện tổng quát, còn hàm $\Gamma(p)$ chỉ dùng cho mạch thụ động trong trường hợp 5. Từ biểu thức (3.90) và (3.94) ta có thể viết:

$$\Gamma(p) = \frac{(z_{11} + R_1)(z_{22} + R_2) - z_{12}z_{21}}{2z_{21}\sqrt{R_1R_2}} \quad (3.100)$$

Theo bảng (3.2) $\Gamma(p)$ có thể biểu diễn theo quan hệ của bất kỳ loại thông số nào của bốn cực.

Vì các bốn cực đối xứng thường gặp trong thực tế và có vai trò quan trọng trong lý thuyết mạch nên chúng ta cần viết biểu thức hệ số truyền đạt theo các trở kháng cầu.

Nếu cho $R_1 = R_2 = R$ ta có:

$$\Gamma = \frac{(Z_1 + R)(Z_{11} + R)}{(Z_{11} - Z_1)R} \quad (3.101)$$

3.6. CÁC THÔNG SỐ SỐNG

3.6.1. Sự phối hợp trở kháng

Nếu có nguồn tác động điện áp E với trở kháng trong Z_i được mắc tải có trở kháng Z_2 (hình 3.26) khi:

$$Z_2 = Z_i^* \quad (3.102)$$

(Z_i^* là trở kháng phức liên hợp của trở kháng Z_i) thì công suất tác dụng trên tải chính bằng công suất tác dụng cực đại lấy được từ nguồn, tức là:

$$P_2 = P_0 = \frac{E^2}{4R_i} \quad (3.103)$$

(R_i là thành phần điện trở của trở kháng Z_i).

Lúc đó người ta nói rằng có sự phối hợp trở kháng giữa nguồn và tải để có công suất cực đại.

Biểu thức (3.102) được chứng minh như sau:

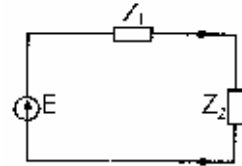
Hình 3.26.

Ta có: $Z_i = R_i + jX_i$; $Z_2 = R_2 + jX_2$

Vậy công suất tác dụng trên tải Z_2 được tính.

$$P_2 = I^2 R_2 = \frac{E^2 R_2}{(R_i + R_2)^2 + (X_i + X_2)^2} \quad (3.104)$$

Bây giờ chúng ta cần tính giá trị cực đại của P_2 . P_2 là hàm có hai biến (R_2 và X_2). Theo nguyên tắc tìm cực trị của hàm nhiều biến, giá trị cực đại sẽ xuất hiện tại vị trí các đạo hàm theo từng biến bằng 0. Để cho việc tìm đạo hàm đơn giản ta không dùng trực tiếp hàm P_2 mà tìm cực trị của hàm nghịch đảo của P_2 bởi vì hàm này sẽ có cực trị ở vị trí cực trị của hàm gốc.



Từ đó có thể viết:

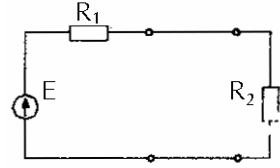
$$f(R_2, X_2) = \frac{1}{P_2(R_2, X_2)} = \frac{1}{E^2} \times \frac{(R_i + R_2)^2 + (X_i + X_2)^2}{R_2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial R_2} = \frac{1}{E^2} \times \frac{2(R_i + R_2)R_2 - (R_i + R_2)^2 - (X_i + X_2)^2}{R_2^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial X_2} = \frac{1}{E^2} \times \frac{2(X_i + X_2)}{R_2} = 0$$

Từ phương trình cuối ta có $X_2 = -X_i$. Thay giá trị đó của X_2 vào biểu thức $\partial f / \partial R_2$ ta nhận được $R_i = R_2$. Thay các giá trị của R_2, X_2 vào (3.104) ta có giá trị cực đại của P_2 theo cực đại của nguồn.

Bây giờ ta hãy xét mạch điện hình 3.27 với R_i, R_2 là các điện trở thuần.



Hình 3.27.

Với: $P_2 = \frac{E^2 R_2}{(R_i + R_2)^2}$ và $P_0 = \frac{E^2}{4R_i}$

Ta viết được hệ số truyền đạt.

$$|\Gamma|^2 = \frac{P_0}{P_2} = \frac{(R_i + R_2)^2}{4R_i R_2}$$

Với các giá trị R_2 khác nhau ($R_2 \neq R_i$) ta có $|\Gamma| > 1$, có nghĩa là:

$$P_0 = P_2 + P_r \quad (3.105)$$

Hoặc: $1 = \frac{P_2}{P_0} + \frac{P_r}{P_0} = \frac{1}{|\Gamma|^2} + r^2 \quad (3.106)$

trong đó: $r = \sqrt{\frac{P_r}{P_0}}$ được gọi là hệ số phản xạ. (3.107)

Từ (3.106) ta tính:

$$r^2 = 1 - \frac{4R_i R_2}{(R_i + R_2)^2} = \frac{(R_2 - R_i)^2}{(R_2 + R_i)^2}$$

hay $r = \frac{R_2 - R_i}{R_2 + R_i} \quad (3.108)$

Khi $R_2 = R_i$ thì hệ số phản xạ r bằng 0, ta nói rằng lúc đó mạch được phối hợp không có phản xạ, hay còn gọi là mạch được phối hợp trở kháng. Vậy khi các tải (nội trở của nguồn và tải) là điện trở thuần thì điều kiện phối hợp để có công suất cực đại nhận được của nguồn và để không có phản xạ là giống nhau.

$$R_2 = R_i \quad (3.109)$$

Nếu tổng quát hoá (3.109) trong trường hợp các tải là các trở kháng phức, ta viết được:

$$r = \frac{Z_2 - Z_i}{Z_2 + Z_i} \quad (3.110)$$

Nếu $Z_2 = Z_i$ thì hệ số phản xạ $r = 0$ tức là $P_i = 0$ và lúc này $P_2 = P_0$, nhưng P_0 ở đây không phải là công suất cực đại mà nguồn có thể cung cấp cho tải.

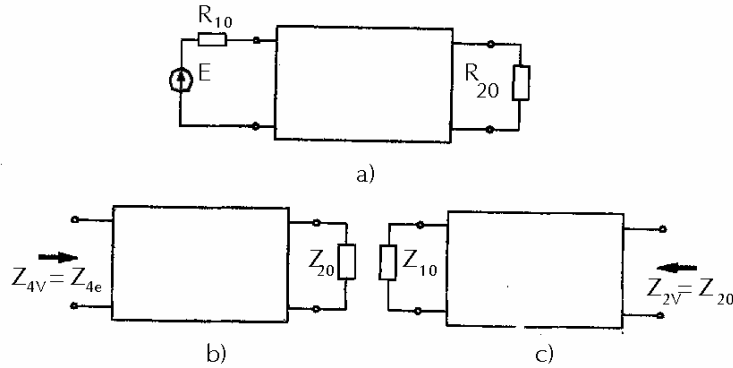
$$P_{0'} = \frac{E^2 R_i}{4(R_i^2 + X_i^2)}$$

$$\left(P_{0\max} = \frac{E^2}{4R_i} \right) \text{ với điều kiện phối hợp công suất cực đại } Z_2 = Z_i^*.$$

Tóm lại khi các tải là các trở kháng phức thì điều kiện phối hợp để có công suất cực đại ($Z_2 = Z_i^*$) khác với điều kiện phối hợp để không có phản xạ ($Z_2 = Z_i$).

3.6.2. Các thông số sóng

Hãy xác định các trở kháng tải trong mạch điện hình 3.28a sao cho chúng được phối hợp trở kháng (tức phối hợp không có phản xạ) ở cửa 1 và cả ở cửa 2. Trong mô hình mạng 4 cực có chiều dòng điện I_2 đi ra, vì vậy ma trận truyền đạt $[a]$ của nó giống như $[A^*]$ đã phân tích trong mục III.3.5 hay công thức (3.63).



Hình 3.28.

Để có phối hợp trở kháng ở cả hai cửa cần có hai điều kiện. Với tải ở cửa 2 là z_{20} thì trở kháng vào cửa 1 phải là z_{10} và với tải ở cửa 1 là z_{10} thì trở kháng vào ở cửa 2 phải là z_{20} (hình 3.28a,b).

Theo biểu thức (3.80) tính các trở kháng vào theo các thông số a_{ij} ta viết được thêm cơ sở hình (3.28b, c).

$$Z_{v1} = \frac{a_{12} + a_{11}z_{20}}{a_{22} + a_{21}z_{20}} = z_{10} \quad (3.111a)$$

$$Z_{v2} = \frac{a_{12} + a_{22}z_{10}}{a_{11} + a_{21}z_{10}} = z_{20} \quad (3.111b)$$

Biến đổi các phương trình (3.111) ta có:

$$z_{10} a_{22} + z_{10} z_{20} a_{21} - a_{12} - a_{11} z_{20} = 0$$

$$z_{20} a_{11} + z_{10} z_{20} a_{21} - a_{12} - a_{22} z_{10} = 0 \quad (3.111c)$$

Cộng 2 phương trình trên lại ta có:

$$z_{10} z_{20} = \frac{a_{12}}{a_{21}} \quad (3.112a)$$

Trừ 2 phương trình trên cho nhau ta có:

$$\frac{z_{10}}{z_{20}} = \frac{a_{11}}{a_{22}} \quad (3.112b)$$

Từ (3.112a) và (3.112b) ta lập được các biểu thức tính z_{10} , z_{20} .

$$z_{10} = \sqrt{\frac{a_{11}a_{12}}{a_{21}a_{22}}}; \quad z_{20} = \sqrt{\frac{a_{22}a_{12}}{a_{21}a_{11}}} \quad (3.113)$$

các trở kháng z_{10} , z_{20} được gọi các trở kháng sóng. Các trở kháng sóng chỉ phụ thuộc vào các thông số của bốn cực. Vì vậy chúng cũng là các đại lượng đặc trưng cho bốn cực.

Trong trường hợp các tải là các trở kháng sóng thì hệ số truyền đạt Γ được gọi là hệ số truyền đạt sóng và ký hiệu bằng Γ_0 . Thay $Z_i = z_{10}$, $Z_2 = z_{20}$ theo (3.113) vào biểu thức (3.100) cho $\tilde{A}(p)$ ta tính được:

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= \frac{a_{12} + z_{10}a_{22} + z_{20}a_{11} + a_{21}z_{10}z_{20}}{2\sqrt{z_{10}z_{20}}} \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{a_{12}}{\sqrt{z_{10}z_{20}}} + a_{22}\sqrt{\frac{z_{10}}{z_{20}}} + a_{11}\sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}} + a_{21}\sqrt{z_{10}z_{20}} \right] \end{aligned} \quad (3.114)$$

Với z_{10} , z_{20} ở (3.113) có.

$$\Gamma_0 = \frac{1}{2} \left[a_{12}\sqrt{\frac{a_{21}}{a_{12}}} + a_{22}\sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22}}} + a_{11}\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} + a_{21}\sqrt{\frac{a_{12}}{a_{21}}} \right]$$

$$\text{Rút gọn: } \Gamma_0 = \sqrt{a_{11}a_{22}} + \sqrt{a_{12}a_{21}} \quad (3.115)$$

Hệ số truyền sóng g_0 được định nghĩa.

$$g_0 = Ln\Gamma_0 = Ln[\sqrt{a_{11}a_{22}} + \sqrt{a_{12}a_{21}}] \quad (3.116a)$$

Hệ số truyền sóng là một số phức.

$$g_0 = a_0 + jb_0 \quad (3.116b)$$

trong đó: a_0 : gọi là hệ số suy giảm sóng, thứ nguyên Nepe [N].

b_0 : là dịch pha góc, đo bằng Radian (hoặc biến đổi góc: độ)

Trong thực tế thường gặp mạng bốn cực đã biết hệ số truyền sóng g_0 các trở kháng sóng z_{10} , z_{20} cần tìm các thông số a_{ik} của mạng bốn cực. Giải phương trình (3.112a, b) với (3.116a) chú ý tới:

$$shg + chg_0 = e^{g_0} \quad (3.116c)$$

$$\text{Và các hàm: } chg_0 = \frac{e^{g_0} + e^{-g_0}}{2} = \sqrt{a_{11}a_{22}} \quad (3.116d)$$

$$shg_0 = \frac{e^{g_0} - e^{-g_0}}{2} = \sqrt{a_{12}a_{21}} \quad (3.116e)$$

$$\text{ta được: } \left. \begin{aligned} a_{11} &= \sqrt{\frac{z_{10}}{z_{20}}} chg_0 ; & a_{12} &= \sqrt{z_{10} \cdot z_{20}} shg_0 \\ a_{21} &= \sqrt{\frac{1}{\sqrt{z_{10}z_{20}}}} shg_0 ; & a_{22} &= \sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}} chg_0 \end{aligned} \right\} \quad (3.117)$$

Các thông số sóng z_{10} , z_{20} , g_0 hoàn toàn xác định bốn cực tuyến tính có thông số tập trung thụ động và tương hỗ. Theo (3.117) các thông số a_{ij} của bốn cực được xác định hoàn toàn từ các thông số sóng. Vậy với bảng quan hệ các thông số, từ các thông số a_{ij} ta có thể tính bất kỳ hệ thông số nào theo các thông số sóng.

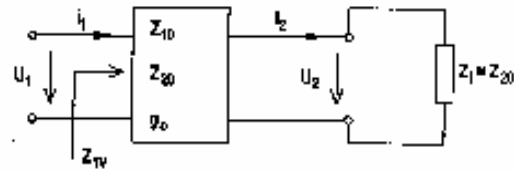
3.6.3. Ý nghĩa của hệ số truyền đạt sóng

Với mạng 4 cực không đối xứng hình 3.29 có các thông số z_{10} , z_{20} và g_0 khi nối với tải $z_t = z_{20}$ thì có các quan hệ sau đây:

$$Ln\Gamma_0 = g_0 = a + jb = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} = \ln \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}} = \ln \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \sqrt{\frac{z_{10}}{z_{20}}} \quad (3.118)$$

$$\text{hoặc } \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} = \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} = e^{2g_0} \quad (3.119)$$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} &= e^{-g_0} \sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}}; \\ \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} &= e^{-g_0} \sqrt{\frac{z_{10}}{z_{20}}} \end{aligned} \quad (3.120)$$



Hình 3.29.

Ví dụ: Khi $z_{10} = 400 \exp(-j20^\circ)$, $z_t = z_{20} = 1600 \exp(-j110^\circ)$ điện áp vào $u_1 = 10\text{V}$, áp ra $u_2 = 5\text{V}$. Hãy tìm hệ số suy giảm a và hệ số truyền đạt công suất $Kp = P_1/P_2$.

Từ công thức (3.118) biến đổi thành:

$$e^{g_0} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}} \quad (3.121)$$

Với phương trình tích phức có giá trị mô đun.

$$e^a = \left| \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right| \sqrt{\left| \frac{z_{20}}{z_{10}} \right|} \quad (3.122)$$

$$\text{Vậy } a = \ln \left| \frac{10}{5} \right| \sqrt{\frac{1600}{400}} = \ln 4 = 1,38 \text{ nep}$$

Hệ số truyền đạt công suất theo công thức (3.120).

$$\frac{P_1}{P_2} = e^{2a} = e^{2,76} = 16$$

Như vậy có thể thấy g_0 mang đặc trưng năng lượng và tín hiệu của mạng bốn cực, vậy nó là một thông số cơ bản như hai sau thông số trở kháng sóng z_{10} , z_{20} .

3.6.4. Trở kháng vào của bốn cực tính theo các thông số sóng

Theo (3.80) trở kháng vào của cửa 1 được viết.

$$Z_{v1} = \frac{a_{12} + a_{11}Z_2}{a_{22}a_{21}Z_2} \quad (3.123)$$

Thay (3-117) vào biểu thức trên ta tính được trở kháng vào theo các thông số sóng.

$$Z_{v1} = \frac{\sqrt{z_{10}z_{20}}shg_0 + \sqrt{\frac{z_{10}}{z_{20}}}chg_0.Z_2}{\sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}}chg_0 + \frac{1}{\sqrt{z_{10}z_{20}}}shg_0.Z_2}$$

Rút gọn biểu thức trên:

$$z_{v1} = z_{10} \frac{Z_2chg_0 + z_{20}shg_0}{z_{22}chg_0 + Z_2shg_0} \quad (3.124)$$

Theo (3.124)ta thấy trở kháng vào của bốn cực thường không bằng với trở kháng sóng nào cả.

– Nếu $Z_2 = z_{20}$ thì:

$$z_{v1} = z_{20} \text{ (đúng với điều kiện chúng ta đã đặt)} \quad (3.125)$$

Nếu cửa 2 bị hở mạch, $Z_2 = \infty$ thì:

$$z_{v1} = z_{1\infty} = z_{10} \frac{1}{thg_0} \quad (3.126)$$

Trong trường hợp cửa 2 bị ngắn mạch tức là $Z_2 = 0$ thì

$$Z_{v1} = Z_{ngm} = z_{10} thg_0 \quad (3.127)$$

Từ (3.121), (3.122) ta rút ra:

$$z_{10} = \sqrt{z_{1\infty}z_{2ngm}} ; \quad thg_0 = \sqrt{\frac{z_{1ngm}}{z_{1\infty}}} \quad (3.128)$$

Tương tự như trên ta có:

$$z_{10} = \sqrt{z_{2\infty}z_{2ngm}} ; \quad thg_0 = \sqrt{\frac{z_{2ngm}}{z_{2\infty}}} \quad (3.129)$$

Theo (3.126) và (3.127) ta có thể xác định các trở kháng sóng theo các trở kháng vào ngắn mạch, hoặc hở mạch của bốn cực. Có thể phát biểu rằng, trở kháng sóng của

một cửa chính bằng trung bình nhân các trở kháng vào của cửa đó khi ngắn mạch hoặc hở mạch cửa kia (công thức 3.128 và 3.129).

3.6.5. Các thông số sóng của hình cầu

Trở kháng vào hở mạch của cửa 1.

$$Z_{v1} = \frac{1}{2}(Z_1 + Z_{11}) \quad (3.130)$$

Trở kháng vào ngắn mạch của cửa 2.

$$z_{1ngm} = 2 \frac{Z_1 Z_{11}}{Z_1 + Z_{11}} \quad (3.131)$$

Từ đó trở kháng sóng được tính.

$$Z_0 = \sqrt{Z_{1ngm} \cdot Z_{1\infty}} = \sqrt{Z_1 Z_{11}} \quad (3.132)$$

Vậy trở kháng sóng của mạch cần chính là trung bình nhân của các trở kháng cầu.

Nếu các trở kháng cầu của mạch là các phần tử đối ngẫu với nhau (khái niệm mạch đối ngẫu) nghĩa là:

$$Z_1 Z_{11} = R_d^2 \quad (3.133)$$

Lúc đó $Z_0 = Z_d$ không phụ thuộc vào tần số. Trong trường hợp này mạch điện với tải là trở kháng sóng được thực hiện bằng một điện trở thuần. Trường hợp này thường gặp khi thiết kế bộ điều chỉnh biên độ và điều chỉnh pha.

Thay $R = \sqrt{Z_1 Z_{11}}$ vào (3.101) ta tính được hệ số truyền đạt sóng.

$$\Gamma_0 = \frac{(Z_1 + \sqrt{Z_1 Z_{11}})(Z_{11} + \sqrt{Z_1 Z_{11}})}{(Z_{11} - Z_1)\sqrt{Z_{11} Z_1}} = \frac{\sqrt{Z_1} + \sqrt{Z_{11}}}{\sqrt{Z_{11}} - \sqrt{Z_1}} \quad (3.134a)$$

Đặt $q = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_{11}}}$ gọi là quan hệ cầu, biểu thức trên được viết

$$\Gamma_0 = \frac{1+q}{1-q}$$

Lượng truyền đạt g_o : $g_o = \ln \Gamma_0 = \ln \frac{1+q}{1-q} = a_o + jb_o$

Nếu trở kháng cầu là các phần tử đối ngẫu thì:

$$Z_{11} = \frac{R_d^2}{Z_1}, \text{ lúc đó } q = \frac{Z_1}{R_d} \text{ và: } \Gamma_0 = \frac{1 + \frac{Z_1}{R_d}}{1 - \frac{Z_1}{R_d}} = \Gamma$$

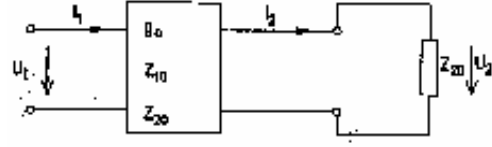
tức là hệ số truyền đạt sóng bằng hệ số truyền đạt, từ đó sự suy giảm sẽ bằng sự suy giảm sóng, sự dịch pha bằng sự dịch pha sóng.

Trong mạch đối xứng, vì $z_{10} = z_{20} = Z_0$ nên:

$$\Gamma_0 = \frac{E}{2U_2} \sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}} = \frac{E}{2U_2} = \frac{U_1}{U_2} \quad (3.134b)$$

$$(\text{vì } U_1 = \frac{E}{2} \text{ do } z_{10} = Z_{v1})$$

Theo (3.134) trong mạch bốn cực đối xứng hệ số truyền đạt – sóng được đưa về việc xác định các điện áp ở các cửa của bốn cực. Thêm nữa, lượng truyền đạt sóng được xác định sẽ dàng.



Hình 3.30.

$$g_0 = \ln \Gamma_0 = \ln \frac{U_1}{U_2} \quad (3.135)$$

$$\text{hoặc} \quad K = \frac{U_2}{U_1} = e^{g_0} \quad (3.136)$$

Ví dụ 1: cho mạng bốn cực không đối xứng có g_0 , z_{10} , z_{20} nối với phụ tải $z_t = z_{20}$. Hãy tìm hàm truyền đạt k_u và k_i của mạch hình 3.30.

Giải:

Với $U_2 = I_2 z_{20}$ thay vào hệ phương trình:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{z_{10}}{z_{20}}} chg_0 & \sqrt{z_{10} \cdot z_{20}} shg_0 \\ \sqrt{\frac{1}{z_{10} z_{20}}} shg_0 & \sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}} chg_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

Khai triển tiếp:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \sqrt{\frac{z_{10}}{z_{20}}} chg_0 \dot{U}_2 + \sqrt{z_{10} \cdot z_{20}} \cdot \frac{\dot{U}_2}{z_{20}} shg_0 \\ \dot{I}_1 &= \frac{shg_0}{\sqrt{z_{10} z_{20}}} \dot{I}_2 z_{20} + \sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}} chg_0 \dot{I}_2 \end{aligned}$$

Rút ra:

$$\begin{aligned} K_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} &= \frac{1}{\sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}} (chg_0 + shg_0)} = \sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}} \cdot e^{-g_0} \\ K_i = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} &= \frac{1}{\sqrt{\frac{z_{20}}{z_{10}}} (shg_0 + chg_0)} = \sqrt{\frac{z_{10}}{z_{20}}} \cdot e^{-g_0} \end{aligned}$$

Lý thuyết mạch điện

Khi đó hệ số truyền đạt công suất

$$K_p = K_U \cdot K_i = e^{-2g_0}$$

Trở kháng vào $z_{1v} = z_{10}$

Ví dụ 2: Cho mạch có biến áp lý tưởng với hệ số 1: 2 nối với mạch hình Γ có $C = 1F$, $L = 1H$. Hình 3-31. Tìm $[a_{jk}]$ cho mạng bốn cực trên.

Giải:

Với biến áp (có chiều dòng I_2 đi ra):

$$n = \frac{1}{2} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \quad \text{và} \quad \frac{1}{n} = 2 = + \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \quad \text{có}$$

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = 0,5\dot{u}_2 \\ \dot{I}_1 = +2\dot{I}_2 \end{cases} \quad \text{vậy} \quad [a_{ba}] = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & +2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

Với mạng thụ động tụ điện và cuộn cảm CL ta có:

$$[a_{CL}] = \begin{bmatrix} 1 & j\omega \\ j\omega & 1 + \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad \text{xâu chuỗi 2 mạng bốn cực}$$

$$[a_{IK}] = [a_{ba}] \cdot [a_{CL}] = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & +2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\omega \\ j\omega & 1 + \omega^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & j0,5\omega \\ -j\omega 2 & +2(1 + \omega^2) \end{bmatrix}$$

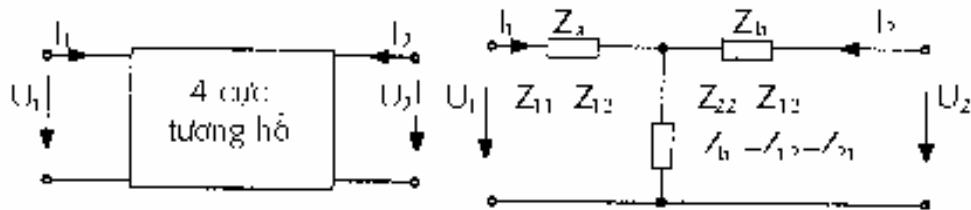
3.7. SƠ ĐỒ TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA BỐN CỰC TUYẾN TÍNH, THỤ ĐỘNG TƯƠNG HỒ

Ở phần trên chúng ta thấy rằng mạch bốn cực tuyến tính, tương hỗ hoàn toàn được xác định nhờ ba thông số (nói chung các thông số này đều là đại lượng phức). Vì vậy quan hệ giữa các dòng điện, điện áp ở hai cửa của bốn cực bất kỳ sẽ tương đương với quan hệ của các đại lượng này trong một mạch bốn cực có ba trở kháng được chọn một cách thích hợp.

Các bốn cực chứa ba trở kháng, đơn giản nhất là bốn cực hình T và hình π .

3.7.1. Sơ đồ chuẩn hình T

Hãy gọi các trở kháng của bốn cực hình T là Z_a , Z_b , Z_c (hình 3.32).



Hình 3.32.

Ta xác định các thông số z_{ij} theo các trở kháng trên. Khi $I_2=0$ hệ phương trình trở kháng và theo mạch trên hình 3.32.

$$\begin{aligned} \text{Khi } I_2 = 0 \quad & \left. \begin{aligned} U_1 &= z_{11} I_1 = (Z_a + Z_b) I_1 \\ U_2 &= z_{21} I_1 = Z_b I_1 \end{aligned} \right\} \\ \text{Rút ra:} \quad & \left. \begin{aligned} z_{11} &= Z_a + Z_b \\ z_{21} &= Z_b \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (3.137)$$

Cũng như vậy khi $I_1 = 0$ ta viết được.

$$\begin{aligned} U_1 &= z_{12} I_2 = Z_b I_2 \\ U_2 &= z_{22} I_2 = (Z_c + Z_b) I_2 \\ \text{Rút ra:} \quad & z_{12} = Z_b, \quad z_{22} = Z_c + Z_b \end{aligned} \quad (3.138)$$

Từ (3.137) và (3.138) chúng ta có thể xác định các trở kháng sơ đồ tương đương hình T theo các thông số z_{11} của bốn cực.

$$\left. \begin{aligned} Z_a &= z_{11} - z_{12} \\ Z_b &= z_{12} \\ Z_c &= z_{22} - z_{12} \end{aligned} \right\} \quad (3.139)$$

Ví dụ: Cho mạng bốn cực có ma trận $[a_{jk}] = \begin{bmatrix} 1 + j\omega & 1 - \omega^2 + j\omega \\ j\omega & 1 - \omega^2 \end{bmatrix}$ Hãy tìm sơ đồ thay thế hình T. Chú ý phương trình $[a_{ik}]$ có mô hình dòng điện I_2 đi ra.

Giải:

Với hình T mạng bốn cực có thể chứng minh được các công thức sau:

$$a_{11} = 1 + \frac{z_1}{z_2} = 1 + j\omega$$

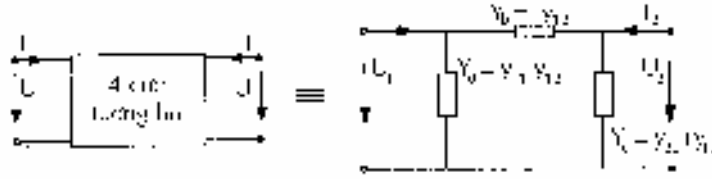
$$a_{21} = \frac{1}{z_2} = j\omega$$

$$a_{22} = 1 + \frac{z_3}{z_2} = 1 - \omega^2$$

Gải được: $z_1 = 1, z_2 = 1/j\omega$ và $z_3 = j\omega$

Vậy có: $R_1 = 1\Omega, z_2 = 1/j\omega c$ với $c = 1F$ và $z_3 = j\omega L$ với $L = 14$. biểu diễn ở hình 3.34.

3.7.2. Sơ đồ chuẩn hình π



Hình 3.33.

Dựa trên sơ đồ hình 3.33 và theo phương trình dẫn nạp, khi ngắn mạch cửa 2 (tức $U_2 = 0$) ta có.

$$I_1 = y_{11} U_1 = (Y_a + Y_b) U_1$$

$$I_2 = y_{21} U_1 = -Y_b U_1$$

$$\text{Từ đó rút ra: } y_{11} = Y_a + Y_b; y_{21} = -Y_b \quad (3.140)$$

$$\text{Khi } U_1 = 0 \text{ ta có } I_1 = y_{12} U_2 = -Y_b U_2$$

$$\text{Từ đó rút ra: } y_{12} = -Y_b; y_{22} = Y_c + Y_b \quad (3.141)$$

Từ (...) ta có thể tính Y_a, Y_b, Y_c theo y_{ij}

$$Y_a = y_{11} + y_{12}$$

$$Y_b = -y_{12}$$

$$Y_c = y_{22} + y_{12}$$

$$(3.142)$$

Nếu bốn cực là đối xứng ($z_{12} = z_{11} = z_{22}$) thì chỉ cần biết hai thông số. Sơ đồ tương đương hình T và hình π lúc đó cũng gồm ba phần tử nhưng chỉ biểu thị hai thông số và cấu trúc của chúng đối xứng, trong sơ đồ hình T ta có $Z_c = Z_a$, trong sơ đồ hình π ta có $Y_c = Y_a$. Đối với bốn cực đối xứng ta còn có sơ đồ tương đương là mạch cầu (hình X) đã nói trong mục trên. Quan hệ giữa các thông số trở kháng hở mạch và các trở kháng cầu được biểu thị trong các biểu thức:

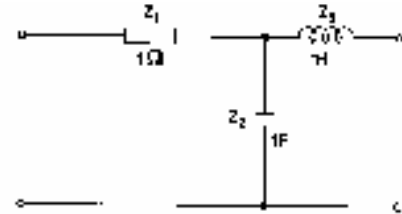
$$z_{11} = \frac{1}{2}(Z_1 + Z_{11}) = z_{22} \quad (3.143)$$

$$z_{12} = \frac{1}{2}(Z_{11} - Z_1) = z_{21} \quad (3.144)$$

Từ (3.143) và (3.144) rút ra:

$$Z_{II} = z_{11} + z_{12} \quad (3.145)$$

$$Z_I = z_{11} - z_{12} \quad (3.146)$$



Hình 3.34.

3.8. PHÂN TÍCH MẠNG BỐN CỰC ĐẶC BIỆT VÀ THÔNG DỤNG

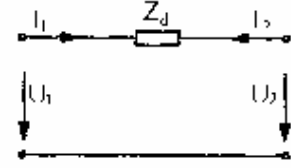
Thường gặp một số mạng bốn cực tuyến tính đặc biệt và để ứng dụng nó lại rất hiệu quả trong nhiều trường hợp. Sau đây sẽ xem xét chúng.

3.8.1. Mạng bốn cực chỉ có 1 nhánh Z_d (hình 3.35)

Từ mạch có:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 - Z_d \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = -\dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } [A] = \begin{bmatrix} 1 & -Z_d \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.147)$$



Có thể viết trực tiếp ma trận $[Y]$ từ mạch.

Hình 3.35.

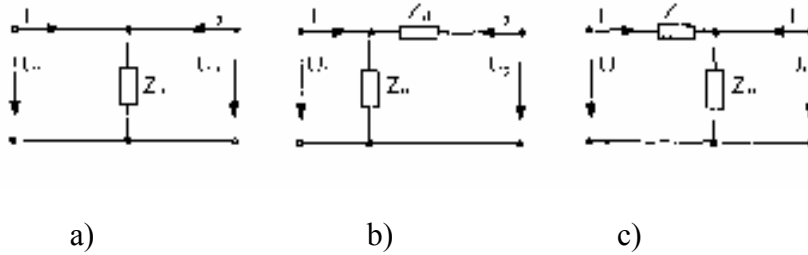
$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_d & -Y_d \\ -Y_d & Y_d \end{bmatrix} \text{ với } Y_d = 1/Z_d \quad (3.149)$$

3.8.2. Mạng bốn cực chỉ có 1 nhánh ngang (hình 3.36a)

$$\text{Từ mạch có: } \begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = \dot{U}_2 / Z_n - \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_n & -1 \end{bmatrix} \quad (3.150)$$

$$\text{Viết trực tiếp: } [Z] = \begin{bmatrix} Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n \end{bmatrix}$$



Hình 3.36 a,b,c.

3.8.3. Mạng hình Γ thuận (hình 3.36b)

Có thể sử dụng tính xâu chuỗi để xét $[A^*] = [A_n^*] \cdot [A_d]$.

$$\text{Ở đây: } [A_n^*] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_n & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A^*] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -Z_d \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -Z_d \\ 1/Z_n & -\left(1 + \frac{Z_d}{Z_n}\right) \end{bmatrix} \quad (3.153)$$

Có thể lập $[Z]$ và $[Y]$ trực tiếp từ mạch

$$[Z^\Gamma] = \begin{bmatrix} Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n + Z_d \end{bmatrix} \quad (3.154)$$

$$[Y^\Gamma] = \begin{bmatrix} Y_n + Y_d & -Y_d \\ -Y_d & Y_d \end{bmatrix} \quad (3.154a)$$

Với: $Y_n = \frac{1}{Z_n}; \quad Y_d = \frac{1}{Z_d}$

3.8.4. Mạng hình ∇ ngược (hình 3.36c)

Sử dụng tính xâu chuỗi:

$$[A^7] = [A_d^*] \cdot [A_n] \text{ với } [A_d^*] = \begin{bmatrix} 1 & Z_d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & Z_d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_n & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_d}{Z_n} & -Z_d \\ 1/Z_n & -1 \end{bmatrix} \quad (3.155)$$

Viết trực tiếp từ mạch có:

$$[Z^7] = \begin{bmatrix} Z_d + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n \end{bmatrix} \quad (3.156)$$

$$[Y^7] = \begin{bmatrix} Y_d & -Y_d \\ -Y_d & Y_d + Y_n \end{bmatrix} \quad (3.157)$$

3.8.5. Mạng bốn cực hình T (hình 3.37)

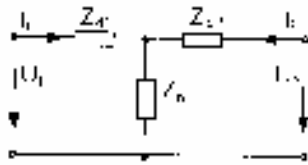
Dùng tính xâu chuỗi :

$$[Z^T] = [A_{d1}^*][A_n^*][A_{d2}] = [A^{\Gamma*}][A_{d2}] = [A_d^*][A^\Gamma] \quad (3.158)$$

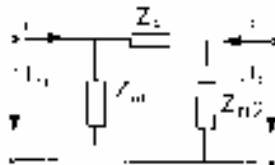
$$[A^T] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n} & -\left(Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1}Z_{d2}}{Z_n}\right) \\ \frac{1}{Z_n} & -\left(1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n}\right) \end{bmatrix} \quad (3.159)$$

Lập ma trận $[Z]$ từ sơ đồ.

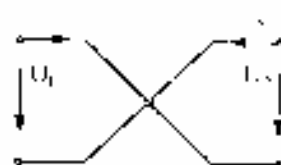
$$[Z^T] = \begin{bmatrix} Z_{d1} + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_{d2} + Z_n \end{bmatrix} \quad (3.160)$$



Hình 3.37



Hình 3.38



Hình 3.39

3.8.6. Mạng bốn cực hình Π (hình 3-38)

Có thể dùng xâu chuỗi tính:

$$[Z^\Pi] = [A_{n1}^*][A_d^*][A_{n2}] = [A^{\Gamma^*}][A_{n2}] = [A_{n1}^*][A^7] \quad (3.161)$$

$$[A^\Pi] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_d}{Z_{n2}} & -Z_d \\ \frac{1}{Z_{n1}} + \frac{1}{Z_{n2}} + \frac{Z_d}{Z_{n1}Z_{n2}} & -\left(1 + \frac{Z_d}{Z_{n1}}\right) \end{bmatrix} \quad (3.162)$$

Lập trực tiếp $[Y]$ từ mạch.

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_d + Y_{n1} & -Y_d \\ -Y_d & Y_d + Y_{n2} \end{bmatrix} \quad (3.163)$$

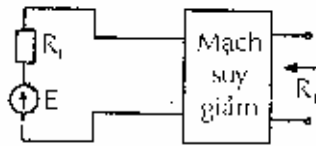
3.8.7. Mạng bốn cực cắt chéo (hình 3.39)

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = -\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \end{cases} \quad [A_{ch}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.164)$$

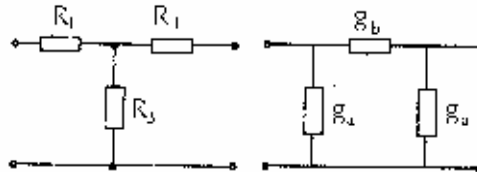
3.9. MỘT SỐ MẠNG BỐN CỰC CHỨC NĂNG

3.9.1. Mạng bốn cực suy giảm

Để giảm điện áp của nguồn E có điện trở trong R (hình 3.40) cần phải tìm mạch suy giảm sao cho có một số tính chất sau.



Hình 3.40



Hình 3.41

Suy giảm chính xác với độ lớn e^α với $\alpha > 0$.

– Không làm thay đổi điện trở trong của nguồn R_i .

Để thỏa mãn hai yêu cầu trên, mạch suy giảm phải là mạch bốn cực đối xứng với trở kháng đặc tính bằng điện trở trong R_i của nguồn. Như vậy có thể thấy truyền đạt đặc tính g của mạch suy giảm chỉ là thực dương.

$$g = \alpha \quad (3.164)$$

và $Z_0 = R_i \quad (3.165)$

Với điều kiện trên có thể tìm được 2 sơ đồ hình T và Π đối xứng (hình 3.39) có:

$$R_3 = \frac{R_i}{sh\alpha}; \quad R_1 = R_i \left(\frac{1}{th\alpha} - \frac{1}{sh\alpha} \right) \quad (3.166)$$

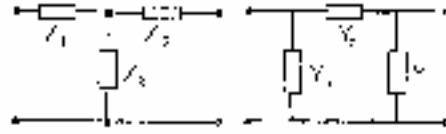
$$g_b = \frac{1}{R_i \cdot sh\alpha}; \quad g_a = \frac{1}{R_i} \left(\frac{1}{th\alpha} - \frac{1}{sh\alpha} \right) \quad (3.167)$$

3.9.2. Mạng bốn cực phối hợp trở kháng

Với sơ đồ hình 3.42 nhiệm vụ của mạng bốn cực phối hợp trở kháng là biến đổi trở kháng. Ở đây là điện trở R_i của nguồn sao cho phù hợp với cửa ra có điện trở tại R_t .



Hình 3.42.



Hình 3.43.

Để làm được điều này hiển nhiên mạng phối hợp phải là không đối xứng. Thường gặp các mạng bốn cực đơn giản hình T hoặc Π và thuần kháng có thể thực hiện được nhiệm vụ này vì chúng không mất mát năng lượng trong mạch. Với hai mạng bốn cực T và Π trên hình 3.43 cần phải lựa chọn các thông số của nó cho bài toán có R_i và R_t đã biết.

$$R_i = \sqrt{\frac{a_{12} \cdot a_{11}}{a_{21} \cdot a_{22}}} \quad \text{và} \quad R_t = \sqrt{\frac{a_{12} \cdot a_{22}}{a_{21} \cdot a_{11}}} \quad (3.168)$$

Khi hở mạch cửa 2, $I_2 = 0$:

$$a_{21} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{I_2=0} = \frac{1}{Z_3} \quad (3.169)$$

Khi hở mạch cửa 2, $I_2 = 0$:

$$a_{11} = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_2=0} = \frac{Z_1 + Z_3}{Z_3} = 1 + \frac{Z_1}{Z_3} \quad (3.170)$$

Khi ngắn mạch cửa 2 có:

$$a_{22} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{U_2=0} = 1 + \frac{Z_2}{Z_3} \quad (3.171)$$

Giải các phương trình trên được kết quả:

$$\begin{cases} Z_1 = j \left(\frac{\sqrt{R_i \cdot R_t}}{\sin b} - \frac{R_t}{\operatorname{tg} b} \right) \\ Z_2 = j \left(\frac{\sqrt{R_i \cdot R_t}}{\sin b} - \frac{R_i}{\operatorname{tg} b} \right) \\ Z_3 = -j \left(\frac{\sqrt{R_i \cdot R_t}}{\sin b} \right) \end{cases} ; \quad \begin{cases} Z_1 = j \left(\frac{R_{it}}{\sin b} - \frac{R_t}{\operatorname{tg} b} \right) \\ Z_2 = j \left(\frac{R_{it}}{\sin b} - \frac{R_i}{\operatorname{tg} b} \right) \\ Z_3 = -j \left(\frac{R_{it}}{\sin b} \right) \end{cases} \quad (3.172)$$

$$\text{Ở đây đặt: } R_{it} = \sqrt{R_i \cdot R_t} \quad (3.173)$$

3.9.3. Xét mạch hình II

Từ mạch hình II khi ngắn mạch cửa 2 có

$$a_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \bigg|_{U_2=0} = \frac{1}{Y_c} = Z_c \quad (3.174)$$

Từ mạch hình II khi hở mạch cửa 2: $I_2 = 0$ có:

$$a_{11} = \frac{U_1}{\dot{U}_2} \bigg|_{I_2=0} = 1 + \frac{Y_b}{Y_c} \quad (3.175)$$

Từ mạch hình II khi ngắn mạch cửa 2 (xem công thức 3.162).

$$a_{22} = \frac{I_1}{I_2} \bigg|_{\dot{U}_2=0} = 1 + \frac{Y_a}{Y_c} \quad (3.176)$$

Giải các phương trình trên ta được:

$$\begin{cases} Y_a = j \left(\frac{1}{\sin b \sqrt{R_i \cdot R_t}} - \frac{1}{\operatorname{tg} b \cdot R_t} \right) \\ Y_b = -j \left(\frac{1}{\sin b \sqrt{R_i \cdot R_t}} - \frac{1}{R_t \operatorname{tg} b} \right) \\ Y_c = -j \frac{1}{\sin b \sqrt{R_i \cdot R_t}} \end{cases} \quad (3.177)$$

Các công thức (3.172) và (3.177) cho phép với các giá trị của các điện trở nguồn R_i và điện trở tại R_t có thể tìm được mạng bốn cực phối hợp trở kháng như hình 3.40 và hình 3.41.

3.10. PHÂN TÍCH MẠNG BỐN CỰC TƯƠNG HỒ THEO HÀM TRUYỀN ĐẠT

Việc sử dụng mạng bốn cực làm các khâu truyền đạt tín hiệu là rất phổ biến trong kỹ thuật điện tử viễn thông. Các hàm hypecôlic và hệ số truyền đạt cùng các trở kháng vào đặc biệt (ngắn mạch, hở mạch) rất thuận lợi cho quá trình phân tích mạng bốn cực.

3.10.1. Các thông số đặc trưng truyền đạt của mạng bốn cực đối xứng

Như trên đã xét có thể xác định các trở kháng sóng đối xứng Z_o và hệ số truyền đạt g mạng bốn cực đối xứng dựa vào công thức:

$$Z_o = Z_c = \sqrt{Z_{ng} \cdot Z_{ho}} \quad (3.178)$$

$$\operatorname{thg} = \sqrt{\frac{Z_{ng}}{Z_{ho}}} \quad (3.179)$$

$$e^{2g} = \frac{1 + thg}{1 - thg} \quad (3.180)$$

Trong đó: Z_{ng} , Z_{ho} : là trở kháng ngắn mạch và hở mạch của mạng bốn cực, với các thông số ma trận mạng bốn cực $[A_{ik}]$ và $[Y_{ik}]$ có thể xác định.

$$Z_{ng} = \frac{1}{Y_{11}} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \quad (3.181)$$

$$Z_{ho} = Z_{11} = \frac{A_{11}}{A_{21}} \quad (3.182)$$

Từ trên có được:

$$Z_o = Z_c = \sqrt{Z_{11} / Y_{11}} = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} = \sqrt{Z_{ng} \cdot Z_{ho}} \quad (3.183)$$

$$thg = \frac{1}{\sqrt{Z_{11} / Y_{11}}} = \sqrt{A_{12} \cdot A_{21} / A_{11}^2} \quad (3.184)$$

Với quan hệ hàm Hypecbôlic có:

$$shg = \frac{thg}{1 - th^2 g} = \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}} \quad (3.185)$$

$$chg = \sqrt{1 + sh^2 g} = \sqrt{A_{11} \cdot A_{22}} \quad (3.186)$$

$$e^g = chg + shg = A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}} \quad , \text{ với } A_{11} = A_{22}. \quad (3.187)$$

Từ đó phương trình:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 chg + \dot{I}_2 Z_o shg \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_o} shg + \dot{I}_2 chg \end{cases} \quad (3.188)$$

Nếu phụ tải $Z_t = Z_o$ thì có quan hệ đơn giản của điện áp và dòng điện của một và hai.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 e^g \\ \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \cdot e^g \end{cases} \quad (3.189)$$

Lúc này trở kháng vào 2 cửa bằng nhau và bằng Z_o .

$$Z_o = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \quad (3.190)$$

Hệ số truyền đạt áp và dòng bằng nhau:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = e^g \quad (3.191)$$

$$\text{và tính được} \quad g = \ln(\dot{U}_1 / \dot{U}_2) = \ln(\dot{I}_1 / \dot{I}_2) = 0,5 \ln(S_1 / S_2) \quad (3.192)$$

Nói chung hệ số truyền đạt g là phức: $g = a + jb$ nên.

$$a = \ln|\dot{U}_1 / \dot{U}_2| \quad (3.193)$$

$$b = \text{Arg}|\dot{U}_1 / \dot{U}_2|, \text{ với } S_1 = U_2 I_2. \quad (3.194)$$

Ví dụ: Hãy xác định hệ số truyền đạt g của mạng bốn cực thuần trở hình 3.44 khi nó làm việc với tải là trở kháng sóng.

Giải:

Tìm các trở kháng ngắn mạch và trở mạch.

$$Z_{ng} = 2 + \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = \frac{16}{5} \text{ ôm}$$

$$Z_{ho} = 2 + 3 = 5 \text{ ôm}$$

$$\text{Vậy: } Z_o = \sqrt{Z_{ng} Z_{ho}} = \sqrt{\frac{16}{5} \cdot 5} = 4 \text{ ôm}$$

Khi $Z_t = Z_o = 4 \text{ ôm}$ trở kháng vào (hình 3.42).

$$Z_v = 2 + \frac{(2 + 4) \cdot 3}{(2 + 4) + 3} = 4 \text{ ôm}$$

$$\text{Tìm g biết: mạch thuần trở thì } g = a \text{ với } thg = tha = \sqrt{\frac{16}{5 \cdot 5}} = \frac{4}{5}$$

Có thể tìm $a = \text{arc th}(4/5)$;

Đôi khi chỉ cần e^a nên có thể thấy $e^a = 3$ là nghiệm và kiểm tra lại như sau:

$$thg = \frac{e^a - e^{-a}}{e^a + e^{-a}} = \frac{3 - \frac{1}{3}}{3 + \frac{1}{3}} = \frac{4}{5}$$

Ví dụ 2: cho mạng bốn cực hình 3.45 có $R = 1\Omega$, $L = 1H$, $C = 1F$ ở $\omega = 1 \text{ Rad/s}$.

a) Tìm phương trình ma trận $[a_{jk}]$ của mạng bốn cực.

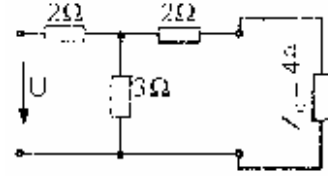
b) Xác định Z_o trở kháng sóng, hệ số truyền đạt $g = a + j b$.

Giải:

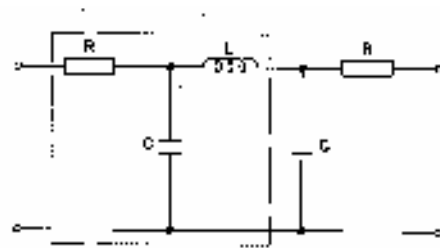
Tìm các trở kháng.

$$Z_R = 1, \quad Z_L = j \omega L = j, \quad Z_C = \frac{1}{j \omega C} = -j$$

Xét mạng bốn cực hình T gồm R, C và L có:



Hình 3.44.



Hình 3.45.

$$[a_{ik}^T] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_R}{Z_C} & Z_R + Z_L + \frac{Z_R Z_L}{Z_C} \\ \frac{1}{Z_C} & 1 + \frac{Z_L}{Z_C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+j & j \\ j & 0 \end{bmatrix}$$

Xét mạng bốn cực hình Γ còn lại gồm C và R có:

$$[a_{ik}^\Gamma] = \begin{bmatrix} 1 & Z_R \\ \frac{1}{Z_C} & 1 + \frac{Z_R}{Z_C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & 1+j \end{bmatrix}$$

Xâu chuỗi hai mạng bốn cực hình T và Γ có:

$$[a_{ik}] = [a_{ik}^T] \cdot [a_{ik}^\Gamma] = \begin{bmatrix} 1+j & j \\ j & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & 1+j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j & j^2 \\ j & j \end{bmatrix}$$

Mạng bốn cực này đối xứng vì $a_{11} = a_{22}$. Trở kháng sóng Z_o .

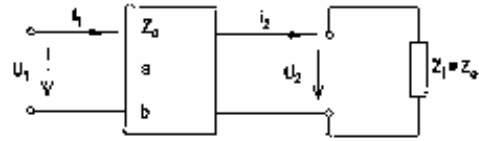
$$Z_o = \sqrt{a_{12}/a_{21}} = \sqrt{\frac{j^2}{j}} = \sqrt{2}$$

Hệ số truyền đạt: $g = \ln \Gamma_o = \ln(a_{11} + \sqrt{a_{12}a_{21}}) = \ln(j + j\sqrt{2})$

$$g = \ln = (1 + \sqrt{2})e^{j\frac{\pi}{2}} = \ln(1 + \sqrt{2}) + j\frac{\pi}{2}$$

Vậy $a = 1 + \sqrt{2} = 0,88 \text{ Nepe}$; $b = \frac{\pi}{2}$

Ví dụ 3: Cho mạng bốn cực là đối xứng có $Z_o = \sqrt{2}$, $a = 0,88 \text{ Nep}$, $b = \pi/2$ nối với tải là trở kháng sóng $Z_t = Z_o$. Biết $u_1 = 10 \text{V}$. Hãy tìm dòng điện vào I_1 , điện áp tải u_2 và dòng tải I_2 (hình 3.46).



Hình 3.46.

Giải:

Vì $Z_t = Z_o$ nên $Z_{lv} = Z_o = \sqrt{2}$

Dòng vào: $I_1 = \frac{u_1}{Z_o} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \text{ A}$

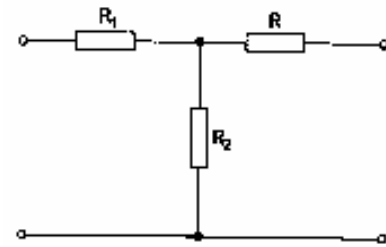
Điện áp ra: $u_2 = U_1 e^{-a} = 10 e^{-0,88} = 4,15 \text{V}$

Dòng điện ra:

$I_2 = I_1 e^{-a} = 5\sqrt{2} \cdot e^{-0,88} = 2,93 \text{ A}$

Ví dụ 4: Mạng 4 cực hình T thuần trở hình 3.47. Biết trở kháng sóng $Z_o = 600\Omega$, hệ số suy giảm $a = 0,4 \text{ nepe}$. Hãy xác định R_1 và R_2 .

Giải:



Hình 3.47.

Với mạng bốn cực hình T có: $Z_o = \sqrt{a_{12}/a_{21}}$ và mạng bốn cực hình đối xứng lại có $chg = a_{11}$.

Với mạng bốn cực thuần trở thì Z_o là thuần trở R_o hệ số truyền đạt là thực $g = a$, vậy

$$Z_o = R_o = \sqrt{a_{12}/a_{21}} \text{ và } chg = cha = a_{11}$$

Theo sơ đồ hình T có các thông số a_{ik}

$$a_{11} = 1 + \frac{R_1}{R_2}; \quad a_{12} = 2R_1 + \frac{R_1^2}{R_2}; \quad a_{21} = \frac{1}{R_2}$$

$$\text{nên } R_o = \sqrt{a_{12}/a_{21}} = \sqrt{2R_1R_2 + R_1^2} \quad \text{và } cha = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

Vậy có hai phương trình.

$$\begin{cases} 600 = \sqrt{2R_1R_2 + R_1^2} \\ ch0,4 = 1 + \frac{R_1}{R_2} \end{cases}$$

Giải 2 phương trình trên có thể theo công thức biến đổi sau:

$$cha = 1 + 2sh^2 \frac{a}{2} = 1 + \frac{1}{R_2}$$

$$\text{nên } R_1 = 2R_2sh^2 \frac{a}{2}$$

Từ đây thay vào.

$$R_o = \sqrt{2R_1R_2 + R_1^2} \text{ sẽ được: } R_o = R_2sha \text{ hay } R_2 = \frac{R_o}{sha}$$

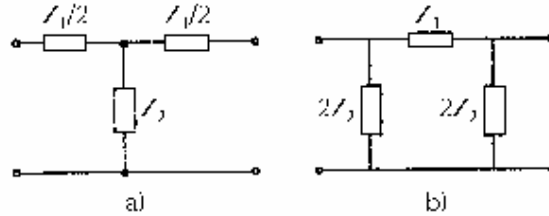
Thay số:

$$R_2 = \frac{600}{sh0,4} = 1460\Omega$$

$$R_1 = 2R_2sh^2 \frac{a}{2} = 118,2\Omega$$

3.10.2. Phân tích mạch hình T đối xứng

Xét mạch hình T chuẩn, hình 3.48a có thể tìm được.



Hình 3.48.

$$Z_o = Z_{CT} = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} \quad (3.195)$$

$$\text{Với mạng hình T đối xứng có: } A_{11T} = chg \quad (3.196)$$

$$\text{Để thấy được: } chg = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \quad (3.197)$$

$$\text{Và suy ra: } sh(g/2) = sh(g/2) = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}} \quad (3.198)$$

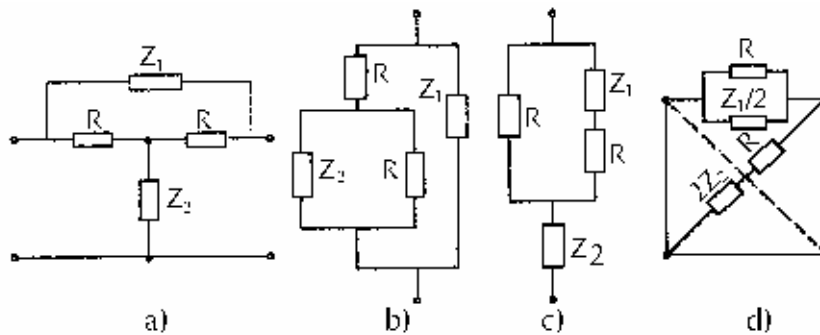
3.10.3. Phân tích hình Π đối xứng (hình 3.48b)

$$\text{Xét hình } \Pi \text{ chuẩn có: } Z_o = Z_{C\Pi} = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{\frac{Z_1}{4Z_2} + 1}} \quad (3.199)$$

Vì $A_{\Pi T} = A_{11\Pi}$ nên các công thức chg và $sh(g/2)$ của hình T cũng áp dụng cho hình Π.

Như vậy với sơ đồ chuẩn sự khác nhau của hình T và Π đối xứng chỉ là trở kháng sóng Z_o – trở kháng đặc tính Z_c còn hệ số truyền đạt là tính toán giống nhau.

3.10.4. Sơ đồ cầu và sơ đồ cầu thay thế



Hình

3.49.

Với sơ đồ hình 3.49a cần xác định các trở kháng ngắn mạch và hở mạch theo hình 3.14b có:

$$Z_{ng} = \frac{Z_i \left(R + \frac{Z_2 R}{Z_2 + R} \right)}{Z_1 + R + \frac{Z_2 R}{Z_2 + R}} = R \frac{Z_1 + 2R}{Z_1 + 2Z_2 + 2R} \quad (3.200)$$

$$\text{Theo hình 3.44c có: } Z_{ho} = R \frac{Z_1 + 2Z_2 + 2R}{Z_1 + 2R} \quad (3.201)$$

$$\text{Từ công thức : } Z_o = Z_c = \sqrt{Z_{ng} \cdot Z_h} = R \quad (3.202)$$

Từ (3.202) ta thấy trở kháng đặc tính không phụ thuộc vào Z_1 và Z_2 . Tiếp tục cần tìm e^g hãy sử dụng công thức:

$$thg = \sqrt{\frac{Z_{ng}}{Z_{ho}}} = \frac{Z_1 + 2R}{Z_1 + 2Z_2 + 2R} = T \quad (3.203)$$

Theo hàm Hypecbolic $e^{2g} = \frac{1+T}{1-T}$ vậy thay vào và đơn giản ta có:

$$e^{2g} = \frac{Z_1 + Z_2 + 2R}{Z_2} \quad (3.204)$$

Khi nhân và chia e^{2g} với Z_1 ta được.

$$e^{2g} = \frac{Z_1^2 + Z_1 Z_2 + 2R Z_1}{Z_1 Z_2} = \frac{(Z_1 + R)^2}{R^2} \quad (3.205)$$

$$\text{Nếu có: } R^2 = Z_1 \cdot Z_2 \quad (3.206)$$

$$\text{Từ trên suy ra: } e^g = \frac{Z_1 + R}{R} = 1 + \frac{Z_1}{R} \quad (3.207)$$

$$a = \ln \left| 1 + \frac{Z_1}{R} \right|, \quad e^a = \left| 1 + \frac{Z_1}{R} \right| \quad (3.208)$$

Các biểu thức (3.208) và (3.202) cho ta giá trị Z_o và e^a rất đơn giản của hình T đối xứng dạng hình 3.44, nhưng với điều kiện ràng buộc $R^2 = Z_1 \cdot Z_2$. Chú ý rằng Z_1 và Z_2 là các trở kháng và tốt nhất là thuần kháng để:

$$R^2 = Z_1(j\omega) \cdot Z_2(j\omega) > 0 \quad (3.209)$$

Xét sơ đồ cầu thay thế hay tương đương hình (3-44d). ở đây cũng ràng buộc $R^2 = Z_1 \cdot Z_2$ thì các công thức tìm Z_o và e^a cũng như với sơ đồ hình (3-44a) đã xét. Sơ đồ này là một dạng của sơ đồ cầu chuẩn theo Z_1, Z_2 và R được dùng phổ biến trong kỹ thuật.

3.10.5. Các thông số đặc trưng hàm truyền đạt mạng bốn cực không đối xứng

Xét sơ đồ không đối xứng trên hình 3.45a,b. Với 3 thông số độc lập của $[A_{ik}]$ có quan hệ với các trở kháng ngắn mạch, hở mạch.

Trước hết xác định các trở kháng ngắn mạch, hở mạch. Khi đo trên cửa nào ta sẽ ký hiệu cùng với trở kháng ở cửa đó.

$$+ \text{Ngắn mạch cửa 2 nhìn vào cửa 1 có: } Z_{ng1} = A_{12} / A_{22} \quad (3.210)$$

Lý thuyết mạch điện

+ Hở mạch cửa 2 nhìn vào cửa 1 có: $Z_{ho1} = A_{11} / A_{21}$ (3.211)

+ Ngắn mạch cửa 1 nhìn vào cửa 2 có: $Z_{ng2} = -A_{12} / A_{11}$ (3.212)

+ Hở mạch cửa 1 nhìn vào cửa 2 có: $Z_{ho2} = -A_{22} / A_{21}$ (3.213)

Ở công thức (3.212) và (3.213) chiều của dòng điện I_2 vẫn như trong mô hình mạng bốn cực truyền đạt của công thức (3.210) và (3.211).

Tương tự như với mạng bốn cực đối xứng có các thông số:

$$Z_{01} = Z_{c1} = \sqrt{Z_{ng1} \cdot Z_{ho1}} = \sqrt{A_{11} \cdot A_{12} / (A_{21} \cdot A_{22})} = \sqrt{Z_{11} / Y_{11}} \quad (3.214)$$

$$thg_1 = \sqrt{Z_{ng1} / Z_{ho1}} = \sqrt{A_{12} \cdot A_{21} / (A_{11} \cdot A_{22})} = 1 / \sqrt{Z_{11} \cdot Y_{11}} \quad (3.215)$$

$$Z_{02} = Z_{c2} = \sqrt{Z_{ng2} \cdot Z_{ho2}} = \sqrt{A_{22} \cdot A_{12} / (A_{11} \cdot A_{21})} = \sqrt{Z_{22} / Y_{22}} \quad (3.216)$$

$$thg_2 = \sqrt{Z_{ng2} \cdot Z_{ho2}} = \sqrt{A_{12} \cdot A_{21} / (A_{11} \cdot A_{22})} = 1 / \sqrt{Z_{22} \cdot Y_{22}} \quad (3.217)$$

Nếu cũng với mạng bốn cực không đối xứng đo theo chiều này ta quay chiều ngược lại để đo thì ghi rõ ràng để kiểm tra điều kiện tương hỗ.

$$thg_1 = thg_2 \text{ hay } g_1 = g_2 = g \quad (3.218)$$

Đặt: $shg = thg / \sqrt{1 - th^2 g} = \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}}$ (3.219)

Và $chg = \sqrt{A_{11} \cdot A_{22}}$ (3.220)

Với công thức $e^g = chg + shg$, ta có:

$$e^g = \sqrt{A_{11} \cdot A_{11}} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}} \quad (3.221)$$

Từ đó:

$$g = \ln[\sqrt{A_{11} \cdot A_{22}} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}}] \quad (3.222)$$

Từ công thức (3.218) đến (3.222) ta xác định được $[A_{ik}]$ của mạng bốn cực không đối xứng như công thức (3.117).

Ví dụ: Tìm các trở kháng ngắn mạch và hở mạch, hệ số truyền g cho mạng 4 cực hình γ (ngược) hình 3.45a và 3.45b.

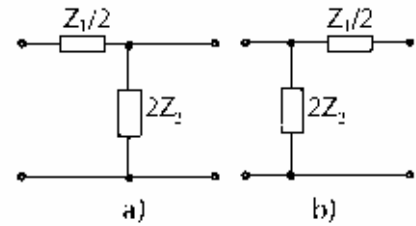
Giải:

$$Z_{ng1} = Z_1/2;$$

$$Z_{ho1} = (Z_1/2) + 2Z_2$$

$$Z_{01} = Z_T = \sqrt{Z_{ng1} \cdot Z_{ho1}} = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} \quad (3.223)$$

$$Z_{ng2} = \frac{\frac{Z_1}{2} \cdot 2Z_2}{\frac{Z_1}{2} + 2Z_2} \quad ; \quad Z_{ho2} = 2Z_2$$



Hình 3.45.

$$Z_{02} = Z_{\Pi} = \sqrt{Z_{ng2} \cdot Z_{ho2}} = \sqrt{\frac{Z_1 \cdot Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} \quad (3.224)$$

Gọi hệ số truyền đạt của hình Γ là $g/2$ theo nghĩa nó là nửa của truyền đạt hình đối xứng T (hoặc Π), áp dụng công thức (3.180).

$$tg \frac{g}{2} = \sqrt{\frac{Z_{ng1}}{Z_{ho1}}} = \sqrt{\frac{Z_{ng2}}{Z_{ho2}}} = \sqrt{\frac{Z_1 / (4Z_2)}{1 + (Z_1 / 4Z_2)}} \quad (3.225)$$

$$sh \frac{g}{2} = \sqrt{Z_1 / 4Z_2} \quad ; \quad ch \frac{g}{2} = \sqrt{1 + Z_1 / 4Z_2} \quad (3.226)$$

3.10.6. Đặc trưng Logarit của khâu truyền đạt mạng bốn cực

Mạng bốn cực như là một khâu truyền đạt, nó xác định một hàm truyền $F(p)$ hay $F(j\omega)$ vì vậy thường xét đặc trưng loga của các hàm này. Xét truyền đạt áp.

$$K(p) = K(j\omega) = U_2(j\omega) / U_1(j\omega) \quad (3.227)$$

Khi làm việc với tải là trở kháng sóng có:

$$K(j\omega) = U_2(j\omega) / U_1(j\omega) = e^{-g(j\omega)} \quad (3.228)$$

$$\text{Vậy: } Ln [K(j\omega)] = -g(j\omega) = -a(\omega) - jb(\omega) \quad (3.229)$$

$$\text{Từ đó có: } a(\omega) = -Ln|K(j\omega)| \quad (3.230)$$

$$b(\omega) = -Arg[K(j\omega)] \quad (3.231)$$

3.11. XÁC ĐỊNH CÁC THÔNG SỐ MẠNG BỐN CỰC BẰNG THÍ NGHIỆM

Để xác định các A_{ik} của mạng 4 cực tương hỗ, tuyến tính như những hộp đen, ta tiến hành đo trong 3 trong 4 thông số đặc biệt ngắn mạch và hở mạch của nó. Từ đó xác định các thông số A_{ik} . Từ trở kháng vào theo 2 cửa.

$$Z_{1v} = \frac{A_{11} \cdot Z_t + A_{12}}{A_{21} \cdot Z_t + A_{22}}; \quad Z_{2v} = \frac{A_{22} \cdot Z_1 + A_{12}}{A_{21} \cdot Z_1 + A_{11}} \quad (3.232)$$

Khi ngắn mạch và hở mạch 2 cửa có thể tìm được:

$$Z_{1v} = Z_{1ho} \frac{Z_{2ng} + Z_t}{Z_{2ho} + Z_t}; \quad Z_{2v} = Z_{2ho} \frac{Z_{1ng} + Z_1}{Z_{1ho} + Z_1} \quad (3.233)$$

$$\text{Với} \quad \begin{aligned} Z_{1ng} &= A_{12} / A_{22} \quad ; \quad Z_{1ho} = A_{11} / A_{21} \\ Z_{2ng} &= A_{12} / A_{11} \quad ; \quad Z_{2ho} = A_{22} / A_{21} \end{aligned} \quad (3.234)$$

Từ các công thức (3.234) tìm được:

$$A_{11} = \sqrt{\frac{Z_{1ng} \cdot Z_{1ho}}{Z_{2ng} (Z_{1ho} - Z_{2ng})}} = \frac{Z_{1ho}}{\sqrt{Z_{2ho} (Z_{1h} - Z_{1ng})}} \quad (3.235)$$

Với tính tương hỗ có:

$$\frac{Z_{1ng}}{Z_{1ho}} = \frac{Z_{2ng}}{Z_{2ho}} \quad (3.236)$$

Nhờ (3.236) thay vào (3.235) có:

$$A_{11} = \sqrt{\frac{Z_{1ho}}{Z_{2ho} - Z_{2ng}}} \quad (3.237)$$

Từ đó suy ra:

$$\begin{aligned} A_{21} &= \frac{A_{11}}{Z_{1ho}}; \\ A_{12} &= A_{11} \cdot Z_{2ng}; \\ A_{22} &= \frac{A_{12}}{Z_{1ng}} \\ A_{12} &= Z_{1ng} \sqrt{\frac{Z_{2ho}}{Z_{1ho} - Z_{1ng}}} \end{aligned} \quad (3.238)$$

$$A_{21} = \frac{1}{\sqrt{Z_{2ho}(Z_{1ho} - Z_{1ng})}} \quad (3.239)$$

$$A_{22} = \sqrt{\frac{Z_{2ho}}{Z_{1ho} - Z_{1ng}}} \quad (3.240)$$

Các công thức trên cho phép xác định các A_{ik} của mạng bốn cực.

3.12. PHỤ CHƯƠNG: Một hệ thức lượng giác và Hyperbolic

3.12.1. Luỹ thừa các hàm điều hoà

$$\begin{aligned} \cos^2 x &= 0,5 (1 + \cos 2x); \quad \sin^2 x = 0,5 (1 - \cos 2x) \\ \cos^3 x &= 0,25 (3 \cos x + \cos 3x); \quad \sin^3 x = 0,25 (3 \sin x - \sin 3x) \\ \cos^4 x &= 0,125 (3 + 4 \cos 2x + \cos 4x); \quad \sin^4 x = 0,125 (3 - 4 \cos 2x + \cos 4x) \end{aligned}$$

3.12.2. Các hàm lượng giác và Hyperbolic

$$\cos x = \frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx}); \quad \sin x = \frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx}); \quad \operatorname{tg} x = j \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{e^{jx} + e^{-jx}}$$

$$\operatorname{ch} x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}); \quad \operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1; \quad \operatorname{sh} x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

$$\operatorname{th} x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}; \quad \operatorname{sh} x = \frac{\operatorname{th} x}{\sqrt{1 - \operatorname{th}^2 x}};$$

$$e^{2x} = \frac{1 + \operatorname{th} x}{1 - \operatorname{th} x};$$

$$e^x = \operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x; e^{-x} = \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x$$

3.12.3. Quan hệ các hàm hyperbolic đối số phức với các hàm lượng giác đối số thực

$$\begin{aligned}\operatorname{Ch} x &= \cos x; & \operatorname{ch} z &= \cos iz; & \operatorname{sh} x &= j \sin x; \\ \operatorname{Sin} z &= -j \sin jz; & \operatorname{th} x &= j \operatorname{tg} x; & \operatorname{th} z &= -j \operatorname{tg} jz \\ \operatorname{Ch}(x \pm jy) &= \operatorname{ch} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{sh} x \operatorname{sh} y = \operatorname{ch} x \cdot \cos y \pm j \operatorname{sh} x \cdot \sin y \\ \operatorname{Sh}(x \pm jy) &= \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{ch} x \operatorname{sh} y = \operatorname{sh} x \cdot \cos y \pm j \operatorname{ch} x \cdot \sin y\end{aligned}$$

Câu hỏi ôn tập, kiểm tra đánh giá chương 3.

- 1/ Mô hình mạng 4 cực và các thông số của chúng.
- 2/ Định nghĩa, đặc điểm các phương trình dạng Z, Y, H, G, A và B của mạng 4 cực tuyến tính tương hỗ không nguồn.
- 3/ Quan hệ, biến đổi qua lại giữa các thông số của các dạng phương trình mạng 4 cực tương hỗ.
- 4/ Các dạng ghép nối các mạng 4 cực và phân tích các hệ phương trình của các ghép nối ấy.
- 5/ Các đặc điểm của mạng 4 cực đối xứng: sơ đồ, các thông số, phương trình
- 6/ Các mạng 4 cực đặc biệt: biến áp lý tưởng, mạng 4 cực nối thẳng, nối chéo, biến áp lý tưởng nối thẳng, nối chéo. Định lý Barkley-Brune ứng dụng phân tích mạng 4 cực.
- 7/ Ý nghĩa và cách sử dụng các hàm truyền đạt cho mạng 4 cực: điện áp, trở kháng, dẫn nạp, dòng điện ở các trạng thái làm việc của mạng 4 cực: không tải, ngắn mạch và có tải.
- 8/ Ý nghĩa của việc phối hợp trở kháng, hệ số truyền đạt phức tạp (p), $g(j\omega)$, hệ số suy giảm $a(\omega)$, hệ số dịch pha $b(\omega)$ đối với mạng 4 cực mang tải.
- 9/ Ý nghĩa việc phối hợp trở kháng Ý nghĩa và cách tính hệ số phản xạ r .
- 10/ Ý nghĩa và cách xác định các trở kháng sóng Z_0 (hay Z_c), hàm truyền đạt phức Ảo, hệ số truyền đạt phức g_0 khi tải là các trở kháng sóng.
- 11/ Cách xác định các hàm hyperbolic: $\operatorname{sh} g_0, \operatorname{ch} g_0$.
Các hệ số ma trận A_{ik} theo các hàm hyperbolic $\operatorname{sh} g_0, \operatorname{ch} g_0$
- 12/ Ý nghĩa hệ số truyền đạt phức g_0 .
- 13/ Các loại trở kháng vào mạng 4 cực không đối xứng và đối xứng xác định theo trở kháng sóng và ngược lại.
- 14/ Các loại sơ đồ tương đương của mạng 4 cực tuyến tính tương hỗ.
- 15/ Sử dụng các mạng 4 cực đặc biệt (hình chỉ có trở kháng dọc, ngang, hình T thuận và T ngược, hình T, π và mạng 4 cực nối chéo) để phân tích mạch điện.

16/Phân tích mạng 4 cực đối xứng dựa vào các thông số sóng và các hàm hyperbolic theo g_0 .

17/Các thông số đặc trưng mạng 4 cực không đối xứng xét theo các thông số sóng và các hàm hyperbolic của g_0 .

18/ Xác định các thông số mạng 4 cực bằng thực nghiệm.

CHƯƠNG IV

MẠNG BỐN CỰC KHÔNG TƯƠNG HỖ

4.1. CÁC HỆ PHƯƠNG TRÌNH MẠNG 4 CỰC KHÔNG TƯƠNG HỖ

4.1.1. Đặc điểm chung của mạng 4 cực không tương hỗ với nguồn điều khiển lý tưởng

Một mạng 4 cực thụ động định nghĩa là bốn cực có tải bất kỳ, năng lượng nhận được trên 2 cửa không âm.

$$W = \int_{-\infty}^t [u_1(\tau)i_1(\tau) + u_2(\tau)i_2(\tau)]d\tau \geq 0 \text{ với mọi } t \quad (4.1)$$

Trong đó: $u_1, i_1; u_2, i_2$ – là các điện áp và dòng trên các cửa.

Mạch điện tích cực được định nghĩa: Mạch điện tích cực là mạch điện mà với tác động điều hoà, công suất tín hiệu trung bình ở đầu ra của mạch điện lớn hơn ở đầu vào, có nghĩa là khuếch đại công suất lớn hơn 1.

Nguồn điều khiển là phần tử đặc biệt. Các nguồn điều khiển đóng vai trò quan trọng và bản thân chúng cũng là các bốn cực. Chúng ta sẽ thấy một bốn cực tuyến tính, không tương hỗ, tích cực bất kỳ đều có thể được thành lập từ các phần tử tuyến tính tương hỗ, r, C, L và 4 kiểu nguồn điều khiển.

Nguồn điều khiển là mạch hai cực có điện áp (hoặc dòng điện) phụ thuộc vào điện áp, hoặc dòng điện ở nhánh khác. Nguồn điều khiển tuyến tính là nguồn điện áp (hay nguồn dòng điện) mà áp (hay dòng) của nó tỷ lệ thuận với dòng hay áp ở nhánh khác. Tùy theo nguồn áp hoặc nguồn dòng phụ thuộc vào áp hay dòng ở nhánh khác, ta có 4 kiểu nguồn điều khiển.

Trên hình 4.1 là các nguồn điều khiển lý tưởng có nghĩa là nếu là nguồn điện áp, chúng có điện trở trong bằng 0, còn nếu là nguồn dòng điện thì điện trở trong bằng vô cùng.

Trên hình 4.1a được viết:

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ U_2 = \mu U_1 \end{cases}; \quad [A] = \begin{bmatrix} 1/\mu & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad [G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mu & 0 \end{bmatrix}; \quad (4.2)$$

Trên hình 4.1b là nguồn dòng điện điều khiển bằng điện áp.

Đặc trưng của nguồn này là điện dẫn. Phương trình các ma trận thông số có ý nghĩa của nó:

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ I_2 = gU_1 \end{cases}; [A] = \begin{bmatrix} 0 & 1/g \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; [Y] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{bmatrix}; \quad (4.3)$$

Trên hình 4.1c là nguồn điện áp được điều khiển bằng dòng điện. Đặc trưng của nguồn này là điện trở r . Phương trình ma trận có ý nghĩa của nó.

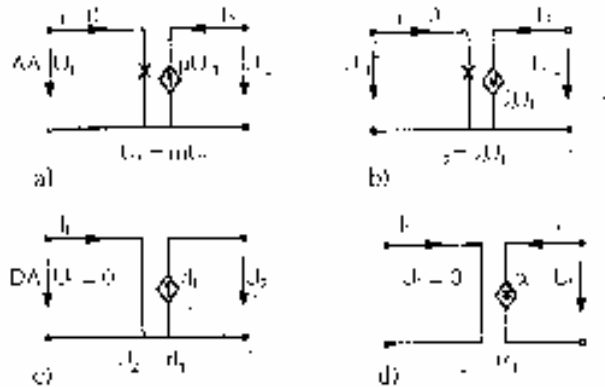
$$\begin{cases} U_1 = 0 \\ U_2 = nI_1 \end{cases}; [A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/r & 0 \end{bmatrix}; [Z] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{bmatrix}; \quad (4.4)$$

Trên hình 4.1d là nguồn được điều khiển bằng dòng điện. Đặc trưng của nguồn là hệ số khuếch đại dòng điện. Phương trình ma trận có ý nghĩa của nó:

$$\begin{cases} U_1 = 0 \\ I_2 = \alpha I_1 \end{cases}; [A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/\alpha \end{bmatrix}; [H] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}; \quad (4.5)$$

Các thông số điều khiển μ, g, r, α trong nhiều trường hợp là số thực, nhưng về mặt nguyên lý có thể là số phức hoặc hàm số của p .

Với mỗi nguồn điều khiển, ma trận truyền đạt và thêm một ma trận nữa có ý nghĩa. Ma trận truyền đạt ngược không có ý nghĩa với bất cứ nguồn nào.



Hình 4.1.

Các nguồn điều khiển là các bốn cực không tương hỗ. Theo các biểu thức (4.2 đến 4.5) $\Delta A = 0$. Các nguồn điều khiển là các mạch hai cửa tích cực, vì $i_1 = 0$ hoặc $u_1 = 0$, do đó công suất nhận được ở sơ cấp $p = u_1 i_1 = 0$. Còn bên thứ cấp nguồn được mắc tải là hai cực sẽ cung cấp công suất cho tải, nghĩa là:

$$p_2 < 0 \text{ và } p_1 + p_2 < 0.$$

Các nguồn điều khiển có trở kháng trong, các nguồn điều khiển đại diện cho phần tử cơ bản của hai cửa không tương hỗ.

Mạch hai cửa tích cực có thể được mô hình hoá một nguồn có trở kháng trong, đó là nguồn dòng điện và điện áp theo Têvonin hoặc Noton. Cũng tương tự như vậy, các nguồn điều khiển được bổ sung thêm trở kháng trong Z_a bên sơ cấp và trở kháng trong Z_b bên thứ cấp, ta sẽ có các nguồn điều khiển có trở kháng trong hình 4.2.

Nguồn Á Á: – áp điều khiển áp.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_a & 0 \\ \mu & Z_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\mu & -Z_b/\mu \\ Y_a/\mu & -Y_a Z_b \mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Nguồn điều khiển DÁ: – áp điều khiển dòng.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_a & 0 \\ g & Y_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_b/g & +1/g \\ -Y_a \cdot Y_b/g & +Y_a/g \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Nguồn Á D: – dòng điều khiển áp.

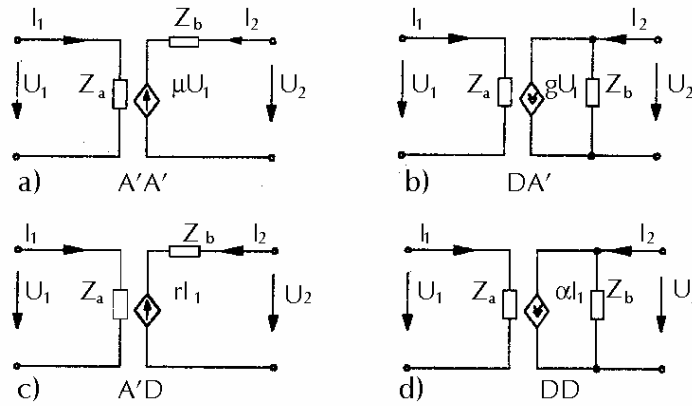
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 \\ r & Z_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a/r & -Z_a Z_b/r \\ 1/r & -Z_b/r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Nguồn DD.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 \\ \alpha & Y_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Z_a Y_b/\alpha & +Z_a/\alpha \\ -Y_b/\alpha & +1/\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Với mọi nguồn điều khiển, ta có nhận xét là:

$$z_{12} = 0; \quad y_{12} = 0; \quad h_{12} = 0; \quad g_{12} = 0; \quad \Delta A = 0$$



Hình 4.2.

Điều này có nghĩa là phía thứ cấp không tác động trở lại phía sơ cấp ($U_1 = Z_a I_1$ hay $I_1 = Y_a U_1$ không thể phụ thuộc vào U_2 và I_2), vì vậy các nguồn điều khiển là mạch bốn cực không tương hỗ.

Nếu $Z_a = \frac{1}{Y_n}$, $Z_b = \frac{1}{Y_b}$ không lấy các giá trị cực trị thì bốn nguồn điện điều khiển có thể thay thế lẫn nhau. Chỉ có điều cần chú ý là U_1 hay I_1 là đại lượng điều khiển, vì $U_1 = Z_a I_1$. Cũng như vậy nguồn điện áp được điều khiển với trở kháng trong Z_b có thể được thay thế bằng nguồn dòng được điều khiển với trở kháng trong là Z_b . Còn nếu $Z_a = 0$ thì chỉ có thể I_1 là đại lượng điều khiển, nếu $Z_b = 0$ thì chỉ có thể nguồn điện áp được điều khiển.

Khi biến đổi tương đương các nguồn điều khiển thì cũng cần tính tương đương các thông số μ, g, r, α theo Z_a, Z_b .

4.1.2. Các ví dụ

Ví dụ 4.1: Hãy viết thông số a_{11} theo các thông số và sơ đồ mạch khác nhau:

Theo AA: $a_{11} = \frac{1}{\mu}$, Theo DA: $-\mu = gZ_b$, do đó:

$$a_{11} = \frac{-1}{gZ_b} = \frac{-Y_b}{g}; \quad (4.10)$$

Theo A'D thì $I_1 = Y_a$, U_1 nên $\mu U_1 = rI_1 = rY_a U_1$, vậy $\mu = rY_a$, từ đó:

$$a_{11} = \frac{1}{rY_a} = \frac{Z_a}{r}; \quad (4.11)$$

Theo DD thì $-\mu U_1 = \alpha I_1 Z_b = \alpha Y_a U_1 Z_b$, do đó $\mu = -\alpha Y_a Z_b$ và

$$a_{11} = \frac{-1}{\alpha Y_a Z_b} = \frac{-Z_a Y_b}{\alpha}; \quad (4.12)$$

Ví dụ 4.2: Hãy thành lập tất cả các ma trận thông số có thể với nguồn điều khiển Á Á được đặc trưng bằng các phương trình sau:

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_a I_1 \\ U_2 &= \mu U_1 + Z_b I_2 \end{aligned}; \quad (4.13)$$

Từ hệ phương trình trên ta có thể viết:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_a & 0 \\ \mu Z_a & Z_b \end{bmatrix}; \quad (4.14)$$

Theo bảng quan hệ các thông số ta viết được các ma trận khác:

$$\begin{aligned} [Y] &= \begin{bmatrix} Y_a & 0 \\ -\mu Y_b & Y_b \end{bmatrix}, & [A] &= \begin{bmatrix} 1/\mu & -Z_b/\mu \\ Y_a/\mu & -Y_a Z_b/\mu \end{bmatrix}; \\ [H] &= \begin{bmatrix} Z_n & 0 \\ -\mu Z_a Y_b & Y_b \end{bmatrix}, & [G] &= \begin{bmatrix} Y_a & 0 \\ \mu & Z_b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.15)$$

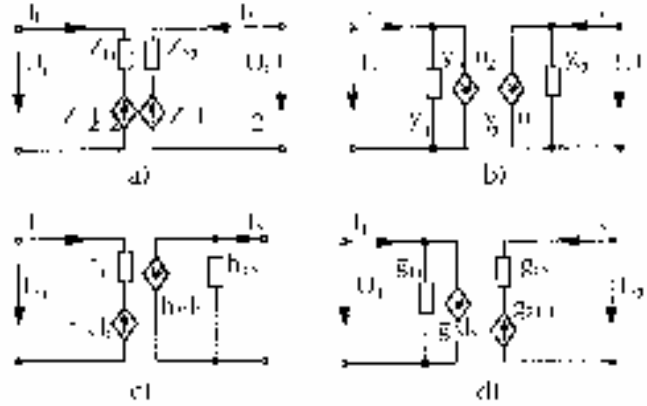
4.2. SƠ ĐỒ TƯƠNG ĐƯƠNG MẠNG 4 CỰC KHÔNG TƯƠNG HỒ

Chúng ta sẽ nói đến hai loại sơ đồ tương đương, loại sơ đồ tương đương thực tế gồm hai trở kháng và hai nguồn điều khiển, và loại sơ đồ tương đương T và π tích cực gồm 1 nguồn điều khiển và 3 trở kháng.

Mỗi loại của sơ đồ tương đương thực tế gắn liền với một hệ phương trình đặc tính. Chúng ta hãy xét loại phương trình trở kháng:

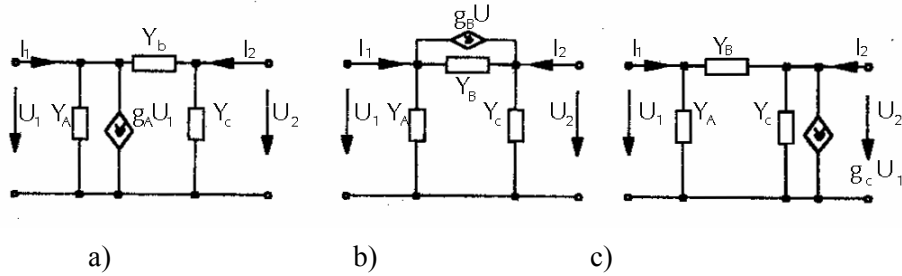
$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2; \quad U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2; \quad (4.16)$$

Theo phương trình thứ nhất, điện áp ở cửa 1 (U_1) bằng tổng điện áp sụt, trên trở kháng z_{11} do dòng I_1 gây ra và nguồn áp điều khiển bằng dòng $z_{12} I_2$. Cũng tương tự như vậy có thể suy luận các phần tử ở cửa 2 theo phương trình thứ hai. Từ đó ta có sơ đồ tương đương hình (4.3).



Hình 4.3.

Theo cách trên ta có thể vẽ sơ đồ tương đương theo hệ phương trình dẫn nạp hình 4.3b, theo hệ phương trình hỗn hợp (4.3c) theo hệ phương trình hỗn hợp ngược hình 4.3d.



Hình 4.4.

Các sơ đồ tương đương trên hình 4.3 vì là loại sơ đồ gồm hai trở kháng và hai nguồn điều khiển. Bây giờ ta hãy thành lập loại sơ đồ tương đương gồm 3 trở kháng và một nguồn điều khiển.

Bốn phần tử độc lập của sơ đồ tương đương trên có thể chọn sao cho trong số đó có 3 phần tử thụ động và chỉ có một nguồn điều khiển. Các sơ đồ này có thể được lập thành từ các sơ đồ chuẩn hình T và hình π , bằng cách gắn nối tiếp nguồn điện áp điều khiển vào một trong ba nhánh của các sơ đồ hình π hoặc mắc song song nguồn dòng điều khiển vào một trong ba nhánh của các sơ đồ hình π .

Có thể viết hệ phương trình dẫn nạp của các sơ đồ hình 4.4.

$$\begin{aligned} I_1 &= (Y_A + Y_B + g_A)U_1 - Y_B U_2, \\ I_2 &= -Y_B U_1 + (Y_C + Y_B)U_2 \end{aligned} \quad (4.17)$$

Theo sơ đồ hình 4.4b:

$$\begin{aligned} I_1 &= (Y_A + Y_B + g_B)U_1 - Y_B U_2, \\ I_2 &= -(Y_B + g_C)U_1 + (Y_C + Y_B)U_2 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Theo sơ đồ hình 4.4c:

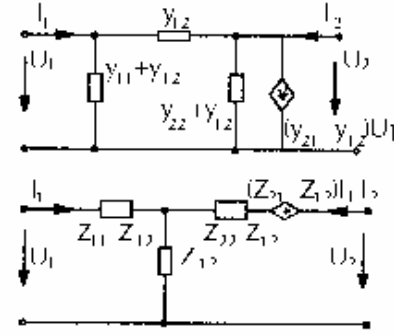
$$\begin{aligned} I_1 &= (Y_A + Y_B)U_1 - Y_B U_2, \\ I_2 &= -(Y_B + g_C)U_1 + (Y_C + Y_B)U_2 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Các mạch hình 4.4b,c đều là mạch không tương hỗ vì $y_{12} \neq y_{21}$ các sơ đồ tương đương b, c có thể dùng được.

Các sơ đồ tương đương có ba trở kháng và một nguồn điều khiển thường gặp nhất là các sơ đồ hình 4.5.

$$\begin{aligned} I_1 &= y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \pm y_{12}U_1 \\ I_2 &= y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \pm y_{12}U_1 \pm y_{12}U_2 \end{aligned}; \quad (4.20)$$

Theo sơ đồ trên nếu $y_{21} = y_{22}$ (hoặc $z_{12} = z_{21}$) tức là nếu mạch điện tương hỗ thì các sơ đồ trên lại trở về dạng sơ đồ chuẩn hình π và hình T mạch tương hỗ.



Hình 4.5.

4.3. PHÂN TÍCH MẠNG 4 CỰC KHÔNG TƯƠNG HỖ

Phương pháp phân tích mạng 4 cực không tương hỗ nói chung không khác so với mạng 4 cực tương hỗ, tuy vậy với sơ đồ điều khiển cần phải lập được các phương trình mạng 4 cực, sau đó dựa vào đó mới tính toán được. Ngay cả khi đã có các ma trận đặc tính $[A]$, $[Z]$, $[Y]$, $[H]$, $[G]$ của mạng không tương hỗ và cần chú ý với bốn thông số độc lập, các công thức ở phần tương hỗ sẽ không được áp dụng nữa. Chú ý bằng quan hệ 6 ma trận đó (bảng 3.1) cho với 4 thông số độc lập của 6 ma trận, đó là tổng quát dùng được cho cả 4 mạng cực không tương hỗ (khi 4 thông số độc lập) và cả tương hỗ (3 thông số độc lập) như đã xét ở trên. Như vậy tổng quát hơn sử dụng các ma trận 4 thông số độc lập ở mạng 4 cực không tương hỗ, sau đây qua một số ví dụ để thấy rõ điều đó.

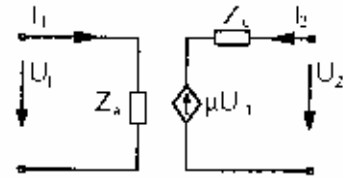
4.3.1. Cho sơ đồ tìm các ma trận mạng 4 cực

Ví dụ 1: Cho sơ đồ hình 4.6. Tìm các ma trận có thể của mạng 4 cực này.

$$\begin{aligned} \text{Giải:} \quad & \begin{cases} \dot{u}_1 = \dot{I}_1 Z_a \\ \dot{u}_2 = \dot{I}_2 Z_c + \mu u_1 \end{cases} \\ & \begin{cases} \dot{u}_1 = Z_a \dot{I}_1 \\ \dot{u}_2 = \mu Z_a \dot{I}_1 + Z_c \dot{I}_2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{vậy có:} \quad [Z] = \begin{bmatrix} Z_a & 0 \\ \mu Z_a & Z_c \end{bmatrix}, \text{ rút } \dot{I}_1, \dot{I}_2 \text{ từ } [Z]:$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{1}{Z_a} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 &= \frac{1}{Z_c} \dot{u}_2 - \frac{\mu}{Z_c} u_1 \end{aligned};$$



Hình 4.6.

vậy có $[Y] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_a} & 0 \\ -\frac{\mu}{Z_c} & \frac{1}{Z_c} \end{bmatrix}$

hay: $\begin{cases} \dot{I}_1 = \frac{1}{Z_a} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 = \frac{1}{\mu Z_a} \dot{U}_2 - Z_c I_2 \end{cases} \quad \begin{cases} U_1 = Z_a \dot{I}_1 = \frac{1}{\mu} \dot{U}_2 - Z_a Z_c \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{1}{\mu Z_a} \dot{U}_2 - Z_c I_2 \end{cases}$

vậy: $[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu} & -Z_a Z_c \\ -\frac{1}{\mu Z_a} & -Z_c \end{bmatrix}$

biết: $[B] = [A^{-1}] = \begin{bmatrix} \frac{A_{22}}{\Delta A} & -\frac{A_{12}}{\Delta A} \\ -\frac{A_{21}}{\Delta A} & \frac{A_{11}}{\Delta A} \end{bmatrix}; \quad \Delta A = -\frac{Z_c}{\mu} + \frac{Z_c}{\mu} = 0$

Như vậy $\Delta A = 0$ sẽ không thể tìm $[B]$ hay $[B]$ không tồn tại.

Xét tiếp $[H]$:

$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_a I_1 \\ \dot{I}_2 = -\mu \frac{Z_n}{Z_c} - \dot{I}_1 + \frac{1}{Z_c} u_2 \end{cases};$

vậy: $[H] = \begin{bmatrix} Z_a & 0 \\ -\mu \frac{Z_a}{Z_c} & \frac{1}{Z_c} \end{bmatrix}$

tìm $[G]$: $\begin{cases} \dot{I}_1 = \frac{1}{Z_a} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 = \mu \dot{U}_1 + Z_c I_2 \end{cases}; \quad \text{Vậy: } [G] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_a} & 0 \\ \mu & Z_c \end{bmatrix}.$

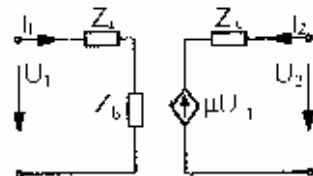
Ví dụ 2: Cho mạch hình 4.7. Lập các ma trận có thể của mạng 4 cực đó:

Giải:

Lập phương trình vòng:

$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{I}_1 (Z_a + Z_b) \\ \dot{U}_2 = \mu \dot{U}_1 + \dot{I}_2 Z_c \end{cases}$

$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{I}_1 (Z_a + Z_b) \\ \dot{U}_2 = \mu (Z_a + Z_b) \dot{I}_1 + Z_c \dot{I}_2 \end{cases}$



vậy: $[Z] = \begin{bmatrix} Z_a + Z_b & 0 \\ \mu(Z_a + Z_b) & Z_c \end{bmatrix}$

với $[Y] = [Z^{-1}]$ có:

Hình 4.7.

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \frac{1}{Z_a + Z_b} \dot{u}_1 \\ \dot{I}_2 = -\frac{\mu}{Z_c} \dot{u}_1 + \frac{1}{Z_c} u_2 \end{cases};$$

vậy $[Y] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_a + Z_b} & 0 \\ -\frac{\mu}{Z_c} & \frac{1}{Z_c} \end{bmatrix}$

lập [A]: $\begin{cases} \dot{u}_1 = \frac{1}{\mu} \dot{u}_2 - \frac{z_c}{\mu} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{u}_2}{\mu(z_a + z_b)} - \frac{z_c}{\mu(z_a + z_b)} \dot{I}_2 \end{cases}$

vậy: $[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu} & -\frac{z_c}{\mu} \\ \frac{1}{\mu(z_a + z_b)} & -\frac{z_c}{\mu(z_a + z_b)} \end{bmatrix}$

xét: $\Delta A = \frac{1}{\mu} \left[-\frac{z_c}{\mu(z_a + z_b)} \right] + \frac{z_c}{\mu} \frac{1}{\mu(z_a + z_b)} = 0$

với $\Delta A = 0$ sẽ không tồn tại [B]

Lập [H]: $\begin{cases} \dot{u}_1 = (z_a + z_b) \dot{I}_2 \\ \dot{I}_2 = -\frac{\mu}{z_c} (z_a + z_b) \dot{I}_1 + \frac{1}{Z_c} u_2 \end{cases};$

vậy: $[A] = \begin{bmatrix} z_a + z_b & 0 \\ -\frac{\mu(z_a + z_b)}{z_c} & \frac{1}{z_c} \end{bmatrix}$

lập [G]: $\begin{cases} \dot{I}_1 = \frac{1}{z_a + z_b} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 = \mu \dot{u}_1 + z_c \dot{I}_2 \end{cases};$

vậy: $[G] = \begin{bmatrix} \frac{1}{z_a + z_b} & 0 \\ \mu & z_c \end{bmatrix}.$

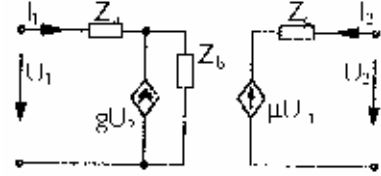
Ví dụ 3: cho mạch hình 4.8.

Tìm ma trận $[Z]$, $[A]$, $[H]$ cho mạng 4 cực.

Giải:

Lập các phương trình:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{I}_b - g\dot{u}_2 & (a) \\ \dot{u}_1 = \dot{I}_1 Z_a + \dot{I}_b Z_b & (b) \\ \dot{u}_2 = \dot{I}_2 Z_c + \mu \dot{u}_1 & (c) \end{cases}$$



Hình 4.8.

Thế (a) vào (b):

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \dot{I}_1 Z_a + Z_b (\dot{I}_1 + g\dot{u}_2) \\ \dot{u}_1 &= \dot{I}_1 (Z_a + Z_b) + gZ_b \dot{u}_2 \end{aligned} \quad (d)$$

Thế (c) vào (d):

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \dot{I}_1 (Z_a + Z_b) + gZ_b (\dot{I}_2 Z_c + \mu \dot{u}_1) \\ \dot{u}_1 &= (1 - g\mu Z_b) \dot{I}_1 + gZ_b Z_c \dot{I}_2 \\ \dot{u}_1 &= \frac{Z_a + Z_b}{(1 - g\mu Z_b)} \dot{I}_1 + \frac{gZ_b Z_c}{(1 - g\mu Z_b)} \dot{I}_2 \end{aligned} \quad (e)$$

Thế (e) vào (c):

$$\begin{aligned} \dot{u}_2 &= \dot{I}_2 Z_c + \mu \frac{Z_a + Z_b}{(1 - g\mu Z_b)} \dot{I}_1 + \mu \frac{gZ_b Z_c}{(1 - g\mu Z_b)} \dot{I}_2 \\ \dot{u}_2 &= \frac{\mu(Z_a + Z_b)}{(1 - g\mu Z_b)} \dot{I}_1 + \left(Z_c + \frac{g\mu Z_b Z_c}{(1 - g\mu Z_b)} \right) \dot{I}_2 \end{aligned} \quad (f)$$

Từ (e) và (f) có: $[Z] = \begin{bmatrix} \frac{Z_a + Z_b}{(1 - g\mu Z_b)} & \frac{gZ_b Z_c}{(1 - g\mu Z_b)} \\ \frac{\mu(Z_a + Z_b)}{(1 - g\mu Z_b)} & \left(Z_c + \frac{g\mu Z_b Z_c}{(1 - g\mu Z_b)} \right) \end{bmatrix}$

Tìm $[A]$:

Từ (c): $\dot{u}_1 = \frac{1}{\mu} \dot{u}_2 - \frac{Z_c}{\mu} \dot{I}_2 \quad (g)$

Từ (d): $\dot{I}_1 = \frac{\dot{u}_1}{Z_a + Z_b} - \frac{gZ_b}{Z_a + Z_b} \dot{u}_2 \quad (h)$

Thế (g) vào (h): $\dot{I}_1 = \frac{1 - \mu g Z_b}{\mu(Z_a + Z_b)} \dot{u}_2 + \frac{Z_c}{\mu} \cdot \frac{1}{Z_a + Z_b} \dot{I}_2 \quad (e)$

Từ (g) và (e) có: $[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu} & -\frac{z_c}{\mu} \\ \frac{1-\mu g z_b}{\mu(z_a+z_b)} & \frac{z_c}{\mu(z_a+z_b)} \end{bmatrix}$

Lập [H] từ (d) có: $\dot{u}_1 = (z_a + z_b)\dot{I}_1 + g z_b \dot{u}_2$ (m)

Từ (c) có: $\dot{I}_2 = -\frac{\mu}{Z_c} \dot{u}_1 + \frac{1}{z_c} u_2$

thế (m) vào: $\dot{I}_2 = \frac{1}{z_c} \dot{u}_2 - \frac{\mu}{z_c} (z_a + z_b) \dot{I}_1 - \frac{\mu}{z_c} g z_b \dot{u}_2$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{z_c} (1 - \mu g z_b) \dot{u}_2 - \frac{\mu}{z_c} (z_a + z_b) \dot{I}_1 \quad (n)$$

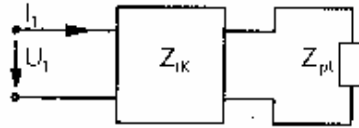
Từ (n) và (m) có:

$$[H] = \begin{bmatrix} z_a + z_b & g z_b \\ -\frac{\mu}{z_c} (z_a + z_b) & \frac{1}{z_c} (1 - \mu g z_b) \end{bmatrix}$$

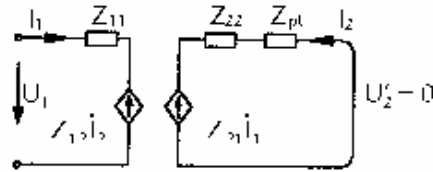
4.3.2. Tìm các hàm truyền đạt

Ví dụ 1: Cho mạng 4 cực có: $[Z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$ với Z_t như hình 4.9.

Hãy tìm truyền đạt áp và dòng.



Hình 4.9.



Hình 4.10.

Giải:

Dùng sơ đồ thay thế 2 nguồn hình 4.10, ở đây ghép z_{pt} nối liền vào z_{22} để có ma trận trở kháng mới $[Z']$.

Chú ý ma trận (Z') ở chế độ ngắn mạch $\dot{u}_2 = 0$ nhưng $\dot{I}_2 = I_2'$

Với: $Z_{22} = z_{22} + z_{pt}$ có: $[Z'] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22}' \end{bmatrix}$

Với $\dot{u}_2' = 0$ có: $\begin{cases} \dot{u}_1 = z_{11} \dot{I}_1 + z_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{u}_2' = 0 = z_{21} \dot{I}_1 + z_{22}' \dot{I}_2 \end{cases}$

Rút ra:
$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = -\frac{z_{21}}{z_{22}} = -\frac{z_{21}}{z_{22} + z_{pt}} = k_i; \quad (4.21)$$

Tìm: $k_u = \frac{\dot{u}_2}{u_1} ?$

$$k_u = \frac{\dot{u}_2}{\dot{u}_1} = \frac{-\dot{I}_2 z_{pt}}{z_{11} \dot{I}_1 + z_{12} \dot{I}_2} = \frac{-z_{pt}}{z_{12} + z_{11} \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}} = \frac{-z_{pt}}{z_{12} + \frac{z_{11}}{k_i}}$$

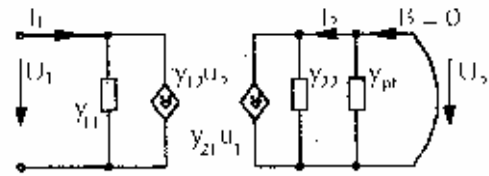
$$k_u = \frac{-k_i z_{pt}}{z_{11} + k_i z_{12}} = \frac{+z_{pt} \cdot z_{21}}{-z_{12} z_{21} + z_{11} (z_{22} + z_{pt})} = \frac{z_{pt} \cdot z_{21}}{\Delta z + z_{11} z_{pt}}; \quad (4.22)$$

Ví dụ 2: Cho mạch điện có mạng 4 cực đã biết Y_{pt} và $[Y]$ như hình 4.11 với

$$Y_{pt} = \frac{1}{z_{pt}}.$$

Hãy tìm $k_{11}, k_i ?$

Giải:



Hình 4.11.

Sử dụng sơ đồ thay thế hình 4.11 khi ghép song song y_{22} và Y_{pt} để $Y_{22} = y_{22} + Y_{pt}$ thì sơ đồ ứng với 4 mạng cực (Y') bị hở mạch $\dot{I}_2' = 0$, còn $\dot{u}_2' = u_2$.

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = y_{11} \dot{u}_1 + y_{12} \dot{u}_2 \\ \dot{I}_2' = 0 = y_{21} \dot{u}_1 + Y_{22}' \dot{u}_2 \end{cases}$$

Rút ra:
$$k_u = \frac{u_2}{u_1} = -\frac{y_{21}}{Y_{22}'} = \frac{-y_{21}}{y_{22} + Y_{pt}} \quad (4.23)$$

Tìm: $k_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{-Y_{pt} \dot{u}_2}{y_{11} \dot{u}_1 + y_{12} \dot{u}_2} = \frac{-Y_{pt}}{y_{11} \frac{1}{k_u} + y_{12}} = \frac{y_{21} Y_{pt}}{\Delta Y + y_{11} Y_{pt}} \quad (4.24)$

Ví dụ 3: Tương tự như ví dụ 2.

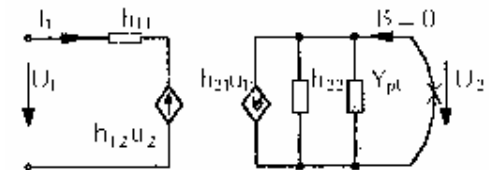
Hãy tìm k_u, k_i với mạng 4 cực cho trước:

$$[H] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$

Giải:

Lập sơ đồ tương đương hình 4.12. Khi ghép $Y_{pt} // h_{22}$ để có:

$H_{22}' = h_{22} + Y_{pt}$ với mạng hở mạch $\dot{I}_2' = 0$ sẽ có:



Hình 4.12.

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = h_{11}\dot{I}_1 + h_{12}\dot{u}_2 \\ \dot{I}_2' = h_{21}\dot{I}_1 + H_{22}'\dot{u}_2 = 0 \rightarrow h_{21}\dot{I}_1 = -H_{22}'\dot{I}_2 \frac{1}{Y_{pt}} \end{cases}$$

Hay: $\dot{u}_1 = h_{11} \cdot \frac{-H_{22}'}{h_{21}} \dot{u}_2 + h_{12}\dot{u}_2$

$$k_u = \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{h_{12} - \frac{h_{11}}{h_{21}} H_{22}'} = \frac{h_{21}}{h_{12}h_{21} - h_{11}H_{22}'} = \frac{-h_{21}}{\Delta H + h_{11}Y_{pt}} \quad (4.25)$$

Tương tự tìm được:

$$k_i = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{-h_{21}Y_{pt}}{H_{22}'} = \frac{-h_{21} \cdot Y_{pt}}{Y_{pt} + y_{22}} \quad (4.26)$$

Ví dụ 4: Cho mạng 4 cực làm việc với tải Z_{pt} và nguồn E có Z_i hình 4.13.

Tìm các trở kháng vào Z_{1V} trở kháng ra Z_{2V} , truyền đạt $k_e = u_2/E$.

Giải: Xét sơ đồ hình 4.14

Hình 4.13.

Ghép Z_{pt} nối tiếp Z_{22} để có $Z_{22}' = Z_{pt} + Z_{22}$ và có:

$$k_i = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}'}$$

$$\dot{u}_1 = \dot{I}_1 z_{11} + \dot{I}_2 z_{12}$$

Từ $\dot{u}_1 = \dot{I}_1(z_{11} + z_{12} \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}) = \dot{I}_1(z_{11} + z_{12}k_i)$

$$\dot{u}_1 = \dot{I}_1 \left(z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22}'} \right) \quad (a)$$

Đặt $\dot{u}_1 = z_{1V}\dot{I}_1$ thì từ (a) có:

$$z_{1V} = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22} + z_{pt}}; \quad (4.27)$$

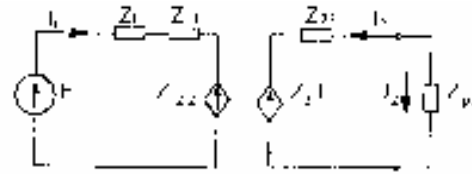
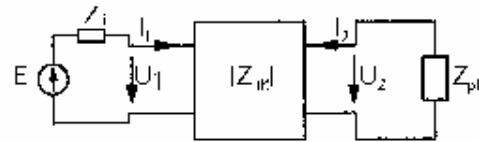
Vậy trở kháng vào cửa 1 z_{1V} là hàm của z_{ik} và z_{pt} .

Nếu đảo đầu cửa 1 cho cửa 2 thì xác định được z_{2V} tương tự như z_{1V} .

$$z_{2V} = z_{22} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{11} + z_i}; \quad (4.28)$$

Vì cửa 2 là cửa ra người ta gọi z_{2V} là trở kháng ra của mạng 4 cực hay:

$$z_{ra} = z_{22} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22} + z_i}; \quad (4.29)$$



Hình 4.14.

Hãy xác định: $k_e = \frac{\dot{u}_2}{E}$

Nhận xét trong sơ đồ thay thế hình 4.14 với $[z_{ik}]$ của mạng 4 cực ta có thể nối tiếp z_i và z_{11} của mạng để có: $z'_{11} = z_i + z_{11}$.

Khi đó theo hệ số khuếch đại áp: đã biết ở phần trên.

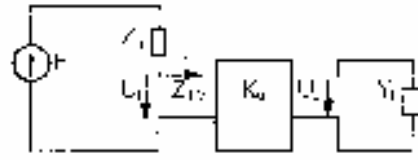
$$k_u = \frac{\dot{u}_2}{\dot{u}_1} = \frac{z_{21}z_{pt}}{z_{11}(z_{22} + z_{pt}) - z_{12}z_{21}}$$

Thay z_{11} bằng z'_{11} và sau đó là $z_{11} + z_i$ để có.

$$k_e = \frac{\dot{u}_2}{E} = \frac{z_{21}z_{pt}}{(z_{11} + z_i)(z_{22} + z_{pt}) - z_{12}z_{21}}; \quad (4.30)$$

Công thức (4.30) là rất tổng quát khi phân tích mạng 4 cực. Từ đây có thể tìm được cho cả các ma trận $[Y]$, $[H]$... theo biến đổi hoặc tương tự.

$$k_e = \frac{\dot{u}_2}{E} = \frac{-h_{21}}{(h_{11} + z_i)(h_{22} + Y_t) - h_{12}h_{21}} \quad (4.31)$$



Hình 4.15.

Hay theo sơ đồ phân áp hình 4.15 có thể tìm:

$$k_e = \frac{\dot{u}_2}{E} = \frac{z_{1v}}{z_{1v} + z_i} k_u$$

$$k_e = \frac{z_{1v}}{z_{1v} + z_i} \times \frac{(-y_{21})}{y_{22} + Y_{pt}}; \quad (4.32)$$

4.4. GIRATƠ VÀ NIC

4.4.1. Giratơ

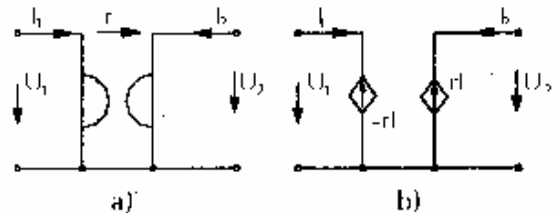
Ký hiệu của Giratơ được vẽ trong hình 4.16.

Thực tế Giratơ là mạch 3 cực, do đó các cực dưới có thể nối liền nhau.

Hệ phương trình trở kháng của Giratơ:

$$\begin{cases} U_1 = -rI_2 \\ U_2 = rI_1 \end{cases}; \quad (4.33)$$

Từ đó r là đại lượng có thứ nguyên điện trở, nói chung r mang giá trị thực (dương hoặc âm), nhưng về lý thuyết r cũng có thể lấy được các giá trị phức, hoặc là hàm của p , (p là tần số phức), chiều của r cũng có thể lấy ngược lại, lúc ấy thay vì viết r ta viết giá trị $(-r)$.



Hình 4.16.

Từ hệ phương trình cơ bản của Girator, ta thấy rằng các phương trình hỗn hợp ngược không có ý nghĩa. Có 3 ma trận thông số dùng được cho Girator:

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{r} \\ -\frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -r \\ \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix}; \quad (4.34)$$

Theo các ma trận trên, Girator là phần tử không tương hỗ, vì ta nhận thấy:

$$Z_{12} = -z_{21}; \quad y_{12} = -y_{21}; \quad \Delta A = 1; \quad (4.35)$$

Vì các thông số mang ngược dấu với điều kiện tương hỗ, nên người ta thường gọi Girator là bốn cực phản tương hỗ.

Chúng ta hãy xác định hàm thời gian của công suất Girator:

$$\begin{aligned} p(t) &= u_1(t)i_1(t) + u_2(t)i_2(t) = (ri_1) \left(-\frac{u_1}{r} \right) + u_1(t)i_1(t) \\ &= u_1(t)i_1(t) - i_1(t)u_1(t) = 0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

Công suất tức thời của Girator bằng không, có nghĩa là đó là phần tử quán tính, vậy đây là phần tử không tương hỗ, nhưng thụ động.

Hãy tính trở kháng vào của Girator nếu cửa 2 đặt trở kháng tải $Z(p)$.

$$Z_{v1} = \frac{u_1}{I_1} = \frac{-rI_2}{u_2/r} = \frac{-rL_2}{-ZI_2/r} = \frac{r^2}{Z}; \quad (4.37)$$

Vậy với Girator quan hệ giữa trở kháng vào ở cửa này với trở kháng tải ở cửa 2 được:

$$Z_{1v} \cdot Z = r^2; \quad (4.38)$$

Vậy theo (4.38) trở kháng vào của Girator ở cửa này với trở kháng tải ở cửa kia là hai phần tử đối ngẫu với nhau. Đó là tính chất quan trọng nhất của Girator về mặt ứng dụng.

$$\text{nếu:} \quad Z = \frac{1}{pC'}$$

$$\text{thì:} \quad Z_{v1} = r^2 \cdot pC = pr^2C = pL, \quad \text{với } L = r^2C \quad (4.39)$$

Điều này có nghĩa là nếu mắc tải là tụ điện thì khi nhìn từ cửa 1 Girator sẽ đóng vai trò một cuộn cảm. Bởi vì tụ điện lý tưởng có thể thực hiện được gần đúng một cách dễ dàng, Girator sẽ giúp vào việc thực hiện gần đúng một cuộn cảm lý tưởng, mà việc này không bao giờ có thể thực hiện được bằng phương pháp chế tạo trực tiếp.

4.4.2. Mạch biến đổi ngẫu kháng âm – NIC

NIC ký hiệu trên hình 4.17a.

Phương trình NIC:

$$\begin{cases} u_1 = ku_2 \\ I_2 = kI_1 \end{cases}; \quad (4.40)$$

Ở đây k nói chung là số thực, thường có giá trị $k = \pm 1$. Tùy theo giá trị k mà NIC có tính chất riêng. Với $k = 1$ thì:

$$\begin{cases} u_1 = u_2 \\ I_2 = I_1 \end{cases} \quad (4.41)$$

Và được biểu diễn ở hình 4.17b. Đặc điểm do ngược chiều của dòng nên gọi là I NIC (ngược I). Với $k = -1$ thì:

$$\begin{cases} u_1 = -u_2 \\ I'_2 = -I_1 \end{cases} \quad (4.42)$$

Và được biểu diễn ở hình 4.17c. Đặc điểm cùng chiều của dòng điện nhưng ngược chiều điện áp nên gọi là U NIC (ngược U).

Ta có nhận xét hệ phương trình của NIC chỉ khác hệ phương trình của biến áp lý tưởng ở dấu đại số trong phương trình thứ hai. Theo hệ phương trình (4.40) đó thấy rằng đối với NIC, hệ phương trình trở kháng và dẫn nạp không có ý nghĩa.

Các ma trận có ý nghĩa:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & k \\ k & 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 1/k \\ 1/k & 0 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 1/k \end{bmatrix}; \quad (4.43)$$

NIC cũng là bốn cực phản tương hỗ (vì $\Delta A = +1$). Nếu xét công suất tức thời tổng cộng cả hai cửa của NIC ta không thể có giả thiết gì về dấu, do đó NIC là bốn cực tích cực.

Trở kháng vào ở cửa 1 khi mắc tải ở cửa 2:

$$Z_{v1} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{kU_2}{I_2/k} = +k^2 \frac{U_2}{I_2} = -k^2 Z_2;$$

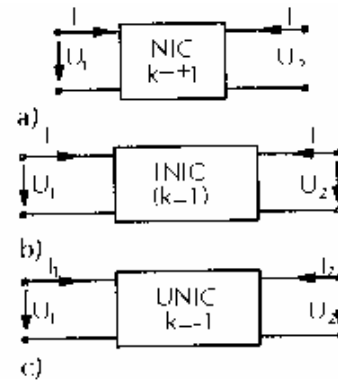
$$\text{Vậy: } Z_{v1} = -k^2 Z_2(p); \quad (4.44)$$

Theo (4.44) trở kháng vào của NIC chính bằng trở kháng tải với dấu ngược lại, do đó có tên gọi mạch này là biến đổi trở kháng âm. Ví dụ, ta có tải là điện trở R thì đầu vào của NIC tương ứng với điện trở âm $(-R)$, nếu tải là điện dung hoặc điện cảm thì đầu vào tương đương với điện dung hoặc điện cảm âm. Vậy với NIC ta có thể thực hiện được các thông số điện dung, điện cảm âm. Còn có thể nhận thấy hai mạch NIC mắc song song với nhau sẽ tạo ra được một Girator. Tức là có thể tạo ra thông số điện cảm từ thông số điện dung. Vậy với các phần tử điện trở, tụ điện và mạch NIC, ta có thể mô hình hoá bất kỳ một bốn cực tuyến tính nào.

Ví dụ: Cho mạch có sơ đồ 2 NIC $k = 1$ và $k = -1$ với các dẫn nạp G như hình 4.18.

Lập ma trận Y cho mạch.

Giải:



Hình 4.17.

Hệ phương trình dẫn nạp của NIC được mắc thêm điện trở được viết (với $k' = 1$; $k'' = -1$).

$$I_1' = GU_1 + GU_2 \text{ vì } \left(U_1 = \frac{I_1'}{G} - U_2 \right); \quad I_1' = -GU_1 + GU_2 \text{ (vì } I_1 = I_2).$$

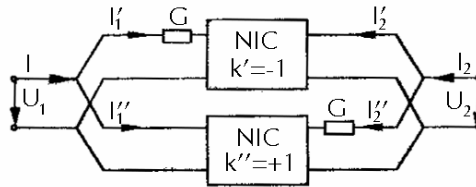
$$I_1' = -GU_1 - GU_2 \text{ vì } (I_2' = -I_1'); \quad I_2'' = -GU_1 + GU_2 \text{ vì } \left(\frac{I_2'}{G} + U_1 = U_2 \right).$$

Dẫn nạp tổng hợp của 2 mạch NIC mắc song song được viết:

$$[Y] = [Y] + [Y''] = \begin{bmatrix} 0 & 2G \\ -2G & 0 \end{bmatrix}$$

Nhận xét: $[Y]$ vừa được tính đồng dạng với ma trận Y của Girato theo:

$$[Y] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{r} \\ -\frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix}; \quad (4.45)$$



Hình 4.18.

Vậy sơ đồ mạch trên tương đương với một girato có thông số:

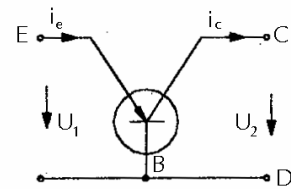
$$g = 2G \text{ hay } \left(r = \frac{R}{2} \right).$$

4.5. TRANZITO

Tranzito được coi là 4 cực, với các tính chất sau đây:

- Dòng êmitơ được phân phối giữa bazơ và colectơ, tỷ số giữa dòng colectơ i_c và dòng êmitơ i_E của một tranzito cho trước thường là hằng số xấp xỉ bằng 1.

Hình 4.9a.



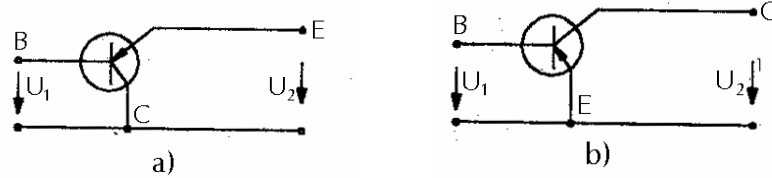
$$\alpha = \frac{i_c}{I_E} = 0,98 \div 0,998; \quad (4.46)$$

Dòng bazơ:

$$\beta = \frac{i_c}{i_B} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = \beta > 1; \quad (4.47)$$

$$i_B = (1 - \alpha)i_E; \quad \gamma = \frac{I_e}{i_B} = \frac{1}{1 - \alpha} = (1 + \beta); \quad (4.48)$$

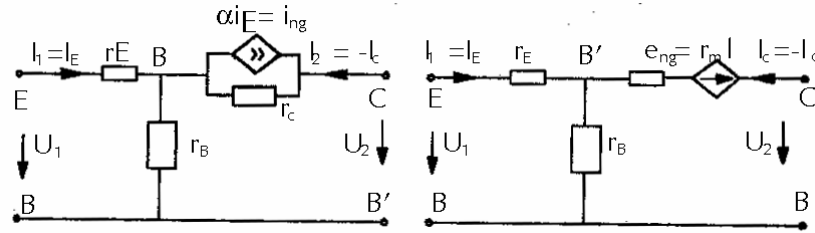
$$\alpha = \frac{\beta}{1 + \beta}; \quad (4.49)$$



Hình

4.9b,c.

Dòng êmitơ chủ yếu được xác định bởi điện áp u_{BE} và phụ thuộc một ít vào điện áp colector. Từ đó dòng colector $i_C \approx i_E$ cũng phụ thuộc một ít vào điện áp u_{CE} .

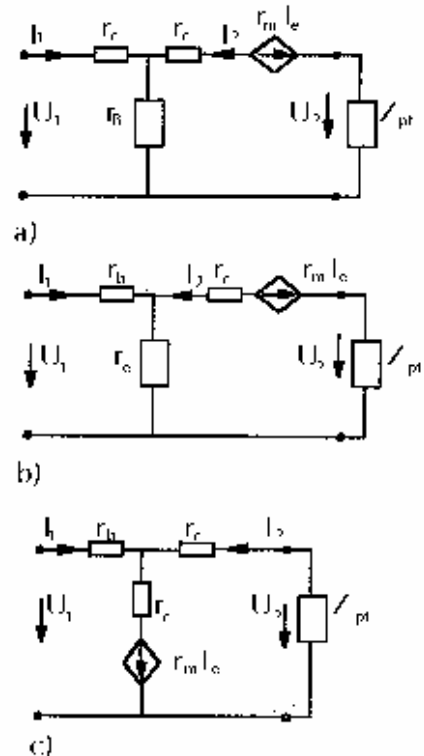


Hình 4.10.

Từ các tính chất đó của tranzito có thể xây dựng sơ đồ tương đương của nó như trên hình 4.10. Trong sơ đồ này có nguồn dòng phụ thuộc αi_E , các điện trở r_E , r_B và r_C được xác định bởi hệ các tuyến của tranzito. Các điện trở này là các điện trở vi phân của các thành phần dòng xoay chiều có biên độ nhỏ đảm bảo, đoạn làm việc tuyến tính trên đặc tuyến của tranzito. Nói cách khác, tranzito làm việc với điều kiện khuếch đại tín hiệu nhỏ. Các điện trở r_E và r_B tương đối nhỏ (r_E lấy giá trị vài ôhm đến vài chục ôhm, r_B lấy giá trị đến vài trăm ôhm) trong lúc đó r_C rất cao (từ vài trăm k Ω đến vài M Ω). Trong mạch tương đương hình 4.11a,b,c nguồn dòng phụ thuộc i_E với nội trở r_C được thay thế bằng nguồn điện áp tương đương với nội trở r_C . Điện áp của nguồn bằng:

$$e_{ng} = \alpha i_C - r_C = r_m i_E; \quad \text{ở đây } r_m = \alpha \cdot r_C; \quad (4.50)$$

Sự khuếch đại tín hiệu trong tranzito có được do công suất tiêu tán trên điện trở tải bởi thành phần xoay chiều của dòng i_C lớn hơn rất nhiều công suất



của nguồn tín hiệu đặt vào cặp đầu bazơ–êmitơ của mạch điện.

Tùy theo cách chọn các đầu vào và đầu ra có thể có ba loại mạch khuếch đại tranzito, hình 4.9a,b,c.

Trong hình 4.9a đầu bazơ là đầu chung của cửa vào và cửa ra, trong hình 4.19b, êmitơ là đầu chung, trong hình 4.19c colectơ là đầu chung. Chúng ta hãy thành lập các biểu thức tính dòng và áp ở các cửa mạch trên. Để đơn giản cho tính toán chúng ta hãy bỏ qua các tụ điện giữa các cực của tranzito, đó là điều cho phép khi tranzito làm việc ở các tần số không quá tải MHz. Trong trường hợp này, trong các sơ đồ tương đương chỉ có các điện trở thuần r_B, r_E, r_C do đó các biên độ phức E, I có thể được thay thế bằng các giá trị mô đun E, I.

Trên hình 4.11 có 3 sơ đồ nổi tranzitor cơ bản. Xét phương trình của chúng.

Theo hình 4.11a đối với mạch bazơ chung ta có thể viết hai phương trình sau:

$$\begin{cases} U_1 = (r_E + r_B)I_1 + r_B I_2 \\ U_2 - e_{td} = r_B I_1 + (r_C + r_B)I_2 \end{cases}; \quad (4.51)$$

Thay $e_{td} = r_m I_e = r_m I_1$, ta viết được:

$$\begin{cases} U_1 = (r_E + r_B)I_1 + r_B I_2 \\ U_2 = (r_m + r_B)I_1 + (r_C + r_B)I_2 \end{cases}; \quad \text{Hình 4.11. Ba sơ đồ tương đương của tranzito}$$

Có thể tính được các thông số Z_{ij} .

$$\begin{cases} z_{11} = r_E + r_B \\ z_{12} = r_B \\ z_{21} = r_m + r_B \\ z_{22} = r_C + r_B \end{cases}; \quad (4.53)$$

$$\begin{cases} r_e = z_{11} - z_{12} \\ r_b = z_{12} \\ r_c = z_{22} - z_{12} \\ r_m = z_{21} - z_{12} \end{cases}; \quad (4.54)$$

$$\text{Từ đó có: } [Z_B] = \begin{bmatrix} r_E + r_B & r_B \\ r_m + r_B & r_C + r_B \end{bmatrix}; \quad (4.55)$$

Theo hình 4.11 đối với mạch êmitơ chúng ta có thể viết hai phương trình sau:

$$\begin{cases} U_1 = (r_E + r_B)I_1 + r_E I_2 \\ U_2 = (r_E - r_m)I_1 + (r_C - r_B)I_2 \end{cases}; \quad (4.56)$$

(U_2 cùng chiều với e_{td} và $e_{td} = r_m I_e = r_m(I_1 + I_2)$). Từ các biểu thức (4.56) ta rút ra ma trận Z trong trường hợp này:

$$[z_E] = \begin{bmatrix} r_E + r_B & r_E \\ r_E - r_m & r_C - r_m + r_E \end{bmatrix}; \quad (4.57)$$

Cũng tương tự như vậy ta tìm được ma trận Z của mạch colectơ chung trong hình.

$$[Z_C] = \begin{bmatrix} r_B + r_c & r_c - r_m \\ r_c & r_c + r_E - r_m \end{bmatrix}; \quad (4.58)$$

Như vậy ma trận trở kháng hở mạch Z của các loại mạch trên đều được biểu diễn theo r_B, r_C, r_E và $r_m = \alpha r_C$.

Từ ma trận Z_E ta có thể tính được các ma trận Y, H dựa theo bảng quan hệ các thông số. Từ biểu thức trên ta có quan hệ ở theo ở: (4.49)

$$\alpha = \frac{\beta}{1 + \beta}$$

Và với giả thiết $r_E \ll (1 - \alpha) r_C$ ta tính được ma trận Y của mạch êmitơ chung như sau:

$$[Y_E] = \frac{1}{\Delta Z} \begin{bmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{21} & z_{11} \end{bmatrix}; \quad (4.59)$$

Thay các thông số Z_{ij} trong biểu thức (4.59) vào ΔZ và thay giá trị $r_m = \alpha r_C$ ta có:

$$\Delta Z = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21} = [(1 - \alpha)r_B + r_E] r_C + r_B r_E$$

Sau đó thay $\alpha = \frac{\beta}{1 + \beta}$ vào vế phải ΔZ bỏ qua r_B, r_E ta nhận được:

$$\Delta Z \approx \frac{[r_B + (1 + \beta)r_E] r_C}{1 + \beta}; \quad (4.60)$$

Ta viết được:

$$[Y_E] = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_B + (1 + \beta)r_E} & \frac{(1 + \beta)r_E}{[r_B + (1 + \beta)r_E] r_C} \\ \frac{-\beta}{r_B + (1 + \beta)r_E} & \frac{(1 + \beta)(r_B + r_E)}{[r_B + (1 + \beta)r_E] r_C} \end{bmatrix}; \quad (4.61)$$

Ma trận H được tính:

$$[H_E] = \frac{1}{z_{22}} \begin{bmatrix} \Delta Z & z_{12} \\ -z_{21} & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.62a)$$

$$[H_E] = \begin{bmatrix} r_B + (1 + \beta)r_E & (1 + \beta)r_E / r_C \\ \beta & \frac{1 + \beta}{r_C} \end{bmatrix}; \quad (4.62b)$$

Ma trận H thường được dùng nhiều nhất trong lý thuyết và ứng dụng của các mạch khuếch đại tranzito.

Trong mạch điện có tranzito mắc êmitơ chung, các thông số h_{ij} trong hình 4.13 có nghĩa sau:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= h_{11E} I_1 + h_{12E} U_2 \\
 I_2 &= h_{21E} I_1 + h_{22E} U_2 ; \\
 (I_1 &= I_B, I_2 = -I_C)
 \end{aligned}
 \tag{4.63}$$

h_{21} : là hệ số khuếch đại tĩnh dòng điện khi ngắn mạch cửa ra.

h_{11} : là trở kháng vào khi ngắn mạch cửa ra.

h_{12} : là tỷ số điện áp cửa vào với cửa ra của tranzito khi mạch hở cửa vào.

h_{22} : là dẫn nạp ra khi hở mạch cửa vào.

Theo hệ phương trình hỗn hợp của bốn cực ta có thể biểu diễn dòng colectơ của tranzito như sau:

$$I_C = h_{21E} I_B + h_{22E} U_2 \tag{4.64a}$$

Vì: $I_B = \frac{U_1}{Z_{v_1}}$ và $Z_{v_1} = R_{v_1}$ ta có:

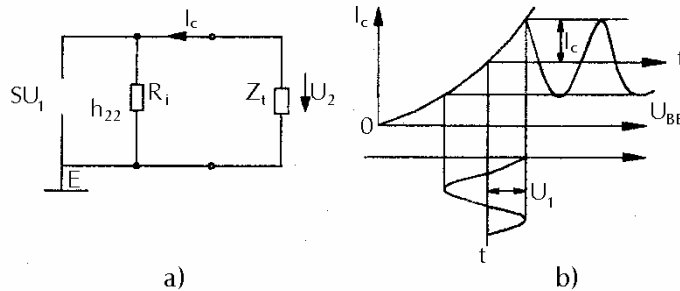
$$I_C = h_{21E} \frac{U_1}{R_{v_1}} + h_{22E} U_2 = S U_1 + h_{22E} U_2 \tag{4.64b}$$

S là độ dốc của đường đặc tuyến $I_C (U_{BE})$. Tại điểm $U_{BE} = U_{BE0}$

$$S = \frac{dI_C}{dU_{BE}} = \frac{h_{21E}}{R_{v_1}}$$

Trong đó: $h_{21E} = \left. \frac{I_C}{I_B} \right|_{u_{CE}=0}$; (4.65)

Từ biểu thức trên ta có thể vẽ sơ đồ tương đương của mạch colectơ của tranzito và chế độ làm việc tuyến khuếch đại emítơ chung.



Hình 4.14.

Thay $I_c = -Y_t U_2$ vào biểu thức (4.25) và chia cho cả hai vế cho U_1 ta nhận được: (khi $H_{12}H_{21} \ll 1$):

$$K_U \approx \frac{S}{h_{22} + Y_t} = \frac{h_{21E}}{R_{v_l}(h_{22} + Y_t)}; \quad (4.66)$$

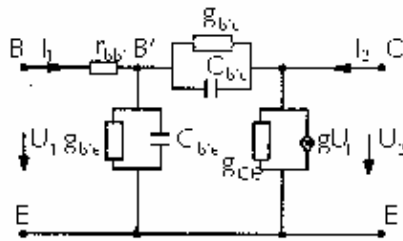
Nếu $h_{22} \ll +Y_t$ ta có:

$$K_U = \frac{S}{Y_t} = SZ_t; \quad (4.67)$$

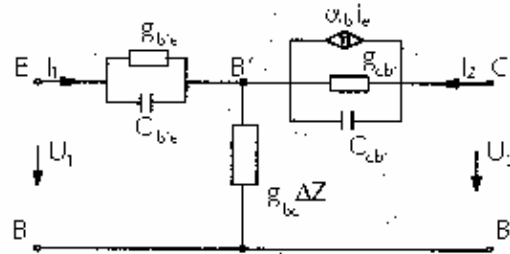
$$S = h_{21E} / R_{1v} \quad (4.68)$$

Ba mạch khuếch đại trong hình 4.9a,b,c có các tính chất khác nhau.

Từ phương trình dẫn nạp Y có sơ đồ tương đương hình π của tranzito nối êmitơ chung (chú ý đến các tụ điện ký sinh) trên hình 4.15.



Hình 4.15.



Hình 4.16.

Đối với tranzito nội bazơ chung, từ phương trình dẫn nạp Y, ta vẽ được sơ đồ tương đương hình T như hình 4.16.

4.6. KHUẾCH ĐẠI THUẬT TOÁN

Mạch khuếch đại thuật toán chứa các phần tử tranzito, điốt, phần tử thụ động R, L, C và nối chúng sao cho trên các cửa vào và ra của nó có những đặc tính đặc biệt phù hợp cho nhiều ứng dụng của kỹ thuật điện tử.

Mạch khuếch đại thuật toán là một trong những phần tử điển hình của bốn cực không tương hỗ, tích cực, nó đóng vai trò quan trọng trong ứng dụng thực tế. Có thể nói mạch khuếch đại thuật toán ngày nay đã trở thành phần tử cơ bản thay thế cho vị trí của tranzito trước đây. Mạch khuếch đại thuật toán là tên gọi cho các mạch khuếch đại được nối trực tiếp với nhau có hệ số khuếch đại cao, trở kháng vào lớn, trở kháng ra nhỏ và với các mạch phản hồi khác nhau, mạch thực hiện những chức năng khác nhau. Về mặt lý thuyết cũng như về mặt ứng dụng thực tế mạch khuếch đại thuật toán càng trở nên quan trọng do sự phát triển nhanh của sự tổ hợp. Trước hết do sự sản xuất hàng loạt các mạch tổ hợp tuyến tính đơn tinh thể, các mạch khuếch đại cơ bản có tính chất như vừa kể trên được sản xuất với số lượng lớn, với giá thành hạ. Mạch khuếch đại thuật toán có nhiều ưu điểm về kỹ thuật và về kinh tế như có thể thực hiện mạch theo các tính chất cho trước nhờ mạch phản hồi có độ tin cậy cao v.v... hoặc do việc dùng với số lượng lớn các mạch cơ sở cùng loại nên giá thành của toàn mạch rẻ dù mạch đó rất phức tạp.

4.6.1. Đặc trưng sơ đồ khuếch đại thuật toán

Ký hiệu của khuếch đại thuật toán (KĐTT) trên hình 4.17 với các đầu vào nguồn, chung và ra như sau:

- Cung cấp đối xứng dương U_{cc} và âm U_{cc} .
- Đầu vào chung thường nối đất (M) và chung cho cả hai phía vào và ra có thể $\varphi_M = 0$.

– Hai đầu vào không đảo (+) và đảo (–) có ý nghĩa thay đổi chiều điện áp ra U_{ra} .

Để tiện phân tích thường không vẽ nguồn và lấy đầu chung làm gốc cho các điện áp vào ra hình 4.17b.

Ở hình 4.17b thường ký hiệu áp đặt vào không đảo U_0^+ , đảo U_0^- và các dòng vào I_+^-, I_0^- tương ứng. Cả điện áp vào và ra U_{ra} được so với chung M (mát).

Các thông số đặc trưng KĐTT (tổng quát cho các loại) gồm:

- Hệ số khuếch đại (tính một chiều) K_{ou} hay K_u là hệ số khuếch đại vi sai.

$$K_{uo} = K_u = \frac{U_{ra}}{U_0^+ - U_0^-} = \frac{U_{ra}}{U_0}; \quad (4.69)$$

Chú ý rằng đây là hệ số khuếch đại vi sai $U_o = U_0^+ - U_0^-$ và một chiều. Muốn có khuếch đại tuyệt đối hoặc biến đổi xoay chiều tín hiệu thì phải thực hiện cách mắc riêng hoặc thêm các phần tử phụ khác.

Thường thường K_u có thể đạt từ $10^3 \div 10^6$ tùy loại KĐTT.

- Điện trở vào của KĐTT $R_{vào} = R_v$ (từng đầu vào khi ngắn mạch đầu vào còn lại với đầu chung M). R_v đạt từ $10^4 \div 10^8 (\Omega)$.

– Điện trở ra R_{ra} tổng quát tùy theo loại KĐTT mà chúng có giá trị từ vài chục (10) đến vài trăm ôm ($2 \div 3$) ($10 \div 100$) Ω ôm.

- Tần số cắt, f_c và tần số đơn vị f_1 .

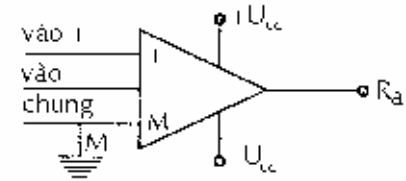
Khi tín hiệu vào điều hoà và một chiều cộng điện hoà thì quan hệ của khuếch đại điện áp có phương trình phức hay phổ:

$$|K_u(j\omega)| = \frac{K_u}{\sqrt{1 + (\omega\tau_1)^2}} = K_u(\omega); \quad (4.70)$$

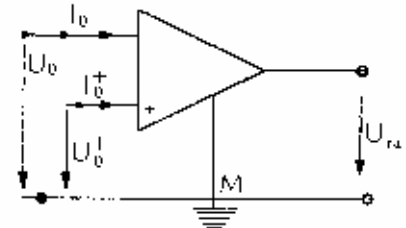
$$\text{Ở đây: } \tau_1 \approx K_u / 2\pi f_1; \quad (4.71)$$

f_1 – là tần số đơn vị

τ_1 – là hằng số thời gian tương ứng.



a)



b)

Hình 4.17.

Trên hình 4.18 có đặc tính tần số này với:

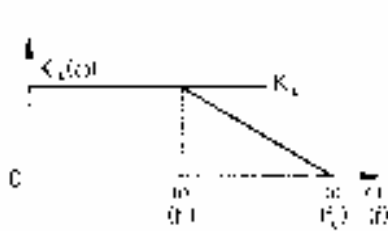
$$\omega_1 = 2\pi f_1 \text{ và } \omega_c = 2\pi f_c; \quad (4.72)$$

ω_c và f_c là tần số cắt của khuếch đại.

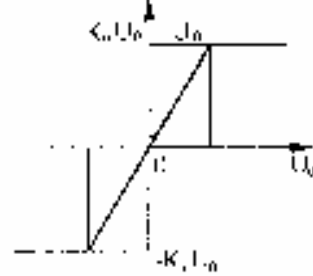
Chú ý rằng khi chỉ có một chiều $\omega = 0$ thì công thức (4.70) chỉ còn K_u . Thông thường KĐTT có f_1 cỡ 0,5 đến 10 MHz tùy loại. Như vậy nếu mạch KĐTT làm việc f_1 nhỏ hơn 0,5 MHz có thể coi:

$$K_u(\omega) = \text{const} = K_u.$$

+ Điện trở tải R_t chuẩn. Để KĐTT làm việc lâu bền, nói chung điện trở tải phải có giá trị cao hơn điện trở ra từ (5÷8) lần vì thế nên chọn R_t cỡ (1÷5)K Ω khi ngắn mạch các đầu vào với điểm chung. Tổng quát dòng tiêu tán từ 4 đến 30mA. Khi phân tích mạch khuếch đại thuật toán còn quan tâm tới giá trị tuyệt đối của điện áp ra. Do tính vi sai của đầu vào và công nghệ hiện nay nói chung điện áp vào vi sai u_o cỡ chục milivon (10mV) và đôi khi để hạn chế nó người ta thường lắp các bộ hạn chế (đầu đốt) để bảo vệ đầu vào sao cho u_o chỉ đạt giá trị trong khoảng trên.



Hình 4.18.



Hình 4.19.

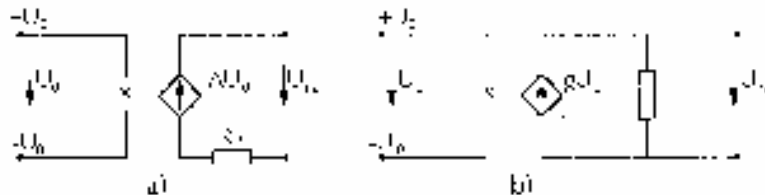
Độ lớn của $U_{ra \max}$ phụ thuộc vào nguồn cung cấp.

$$U_{ra \max} \leq U_{cc}; \quad (4.73)$$

Tùy theo KĐTT U_{cc} có thể từ (5 ÷ 15V).

Trong nhiều trường hợp lý tưởng hoá để phân tích mạch chứa KĐTT ta thường giả thiết:

$$\begin{cases} I_0^+ \approx 0 \\ I_0^- \approx 0 \end{cases}; \quad (4.74)$$



Hình 4.20.

Mạch khuếch đại thuật toán hiện nay được thực hiện với công nghệ MPS chia làm hai loại:

- Mạch khuếch đại có đầu ra là điện áp được gọi là mạch khuếch đại thuật toán (Operational amplifier ký hiệu OPA), hình 4.20a.
- Mạch khuếch đại có đầu ra là dòng điện ký hiệu OTA hình 4.20b.

4.6.2. Phân tích mạch chứa KĐTT

Phân tích một số mạch KĐTT thông qua các ví dụ:

Ví dụ 1: Biết $U_2 = AU_o = A(U_o^+ - U_o^-)$.

Với $A = 10^6$ biết R_1, R_2 .

Tìm $K_u = \frac{U_{ra}}{U_1}$? và R_{lv} .

Giải:

Xét điểm (0) có $I_o^- \approx 0$ nên có một dòng điện I_1 chạy qua R_1 và R_2 thế tại đây là φ_o . Có phương trình vòng 1 và 2:

$$\begin{cases} U_1 = I_1 R_1 + \varphi_o \\ U_2 + I_1 R_2 = \varphi_o \end{cases}$$

Với: $-u_o = \varphi_o$

Rút: $I_1 = \frac{1}{R_2}(\varphi_o - u_2)$, thế $U_2 = A.U_o$ vào:

$$I_1 = \frac{1}{R_2}(\varphi_o - Au_2) = \frac{1}{R_2}(-u_o - Au_o) = (1 + A)\frac{u_o}{R_2}(-1)$$

Rút ra: $U_o = -\frac{R_2}{1 + A}I_1$ thế vào: $U_1 = I_1 R_1 - U_o = I_1 R_1 + \frac{R_2}{1 + A}I_1$

$$U_1 = I_1 \left(R_1 + \frac{R_2}{1 + A} \right)$$

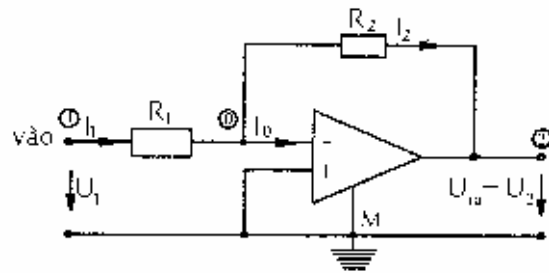
Vậy: $R_{lv} = \frac{U_1}{I_1} = R_1 + \frac{R_2}{1 + A};$ (4.75)

Từ (4.75) nếu $R_1 \neq 0$ thì điện trở vào bằng chính R_1 vì $R_2/(1 + A)$ là rất nhỏ. Từ (4.75) có:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1 + \frac{R_2}{1 + A}} = \frac{(1 + A)U_1}{R_2 + (1 + A)R_1};$$
 (4.76a)

$$K_u = \frac{U_2}{U_1} = \frac{-AR_2}{(A + 1)R_1 + R_2}$$
 (4.76b)

Với I_1 theo (4.76) nếu $A \gg 1$ ($A = 10^6$) thì rõ ràng:



Hình 4.21.

Lý thuyết mạch điện

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}; \quad (4.77)$$

Biểu thức (4.77) phù hợp với giả thiết phần đầu là:

$$I_0^- = 0 \text{ và } \varphi_0 \approx 0 \text{ hay } U_0 \approx 0; \quad (4.78)$$

Với điều kiện (4.78) dễ thấy:

$$U_2 = -I_1 R_2; \quad (4.79)$$

Từ (4.79) và (4.77) có:

$$K_u = \frac{U_{ra}}{U_1} = \frac{U_2}{U_1} = -\frac{R_2}{R_1}; \quad (4.80a)$$

Mở rộng với trở kháng Z_2, Z_1 :

$$K_u(j\omega) = -\frac{Z_2(j\omega)}{Z_1(j\omega)}; \quad (4.80b)$$

Với kết quả trên có thể vẽ sơ đồ thay thế mạch ở hình 4.22a.

$$\text{Với: } \mu = -\frac{Z_2}{Z_1} \text{ và 4.22b.}$$

$$\text{Với: } r = -Z_2$$

Ví dụ 2: Tìm K_u cho mạch ở hình 4.23.

Giải:

Điện trở R_1 và R_2 tạo nên phản hồi tỷ lệ với U_r với điện áp trên R_1 .

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_r = U_{ph} \quad (a)$$

Lập phương trình vòng đầu vào:

$$-U_v + U_o + U_{ph} = 0; \quad (b)$$

$$U_o = U_v - U_{ph}; \quad (c)$$

Theo KĐTT có:

$$AU_o = U_r; \quad (d)$$

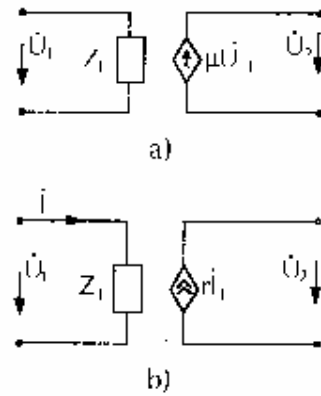
$$A \left(U_v - \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_r \right) = U_r; \quad (e)$$

đặt $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ là hệ số phản hồi thì (e):

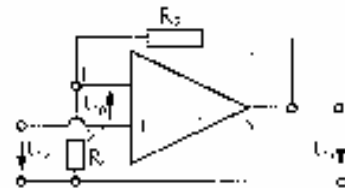
$$A(U_v - \beta U_r) = U_r; \quad (f)$$

$$\text{Giải ra: } K_u = \frac{U_r}{U_v} = \frac{A}{1 + \beta A}; \quad (g) \quad (4.81)$$

Trong kỹ thuật thường $\beta A > 20 \div 30$ vì thế gần đúng.



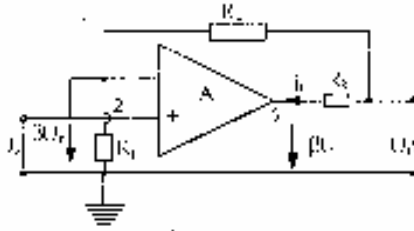
Hình 4.22.



Hình 4.23.

$$K_u \approx \frac{1}{\beta} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right); \quad (4.82)$$

Ví dụ 3: Tìm điện trở vào và ra cho sơ đồ mạch hình 4.24.



Hình 4.24.

Giải:

Để tìm điện trở vào của cửa ra cần phải ngắn mạch U_v (cực 2 nối với đất như hình vẽ).

Lập phương trình dòng qua R_3 , U_r và U_6 . Chú ý rằng với hồi tiếp $R_1/(R_1 + R_2) = \delta$ ta có điện áp trên R_1 là δu_r và vì qua KĐTT có $U_6 = -\delta A U_r$. Với dòng điện vào qua R_3 là i_r có:

$$\begin{aligned} U_6 - U_r &= -R_3 i_r; \\ -\delta A U_r - U_r &= -R_3 i_r = U_r (\delta A + 1) \end{aligned} \quad (a)$$

$$R_r = \frac{U_r}{i_r} = \frac{R_3}{1 + \beta A}; \quad (4.83)$$

Theo (4.83) điện trở ra giảm rất nhiều lần cỡ $(20 \div 30 = \delta A)$ so với R_3 điện trở nối liền cực ra của KĐTT. Dựa theo điều này người ta thường bỏ vẽ ngắn mạch đầu ra bằng cách nối $R_3 = 100 \div 200 \text{ } \Omega$. Nếu $R_3 = 0$ ta quan niệm rằng bản thân KĐTT có điện trở ra r_{ro} nào đó (cỡ vài chục ÷ vài trăm Ω) thì theo (4.83) điện trở ra của mạch:

$$R_{ra} = \frac{R_{ro}}{1 + \beta A}; \quad (4.84)$$

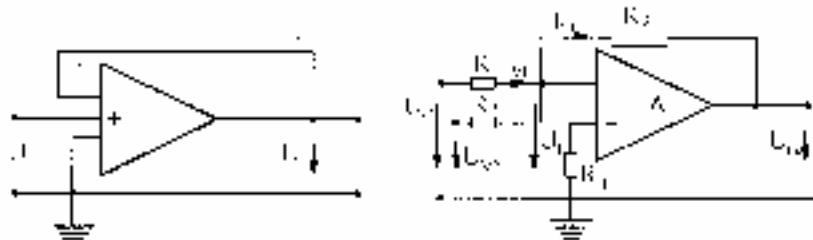
Tương tự như trên có thể coi rằng điện trở vào (giữa 2 điểm 1 và 2) là R_{v0} và vì vậy nó làm thay đổi R_v .

$$R_v = \frac{R_{v0}}{(1 + \beta A)^{-1}}; \quad (4.85)$$

Hay: $R_v = R_{v0} (1 + \beta A)$.

Công thức (4.85) đã làm tăng điện trở vào khi có hồi tiếp.

Ví dụ 4: Tìm điện trở vào và ra cho sơ đồ hình 4.25.



Hình 4.25.

Hình 4.26.

Giải:

Như đã phân tích ở ví dụ 3, nếu có $R_2 = 0$, $R_1 = \infty$ thì: $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1$.

Vậy sơ đồ 4.25 là mạch hồi tiếp $\beta = 1$, áp dụng công thức (4.84) và (4.85):

$$R_{ra} = R_{ro}/A \quad \text{và} \quad R_v = R_{vo}.A; \quad (4.86)$$

Theo (4.86) nhờ có mạch lặp lại $\beta = 1$ đã làm giảm điện trở ra và tăng điện trở vào của KĐTT. Điều này dùng làm hoà hợp giữa nguồn và tải.

Ví dụ 5: Xác định truyền đạt áp vào mạch hình 4.26.

Giải:

Giả sử chưa có đầu vào U_{v2} và R_2 ta có:

$$U_{ra} = -Au_1; \quad I_{v1} = (U_{v1} - U_1)/R_1$$

$$\text{Và} \quad I_{v1} = (U_1 - U_{ra})/R_3.$$

Giải 3 phương trình trên:

$$K_u = \frac{U_{ra}}{U_{v1}} = \frac{AR_3}{R_3 - R_1(1+A)}; \quad (4.87)$$

$$\text{Với:} \quad (A+1) \gg \frac{R_3}{R_1} \quad \text{vì } A = 10^3 \div 10^6$$

$$\text{Nên: } K_u = \frac{-R_3}{R_1}; \quad (4.88)$$

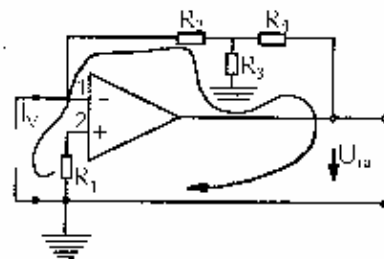
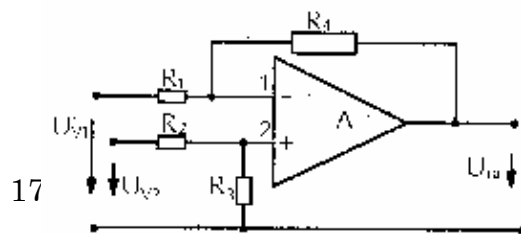
$$\text{Khi đó: } R_{v1} = \frac{U_{v1}}{I_1} = R_1; \quad (4.89)$$

Với U_{v1} ta có hàm truyền đạt $K_{u1} = \frac{-R_3}{R_1}$ thì theo mạch tuyến tính với u_{v2} có

$K_{u2} = -\frac{R_3}{R_2}$ có thể xếp chồng kết quả.

$$U_{ra} = K_{u1} u_{v1} + K_{u2} \cdot U_{v2} + \dots; \quad (4.89a)$$

Vậy từ (4.89a) nếu $K_{u1} = K_{u2} = \dots K_{un} = 1$ nghĩa là $R_1 = R_2 = R_3$ thì ta có mạch cộng



áp ngược.

$$U_{ra} = -U_{v1} - U_{v2} - U_{vk}; \quad (4.89)$$

Ví dụ 6: Tìm khuếch đại cho mạch hình 4.27.

Hình 4.27.

Hình 4.28.

Giải:

Dùng phương pháp xếp chồng với mạch đầu vào vi sai 4.27 có thể coi là 2 bài toán ứng với 2 đầu vào U_{v1} và U_{v2} như công thức (4.88) và (4.89):

$$U_{ra} = U_{v2} \frac{R_3}{R_2 + R_3} \left(1 + \frac{R_4}{R_1} \right) - U_{v1} \frac{R_4}{R_1}; \quad (4.89)$$

Chú ý trong công thức trên mạch vào U_{v2} đã bị suy giảm $\frac{R_3}{R_2 + R_3}$. Nếu chọn có quan hệ:

$$R_3/R_2 = R_1/R_4; \quad (4.90)$$

$$\text{Thì: } U_{ra} = (U_{v2} - U_{v1}) \cdot (R_3/R_1); \quad (4.91)$$

Công thức (4.91) được áp dụng cho mạch trừ, nếu $R_3 = R_1$ thì:

$$U_{ra} = U_{v2} - U_{v1}; \quad (4.92)$$

Ví dụ 7: Tìm quan hệ giữa dòng điện vào I_v với điện áp ra ở mạch hình 4.28.

Giải:

Mạch điện chính là mạch biến đổi dòng điện vào thành điện áp.

Xét vòng thể hiện trong mạch với xếp chồng:

$$U_1 - I_1 \left(R_2 + \frac{R_3 - R_4}{R_3 + R_4} \right) + U_{ra} \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 0$$

$$\text{Ở đây có: } |U_{ra}| = AU_1$$

Giải phương trình trên có:

$$U_{ra} = R_2 \left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} \right) I_v; \quad (4.93)$$

Phương trình (4.93) thể hiện điện áp ra U_{ra} phụ thuộc vào nguồn dòng I_v , nếu $R_4 = R_2 = R_3$ thì:

$$U_{ra} = 3 \cdot R_2 \cdot I_v; \quad (4.94)$$

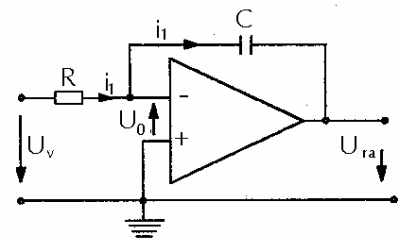
Công thức (4.94) để tính U_{ra} theo dòng vào và R_2 .

Ví dụ 8: Cho mạch hình 4.29.

Tính.

Giải:

Với $u_o \approx 0$ thì $u_v = i_1(t) \cdot R$



Hình 4.29.

$$u_{ra} = -\frac{1}{C} \int i_l(t) dt$$

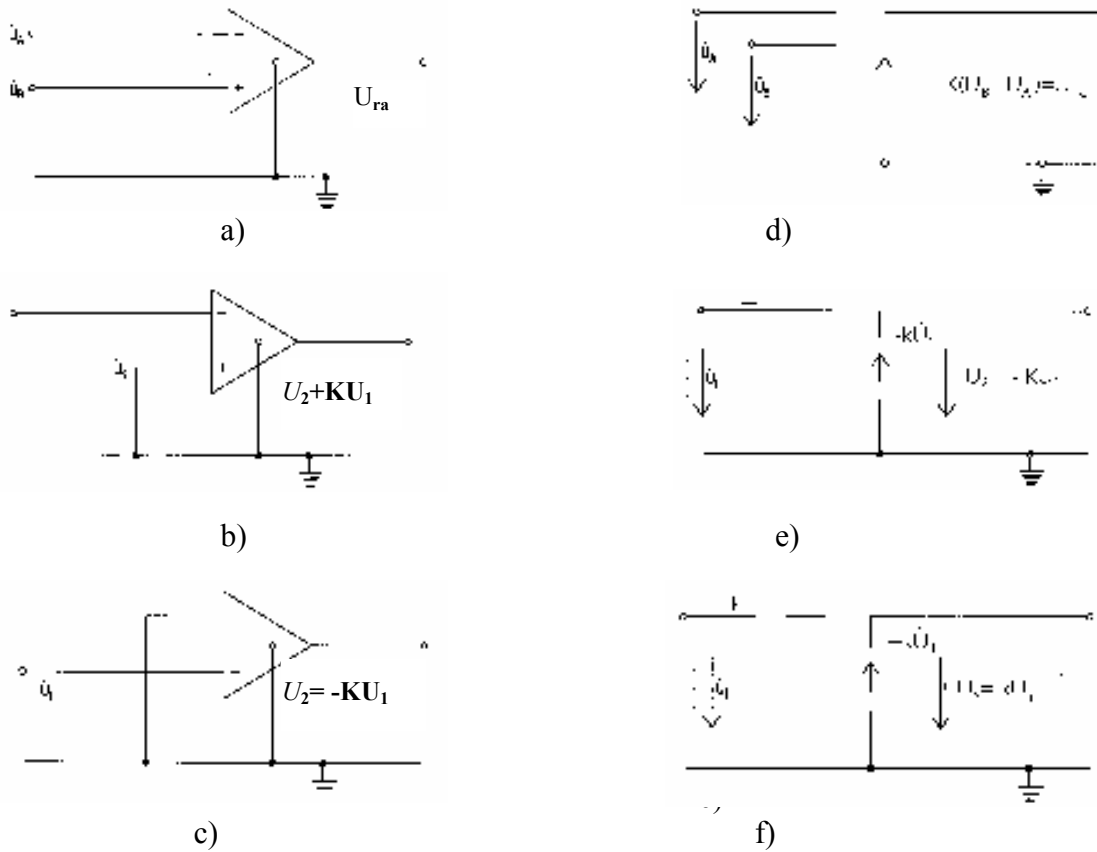
$$\text{Vậy: } u_{ra} = -\frac{1}{C} \int \frac{u_v(t)}{R} dt$$

$$u_{ra} = -\frac{1}{RC} \int u_v(t) dt; \quad (4.95)$$

Công thức cho quan hệ tích phân của điện áp ra theo điện áp vào và mạch hình 4.29 gọi là mạch tích phân.

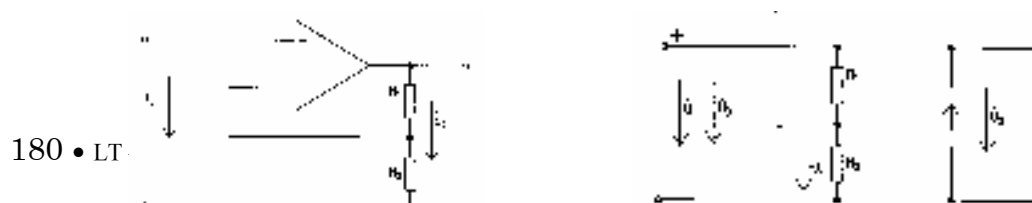
Ví dụ 9: Lập các sơ đồ sử dụng KĐTT thường gặp và thay thế nó bằng các sơ đồ tương đương để dễ phân tích.

Giải: Có 3 dạng thường sử dụng ở hình (4.30a,b,c) có thể lập sơ đồ tương đương hình (4.30d,e,f):



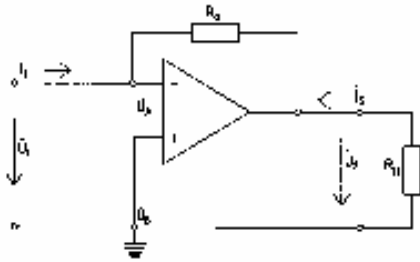
Hình 4.30.

Với mạch KĐTT không có nối đất (mát) có thể sử dụng 3 sơ đồ hình 4.31a,b,c. Có thể lập các sơ đồ tương đương ở hình 4.31e,f, g, và các hệ số K_u , K_i của nó.

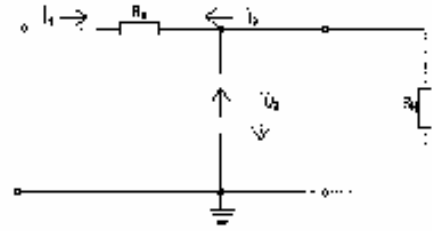


a)

với
$$K_u \approx \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{(R_2 + R_1)}{R_2}$$

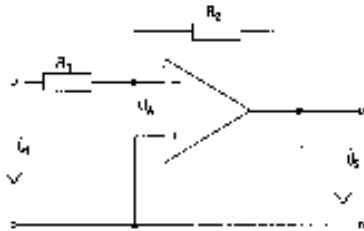


e)



b)

với
$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{R_0}{R_H}$$



c)

f)



g)

$$K_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Hình 4.31.

Các câu hỏi ôn tập, kiểm tra đánh giá chương 4.

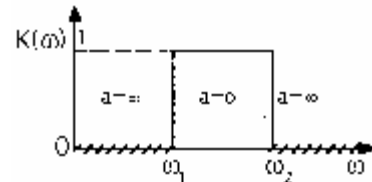
- 1/Các mạng 4 cực không tương hỗ lý tưởng (không có trở kháng, dẫn nạp, 1 nguồn điều khiển) có các dạng nào và đặc điểm các phương trình của chúng
- 2/Các mạng 4 cực không tương hỗ thực tế (có đủ trở kháng, dẫn nạp và 1 nguồn điều khiển) có các dạng nào và đặc điểm các phương trình của chúng
- 3/Các dạng sơ đồ tương đương của mạng 4 cực không tương hỗ (hình ảnh, ẽ với một nguồn điều khiển và sơ đồ hai nguồn điều khiển).
- 4/ Phương hóng phân tích bài toán mạng 4 cực không tương hỗ : tính toán K_e, K_u, K_i và các Z_v .
- 5/ Đặc điểm Girator và ứng dụng của nó .
- 6/ Đặc điểm NIC và ứng dụng của nó .
- 7/ Các sơ đồ thay thế Tranzitor khi nối chung khác nhau (B, E và C chung) theo các thông số r_b, r_e, r_c và r_m, β, α .
- 8/ Phân tích sơ đồ Tranzitor E chung theo các phương trình ma trận : Z, Y và H.
- 9/ Các thông số và các đặc trng của khuếch đại thuật toán (KĐTT). Phân tích các sơ đồ dùng KĐTT thông dùng trong kỹ thuật : khuếch đại đảo, không đảo, vi phân, cộng, phối hợp trở kháng ..

CHƯƠNG V

MẠCH LỌC TẦN SỐ

5.1. KHÁI NIỆM TỔNG QUÁT

Mạch lọc là mạng bốn cực đặc biệt có tính chất lọc đối với tần số. Đó là cho qua dễ dàng tín hiệu ở dải tần này (gọi là dải thông) và chặn hẳn, hạn chế tín hiệu ở dải tần khác (gọi là dải chặn). Như đã biết một mạng bốn cực đều có tính chất suy giảm và mạch lọc thể hiện như sau: ở dải thông độ suy giảm $a(\omega)$ là rất nhỏ hoặc bằng không: $a(\omega) = 0$ còn ở dải chặn suy giảm bằng vô cùng lớn hoặc rất lớn: $a(\omega) = \infty$. Mạch lọc lý tưởng có tính chất sau:



Hình 5.1.

$$K(\omega) = \frac{U_2(\omega)}{U_1(\omega)} = \begin{cases} 1 & \text{trong dải thông} \\ 0 & \text{trong dải chặn} \end{cases}$$

Trên hình 5.1 biểu thị $k(\omega)$ và tương ứng $a(\omega)$ trong đó dải thông là $(\omega_1 \div \omega_2)$ có $a = 0$, $k(\omega) = 1$ còn hai dải chặn $(0 \div \omega_1)$ và $a(\omega) = \infty$ có $k(\omega) = 0$.

Để dễ có điều kiện

$$a(\omega) = 0 \quad \text{hay} \quad k(\omega) = 1 \quad (5.1)$$

trong dải thông thì mạch lọc với tư cách là mạng 4 cực phải làm việc với tải hoà hợp ở cả hai phía cửa 1 và cửa 2. Với hệ số khuếch đại.

$$e^g = e^a \cdot e^{jb} = \frac{U_1(j\omega)}{U_2(j\omega)} = \frac{I_1(j\omega)}{I_2(j\omega)} \quad (5.2)$$

để có $a(\omega) = 0$

$$\text{thì:} \quad g = jb = j \operatorname{Arg} [u_1(j\omega) / u_2(j\omega)] \quad (5.3)$$

Theo (5.3) điều kiện về góc lệch pha của tín hiệu giữa hai cửa không ảnh hưởng tới tính lọc của mạch lọc.

Nếu quan tâm tới đồng thời cả dòng và áp trên 2 cửa mạch lọc thì từ (5.2) có:

$$\frac{U_1(\omega)}{U_2(\omega)} = \frac{I_1(\omega)}{I_2(\omega)} = e^{a(\omega)} = 1 \quad (5.4)$$

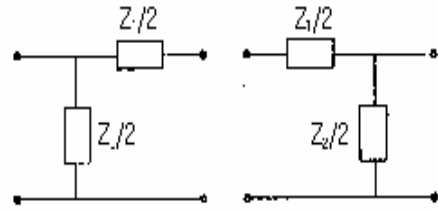
Từ (5.4) rút ra: $U_1(\omega) = U_2(\omega)$

$$\text{Và} \quad I_1(\omega) = I_2(\omega) \quad (5.5)$$

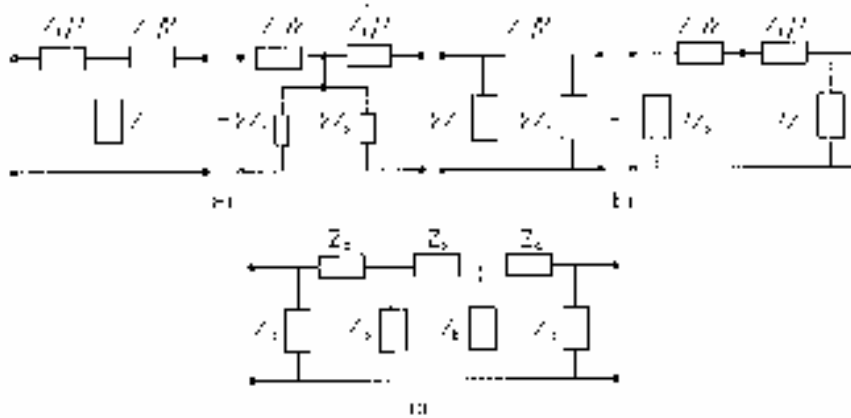
Để thực hiện được (5.5) mạch lọc phải là thuần kháng để không mất mát năng lượng qua nó. Vì vậy mạch lọc tần số có hai đặc điểm sơ bộ là: làm việc với tải hoà hợp và thuần kháng.

5.2. SƠ ĐỒ MẠCH LỘC VÀ TRỞ KHÁNG ĐẶC TÍNH

Mạch lọc đơn giản nhất là dạng Γ thuận và Γ ngược như hình 5.2. Ở đây ta chuẩn hoá với nhánh dọc chứa trở kháng $z_1 / 2$ (hay $z_a/2$) còn nhánh ngang chứa trở kháng $2 \cdot z_2$ (hay $2z_b$). Nếu ghép nối xâu chuỗi các mắt lọc Γ ... trên ta có thể lập được các mạch lọc đối xứng hình T và π như các hình 5.2a, b. Để tăng hiệu quả lọc (tăng độ chọn lọc tần số) có thể xâu chuỗi càng nhiều các mắt lọc, lúc đó mạch lọc là dạng xâu chuỗi liên tiếp của mắt Γ ... như hình 5.3c.



Hình 5.2.



Hình

5.3.

Chú ý rằng với mạch lọc đối xứng hình T hoặc hình Π ta có nhánh dọc Z_1 và nhánh ngang Z_2 .

Việc chuẩn hoá sơ đồ các mắt lọc trên sẽ dễ dàng xây dựng các công thức phân tích chúng. Sau đây sẽ xác định trở kháng sóng của các cửa cho mọi mắt lọc.

Với hình T (5.3a) có thể tính:

$$A_{11} = chg_T = \frac{\dot{u}_1}{\dot{u}_2} \bigg|_{i_2=0} = 1 + \frac{z_1}{2z_2}; \quad (5.6)$$

$$A_{12} = \frac{\dot{u}_1}{\dot{i}_2} \bigg|_{\dot{u}_2=0} = \frac{z_1^2 / 4 + z_1 z_2}{z_2}; \quad (5.7)$$

$$A_{21} = \frac{\dot{i}_1}{\dot{u}_2} \bigg|_{i_2=0} = \frac{1}{z_2}; \quad (5.8)$$

Theo công thức trở kháng sóng của mạng 4 cực đối xứng hình T.

$$z_{0T} = z_{CT} = \sqrt{A_{12}/A_{21}} = \sqrt{z_1^2/4 + z_1 z_2} = \sqrt{z_1 z_2 (1 + z_1/4z_2)} \quad (5.9)$$

Với hình π (5.3b) có:

$$A_{11} = \text{chg } \pi = 1 + z_1/2z_2 \quad (5.10)$$

Tương tự như cách tính với mạng hình T trên sau khi tìm A_{12} , A_{21} của hình π ta có công thức sau:

$$z_{0\Pi} = z_{C\Pi} = \sqrt{z_1 z_2 / (1 + z_1/4z_2)} \quad (5.11)$$

Xét các mắt lọc không đối xứng hình Γ thuận và Γ ngược trên hình 5.4a, b có thể thấy tính không đối xứng theo cách xét trở kháng sóng 2 cửa z_{01} và z_{02} hay z_{c1} và z_{c2} .

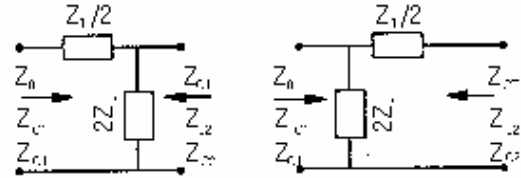
Với mạng 4 cực không đối xứng tìm các trở kháng sóng theo công thức:

$$z_{01} = \sqrt{\frac{A_{11} \cdot A_{22}}{A_{21} \cdot A_{12}}}; \quad z_{02} = \sqrt{\frac{A_{22} \cdot A_{12}}{A_{21} \cdot A_{11}}} \quad (5.12)$$

Áp dụng (5.12) có thể tìm được z_{01} , z_{02} hay z_{c1} , z_{c2} đặc biệt là dù theo hình Γ thuận hay hình Γ ngược, nếu nhìn vào cửa đó thấy nó giống trở kháng hình T thì có z_{CT} và thấy giống hình Π sẽ có $z_{C\Pi}$.

Từ kết quả này ta thấy mối quan hệ giữa các mắt lọc đối xứng và không đối xứng, cũng từ điều đó còn tìm được nhiều quan hệ tương ứng khác.

Kết luận lại, trở kháng sóng, trở kháng đặc tính của mạch lọc với sơ đồ chuẩn hoá z_1 , z_2 như hình 5.2, 5.3 thì mọi mạch lọc hình thang (dạng 5.4) bất kỳ chỉ có hai kết quả.



Hình 5.4.

$$z_{CT} = \sqrt{z_1 \cdot z_2 (1 + z_1/4z_2)}$$

$$z_{C\Pi} = \sqrt{z_1 \cdot z_2 / (1 + z_1/4z_2)}$$

5.3. ĐIỀU KIỆN GIẢI THÔNG CỦA MẠCH LỌC VÀ TẦN SỐ CẮT

Với mạch lọc đã biết kết cấu z_1 , z_2 cần xác định điều kiện cho một tần số nào đó nằm trong giải thông hay ngược lại dải chắn của mạch.

Như trên đã định nghĩa có dải thông $a(\omega) = 0$ thì.

$$g(j\omega) = g \text{ j } b(\omega) \quad (5.13)$$

$$\text{hay } \text{thg} = j \text{ tg } b(\omega) \quad (5.14)$$

Thêm nữa để không mất mát năng lượng qua mạch lọc, chúng là thuần kháng thì có thể viết trong giải thông các trở kháng z_1 , z_2 chỉ là điện kháng.

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= jx_1(\omega) \\ z_2 &= jx_2(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

Xét các trở kháng đặc tính z_{CT} và $z_{C\Pi}$ mà trong mạch lọc cần làm việc hoà hợp với tải tại giải thông với điều kiện thuần kháng của z_1 , z_2 (theo 5.15) thì:

$$z_{CT} = \sqrt{-x_1 \cdot x_2 (1 + x_1 / 4x_2)} \quad (5.16)$$

$$z_{CT} = \sqrt{x_1 \cdot x_2 / (1 + x_1 / 4x_2)} \quad (5.17)$$

Theo công thức tính $A_{11} = chg$ của hai mạch lọc hình T và hình Π thì thấy rằng: không phân biệt T hay Π chúng đều có công thức (5.18) sau:

$$A_{II} chg_T = chg_{II} = 1 + \frac{z_1}{2z_2} \text{ theo (5.6) và (5.10)} \quad (5.18)$$

Toán học cho công thức:

$$Chg = ch(a + jb) = cha \cdot \cos b + j sha \cdot \sin b \quad (5.19)$$

Cân bằng chúng (5.18 và 5.19)

$$\begin{cases} cha \cdot \cos b + j sha \cdot \sin b = 1 + \frac{z_1}{2z_2} = A_{11} \end{cases} \quad (5.20)$$

Với điều kiện thuần kháng của z_1, z_2 như (5.15) thì A_{11} là số thực.

$$A_{11} = 1 + \frac{x_1}{2x_2} \equiv \text{Re} \quad (\text{số thực}) \quad (5.21)$$

Từ phương trình (5.20) rút ra hai phương trình:

$$\begin{cases} cha \cdot \cos b = 1 + \frac{z_1}{2z_2} = 1 + \frac{x_1}{2x_2} \\ sha \cdot \sin b = 0 \end{cases} \quad (5.22)$$

$$(5.23)$$

Trong giải thông $a(\omega) = 0$ nên $cha(\omega) = 1$ suy ra từ (5.22).

$$\cos b = 1 + \frac{z_1}{2z_2} = 1 + \frac{x_1}{2x_2} \quad (5.24)$$

Vì $-1 \leq \cos b \leq 1$ nên:

$$-1 \leq 1 + \frac{z_1}{2z_2} = 1 + \frac{x_1}{2x_2} \leq 1 \quad (5.25)$$

Từ (5.25) ta có:

$$-1 \leq 1 + \frac{z_1}{2z_2} \quad \text{hay} \quad -1 \leq \frac{z_1}{4z_2} \quad (5.26)$$

$$\text{và:} \quad 1 + \frac{z_1}{2z_2} \leq 1 \quad \text{hay} \quad \frac{z_1}{4z_2} \leq 0 \quad (5.27)$$

Phương trình (5.26) và (5.27) là hệ phương trình xác định giải thông viết gộp lại.

$$-1 \leq \frac{z_1}{4z_2} \leq 0 \quad (5.28)$$

Mạch lọc thuần kháng do z_1 là jx_1 và z_2 là jx_2 nên

$$-1 \leq \frac{x_1}{4x_2} \leq 0 \quad (5.29)$$

$$\text{Từ (5.29) suy ra: } x_1/x_2 \leq 0. \quad (5.30)$$

Cho ta nhận xét điện kháng của $x_1(\omega)$ và $x_2(\omega)$ trong giải thông phải có giá trị dấu ngược nhau (trái dấu của x_1 và x_2).

$$\text{Xét (5.29) } -1 \leq \frac{z_1}{4z_2} \text{ suy ra: } 0 \leq 1 + \frac{z_1}{4z_2}$$

$$\text{và thuận kháng: } 1 + \frac{x_1}{4x_2} \geq 0 \quad (5.31)$$

$$\text{Theo (5.30) có } x_1/x_2 \leq 0 \text{ thì suy ra } x_1 \cdot x_2 \leq 0. \quad (5.32)$$

Thế $x_1(\omega) \cdot x_2(\omega) \leq 0$ và $1 + x_1(\omega)/4x_2(\omega) \geq 0$ vào công thức (5.16) và (5.17) sẽ đánh giá được trở kháng đặc tính z_{CT} và z_{CH} như sau:

Trong giải thông:

$$\begin{aligned} z_{CT} &= R_{CT}(\omega) \\ z_{CH} &= R_{CH}(\omega) \end{aligned} \quad (5.33)$$

Đó là giá trị thực của trở kháng đặc tính trong giải thông dù ở mạch lọc hình T hay Π và mở rộng cho cả hình Γ thuận và ngược.

Như thế, ngoài đặc điểm thuận kháng của Z_1 và Z_2 tính hoà hợp trong giải thông ứng với các trở kháng sóng Z_{CH} , $Z_{C\pi}$ thì còn có hai điều kiện nữa là: Trong giải thông các trở kháng sóng các cửa phải có giá trị thực (5.33) và tính trái dấu của các điện kháng $x_1(\omega)$ và $x_2(\omega)$.

Cùng với tính chất trên có thể xác định giải thông của mạch lọc theo (5.29).

$$1 \leq \frac{x_1(\omega)}{4x_2(\omega)} \leq 0$$

Ranh giới giữa giải thông và dải chặn gọi là các tần số cắt. Từ bất phương trình trên xác định các tần số cắt lại giới hạn của chúng.

$$\frac{x_1(\omega)}{4x_2(\omega)} = 0 \quad (5.34)$$

$$\text{và } x_1(\omega) = -4x_2(\omega) \quad (5.35)$$

Ở phương trình (5.34) có 2 trường hợp xảy ra:

$$\text{Nếu } x_2(\omega) \text{ là hữu hạn thì: } x_1(\omega) = 0; \quad (5.36)$$

$$\text{Nếu } x_1(\omega) \text{ là hữu hạn thì: } x_2(\omega) = \infty, \quad (5.37)$$

Ba phương trình (5.35), (5.36), (5.37) cho phép xác định mọi tần số của mạch lọc.

5.4. KHÁI NIỆM VỀ ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA NHÁNH THUẦN KHÁNG

5.4.1. Đặc tính tần số nhánh nối tiếp L-C

Với $z_{LC} = jx_L + jx_C = jx_{LC}$

$$\text{Với } \begin{cases} x_L = \omega L \\ x_C = -\frac{1}{\omega C} \end{cases}$$

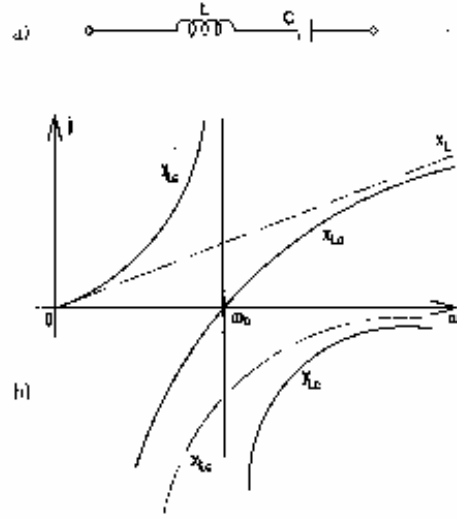
Vẽ các đồ thị $x_L(\omega)$, $x_C(\omega)$ sau đó cộng đồ thị có

$$x_{LC}(\omega) = x_L(\omega) + x_C(\omega)$$

Các đồ thị được thể hiện trên hình 5.5b.

Tại $x_{LC}(\omega) = 0$ có $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ là tần số

đặc biệt riêng của nhánh. Trong kỹ thuật điện tử quan tâm tới Y_{LC} – dẫn nạp nhánh.



Hình 5.5.

$$\text{Với } Y_{LC} = \frac{1}{z_{LC}} = \frac{1}{jx_{LC}} = +j \left[\frac{1}{-x_{LC}(\omega)} \right] = jy_{LC}(\omega)$$

$$\text{Vậy có dẫn nạp mô đun } y_{LC}(\omega) = \frac{1}{-x_{LC}(\omega)}$$

Để thực hiện phép tính $y_{LC}(\omega)$ ta nghịch đảo $x_{LC}(\omega)$ và đảo dấu, đồ thị $y_{LC}(\omega)$ vẽ ở hình 5.5b có vô cực (∞) ở tần số ω_0 .

5.4.2. Đặc tính tần số mạng vòng L//C (hình 5.6)

$$\text{Với } Y_{L//C} = jy_C + jy_L = jy_{L//C}$$

$$\text{Với } \begin{cases} y_C = \omega C \\ y_L = -\frac{1}{\omega L} \end{cases}$$

Đồ thị $y_C(\omega)$, $y_L(\omega)$ vẽ ở hình 5.6b

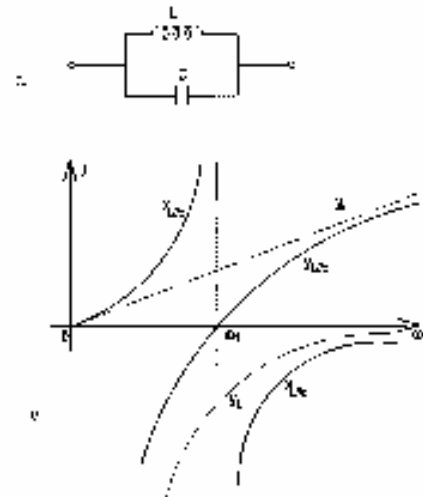
Cộng đồ thị có: $y_{L//C}(\omega) = y_C + y_L$

Các đồ thị được thể hiện trên hình 5.5b.

Với $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ là tần số riêng vòng L//C

Khi xét

$$Z_{L//C} = \frac{1}{Y_{L//C}} = \frac{1}{y_{L//C}} = jx_{L//C}$$



Hình 5.6.

Sẽ vẽ được: $x_{L//C}(\omega) = \frac{-1}{y_{L//C}(\omega)}$ nhờ phép nghịch đảo và đảo dấu.

Đồ thị $x_{L//C}(\omega)$ có điểm cực (∞) tại ω_1 .

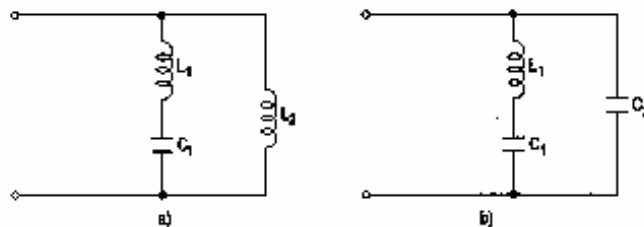
5.4.3. Đặc tính tần các nhánh LC nối song song

Với mạch có nhánh LC nối song song có thể tìm được đặc tính tần $y(\omega)$ hay $x(\omega)$ bằng đồ thị. Xét mạch đơn giản thường gặp hình 5.7a, b có thể cộng đồ thị.

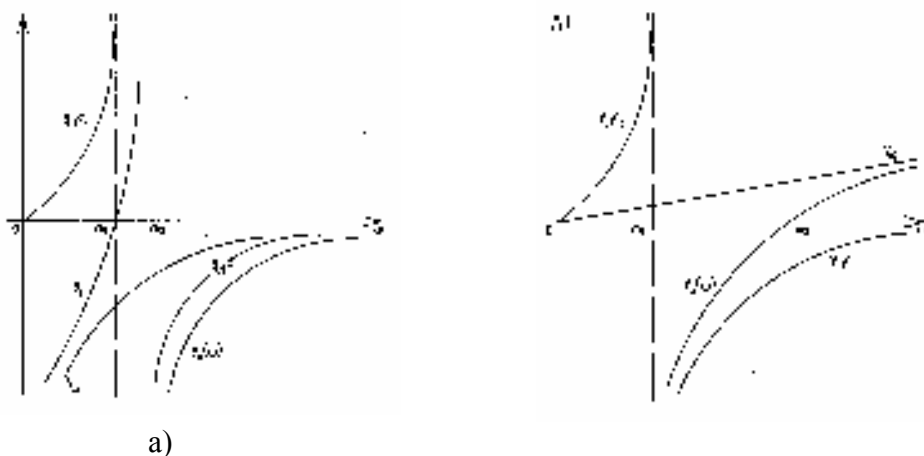
$y_a(\omega) = y_{L1C1}(\omega) + y_{L2}(\omega)$ với hình a.

$y_b(\omega) = y_{L1C1}(\omega) + y_{L2}(\omega)$ với hình b

Thể hiện $y_a(\omega)$, $y_b(\omega)$ ở hình 5.8a, b.



Hình 5.7.



b)

Hình 5.8.

Các tần số giá trị $\omega_{3a} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$, $\omega_{1b} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ là các tần số riêng của nhánh 1.

Còn tần số đặc biệt sẽ tìm theo.

$y_a(\omega) = 0$	có	ω_{1a}
$y_b(\omega) = 0$	có	ω_{3b}

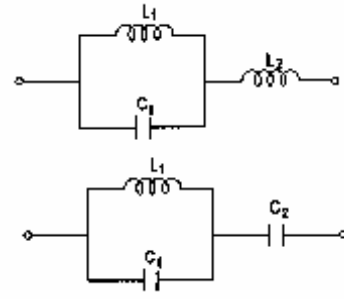
5.4.4. Đặc tính tần các mạch vòng L//C nối tiếp hình 5.9

Có thể suy luận để tìm $x_a(\omega)$ và $x_b(\omega)$ với mạch hình 5.9a, b như các mạch hình 5.7a, b như sau:

$$x_a(\omega) = x_{L1C1}(\omega) + x_{L2}(\omega)$$

$$x_b(\omega) = x_{L1C1}(\omega) + x_{C2}(\omega)$$

Đường cong $x_a(\omega)$ có dạng $y_b(\omega)$ ở hình 5.8b còn $x_b(\omega)$ có dạng đường $y_a(\omega)$ ở hình 5.8a.



Hình 5.9.

5.4.5. Hệ số suy giảm $a(\omega)$ dịch pha $b(\omega)$ và trở kháng đặc tính $Z_c(\omega)$ của mạch lọc thuần kháng

Như trên đã phân tích các đặc điểm của giải thông với $X_1(\omega)$, $X_2(\omega)$, $Z_C(\omega)$ ở lọc thuần kháng. Sau đây sẽ thiết lập các công thức để xác định các thông số quan trọng $a(\omega)$, $b(\omega)$, $Z_c(\omega)$ của lọc ở cả hai giải thông và dải chắn.

Xét trong giải thông $a(\omega) = 0$, $cha(\omega) = 1$.

$$-1 \leq \cos b = 1 + \frac{x_1(\omega)}{2x_2(\omega)} \leq 1$$

$$\text{Vậy} \quad b(\omega) = \text{Arccos} \left[1 + \frac{x_1(\omega)}{2x_2(\omega)} \right] \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} Z_{CT} &= R_{CT}(\omega) \\ Z_{CT} &= R_{CT}(\omega) \end{aligned} ; \text{ xem công thức (5.16) và (5.17)} \quad (5.39)$$

Xét trong dải chắn $a(\omega) \neq 0$ thì $sha(\omega) \neq 0$. Để cho phương trình (5.23) $sha(\omega) \cdot \sin b(\omega) = 0$ với $sha(\omega) \neq 0$ phải có.

$$\sin b(\omega) = 0 \quad (5.40)$$

Với (5.40) có hai trường hợp.

* $b(\omega) = 0$ thì $\cos b = 1$ và theo (5.22) có.

$$cha(\omega) \cdot \cos b(\omega) = cha(\omega) = 1 + \frac{X_1(\omega)}{2X_2(\omega)} \quad (5.41a)$$

$$\text{hay:} \quad a(\omega) = \text{Arcch} \left[1 + \frac{X_1(\omega)}{2X_2(\omega)} \right] \quad (5.41b)$$

* $b(\omega) = \pm\pi$ thì $\cos b = -1$ và theo (5.22) có.

$$cha(\omega) \cdot \cos b(\omega) = -cha(\omega) = 1 + \frac{X_1(\omega)}{2X_2(\omega)} \quad (5.42a)$$

$$\text{hay:} \quad a(\omega) = \text{Arcch} \left[-1 - \frac{X_1(\omega)}{X_2(\omega)} \right] \quad (5.42b)$$

Vậy trong dải chặn tùy thuộc vào $b(\omega) = 0$ hay $b(\omega) = \pm\pi$ mà $a(\omega)$ có giá trị theo (5.41) hoặc (5.42).

Trong dải chặn với các điều kiện ngược lại của giải thông là:

$$\begin{cases} \frac{x_1(\omega)}{4x_2(\omega)} \leq -1 \end{cases} \quad (5.43)$$

$$\begin{cases} \frac{x_1(\omega)}{4x_2(\omega)} \geq 0 \end{cases} \quad (5.44)$$

Thế (5.43) và (5.44) vào (5.16), (5.17) sẽ suy ra trong dải chặn các trở kháng đặc tính $Z_{C\pi}$ hay Z_{CT} phải là số ảo.

$$z_{CT} = \pm j \sqrt{x_1(\omega) \cdot x_2(\omega) \cdot \left[1 + \frac{x_1(\omega)}{4x_2(\omega)} \right]} = \pm jx_{CT}(\omega) \quad (5.45)$$

$$z_{C\pi} = \pm j \sqrt{x_1(\omega) \cdot x_2(\omega) \cdot \left[1 + \frac{x_1(\omega)}{4x_2(\omega)} \right]} = \pm jx_{C\pi}(\omega) \quad (5.46)$$

Chú ý khi khai căn của (5.45) và (5.46) có thể xét các trường hợp sau.

$$\begin{aligned} \sqrt{(+j)(+j)} &= +j \\ \sqrt{(-j)(-j)} &= -j \\ \sqrt{(-j)(+j)} &= 1 \end{aligned} \quad (5.47)$$

Theo (5.45) và (5.46) các trở kháng đặc tính z_{CT} , $z_{C\pi}$ có thể tương đương như các phần tử điện cảm (+j) hoặc điện dung (-j). Dù là điện cảm hay điện dung có thể chỉ ra tính chất của chúng là luôn luôn tăng theo tần số, nghĩa là:

$$\frac{\partial}{\partial \omega} [\pm jX_c] > 0 \quad (5.48)$$

Tính chất (5.48) rất thuận để khảo sát đồ thị tần số hay phổ của các trở kháng đặc tính.

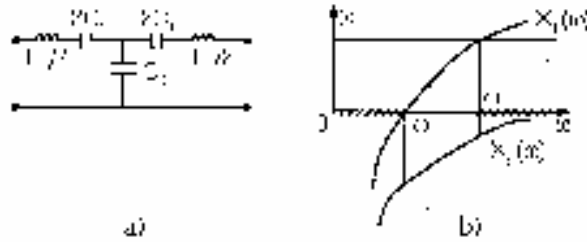
Với các điều kiện khác nhau của $b(\omega)$ trong dải chặn có thể xác định sự tương quan của $X_1(\omega)$ và $X_2(\omega)$ với $b(\omega)$.

$b(\omega)$ cũng tăng theo độ tăng của tần số

Và $b(\omega) = 0$ thì $X_1(\omega)$ và $X_2(\omega)$ cùng dấu.

Còn trong dải thông $a(\omega) = 0$ thì $b(\omega) = \arccos \left[1 + \frac{x_1(\omega)}{2x_2(\omega)} \right]$ thường cùng với dấu $x_1(\omega)$

Ví dụ 1: mạch lọc hình 5.10a có $L_1 = 10\text{mH}$, $C_1 = 1\mu\text{F}$, $C_2 = 0,5\mu\text{F}$. Hỏi có thể làm lọc được không và nếu có thì giải thông là bao nhiêu, xác định $a(\omega)$, $b(\omega)$ và $z(\omega)$?



Hình 5.10.

Giải:

Xây dựng đặc tính tần để phân tích hình 5.10b.

$$z_1 = jx(\omega) = j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) = j\frac{\omega^2 L_1 C_1 - 1}{\omega C_1}$$

$$z_2 = -j\frac{1}{\omega C_2}$$

Từ điều kiện của lọc thuần kháng $-1 \leq \frac{x_1(\omega)}{4x_2(\omega)} \leq 0$ có thể tìm ra ω_1 và ω_2 trên hình.

Tại $X_1(\omega) = 0$ suy ra: $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$

Tại $X_1(\omega) = -4X_2(\omega)$ suy ra: $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_1} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{4}{C_2} \right)}$

Thay vào trên: $\omega_1 = 10^4 \text{ Rad/s}$
 $\omega_2 = 3.10^4 \text{ Rad/s}$

Ta có: $x_1(\omega) = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} = 10^2 \left(\omega - \frac{10^{-8}}{\omega} \right)$

$$x_2(\omega) = \frac{-1}{\omega C_2} = -2.10^6 / \omega$$

Lập $\frac{x_1(\omega)}{2x_2(\omega)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\omega^2.10^8$

Áp dụng các công thức ở trên trong giải thông $a(\omega) = 0$ còn.

$$b(\omega) = \arccos\left(1 + \frac{x_1}{\omega 2x_2}\right) = \arccos\left(\frac{5}{4} - 10^{-8} \frac{\omega^2}{4}\right)$$

Trong dải chặn $a(\omega) \neq 0$ được chia làm hai đoạn.

Từ: $\omega = 0 \div \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = 10^4 \text{ Rad/s}$

$$a(\omega) = \operatorname{arcch}\left(1 + \frac{x_1}{2x_2}\right) = \operatorname{arcch}\left(\frac{5}{4} - 10^{-8} \frac{\omega^2}{4}\right)$$

và: $b(\omega) = 0$ vì $x_1(\omega)$ cùng dấu $x_2(\omega)$.

từ : $\omega = \omega_2 \div \infty$ với $\omega_2 = 3 \cdot 10^4$ Rad/s

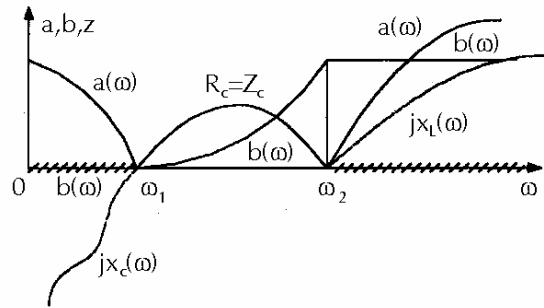
$$a(\omega) = \operatorname{arcch}\left(-1 - \frac{x_1}{2x_2}\right) = \operatorname{arcch}\left(-\frac{5}{4} + 10^{-8} \frac{\omega^2}{4}\right)$$

$b(\omega) = +\pi$ vì $x_1(\omega)$ trái dấu $x_2(\omega)$.

Đối với trở kháng đặc tính có:

$$z_{CT} = \sqrt{-x_1 x_2 \left(1 + \frac{x_1}{4x_2}\right)} = 50 \cdot \sqrt{10 - 10^{-8} \omega^2 - 9 \frac{10^8}{\omega^2}}$$

Các thông số $a(\omega)$, $b(\omega)$, $z_c(\omega)$ vẽ trên hình 5.10c.



Hình 5.10c.

Ví dụ 2: Cho mạch lọc hình Γ hình 5.11 có $L = 10\text{mH}$, $C = 1\mu\text{F}$. Hở lọc này làm hoà hợp giữa máy phát và tải mà máy phát có trở kháng trong thuần $r_o = 250\Omega$ thì giải tần nào là giải thông, lúc đó giá trị tải là bao nhiêu là tốt cùng tần số đang làm việc.

Giải:

So sánh với sơ đồ chuẩn Γ có: $x_1(\omega) = -\frac{2}{\omega C}$, $x_2 = \frac{\omega L}{2}$

Thay số vào: $x_1 = -2 \cdot 10^6 / \omega$; $x_2 = 10^{-2} \omega / 2$.

Cửa 1 nối với nguồn.

$$z_{CT} = \sqrt{-x_1 x_2 \left(1 + \frac{x_1}{4x_2}\right)} = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{1 - 10^8 / \omega^2}}$$

Cửa 2 với tải:

$$z_{CT} = \sqrt{-x_1 x_2 \left(1 + \frac{x_1}{4x_2}\right)} = 100 \cdot \sqrt{1 - \frac{10^8}{\omega^2}}$$

Lý thuyết mạch điện

Phương trình tần số cắt: $x_1(\omega) = 0$ $\omega_2 = \infty$; $x_1(\omega) = -4x_2(\omega)$

$$\omega_1 = \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4 \text{ Rad/s}$$

Với giải thông $\omega_1 \div \omega_2 = 10^4 \div \infty \text{ Rad/s}$

Cần làm việc hoà hợp về phía nguồn.

$$r_o = z_{CT} = 250\Omega.$$

$$\text{Vậy: } 250 = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{1 - 10^8 / \omega^2}}$$

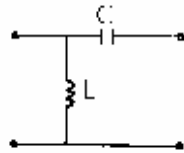
$$\text{Suy ra: } \omega^2 = \omega_{lv}^2 = 10^8 / 0,84; \quad \omega_{lv} = 1,09 \cdot 10^4 \text{ Rad/s.}$$

$$\text{Vậy: } f_{lv} = \frac{\omega_{lv}}{2\pi} = 1,74 \text{ KHz}$$

$$\text{So sánh: } \omega_{lv} > \omega_2 = 10^4 \text{ Rad/s.}$$

Vậy nó nằm trong giải thông tại ω_{lv} chọn điện trở tải thích hợp bằng z_{CT} của lọc.

$$R_l = z_{CT} = 100 \cdot \sqrt{1 - \frac{10^8}{\omega_{lv}^2}} = 40\Omega$$



Hình 5.11.

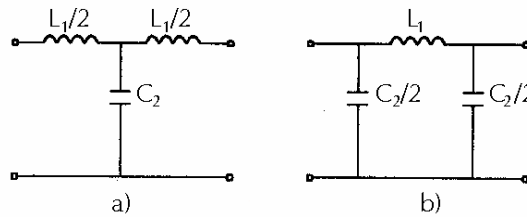
5.5. MẠCH LỌC LOẠI K

Mạch lọc loại K thoả mãn điều kiện: tích tổng trở kháng dọc z_1 và nhánh ngang z_2 bằng K^2 với K là một hằng số.

$$Z_1(j\omega) \cdot Z_2(j\omega) = K^2 \quad (5.49)$$

5.5.1. Lọc thông thấp loại K

Sơ đồ hình T và Π của lọc thông thấp loại K cho ở hình 5.12a, b.



Hình 5.12.

$$Z_1 = j\omega L_1 \quad \text{và} \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2} = -j \frac{1}{\omega C_2}$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = K^2, \text{ suy ra } K = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \quad (5.50a)$$

$$\text{Hay: } X_1(\omega) \cdot X_2(\omega) = \omega L_1 \left(-\frac{1}{\omega C_2} \right) = -K^2 \quad (5.50b)$$

Tần số giới hạn giải thông: $Z_1(j\omega) = 0$ suy ra $\omega = 0$.

$$Z_1 = -4 Z_2 \text{ hay } j\omega L_1 = j \frac{4}{\omega C_2}; \quad \text{suy ra } \omega = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}} \quad (5.51)$$

Trong giải thông.

$$a(\omega) = 0, \text{ pha}(\omega) = 0, \cos b = \left[1 + \frac{X_1(\omega)}{2X_2(\omega)} \right] = 1 - \frac{\omega L_1}{2/\omega C_2} = 1 - \frac{2\omega^2}{\omega_0^2}$$

$$b(\omega) = \arccos = \left[1 - 2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right] \quad (5.52)$$

$$\text{Tại: } \omega = 0, \quad b(0) = 0 = \arccos \left[1 - \frac{2\omega^2}{\omega_0^2} \right]$$

$$\omega = \omega_0, \quad b = \arccos(-1) = \pi.$$

Như vậy trong giải thông $a(\omega)$ biến thiên từ 0 tới π .

Xét trong dải chặn $a(\omega) \neq 0$, $\text{pha}(\omega) \neq 0$ có:

$$\sin b(\omega) = 0 \quad b(\omega) = \pi, \quad \cos b(\omega) = -1.$$

$$\text{Vậy: } a(\omega) = \text{arch} \left[-1 - \frac{X_1(\omega)}{2X_2(\omega)} \right] = \text{arch} \left(2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 \right) \quad (5.53)$$

Xét các trở kháng đặc tính.

$$Z_{CT} = \sqrt{-X_1 X_2 \left(1 + \frac{X_1}{4X_2} \right)} \quad \text{với } -X_1 \cdot X_2 = K^2$$

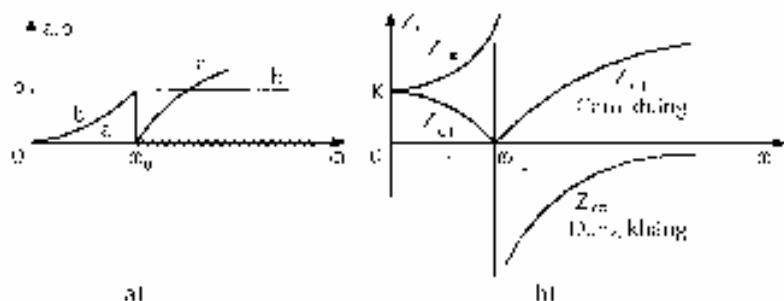
$$\text{nên: } Z_{CT} = K \cdot \sqrt{1 + \frac{X_1}{4X_2}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \quad (5.54)$$

$$Z_{CH} = K \cdot \frac{\sqrt{-X_1 \cdot X_2}}{\sqrt{1 + \frac{X_1}{4X_2}}} = \frac{K}{\sqrt{1 + \frac{X_1}{4X_2}}} \cdot \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} / \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \quad (5.55)$$

$$\text{Khi: } \omega = 0; \quad Z_{CT} = K, \quad Z_{CH} = K \quad (5.56)$$

$$\omega = \omega_0; \quad Z_{CT} = 0, \quad Z_{CH} = \infty, \quad (5.57)$$

Các tham số $a(\omega)$, $b(\omega)$, $Z_{CT}(\omega)$, $Z_{CH}(\omega)$ được vẽ trên hình 5.13a, b.



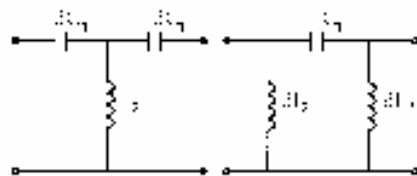
Hình 5.13.

5.5.2. Lọc thông cao loại K

Sơ đồ hình T và Π lọc loại K vẽ ở hình 5.14a, b.

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1} = -j \frac{1}{\omega C_1} = j \left(-\frac{1}{\omega C_1} \right) = jX_1(\omega)$$

$$Z_2 = j\omega L_2 = jX_2(\omega); Z_1 \cdot Z_2 = -X_1 \cdot X_2 = K^2$$



Hình 5.14.

$$K = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} \quad (5.58)$$

$$K^2 = \frac{L_2}{C_1}$$

Tần số giới hạn giải thông:

$$Z_1 = 0, \quad \frac{1}{j\omega C_1} = 0 \text{ suy ra } \omega_2 = \infty$$

$$\text{Với } Z_1 = -4Z_2 \text{ hay } X_1 = -4X_2; \quad \frac{-1}{\omega C_1} = -4\omega L_2$$

$$\text{Suy ra: } \omega_1 = \omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{L_2 C_1}} \quad (5.59)$$

Giải thông nằm trong dải tần $\omega_1 = \omega_0$ tới $\omega_2 = \infty$

Trong giải thông có:

$$\cos b(\omega) = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} = 1 + \frac{X_1}{2X_2} = 1 - \frac{1}{2\omega^2 \cdot C_1 \cdot L_2}$$

Với $\omega_0^2 = \frac{1}{4C_1L_2}$ suy ra: $\cos b(\omega) = 1 - 2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}$ (5.60)

Khi $\omega = \omega_0$ thì $\cos b(\omega) = -1$ suy ra $b = -\pi$
 $\omega = \infty$ thì $\cos b(\omega) = +1$ suy ra $b = 0$

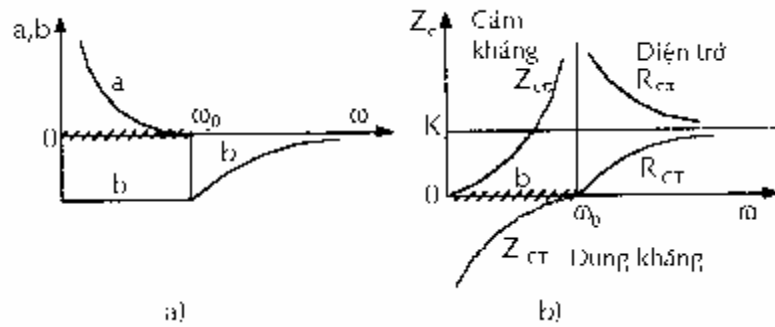
Vậy trong giải thông $b(\omega)$ tiến $-\pi$ đến 0

Xét trong dải chặn $a(\omega) \neq 0$, $\sin a(\omega) \neq 0$ rút ra $\sin b(\omega) = 0$

$$b = \pi, \quad \cos b = -1.$$

Vậy: $a(\omega) = \operatorname{arccch} \left[-1 - \frac{X_1}{2X_2} \right] = \operatorname{arch} \left(2\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 \right)$ (5.61)

Xét các trở kháng đặc tính.



Hình 5.14 a, b.

$$Z_{CT} = \sqrt{-X_1X_2 \left(1 + \frac{X_1}{4X_2} \right)} = K \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \quad (5.62)$$

$$Z_{CT} = \sqrt{-X_1X_2 / \left(1 + \frac{X_1}{4X_2} \right)} = K / \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \quad (5.63)$$

Khi: $\omega = 0$; $Z_{CT} = -j\infty$, $Z_{CT} = 0$ (5.64)

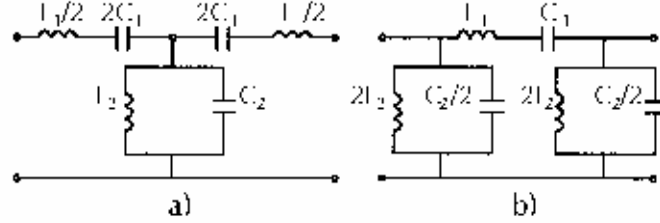
$\omega = \omega_0$; $Z_{CT} = 0$, $Z_{CT} = j\infty$, (5.65)

$\omega = \infty$, $Z_{CT} = K$, $Z_{CT} = K$ (5.66)

Đồ thị $a(\omega)$, $b(\omega)$, $Z_{CT}(\omega)$, $Z_{CT}(\omega)$ vẽ trên hình 5.14c, d.

5.5.3. Lọc thông một dải loại K

Kết hợp lọc thông thấp với thông cao sẽ có lọc thông một dải. Nhánh dọc mắc nối tiếp các phần tử dọc của 2 sơ đồ trên, nhánh ngang mắc song song các phần tử ngang của 2 sơ đồ trên. Hình 5.15a, b là lọc thông 1 dải hình T và II.



Hình 5.15a, b.

Tính các trở kháng dọc và ngang.

$$Z_1 = j\omega L_1 - j\frac{1}{j\omega C_1} = j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)$$

$$Z_2 = \frac{j\omega L_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_2}}{j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_2}} = \frac{j\omega L_2 / C_2}{\omega^2 L_2 C_2 - 1}$$

Từ điều kiện $Z_1 \cdot Z_2 = K^2$ thì có:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad (5.67)$$

$$\text{hay suy ra: } L_1 C_1 = L_2 C_2 \quad (5.68a)$$

$$K^2 = \frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1} \quad (5.68b)$$

Điều kiện (5.67), (5.68) là tần số cộng hưởng nhánh dọc bằng tần số cộng hưởng nhánh ngang. Thay ω_0 ở trên hình vào Z_1, Z_2 .

$$Z_1 = j\sqrt{\frac{L_1}{C_2}}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right); \quad Z_2 = \frac{-j\sqrt{L_2/C_1}}{\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (5.69)$$

Xét các tần số cắt $Z_1/Z_2 = 0$ có:

$$\frac{j(\omega^2 L_1 C_1 - 1)/\omega C_1}{\frac{j\omega L_2 / C_2}{\omega^2 L_2 C_2 - 1}} = 0 \quad \text{hay} \quad \frac{(\omega^2 L_1 C_1)(\omega^2 L_2 C_2 - 1)}{\omega^2 C_1 L_2 / C_2} = 0$$

Có thể từ (5.69) :

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)^2}{\sqrt{\frac{L_2}{C_1} \cdot \frac{C_2}{L_1}}} = 0, \text{ suy ra } \omega = \omega_o. \quad (5.70)$$

Với $Z_1 / Z_2 = -4$ suy ra: $\sqrt{\frac{L_1}{L_2} \left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)^2} = 4 \quad (5.71)$

Thay : $\frac{C_2}{C_1} = \frac{L_1}{L_2}$ vào (5.71) sẽ có:

$$\omega^2 \pm 2\omega \cdot \omega_o \sqrt{L_2 C_1} - \omega_o^2 = 0 \quad (5.72)$$

đặt $n = \omega_o \sqrt{L_2 C_1}$ thay vào (5.72) (5.73a)

hay $n = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \quad \begin{cases} \omega^2 \pm 2\omega \cdot \omega_o \cdot n - \omega_o^2 = 0 \\ \omega^2 \pm (2\omega n) \cdot \omega - \omega_o^2 = 0 \end{cases} \quad (5.73b)$

Giải:

$\Delta' = (\omega_o \cdot n)^2 + \omega_o^2$ bỏ qua giá trị âm có 2 nghiệm.

$$\omega_1 = \omega_o \cdot \left[\sqrt{n^2 + 1} - n \right] \quad (5.74a)$$

$$\omega_2 = \omega_o \cdot \left[\sqrt{n^2 + 1} + n \right] \quad (5.74b)$$

ghép lại: $\omega_{1,2} = \omega_o \left[\sqrt{n^2 + 1} \pm n \right] \quad (5.76)$

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_2} + \frac{1}{L_1 C_1}} \pm \sqrt{\frac{1}{L_1 C_2}} \quad (5.77)$$

công thức này xác định như sau:

với: $n^2 = \omega_o^2 \cdot L_2 C_1 = \frac{L_2 C_1}{L_2 C_2} = \frac{C_1}{C_2}$

thì: $\sqrt{n^2 + 1} = \sqrt{\frac{C_1}{C_2} + 1} = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}}$

$$\omega_{1,2} = \omega_o \sqrt{n^2 + 1} \pm n \omega_o = \sqrt{\omega_o^2 n^2 + \omega_o^2} \pm n \omega_o$$

với: $n \omega_o = \omega_o^2 \sqrt{L_1 C_1} = \frac{\sqrt{L_2 C_1}}{L_1 C_1} = \frac{1}{L_1} \cdot \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$

thì: $\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{L_1^2} \cdot \frac{L_2}{C_1} + \frac{1}{L_1 C_1}} \pm \frac{1}{L_1} \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_2} + \frac{1}{L_1 C_1}} \pm \sqrt{\frac{1}{L_1 C_2}}$

Từ công thức $\omega_{1,2}$ dễ thấy.

$$\omega_o = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} \quad (5.78)$$

Công thức (5.78) nói lên giá trị trung bình nhân của ω_1 và ω_2 là ω_0 . Xét hệ số tắt $a(\omega)$ theo tương đối $a(\omega/\omega_0)$.

$$cha(\omega/\omega_0) = \left| 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \right| = \left| 1 - \frac{C_2}{2C_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right| \quad (5.79)$$

Cũng tương tự xét $b(\omega/\omega_0)$.

$$cosb(\omega/\omega_0) = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} = 1 - \frac{C_2}{2C_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \quad (5.80)$$

Trở kháng đặc tính.

$$Z_{CT}(\omega/\omega_0) = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2} \right)} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} \sqrt{1 - \frac{C_2}{4C_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2} \quad (5.81)$$

$$Z_{CH}(\omega/\omega_0) = \frac{\sqrt{\frac{Z_1 \cdot Z_2}{\left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2} \right)}}}{\sqrt{1 - \frac{C_2}{4C_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} = \frac{\sqrt{L_2/C_1}}{\sqrt{1 - \frac{C_2}{4C_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad (5.82)$$

Các đường cong $a(\omega)$ $b(\omega)$ $z(\omega)$ thể hiện ở hình 5.16a, b.

Các công thức trên có thể sử dụng để thiết kế lọc: tính giá trị L_1 , L_2 , C_1 , C_2 theo trở tải đã biết R_t .

$$\text{Đầu tiên chọn: } K = R_t = \sqrt{L_2/C_1} \quad (5.83)$$

$$\text{Hiệu hai tần số } \omega_2 - \omega_1 = 2\omega_0 n = 2\omega_0^2 \sqrt{L_2 C_1} = \frac{2}{C_2 \cdot R_t}$$

$$\text{Vậy: } C_2 = \frac{2}{R_t(\omega_2 - \omega_1)} \quad (5.84)$$

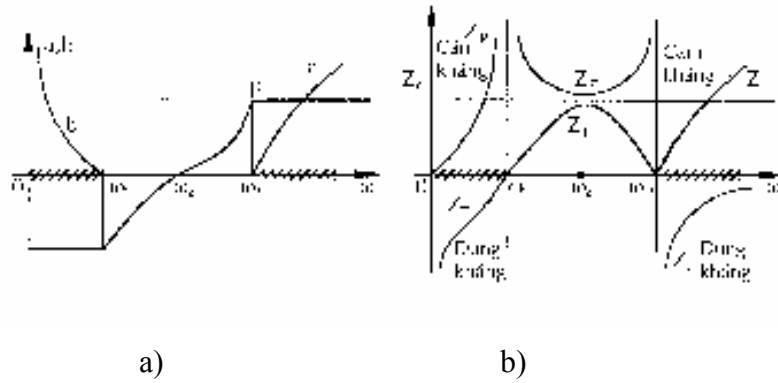
$$\text{Từ: } \omega_0^2 = \frac{1}{L_2 C_2} = \omega_1 \omega_2$$

$$\text{Vậy: } L_2 = \frac{1}{\omega_0^2 C_2} = \frac{R_t \cdot (\omega_2 - \omega_1)}{2\omega_1 \cdot \omega_2} \quad (5.85)$$

$$\text{Với: } R_t = \sqrt{L_1/C_2} = K$$

$$\text{Nên: } L_1 = C_2 \cdot R_t = \frac{2 \cdot R_t}{R_t(\omega_2 - \omega_1)} = \frac{2R_t}{\omega_2 - \omega_1} \quad (5.86)$$

$$\text{Lại có: } C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 L_1} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2R_t \omega_1 \cdot \omega_2} \quad (5.87)$$



Hình 5.16.

5.5.4. Lọc chắn một dải loại K

Là mạch lọc kết hợp lọc thông thấp và lọc thông cao với nhánh dọc là song song hai phân tử L/C còn nhánh ngang là nối tiếp $L - C$. Trên hình 5-17 biểu diễn lọc đối xứng hình T và Π .

Tổng trở các nhánh.

$$Z_1 = \frac{-j\omega L_1}{\omega^2 L_1 C_1 - 1}; \quad Z_2 = j \left(\omega \frac{L_2}{2} - \frac{1}{\omega C_2} \right) \quad (5.88a)$$

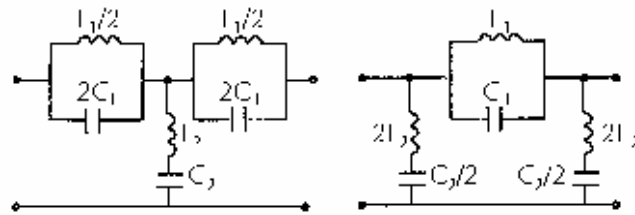
$$\text{Với điều kiện } Z_1 \cdot Z_2 = K^2 \text{ thì (5.88a) : } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

$$\text{Nên } L_1 C_1 = L_2 C_2; \quad (5.88b)$$

$$\text{và } K^2 = \frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1} \quad (5.88c)$$

Thế ω_0 vào Z_1 và Z_2 :

$$Z_1 = \frac{j\omega L_1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}; \quad Z_2 = \frac{j}{\omega C_2} \left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 \right) = -j \frac{1}{\omega C_2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) \quad (5.89)$$



Hình 5.17.

Tần số cắt xác định theo phương trình sau:

$$Z_1 / Z_2 = 0 \text{ suy ra } Z_1 = 0 \text{ với } Z_2 \text{ hữu hạn sẽ có:}$$

$$\frac{j\omega L_1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} = 0 \quad \text{nên } \omega = 0 \text{ và } \omega = \infty.$$

Phương trình tần số cắt thứ hai là: $Z_1 = -4Z_2$.

$$\text{hay: } \frac{j\omega L_1 / \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)}{\frac{-j}{\omega C_2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)} = -4 \quad \text{suyra: } \frac{\omega^2 L_1 C_2}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2} = 4 \quad (5.90)$$

$$\text{đặt: } n = \omega_o \sqrt{\frac{L_1 C_2}{4}} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad (5.91)$$

thì (5.90) có hai nghiệm:

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega_0 \left(\sqrt{n^2 + 1} - n \right) \\ \omega_2 = \omega_0 \left(\sqrt{n^2 + 1} + n \right) \end{cases} \quad \text{hay } \omega_{1,2} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{1}{L_2 C_1} + \frac{16}{L_1 C_1}} \pm \sqrt{\frac{1}{L_2 C_1}} \right) \quad (5.92)$$

Từ phân tích trên có dải thông $\omega = 0 \div \omega_1$; $\omega_2 \div \infty$ và dải chặn $\omega = \omega_1 \div \omega_2$.

Và theo (5.92) có: $\omega_0^2 = \omega_1 \cdot \omega_2$ (5.93)

Hệ số dịch pha $b(\omega)$ trong dải thông theo công thức:

$$\cos b(\omega / \omega_o) = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} = 1 - \frac{C_2}{2C_1 \left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right)^2} \quad (5.94)$$

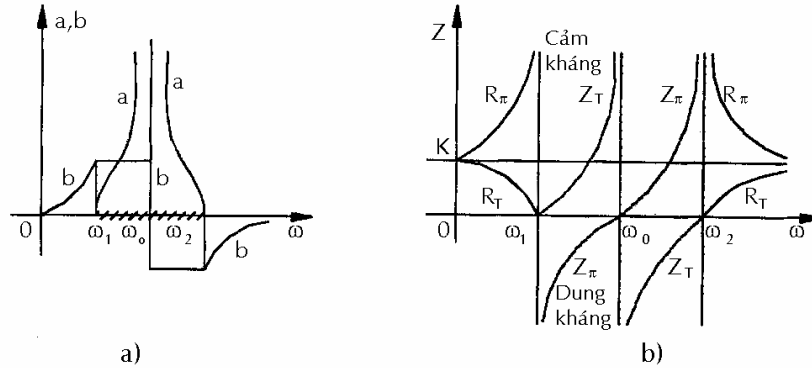
Hệ số tắt – suy giảm trong dải chặn $a(\omega / \omega_o)$ là:

$$cha(\omega / \omega_o) = \left| 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \right| = \left| 1 - \frac{C_2}{2C_1 \left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right)^2} \right| \quad (5.95)$$

Trở kháng đặc tính.

$$Z_{CT} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{C_2}{2C_1 \left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right)^2}} \quad (5.96)$$

$$Z_{CT} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} / \sqrt{1 - \frac{C_2}{2C_1 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad (5.97)$$



Hình 5.18.

Các đặc tính $a(\omega/\omega_0)$, $b(\omega/\omega_0)$, $Z_C(\omega/\omega_0)$ được vẽ trên hình 5-18. Các công thức (5.88), (5.89)... (5.97) cho phép tính toán mạch lọc chặn một dải như sau:

Lấy điện trở tải $R_t = Z_C$ ở tần số ω_0 .

$$R_t = K = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} \quad (5.98)$$

$$\text{Rút được: } L_2 = \frac{R_t}{2(\omega_2 - \omega_1)} \quad (5.99)$$

$$L_1 = \frac{2R_t(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_2 \cdot \omega_1} \quad (5.100)$$

$$C_2 = \frac{2(\omega_2 - \omega_1)}{2R_t \cdot \omega_2 \cdot \omega_1} \quad (5.101)$$

$$C_1 = \frac{1}{2R_t(\omega_2 - \omega_1)} \quad (5.102)$$

5.6. LỌC LOẠI M

5.6.1. Nhược điểm lọc loại K

Là trở kháng đặc tính Z_{CT} và Z_{CH} trong dải thông nó phụ thuộc vào tần số, để khắc phục nhược điểm này cần cải tiến cấu trúc của lọc để đạt chất lượng cao hơn gọi là lọc loại m.

5.6.2. Chuyển từ lọc k sang m

Xuất phát từ loại lọc k chuyển sang lọc m bằng hai cách:

a) *Chuyển nối tiếp*: Gồm các bước sau.

Lý thuyết mạch điện

α : Chọn khâu cơ bản hình T và tính toán dựa vào trở kháng của nhánh.

β : Nhánh dọc Z_1 chỉ giữ lại một phần trở kháng của nó sao cho nó trở thành.

$$Z'_1 = m Z_1 \quad (m < 1) \quad (5.103)$$

γ : Chuyển một phần trở kháng nhánh dọc sang nhánh ngang Z_2 sao cho nó trở thành Z'_2 .

θ : Xác định Z'_2 dựa vào điều kiện cân bằng, trở kháng đặc tính của các khâu loại k và m.

$$Z'_{CT} = Z_{CT} \quad (5.104)$$

Trong đó dấu phẩy chỉ các thông số lọc loại m. Khâu lọc loại m xây dựng được bằng cách như vậy là khâu lọc m nối tiếp. Rõ ràng nó cũng có kết cấu hình T. Hình 5.19 minh họa quá trình chuyển nối tiếp vừa trình bày ở trên. Theo điều kiện (5.103) và các công thức Z_{CT} , Z_{CT} .

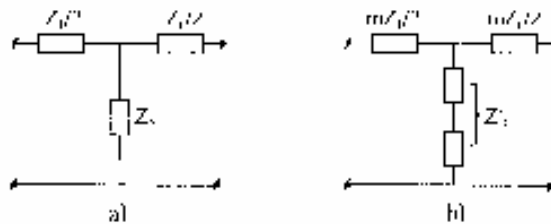
$$\sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} = \sqrt{m Z_1 Z'_2 \left(1 + \frac{m Z_1}{4Z'_2}\right)} \quad (5.105)$$

hay:

$$\frac{Z_1}{2} \sqrt{1 + \frac{4Z_2}{Z_1}} = \frac{m Z_1}{2} \sqrt{1 + \frac{4Z'_2}{m Z_1}} \quad (5.106)$$

Giải ra:

$$Z'_2 = \frac{(1-m^2)}{4m} Z_1 + \frac{Z_2}{m} \quad (5.107)$$



Hình 5.19.

$$Z'_2 = \frac{(1-m^2)}{4m} Z_1 + \frac{Z_2}{m} \quad (5.107)$$

b) Chuyển song song

α : Chọn khâu cơ bản hình Π và tính toán dựa vào dẫn nạp của các nhánh.

β : Trong nhánh ngang (Y_2) chỉ giữ lại một phần dẫn nạp của nó sao cho nó trở thành.

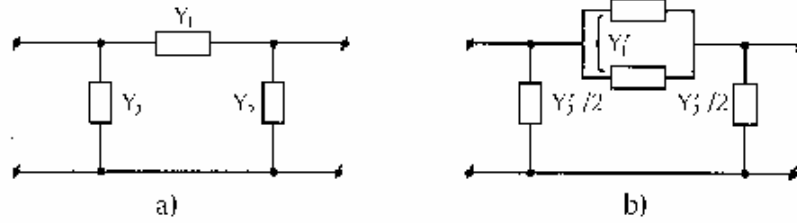
$$Y'_1 = m Y_2 \quad (m < 1) \quad (5.108)$$

γ : Chuyển một phần dẫn nạp của nhánh ngang sang nhánh dọc (Y_1) sao cho nó trở thành Y'_1 .

θ : Xác định Y'_1 theo các điều kiện cân bằng, trở kháng đặc tính của các khâu loại k và m.

$$Z'_{\text{CH}} = Z_{\text{CH}} \quad (5.109)$$

Dấu phẩy chỉ thông số lọc loại m. Gọi là khâu lọc loại m song song nó cũng kết cấu hình Π biểu diễn quá trình nêu trên.



Hình

5.20.

Giống như các chuyển đổi nối tiếp hãy xác định dẫn nạp của nhánh Y_1 . đọc

Từ công thức (Z_{CH}) chuyển sang dẫn nạp với:

$$Z_1 = \frac{1}{Y_1} \quad \text{và} \quad Z_2 = \frac{1}{Y_2}$$

$$Z_{\text{CH}} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} = \frac{2}{Y_2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Y_1}{Y_2}}} \quad (5.110)$$

Áp dụng điều kiện (5.100) và chú ý (5.110) ta có:

$$\frac{2}{Y_2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Y_1}{Y_2}}} = \frac{2}{mY_2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Y_1}{Y_2}}} \quad (5.111)$$

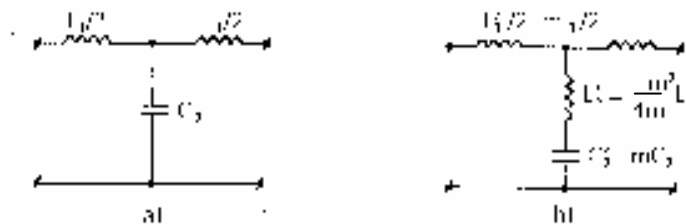
$$\text{Suy ra:} \quad Y_1' = \frac{1-m^2}{4m} Y_2 + \frac{Y_1}{m} \quad (5.112)$$

5.6.3. Lọc thông thấp loại m

$$\text{Với:} \quad Z_1 = j\omega L_1 = \frac{1}{Y_2}; \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{1}{Y_2} \quad (5.113)$$

Theo (5.103) và (5.107) có:

$$\left. \begin{aligned} Z_1' &= mZ_1 = j\omega m L_1 \\ Z_2' &= j\omega \frac{1-m^2}{4m} L_1 + \frac{1}{j\omega C_2 m} \end{aligned} \right\} \quad (5.114)$$

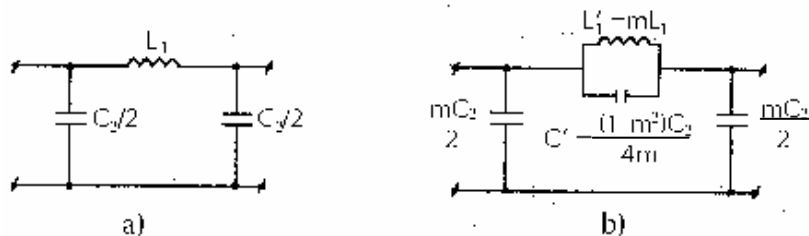


Hình 5.21.

Hình 5.21: minh họa chuyển nối tiếp.

Theo (5.110) và (5.112) có:

$$\left. \begin{aligned} Y_1' &= j\omega \frac{1-m^2}{4m} C_2 + \frac{1}{j\omega m L_1} \\ Y_2' &= j\omega m C_2 \end{aligned} \right\} \quad (5.115)$$



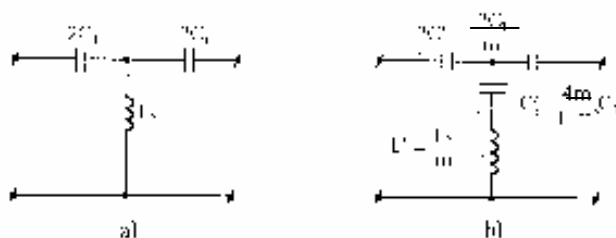
Hình 5.22. Minh họa chuyển song song.

5.6.4. Loại thông cao loại m

$$\left\{ \begin{aligned} Z_1 &= \frac{1}{j\omega L_1} = \frac{1}{Y_1} \\ Z_2 &= j\omega L_2 = \frac{1}{Y_2} \end{aligned} \right. \quad (5.116)$$

$$\left\{ \begin{aligned} Z_1' &= \frac{1}{j\omega C_1} \\ Z_2' &= \frac{1}{j\omega \frac{4m}{1-m^2} C_1} + \frac{j\omega L_2}{m} \end{aligned} \right. \quad (5.117)$$

Theo (5.103) và (5.107) có:



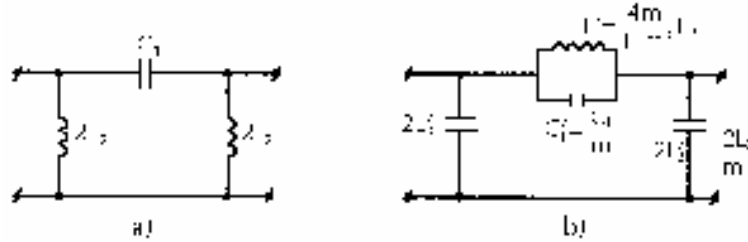
Hình 5.23.

Hình 5.23: Biểu diễn cách chuyển đổi nối tiếp loại thông cao m.

Theo (5.108) và (5.112) trường hợp chuyển song song.

$$\left. \begin{aligned} Y_1' &= \frac{j\omega C_1}{m} + \frac{1}{j\omega \frac{4m}{1-m^2} L_2} \\ Y_2' &= \frac{1}{\frac{j\omega L_2}{m}} \end{aligned} \right\} \quad (5.118)$$

Hình 5.24: Minh họa cách chuyển song song lọc thông cao loại m



Hình 5.24.

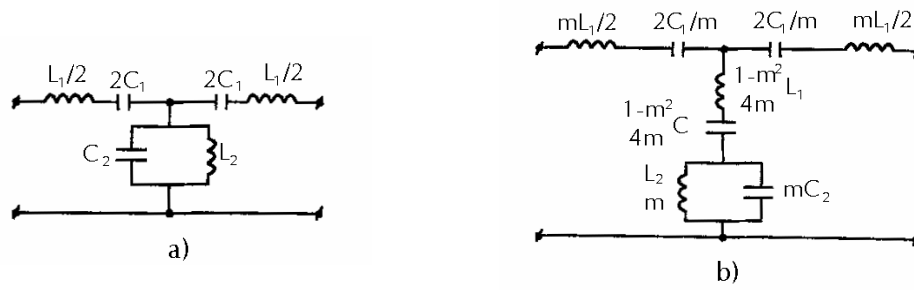
5.6.5. Lọc thông một dải loại m

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) = \frac{1}{Y_1} \\ Z_2 &= \frac{1}{j \left(\omega C_2 - \frac{1}{\omega L_2} \right)} = \frac{1}{Y_2} \end{aligned} \right\} \quad (5.119)$$

Chuyển nối tiếp:

$$\left\{ \begin{aligned} Z_1' &= j \left(\omega m L_1 - \frac{1}{\omega \frac{1}{m}} \right) \\ Z_2' &= j \left(\omega \frac{1-m^2}{4m} L_1 - \frac{1}{\omega \frac{4m}{1-m^2} C_1} \right) + \frac{1}{j \left(\omega C_2 - \frac{1}{\omega \frac{L_2}{m}} \right)} \end{aligned} \right. \quad (5.120)$$

Hình 5.25: minh họa cách chuyển nối tiếp.

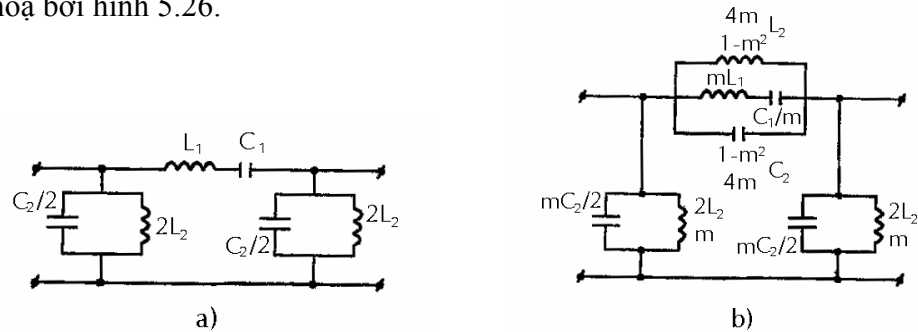


Hình 5.25.

Chuyển song song

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_1' = j \left(\omega \frac{1-m^2}{4m} C_2 - \frac{1}{\omega \frac{4m}{1-m^2} L_2} \right) + \frac{1}{j \left(\omega m L_1 - \frac{1}{\frac{\omega C_1}{m}} \right)} \\ Y_2' = j \left(\omega m C_2 - \frac{1}{\frac{\omega L_2}{m}} \right) \end{array} \right. \quad (5.121)$$

Minh họa bởi hình 5.26.



Hình 5.26.

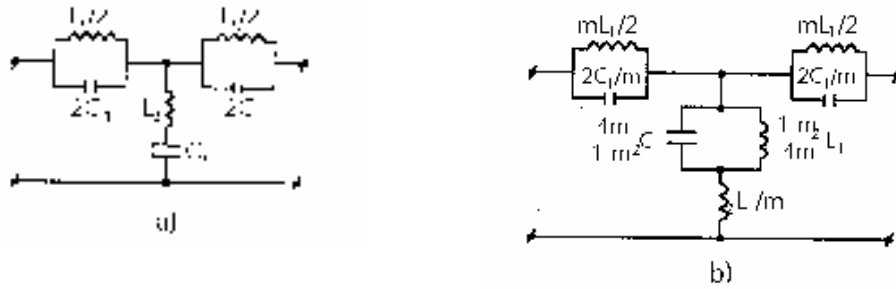
5.6.6. Loại chặn một dải loại m

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 = \frac{1}{j \left(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1} \right)} = \frac{1}{Y_1} \\ Z_2 = j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) = \frac{1}{Y_2} \end{array} \right. \quad (5.122)$$

Chuyển nối tiếp.

$$\left. \begin{aligned} Z'_1 &= \frac{1}{j\left(\frac{\omega C_1}{m} - \frac{1}{\omega m L_1}\right)} \\ Z'_2 &= \frac{1}{j\left(\omega \frac{4mC_1}{1-m^2} - \frac{1}{\omega \left(\frac{1-m^2}{4m}\right)L_2}\right)} + \left(\frac{\omega L_2}{m} - \frac{1}{\omega m C_2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (5.123)$$

Minh họa bởi hình 5.27.

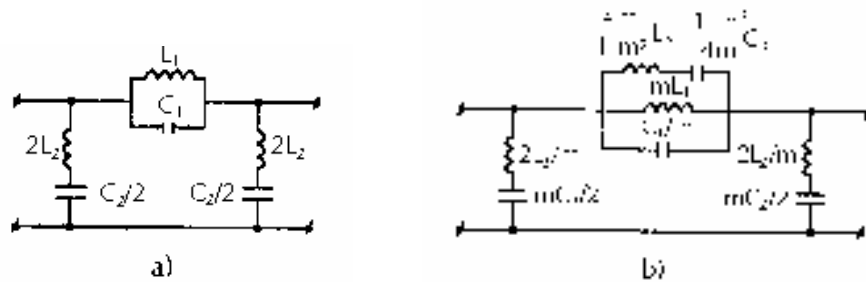


Hình 5.27.

Chuyển song song.

$$\left. \begin{aligned} Y'_a &= \frac{1}{j\left(\omega \frac{4m}{1-m^2} - \frac{1}{\omega \frac{1-m^2}{4m}C_2}\right)} + j\left(\frac{\omega C_1}{m} - \frac{1}{\omega m L_1}\right) \\ Y'_b &= \frac{1}{j\left(\frac{\omega L_2}{m} - \frac{1}{\omega m C_2}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (5.124)$$

Minh họa hình 5.28.



Hình 5.28.

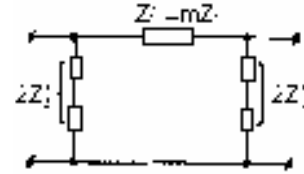
5.6.7. Tính chất của lọc loại m

Mục đích xây dựng lọc loại m là để khắc phục nhược điểm của lọc loại k, vì trong lọc loại k tổng trở đặc tính Z_C phụ thuộc vào ω , các điều kiện (5.104) và (5.109) tổng trở đặc tính cân bằng giữa lọc loại k và m chỉ làm cho hai loại lọc này có cùng dải thông, chưa thể hiện một sự cải tiến nào về tổng trở đặc tính.

Song có thể xét vấn đề này theo khía cạnh khác, cụ thể trong cách chuyển nối tiếp nếu xét tổng trở đặc tính của khâu hình Π và cách chuyển tiếp song song xét trở kháng đặc tính của khâu hình T thì sự cải tiến về tổng trở đặc tính khá rõ nét.

Thực vậy, đối với khâu hình Π của lọc loại m nối tiếp sơ đồ vẽ trên hình 5.29.

$$\text{Có: } Z'_{\text{CH}} = 2Z_2' \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Z_2'}{Z_1'}}}$$



Hình 5.29.

Thay giá trị Z_2' theo công thức (5.107) và

$$\sqrt{1 + \frac{4Z_2'}{Z_1'}} \text{ theo (5.106) vào (5.125)}$$

$$Z'_{\text{CH}} = 2 \left(\frac{1-m^2}{4m} Z_1' + \frac{Z_2'}{m} \right) \cdot \frac{m}{\sqrt{1 + \frac{4Z_2'}{Z_1'}}} = Z'_{\text{CH}} \left(\frac{1-m^2}{4} \cdot \frac{Z_1'}{Z_2'} + 1 \right) \quad (5.126)$$

trong đó: $Z'_{\text{CH}} = 2Z_2' \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Z_2'}{Z_1'}}$ là trở kháng đặc tính của khâu hình Π loại k.

Kết quả (5.126) cho thấy trở kháng đặc tính của lọc loại m khâu Π (trong chuyển nối tiếp) còn phụ thuộc hệ số m. Điều đó chỉ ra khả năng nếu chọn m thích hợp có thể Z_{CH} không phụ thuộc vào tần số.

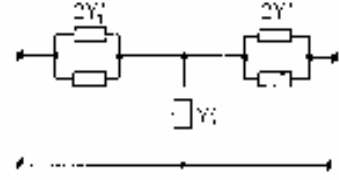
Đối với khâu hình T của lọc loại m song song có sơ đồ hình 5.30.

$$Z'_{\text{CT}} = \frac{Z_1'}{2} \sqrt{1 + \frac{4Z_2'}{Z_1'}} = \frac{1}{2Y_1'} \sqrt{1 + \frac{4Y_1'}{Y_2'}} \quad (5.127)$$

Thay Y_1' theo (5.112) và $\sqrt{1 + \frac{4Y_1'}{Y_2'}}$ theo vào (5.112) rút ra:

$$Z'_{\text{CT}} = \frac{1}{2 \left(\frac{1-m^2}{4m} Y_2' + \frac{Y_1'}{m} \right)} \frac{\sqrt{1 + \frac{4Y_1'}{Y_2'}}}{m} = Z'_{\text{CT}} \frac{1}{\frac{1-m^2}{4} \frac{Y_2'}{Y_1'} + 1} \quad (5.128)$$

trong đó: $Z_{CT} = \frac{1}{2Y_1} \sqrt{1 + \frac{4Y_1}{Y_2}}$ là trở kháng đặc tính của khâu T loại k với (5.127) cũng có nhận xét như (5.126).



Hình 5.30.

Xét giá trị cụ thể của m qua ví dụ sau để Z_{CT} ít phụ thuộc tần số, cho lọc thông thấp loại m với.

$$Z_1 = j\omega L_1; \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2}$$

Theo (5.126) có:

$$Z'_{CT} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_k^2}}} \left[1 - (1 - m^2) \frac{\omega^2}{\omega_k^2} \right] \quad (5.129)$$

$$\text{trong đó: } \omega_k = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}} \quad (5.130)$$

$$\text{Theo (5.128) } Z'_{CT} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_k^2}} \frac{1}{1 - (1 - m) \frac{\omega^2}{\omega_k^2}} \quad (5.130)$$

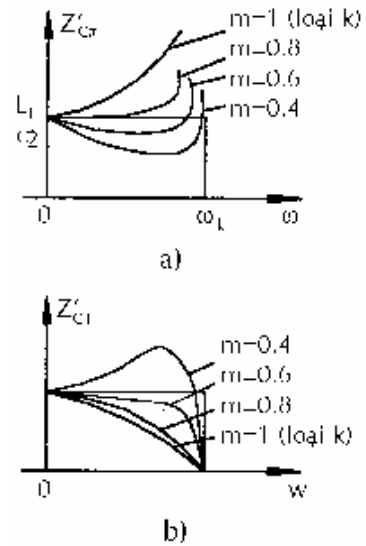
Hình 5.31a và b biểu diễn sự phụ thuộc của $Z'_{C(ITT)}$ vào tần số ω với các giá trị khác nhau của m.

Từ hình vẽ nhận thấy với $m = 0,6$ sẽ thỏa mãn yêu cầu $Z'_{C(ITT)}$ ít phụ thuộc vào tần số.

Xét hệ số truyền đạt g của lọc loại m và chủ yếu là hệ số tắt $a(\omega)$. Lọc loại m khác k ở chỗ. Nhánh dọc Y'_1 và nhánh ngang Z'_2 của nó phức tạp hơn và trong chúng có thể xảy ra cộng hưởng cục bộ ở nhánh dọc và nhánh ngang làm ngắn mạch Z'_2 hay hở mạch Y'_1 . Khi xảy ra hiện tượng này thì hệ số cắt $a(\omega)$ là vô cùng lớn cho nên ứng với những tần số cộng hưởng này có tên là tần số suy giảm vô cùng $\omega \infty$ (ứng với $\omega \infty$ có $a(\omega \infty) \rightarrow \infty$). Xác định nghiệm $\omega \infty$ theo các phương trình.

$$Z'_2 = \frac{1 - m^2}{4m} Z_1 + \frac{Z_2}{m} = 0 \quad (5.131)$$

$$\text{hay: } Y'_1 = \frac{1 - m^2}{4m} Y_2 + \frac{Y_1}{m} = 0 \quad (5.132)$$



Hình 5.31.

$$\text{hay: } 1 - m^2 + \frac{4Z_2}{Z_1} = 0 \quad (5.133)$$

Từ (5.133) thấy rằng tần số suy giảm vô cùng ω_∞ đều nằm trong dải chặn của lọc vì ứng với chúng có thể viết.

$$-\frac{4Z_1}{Z_1} = 1 - m^2 < 1 \quad (5.134)$$

Không thoả mãn điều kiện dải thông (5.28). đây là kết quả tất nhiên và có thể nghiệm lại bằng cách tính toán chi tiết cho các loại lọc cụ thể.

Lọc thông thấp.

$$\omega_\infty = \frac{\omega_k}{\sqrt{1 - m^2}} > \omega_k \quad (5.135)$$

$$\omega_k = \frac{1}{2\sqrt{L_2 C_1}}$$

$$\text{Lọc thông cao: } \omega_\infty = \omega_k \sqrt{1 - m^2} < \omega_k \quad (5.136)$$

$$\omega_k = \frac{1}{2\sqrt{L_2 C_1}}$$

Lọc thông 1 dải.

$$\omega_{\infty_1} = \omega_o \left(\sqrt{\frac{p}{1 - m^2} + 1} - \sqrt{\frac{p}{1 - m^2}} \right) = \omega_o (\sqrt{p_m + 1} - \sqrt{p_m}) < \omega_1 \quad (5.137)$$

$$\omega_{\infty_2} = \omega_o \left(\sqrt{\frac{p}{1 - m^2} + 1} + \sqrt{\frac{p}{1 - m^2}} \right) = \omega_o (\sqrt{p_m + 1} + \sqrt{p_m}) > \omega_2 \quad (5.138)$$

$$\text{Với: } p_m = \frac{p}{1 - m^2} > p \quad (5.139)$$

Tần số suy giảm vô cùng ω_{∞_1} và ω_{∞_2} của lọc thông 1 dải loại m có tính chất giống như tần số cắt.

$$\omega_{\infty_1} \cdot \omega_{\infty_2} = \omega_o^2 \quad (5.140)$$

$$\omega_{\infty_2} \cdot \omega_{\infty_1} = 2\omega_o \sqrt{p_m} = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}} \frac{1}{\sqrt{1 - m^2}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\sqrt{1 - m^2}} \quad (5.141)$$

Lọc chặn 1 dải.

$$\omega_{\infty_1} = \omega_o \left[\sqrt{p'(1 - m^2) + 1} - \sqrt{p'(1 - m^2) + 1} \right] = \omega_o (\sqrt{p'_m + 1} - \sqrt{p'_m}) > \omega_1 \quad (5.142)$$

$$\omega_{\infty_2} = \omega_o \left[\sqrt{p'(1 - m^2) + 1} + \sqrt{p'(1 - m^2) + 1} \right] = \omega_o (\sqrt{p'_m + 1} + \sqrt{p'_m}) < \omega_1 \quad (5.143)$$

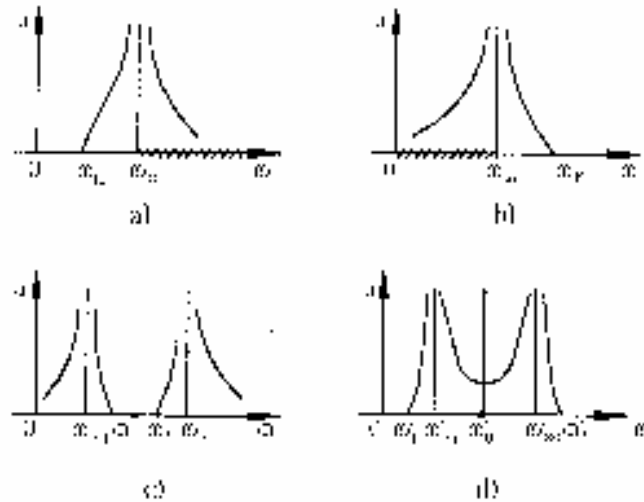
$$\text{Với } p'_m = p' (1 - m^2) < p' \quad (5.144)$$

Đối với lọc chắn 1 dải loại m cũng có điều kiện.

$$\omega_{\infty 1} \cdot \omega_{\infty 2} = \omega_0^2 \quad (5.145)$$

$$\omega_{\infty 2} - \omega_{\infty 1} = 2\omega_0 \sqrt{p_m} = \frac{\sqrt{1-m^2}}{2\sqrt{L_1 C_2}} = (\omega_2 - \omega_1) \sqrt{1-m^2} \quad (5.146)$$

Hình 5.32 minh hoạ sự tồn tại của các tần số suy giảm vô cùng ω_∞ của các loại lọc m, cũng như $a(\omega)$.



Hình 5.32.

Kết luận:

+ ω đi từ $\omega_k \rightarrow \omega_\infty$ thì a tăng từ $0 \rightarrow \infty$ ưu điểm lọc loại m.

+ Tần số đi qua dải thông thì a lại giảm đó là nhược điểm của lọc loại m so với loại k, ở dải chắn yêu cầu $a \neq 0$ và tăng càng lớn càng tốt.

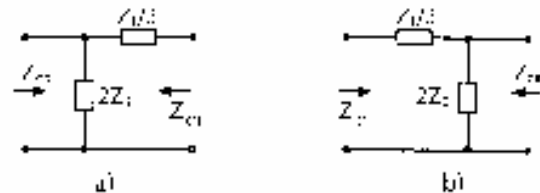
5.7. LỌC KHÔNG ĐỐI XỨNG

5.7.1. Sơ đồ và trở kháng đặc tính

Với hình 5.33 từ công thức.

$$Z_{10} = \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}}; \quad Z_{20} = \sqrt{\frac{A_{22}A_{12}}{A_{21}A_{11}}}$$

Có thể tìm được đặc tính trở kháng các cửa đúng như trở kháng nhìn vào cửa đó, xem hình 5.33a,b. Các trở kháng hình T và Π theo công thức quen thuộc.
Hình 5.33.



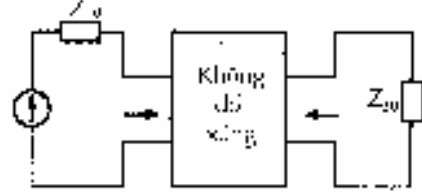
$$Z_{CT} = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)}; \quad Z_{CTI} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}}$$

5.7.2. Chế độ hoà hợp của 2 cửa của mạng 4 cực không đối xứng

Với mạng 4 cực không đối xứng cần phối hợp trở kháng như hình 5.34.

Với các thông số A_{ik} của mạng hình Γ thuận Γ ngược như hình 5.33. Từ đó có thể tìm được các thông số.

$$\left. \begin{aligned} chg_o &= \sqrt{A_{11}A_{22}} \\ shg_o &= \sqrt{A_{12}A_{21}} \\ Z_{10} &= \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}} \\ Z_{20} &= \sqrt{\frac{A_{22}A_{12}}{A_{21}A_{11}}} \end{aligned} \right\} \quad (5.147)$$



Hình 5.34.

Từ (5.147) có phương trình $[A_{ik}]$.

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{i}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{Z_{10}}{Z_{20}}} chg_o + \sqrt{Z_{10} \cdot Z_{20}} shg_o \\ \frac{shg_o}{\sqrt{Z_{10} \cdot Z_{20}}} + \sqrt{\frac{Z_{20}}{Z_{10}}} chg_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_2 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} \quad (5.148)$$

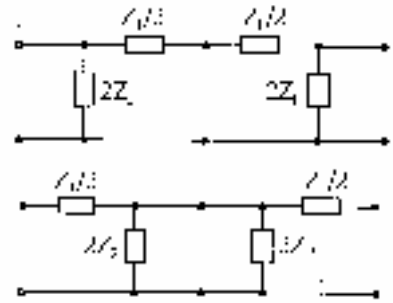
Khi hoà hợp $Z_i = Z_{10}$; $Z_t = Z_{20}$ có thể tìm được.

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \sqrt{\frac{Z_{10}}{Z_{21}}} e^{g_o} \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 \sqrt{\frac{Z_{20}}{Z_{10}}} e^{g_o} \end{aligned} \right\} \quad (5.149)$$

Khi ghép nối 2 hình Γ thuận và ngược để có hình thuận T hoặc Π đối xứng như hình 5.35 và thấy rằng.

$$g_o = \frac{1}{2} g \quad (5.150)$$

Trong đó: g : hệ số truyền đạt của mạng 4 cực đối xứng T hoặc Π .



Hình 5.35.

5.7.3. Lọc thuần kháng loại k hình Γ

Với điều kiện $g_o = \frac{1}{2}g$ các công thức $a(\omega)$, $b(\omega)$, $Z_C(\omega)$ của lọc đối xứng hình T và hình Π đến áp dụng được cho lọc hình T thuận và ngược với:

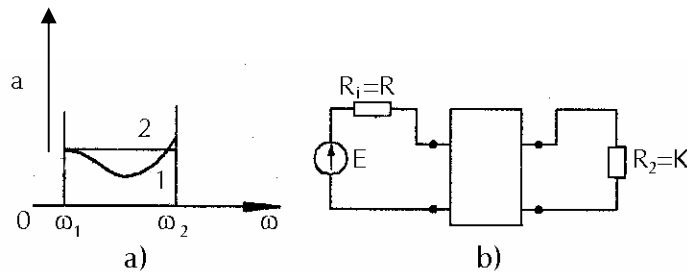
$$\left. \begin{aligned} a_o(\omega) &= \frac{1}{2}a(\omega) \\ b_o(\omega) &= \frac{1}{2}b(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (5.151)$$

Ngoài ra các tính chất khác ở lọc đối xứng hình T và Π đều ở lọc đối xứng Γ thuận và ngược.

5.8. MẠCH SỬA BIÊN ĐỘ

5.8.1. Khái niệm

Một mạch bất kỳ có đặc tuyến tần số phù hợp với thông số của mạch. Nói chung đặc tuyến này không phải lúc nào cũng phù hợp với yêu cầu đặt ra. Ví dụ trong kỹ thuật thường mong muốn có đặc tuyến biên độ là hằng trong một dải tần đặt ra với độ chính xác nào đó. Để làm được điều này có thể nối xâu chuỗi một khâu gọi là khâu sửa chữa biên độ với khâu đã cho để tổng hợp của 2 khâu đó sẽ có đặc tuyến biên độ mong muốn. Thường dải biên độ yêu cầu không chứa $\omega = 0$ và $\omega = \infty$ cũng như yêu cầu về độ dịch pha là không đặt ra. Trên hình 5-36a có vẽ hai đặc tuyến: 1 là của khâu cho trước bất kỳ, còn 2 là đặc tuyến tổng hợp sau khi sử dụng khâu sửa biên độ, ở đây $a(\omega) = \text{const}$.



Hình 5.36.

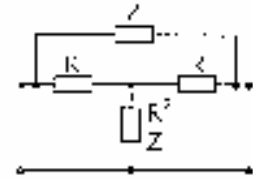
Mạch sửa biên độ thường là mạch 4 cực làm việc với trở kháng vào và ra là thuần trở như hình 5.36b.

Mạng 4 cực đối xứng hình cầu dạng hình 5.37 dùng làm khâu sửa biên độ khá thuận lợi vì trở kháng vào 2 cửa đều là thuần trở.

$$Z_{v1} = Z_{v2} = R \quad (5.152)$$

Mạch sửa biên độ thường gọi là mạch bắc cầu, nó nối giữa hai phía là mạch cầu sửa biên độ và tải.

Như đã xét trong chương 3, công thức (3.207) đã có hàm truyền đạt Γ .



Hình 5.37

$$\Gamma = 1 + \frac{Z}{R} = e^g \quad (5.153)$$

Nếu điện trở nguồn đã biết là R thì cần thiết phải xây dựng mạch sửa biên độ sao cho với hàm truyền đạt Γ hay hệ số truyền đạt g với độ suy giảm $a(\omega) = Re[g(j\omega)]$ có đặc tuyến biên độ thích hợp để bù sửa biên độ cho mạch đã cho. Ở đây đặt vấn đề đơn giản là cần tìm một mạng 4 cực hình cầu có thông số thích hợp (hình 5.37) đảm bảo có đặc tuyến biên độ đặt ra mà đặc tuyến này đã sửa được đặc tuyến của mạch đề ra theo yêu cầu. Như đã biết hàm truyền đạt Γ quyết định $a(\omega)$ và tính chất của Z . Trên bảng 5.2 dẫn ra một số mạch sửa biên độ ứng với hàm truyền đạt Γ và đặc tuyến $a(\omega)$ của nó. Bảng này làm cơ sở cho việc lựa chọn dạng mạch sửa biên độ cho các bài toán thiết kế và tổng hợp mạch sửa chữa biên độ.

Theo điều kiện (5.152), (5.153) và sơ đồ hình 5.37 có thể tìm thấy nhánh dọc Z và nhánh ngang R^2/Z là đối ngẫu. Vì thế trong bảng 5.2 thấy rõ điều này.

5.8.2. Thiết kế mạch sửa biên độ

Đầu bài cho trước điện trở tải R và đặc tuyến biên độ $a(\omega)$. Các bước thực hiện thiết kế như sau:

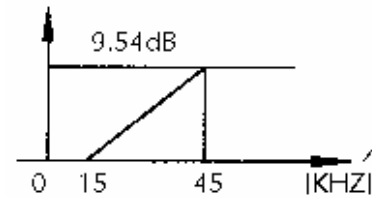
a) Bước một

Chọn hệ đơn vị chuẩn cho dễ tính toán. Cần phải chọn ω_{ch} , L_{ch} , C_{ch} và R_{ch} , chọn sao cho có quan hệ đơn giản với R tải và các tần số cắt của $a(\omega)$.

b) Bước hai

Đặc tuyến biên độ $a(\omega)$ cần được vẽ trên toạ độ lôgarit và xấp xỉ đặc tuyến bằng các đường gãy khúc... Sau đó gần đúng thì lập hàm $\Gamma(P)$ theo các đường gãy khúc đó. Sau khi biết $\Gamma(p)$ thì có thể tìm được Z theo (5.153).

$$Z = [\Gamma(P) - 1] R \quad (5.154)$$



Hình 5.38.

Thông thường chọn chuẩn sao cho $R = R_{ch} = 1$ để có

$$Z = \Gamma(P) - 1 \quad (5.155)$$

c) Bước ba

Thực hiện trở kháng Z hay $Z(P)$ chính là hàm $[\Gamma(P) - 1]$. Trong một số trường hợp đơn giản có thể suy luận tìm ra $Z(P)$ dễ dàng. Gặp các bài toán phức tạp thì phải xét vấn đề tổng hợp mạch ở chương sau.

5.8.3. Ví dụ

Vẽ thiết kế mạch sửa biên độ.

Trên hình 5.38 là đặc tính suy giảm đã gần đúng của khâu sửa biên độ, hãy thiết kế nó, biết tải $R = 600\Omega$.

Giải:

Đầu tiên chọn đơn vị chuẩn với $R_{ch} = 600\Omega$ và $f_{ch} = 15\text{KHz}$ theo R tải và tần số cắt. Suy ra $\omega_{ch} = 2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 10^3 = 9,41 \cdot 10^4 \text{ Rad/s}$.

$$L_{ch} = \frac{R_{ch}}{\omega_{ch}} = \frac{600}{9,41} \cdot 10^{-3} = 6,37mH$$

$$C_{ch} = \frac{1}{R_{ch} \cdot \omega_{ch}} = \frac{1}{9,41 \cdot 10^4 \cdot 6 \cdot 10^2} = 1,77 \cdot 10^{-8} F = 17,7nF$$

Khoảng cách giữa hai điểm gãy theo loga tần số.

$$\log \frac{45}{15} = \log 3 = 0,477D$$

Độ dốc của đường gãy khúc.

$$\frac{9,54.dB}{0,477.D} = 20dB/D = 6dB/oct$$

Đặc tuyến suy giảm trên hình 5.38 có hai điểm gãy tức là tổng hợp của hai đồ thị Bode thành phần bậc 1.

Hàm truyền đạt sẽ là:

$$\Gamma(P) = \frac{1 + \frac{P}{\omega_1}}{1 + \frac{P}{\omega_2}} = \frac{1 + P}{1 + \frac{P}{3}} = 3 \frac{1 + P}{3 + P}$$

Theo (5.155) có trở kháng.

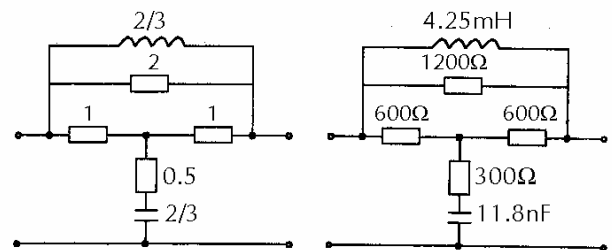
$$Z = \Gamma(P) - 1 = 3 \frac{1 + P}{3 + P} - 1 = \frac{3 + 3P - 3 - P}{3 + P} = \frac{2P}{3 + P}$$

Hàm $Z(P)$ trên có thể đổi.

$$Z(P) = \frac{2P}{3 + P} = \frac{\frac{2}{3}P \cdot 2}{\frac{2}{3}P + 2}$$

Hàm $Z(P)$ này là song song của hai nhánh điện trở hai đơn vị chuẩn và điện cảm $2/3$ đơn vị chuẩn. Sơ đồ hình 5.39 vẽ sơ đồ mạch sửa biên độ với $Z(P)$ ở trên.

Các giá trị thực L và R là:



Hình 5.39.

$L =$

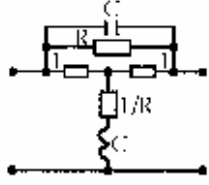
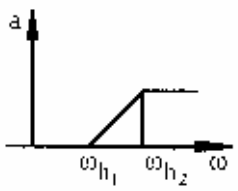
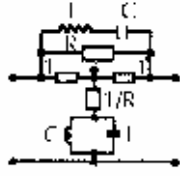
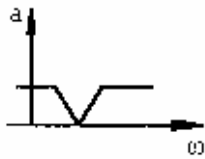
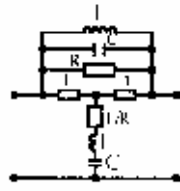
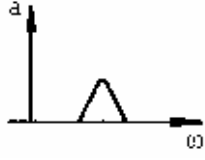
$C =$

$R =$

Chú ý: Tính đối ngẫu của hai nhánh dọc và ngang nên có giá trị tương ứng L , C , R và $R/2$ như hình 5.39.

Bảng 5.2.

Mạch điện	Hệ số truyền đạt	Xấp xỉ bằng đường gãy khúc
	$\Gamma = 1 + pL$	
	$\Gamma = \frac{1 + pC}{pC}$	
	$\Gamma = \frac{1 + pC + p^2LC}{pC}$	
	$\Gamma = \frac{1 + pC + p^2LC}{1 + p^2LC}$	
	$\Gamma = \frac{1 + R + pCR}{1 + pCR}$	

	$\Gamma = \frac{1 + R + pCR}{1 + pCR}$	
Mạch điện	Hệ số truyền đạt	Xấp xỉ bằng đường gãy khúc
	$\Gamma = \frac{1 + R + pCR + p^2LC(1 + R)}{1 + pCR + p^2LC}$	
	$\Gamma = \frac{R + pL(1 + R) + p^2LCR}{R + pL + p^2LCR}$	

Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 5 .

- 1/ Chức năng của mạch lọc tần số lý tưởng .Các loại sơ đồ mạng 4 cực thường dùng làm lọc
- 2/Điều kiện nào để mạng 4 cực có dải thông ,nghĩa là tạo thành được mạch lọc tần số . Hệ quả của điều kiện tạo thành mạch lọc thể hiện theo các tính chất thông số khác như thế nào.
- 3/ Cách vẽ các dạng đặc tính tần số của những phần tử ,nhánh ,các loại mạch(nối tiếp ,song song ,hỗn hợp) thuần kháng .
- 4/ Xây dựng các công thức tính hệ số suy giảm $a(\omega)$,dịch pha $b(\omega)$ và trở kháng đặc tính $Z_c(\omega)$ trong cả dải thông và dải chắn .
- 5/ Đặc điểm của các mạch lọc thuần kháng đối xứng loại k (sơ đồ,trở kháng dọc X_1 ,ngang X_2 ,các công thức xác định $a(\omega)$, $b(\omega)$ và $Z_c(\omega)$ trong cả dải thông và dải chắn)
- 6/Đặc điểm của lọc thuần kháng loại m và các tính chất của nó .
- 7/ Đặc điểm của mạch lọc thuần kháng không đối xứng so với lọc đối xứng .
- 8/ Khái niệm về mạch sửa biên độ .

CHƯƠNG VI

ĐỒ THỊ BODE

Để phân tích các hệ thống điện tử cần xây dựng các đồ thị theo tần số. Các giá trị loga của độ lớn các thông số giúp cho việc biểu diễn các đồ thị rất đơn giản về tính toán chúng. Các hàm mạch đặc trưng bởi các điểm cực và điểm không nên đồ thị của các hàm mạch này được vẽ trên cơ sở các điểm đặc biệt này sẽ rất có ý nghĩa trong việc phân tích chúng. Các giá trị tương đối của các thông số mạch tiện cho phân tích cũng rất hiệu quả.

6.1. BIỂU DIỄN HÀM MẠCH

Các hàm truyền đạt toán tử đã xem xét trong phương pháp biến đổi Laplace được gọi là hàm mạch. Hàm mạch thường là các hàm phân thức hữu tỷ biểu diễn tổng quát là một phân thức.

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)} \quad (6.1)$$

Thường biểu diễn theo:

Dưới dạng tỷ số của hai đa thức:

$$F(p) = \frac{A_o + A_1 p + \dots + A_m p^m}{B_o + B_1 p + \dots + B_n p^n} = \frac{\sum_{i=0}^m A_i p^i}{\sum_{i=0}^n B_i p^i} \quad (6.2)$$

Dưới dạng tích các thừa số:

$$F(p) = \frac{A_m}{B_n} = \frac{(p - p'_1)(p - p'_2) \dots (p - p'_m)}{(p - p''_1)(p - p''_2) \dots (p - p''_n)} = K_1 \frac{\prod_{i=1}^m (p - p'_i)}{\prod_{i=1}^n (p - p''_i)} \quad (6.3)$$

Với $K_1 = \frac{A_m}{B_n}$

Dưới dạng tích của các thừa số: $\left(1 - \frac{p}{p_i}\right)$

$$F(p) = k_2 \frac{\left(1 - \frac{p}{p'_1}\right) \left(1 - \frac{p}{p'_2}\right) \dots \left(1 - \frac{p}{p'_m}\right)}{\left(1 - \frac{p}{p''_1}\right) \left(1 - \frac{p}{p''_2}\right) \dots \left(1 - \frac{p}{p''_n}\right)} = k_2 \frac{\prod_{i=1}^m \left(1 - \frac{p}{p'_i}\right)}{\prod_{i=1}^n \left(1 - \frac{p}{p''_i}\right)} \quad (6.4)$$

Với $k_2 = \frac{A_o}{B_o}$

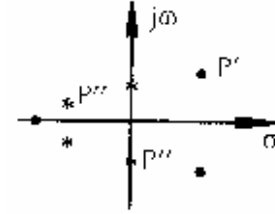
Các hàm $F(p)$ trên có đặc điểm:

$$\lim_{p \rightarrow p_i'} |F(p)| = 0$$

Vì vậy các tần số p_i' gọi là các điểm không. Còn các tần số $p = p_i''$ gọi là các điểm cực của hàm mạch vì:

$$\lim_{p \rightarrow p_i''} |F(p)| = \infty$$

Các điểm không, điểm cực và hằng số k hoàn toàn xác định được hàm $F(p)$. Chúng ta sẽ biểu diễn các điểm cực và điểm không như hình vẽ trên hình 6.1. Ở đây các vòng tròn ký hiệu điểm “không” còn dấu chéo ký hiệu điểm “cực”. Do $A(p)$ và $B(p)$ là các đa thức hệ số thực, nên nghiệm của chúng chỉ là thực hoặc các cặp nghiệm phức liên hiệp.



Hình 6.1.

Bằng cách thay thế $p = j\omega$ ta chuyển các hàm mạch $F(p)$ về hàm các miền tần số $F(j\omega)$. Đồ thị Bode được xây dựng để vẽ đồ thị trên cơ sở các điểm cực và điểm không với các đơn vị loga thích hợp.

6.2. ĐỒ THỊ BODE

Thay $p = j\omega$ vào (6.4) có:

$$F(j\omega) = K_2 \frac{\left(1 - \frac{j\omega}{p_1'}\right) \left(1 - \frac{j\omega}{p_2'}\right) \dots \left(1 - \frac{j\omega}{p_m'}\right)}{\left(1 - \frac{j\omega}{p_1''}\right) \left(1 - \frac{j\omega}{p_2''}\right) \dots \left(1 - \frac{j\omega}{p_n''}\right)} \quad (6.5)$$

Sử dụng các phép logarit cơ sở khác nhau đối với $F(j\omega)$ sẽ có đơn vị đo khác nhau:

Nếu biểu diễn đặc tuyến tần số của hàm mạch trong hệ tọa độ lôgarit thì chúng ta sẽ có đặc tuyến tần số biên độ, có đơn vị là Neper (Np) nếu lấy lôgarit tự nhiên của $F(j\omega)$.

$$a_N(\omega) = \ln |F(j\omega)| [Np] \quad (6.6)$$

Nếu lấy logarit cơ sở 10 của $F(j\omega)$ sẽ có đặc tuyến tần số biên độ với đơn vị là decibel (dB).

$$a_b(\omega) = 20 \cdot \text{Log} |F(j\omega)| [dB] \quad (6.7)$$

Trong (6.7) có hệ số 20 có ý nghĩa liên quan tới công suất sẽ thấy ở phần sau. Đặc tuyến pha thể hiện góc hay độ dịch pha là argument của $F(j\omega)$ đo bằng rad.

$$b(\omega) = \arg F(j\omega) \text{ rad} \quad (6.8)$$

Sở dĩ chúng ta vẽ đặc tuyến tần số dưới dạng logarit của hàm vì hai lý do sau:

– Thay các phép nhân trong biểu thức hàm bằng các phép cộng đối với logarit của hàm.

– Các thừa số có dạng khác nhau trong toạ độ có trục hoành được chia theo lôgarit của tần số được vẽ gần đúng bằng những đoạn thẳng và như vậy việc vẽ gần đúng đặc tuyến tần số tổng hợp được thực hiện đơn giản, thuận lợi.

Trục hoành được chia theo lôgarit của tần số như sau:

Theo log cơ số 10 của tỷ số giữa tần số và tần số chuẩn ω_0

$$\nu = \log \frac{\omega}{\omega_0} \text{ decad (ký hiệu là D)} \quad (6.9)$$

Được chia theo log cơ số 2 của tần số và tần số chuẩn.

$$\nu = \log_2 \frac{\omega}{\omega_0} \text{ octv (ký hiệu là Oct)} \quad (6.10)$$

Và chúng được biểu diễn trên hình vẽ.

-2	-1	0	1	2	3	ν	[D]	với $\gamma = \log \frac{\omega}{\omega_0} = \lg \frac{\omega}{\omega_0}$
0,01	0,1	1	10	100	1000		ω/ω_0	
-2	-1	0	1	2	3	ν	[Oct]	với $\gamma \log_2 \frac{\omega}{\omega_0}$
0,25	0,5	1	2	4	8		ω/ω_0	

Hình 6.2.

6.3. ĐỒ THỊ BODE CHO CÁC PHẦN TỬ HÀM MẠCH ĐIỆN HÌNH

Để xây dựng đồ thị Bode cho hàm mạch phức tạp ta cần xây dựng được đồ thị cho từng phần tử hay các hàm mạch đơn giản, sau đó tổng hợp lại với hàm mạch phức tạp.

6.3.1. Hàm mạch hay phần tử bằng số

$$F(p) = k_2 \quad (6.11)$$

Vì k_2 có thể dương hoặc âm lớn hơn 1 hay nhỏ hơn 1 nên:

$$a(\omega) = 20 \lg |k_2| \text{ [dB]} \quad (6.12)$$

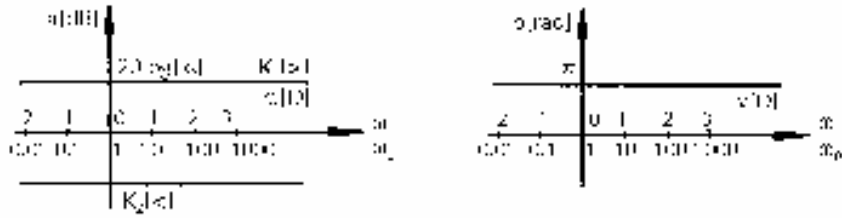
$$a(\omega) > 0 \text{ khi } |k_2| > 1 \quad (6.13)$$

$$a(\omega) < 0 \text{ khi } |k_2| < 1 \quad (6.14)$$

$$b(\omega) = 0 \text{ nếu } k_2 > 0$$

$$b(\omega) = \pi \text{ nếu } k_2 < 0$$

Đồ thị trên hình 6.3.



Hình

6.3.

6.3.2. Hàm mạch hay phân tử có dạng $F(p) = P$

Phân tử có dạng $F(p) = P$ (6.17)

Với (6.17) có nghiệm $p = 0$ và $F(j\omega) = j\omega$ (6.18)

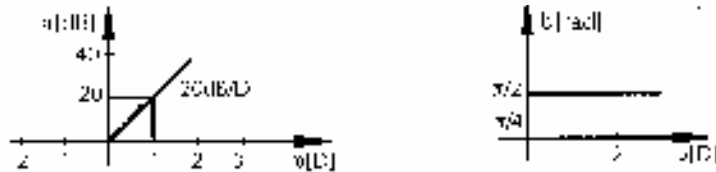
Có $a(\omega) = 20 \lg |j\omega| = 20 \lg \left| \frac{\omega}{\omega_0} \right| = 20 \lg v [\text{dB}]$ với ω_0 là tần số chuẩn thường chọn

tùy theo bài toán cụ thể thông thường chọn $\omega_0 = 1 \text{ rad}$.

Vậy $a(\omega) = 20 \lg \left| \frac{\omega}{\omega_0} \right| = 20 \lg |\omega| = 20 \lg v$ (6.19)

Còn $b(\omega) = \pi/2$ trong cả dải tần (6.20)

Theo (6.19) nếu $\omega = 1$ thì $a = 0$ thì $a = 20 \text{ dB}$ theo bước log, hàm $a(\omega)$ là đường thẳng có độ dốc là dB/D hoặc dB/oct . Còn pha của nó bằng $\pi/2$ không phụ thuộc vào tần số. Đồ thị của hàm này thể hiện trên hình 6.4.



Hình 6.4.

Trường hợp này gọi là có điểm không nằm trên gốc tọa độ, trên hình 6.4a ta thấy độ dốc đường thẳng 20 dB và đi qua gốc tọa độ.

6.3.3. Hàm mạch

$$F(p) = \left(1 + \frac{p}{\omega_h} \right) \quad (6.21)$$

Nghiệm của nó $p = -\omega_h$ nằm trên trục thực về phía âm nên nó nằm ở nửa mặt phẳng trái (hình 6.5a).

$$\text{Xét: } a(\omega) = 20 \lg |F(j\omega)| = 20 \lg \left| 1 + \frac{j\omega}{\omega_h} \right| \quad (6.22)$$

$$= 20 \lg \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_h^2}} = 10 \lg \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_h} \right)^2 \right] \quad (6.23)$$

$$\text{Xét góc pha: } b = \arg \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_h} \right) = \arctg \frac{\omega}{\omega_h} [\text{rad}] \quad (6.24)$$

Nếu $\frac{\omega}{\omega_h} < 0,1$ có nghĩa là ω nhỏ hơn ω_h khoảng 1 decad thì $a = 10 \log 1 = 0$.

Nếu $\frac{\omega}{\omega_h} > 10$ có nghĩa là ω lớn hơn ω_h khoảng 1 decad thì $a = 20 \log \frac{\omega}{\omega_h} \text{ dB}$.

Thay vào phương trình trên:

$$\omega = 0,1 \omega_h \text{ ta có: } a = 0 \text{ dB}$$

$$\omega = 10 \omega_h \text{ ta có: } a = 20 \text{ dB}$$

$$\omega = 100 \omega_h \text{ ta có: } a = 40 \text{ dB}$$

Vậy $a(\omega)$ trong (6.23) có thể lấy xấp xỉ bằng 1 đường gãy khúc có điểm gãy tại tần số $\omega = \omega_h$ và có độ dốc 20dB/D hình (6.5b).

Tại $\omega = \omega_h$ thay vào (6.23) ta có $a(\omega_h)$ tại điểm gãy $a(\omega_h) = 10 \lg 2 = 3 \text{ dB}$.

Nối các điểm đã xét $a(\omega) = 20 \text{ dB}$ ở $10 \omega_h$ với $a(\omega) = 40 \text{ dB}$ ở $100 \omega_h$ và chúng cắt trục hoành tại ω_h gọi là đường gần đúng. Tại $\omega = \omega_h$ sẽ có sai số 3dB. Còn $\omega < \omega_h$ được gần đúng bằng $a(\omega) = 0$ (hình 6.5b)

Xét góc pha theo (6.24).

$$\text{Khi } \frac{\omega}{\omega_h} < 0,1 \quad \text{thì } b = 0$$

$$\text{Khi } \omega > 10 \omega_h \quad \text{thì } b = \pi/2$$

$$\text{Tại điểm gãy } \omega = \omega_h \quad \text{thì } b = \pi/4.$$

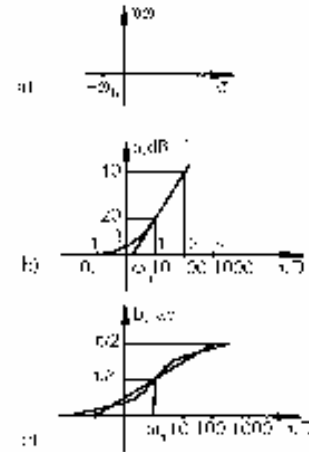
Đặc tuyến pha cũng được xấp xỉ bằng đường thẳng như hình 6.5c sai số cực đại ở đây là 0,1 rad hay 6°.

6.3.4. Hàm mạch có cặp nghiệm phức liên hiệp

$$\text{Xét hàm mạch: } F(p) = \left(1 - \frac{p}{p_1} \right) \left(1 - \frac{p}{p_2} \right) \quad (6.26)$$

$$\text{Hay: } F(p) = \left(1 - \frac{p}{\omega_i e^{j\theta}} \right) \left(1 - \frac{p}{\omega_i e^{-j\theta}} \right) \quad (6.27)$$

$$\text{Nghĩa là có cặp nghiệm } p_{1,2} = \omega_i \cdot e^{\pm j\theta} \text{ là phức liên hiệp.} \quad (6.28)$$



Hình 6.5.

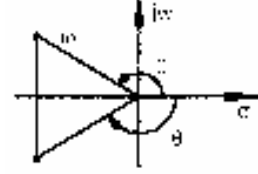
$$\text{Biến đổi (6.27)} \quad F(p) = 1 - \frac{p}{\omega_i} \cdot 2 \cos \theta + \left(\frac{p}{\omega_i} \right)^2 \quad (6.29)$$

Trong các bài toán kỹ thuật hay gặp các cặp nghiệm phức nằm ở nửa mặt phẳng trái hình 6.6.

$$\text{Với các góc } \theta_i > \pi/2 \text{ thì } \cos \theta_i < 0 \text{ ta đặt biến phụ } -\cos \theta_i = \xi \quad (6.30)$$

Từ (6.30) thì (6.29) có dạng:

$$F(p) = 1 + 2\xi \left(\frac{p}{\omega_i} \right) + \left(\frac{p}{\omega_i} \right)^2 \quad (6.31)$$



Chú ý với các điều kiện: (6.30) thì $\xi \leq 1$.

+ Với $\theta = 90^\circ$ có $-\cos 90^\circ = \xi = 0$ bài toán có cặp nghiệm ảo.

Hình 6.6.

$$P_{1,2} = \omega_i e^{\pm j90^\circ} = \pm j \omega_i \quad (6.32)$$

$$+ \text{ Với } \theta = 120^\circ \text{ có } -\cos 120^\circ = \xi = 1/2 \quad (6.33)$$

$$+ \text{ Với } \theta = 150^\circ \text{ có } -\cos 150^\circ = \xi = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (6.34)$$

$$+ \text{ Với } \theta = 180^\circ \text{ có } -\cos 180^\circ = \xi = 1 \text{ bài toán có cặp nghiệm thực}$$

$$P_{1,2} = \omega_i e^{j180^\circ} = \omega_i \quad (6.35)$$

Bài toán với một nghiệm âm thực $-\omega_h$ đã xét ở trên thì bài toán cặp nghiệm âm thực kép ω_i sẽ thực hiện được. Trường hợp này có độ dốc 40dB/D và góc pha cũng tăng gấp đôi tại ω_i . Nếu $\xi > 1$ thì có thể phân tích $F(p)$ thành hai nghiệm thực khác nhau.

$$F(p) = (p - p_1)(p - p_2) \quad (6.36a)$$

Với $p_1 \neq p_2$ là thực.

Xét (6.31) khi $p = j\omega$

$$a = 20 \log \left| 1 + j2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right) - \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right)^2 \right| \quad (6.36b)$$

$$= 10 \log \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right)^2 \right]^2 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right)^2 \right\}^{[dB]}$$

$$b = \arctg \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_i}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right)^2} [rad] \quad (6.37)$$

Bây giờ chúng ta hãy vẽ các đồ thị Bode của trường hợp sau:

Nếu $\frac{\omega}{\omega_i} < 0,1$ thì $a = \log 1 = 0$.

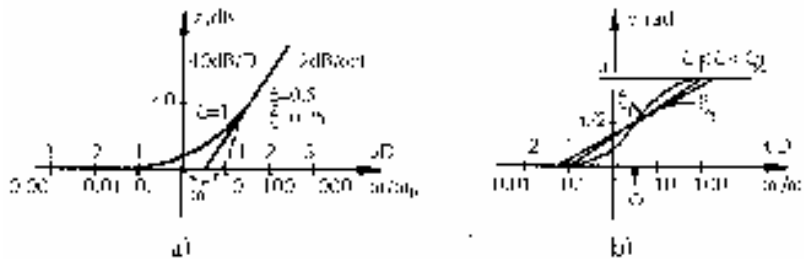
Nếu $\frac{\omega}{\omega_i} > 10$ thì $a = 10 \log \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right)^4 = 40 \log \frac{\omega}{\omega_i} [dB]$

Đồ thị của a tiệm cận với đặc tuyến gãy mà điểm gãy là ω_i . Trước ω_i một đề các đặc tuyến bằng 0, sau ω_i một đề các đặc tuyến là đường thẳng có độ dốc 40dB/D.

Tại điểm gãy giá trị chính xác của a là:

$$a(\omega_i) = 10 \log 4 \xi^2, \quad [dB] \quad (6.38)$$

Với các giá trị khác nhau của ξ là 1, 0,5 và 0,25 có thể xây dựng được đặc tính $a(\omega)$ như hình 6.7a)



Hình 6.7.

Xét đặc tính pha $b(\omega)$ tại.

$$\omega = 0 \text{ có } b(0) = 0$$

$$\omega = \omega_i \text{ có } b(\omega_i) = \pi/2 \quad (6.38)$$

$$\omega \gg \omega_i \text{ có } b(\omega) = \pi$$

Ngoài (6.38) $b(\omega)$ còn phụ thuộc vào ξ , đặc tuyến pha $b(\omega)$ được vẽ trên hình 6.7.

Nhận xét rằng trường hợp cặp nghiệm phức liên hợp này là tổng quát nhất. Khi $\xi = 1$ với cặp nghiệm thực âm ta có 2 đồ thị Bode của một nghiệm thực âm $-\omega_n$. Với $\xi = 0$ hay $\theta = 90^\circ$ cặp nghiệm sẽ ảo sẽ được xem xét kỹ ở phần sau đây.

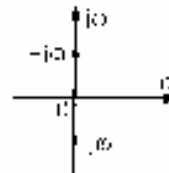
6.3.5. Hàm mạch có cặp nghiệm ảo liên hiệp

$$\text{Khi cặp nghiệm ảo } p_{1,2} = \pm j\omega_j \quad (6.39)$$

Có đồ thị hình 6.8.

$$\text{Thay vào: } F(p) = \left(1 - \frac{p}{p_1} \right) \left(1 - \frac{p}{p_2} \right) \text{ ta có:}$$

$$F(p) = \left(1 - \frac{p}{j\omega_j} \right) \left(1 + \frac{p}{j\omega_j} \right) \quad (6.39)$$



Hình 6.8.

$$F(p) = 1 + \left(\frac{p}{\omega_j} \right)^2 \quad (6.40)$$

Thay $p = j\omega$ vào (6.40) có: $F(j\omega) = 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_j} \right)^2$ (6.41)

Xét: $a(\omega) = 20 \lg \left| 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 \right|$ (6.42)

$$b(\omega) = \arg \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 \right] \quad (6.43)$$

Nếu $\omega/\omega_j < 0,1$ thì $a(\omega) = 20 \lg 1 = 0$

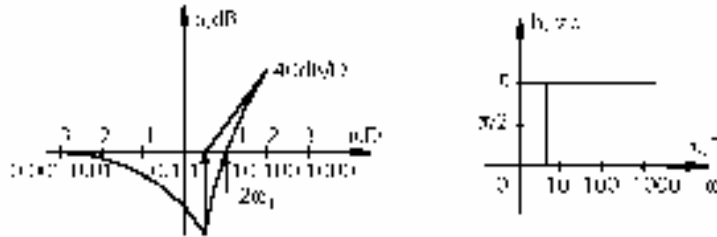
Nếu $\omega/\omega_j > 10$ thì $a(\omega) = 40 \lg \left| \frac{\omega}{\omega_j} \right|$ [dB]

Nếu $\omega = \omega_j$ thì $a(\omega) = 20 \lg |1 - 1| = -\infty$

Nếu $\omega = \sqrt{2}\omega_j$ thì $a(\sqrt{2}\omega_j) = 20 \lg |1 - 2| = 20 \lg 1 = 0$

Nếu $\omega = \omega_j / \sqrt{3}$ thì $a(\omega_j / \sqrt{3}) = 20 \lg \left| 1 - \frac{1}{2} \right| = 20 \lg \frac{1}{2} = -6$ [dB]

Từ các số liệu trên xây dựng được $a(\omega)$ trên hình 6.9a.



Hình 6.9.

Xét đặc tuyến pha $b(\omega)$.

$$b(\omega) = \arg \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 \right]$$

Với: $\left. \begin{array}{lll} \omega > \omega_j & \text{có} & b(\omega) = \pi \\ \omega < \omega_j & \text{có} & b(\omega) = 0 \\ \omega = \omega_j & \text{có} & b(\omega) = 0 \end{array} \right\} \quad (6.44)$

Kết quả này được thể hiện trên $b(\omega)$ ở hình 6.9b.

6.4. XÂY DỰNG ĐỒ THỊ BODE CHO HÀM MẠCH PHỨC TẠP

6.4.1. Quan hệ các điểm “không” và điểm “cực” với đồ thị bode

Ở trên đã phân tích các hàm mạch đơn giản chứa các điểm “không” là các phần tử nằm trên trục số.

Nếu các phần tử nằm ở mẫu số thì đó lại là các điểm cực của mạch. Đồ thị của các điểm “cực” này là đối xứng với đồ thị bode của hàm mạch với điểm “không” tương ứng qua trục thực tần số ω .

Trên hình 6.10 là đồ thị bode của hàm mạch.

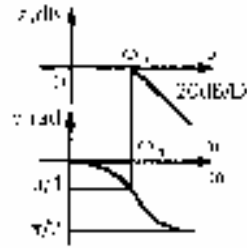
$$F(p) = \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{\omega h}\right)} \quad (6.45)$$

Và dễ thấy đồ thị này là đối xứng qua trục tần số ω so với hàm (6.21).

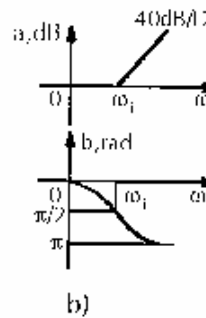
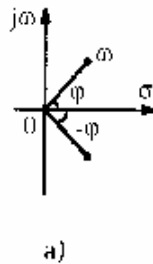
Hãy xét đồ thị bode của hàm mạch dạng nghiệm nằm phía phải của trục ảo thì dễ thấy biên độ $a(\omega)$ là không đổi nhưng tuyến pha $b(\omega)$ phải đối xứng qua trục ω , hình 6.11b. Xét hàm mạch.

$$F(p) = \left(1 - \frac{p}{\omega_i e^{j\varphi}}\right) \left(1 - \frac{p}{\omega_i e^{-j\varphi}}\right) \quad (6.46)$$

Đồ thị này có dạng hình 6.11b còn có nghiệm phần thực dương nên $\varphi < \pi/2$ được vẽ ở hình 6.11a.



Hình 6.10.



Hình 6.11.

6.4.2. Phương hướng vẽ đồ thị Bode hàm phức tạp

Chúng ta đã khảo sát các đồ thị Bode của các loại nghiệm khác nhau của hàm mạch. Hàm mạch sẽ được vẽ từ các đặc tuyến gây phân tử đã nói ở trên. Ở đây vì hàm mạch được vẽ trong toạ độ lôgarit nên phép nhân trong hàm mạch tương ứng với việc cộng các đặc tuyến gây phân tử, còn phép chia tương ứng với việc trừ các đặc tuyến gây phân tử, nhưng vì tương ứng các điểm cực, các đặc tuyến gây được biểu hiện ở phần âm, do đó đồ thị Bode của hàm mạch sẽ là đồ thị kết quả của việc cộng các đồ thị Bode thành phần.

Lý thuyết mạch điện

Trong nhiều trường hợp đồ thị Bode của hàm mạch với dạng đặc tuyến gãy cũng đã đủ để khảo sát tính chất hàm mạch nên người ta không cần vẽ đặc tuyến chính xác của hàm mạch qua các đường.

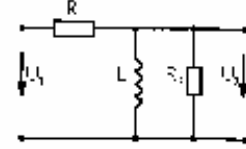
Với các hàm mạch phức tạp thực hiện vẽ các phần tử rời rạc sau đó thực hiện các phép cộng trừ đồ thị theo tính chất điểm “không” và điểm “cực” ở tử số và mẫu số.

6.4.3. Các ví dụ xây dựng đồ thị Bode

Ví dụ 1: Cho mạch điện như hình 6.11b. $R_1=180\Omega$, $R_2=20\Omega$, $L = 180\text{mH}$. Hãy vẽ đồ thị Bode của đặc tuyến tần số của tỷ số điện áp ra và điện áp vào của mạch điện.

Ứng với phương pháp toán tử ta viết được tỷ số điện áp ra và điện áp vào của mạch.

Hình 6.12a.



$$K(p) = \frac{u_2}{u_1} = \frac{\frac{R_2 p L}{R_2 + p L}}{R_1 + \frac{R_2 p L}{R_2 + p L}} = \frac{p R_2 L}{R_1 R_2 + p(R_1 L + R_2 L)} = \frac{p \frac{L}{R_1}}{1 + p L \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}}$$

$$\tau_1 = \frac{L}{R_1} = \frac{180 \cdot 10^{-3}}{180} = 10^{-3} \text{ s}$$

Hãy đặt:

$$\tau_2 = L \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = \tau_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) = 10^{-3} \left(1 + \frac{180}{20} \right) = 10^{-2} \text{ s}$$

Có thể viết lại hàm $K(p)$ như sau:

$$K(p) = \tau_1 \frac{p}{1 + \frac{p}{1/\tau_2}}$$

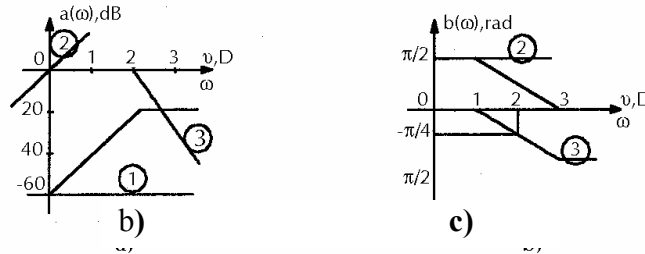
Theo biểu thức trên, đồ thị Bode của hàm $K(p)$ sẽ là tổng hợp của ba đặc tuyến thành phần của trường hợp 1, 2 và 3 được xét ở phần lý thuyết.

Ứng với hằng số τ_1 ta có $a_1 = 20 \log \tau_1 = 20 \log 10^{-3} = -60 \text{ dB}$.

Ứng với điểm 0 tại gốc tọa độ tức là biểu thức p trên tử số, ta có đặc tuyến là đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

Còn ứng với điểm cực thực tại $\left(1 - \frac{1}{\tau} \right)$ ta có đặc tuyến là đường gãy có tần số gãy tại $1/\tau_2 = 10^2 \text{ s}^{-1}$ và độ dốc là -20 dB/D .

Đồ thị Bode (biên độ và pha) của hàm $K(p)$ được biểu diễn trên hình 6.12b,c.



Hình 6.12.

Ở tần số cao hàm tuyến đạt điện áp tiến đến giá trị.

$$a_{\infty} = a(\infty) = 20 \lg \frac{\tau_1}{\tau_2} = 20 \lg \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -20 \text{ dB}$$

Ví dụ 2: Hãy xác định đồ thị Bode của đặc tuyến truyền đạt điện áp của mạch điện hình 6.13.

$$(R_1 = 40 \text{ k}\Omega, R_2 = 10 \text{ k}\Omega, C = 100 \text{ nF})$$

Giải: Hàm truyền đạt áp.

$$\begin{aligned} K(p) = \frac{u_2}{u_1} &= \frac{\frac{R_2}{pC_2} / \left(R_2 + \frac{1}{pC_2} \right)}{R_1 + \frac{R_2 / pC_2}{R_2 + \frac{1}{pC_2} + \frac{1}{pC_2}}} = \frac{R_2 / pC_2}{R_1 \left(R_2 + \frac{1}{pC_2} \right) + \frac{R_2}{pC_2}} \\ &= \frac{R_2}{R_1 + R_2 + pR_1R_2C_2} = \frac{R_2 / (R_1 + R_2)}{1 + p \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}} = k_0 \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_h}} \end{aligned}$$

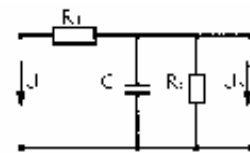
$$k_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10}{40 + 10} = 0,2$$

Với:

$$\omega_h = \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2C_2} = \frac{(40 + 10) \cdot 10^3}{40 \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} = 1250; [1/s]$$

Hàm truyền đạt gồm 2 phần tử k_0 và điểm “cực” thực âm- ω_h tạo nên. Gọi $a_1(\omega) = 20 \lg k_0 = 20 \lg 0,2 = -1 \text{ dB}$, $b(\omega) = 0$.

$$a_2(\omega) = 20 \lg \left| \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_h}} \right|; \quad b_2(\omega) = \text{Arg} \left[\frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_h}} \right]$$



Hình 6.13.

Các đặc tính $a_1(\omega)$, $b_1(\omega)$, $a_2(\omega)$, $b_2(\omega)$ đã được xem xét ở trên và vẽ nó trên hình 6.14a,b.

Ở đây thực hiện phép cộng đồ thị:

$$\begin{aligned} a_{\Sigma}(\omega) &= a_1(\omega) + a_2(\omega) \\ b_{\Sigma}(\omega) &= b_1(\omega) + b_2(\omega) \end{aligned}$$

Lý thuyết mạch điện

Nhìn vào đồ thị Bode 6.14a ta thấy ω càng cao $a_{\Sigma}(\omega)$ càng âm, nghĩa là áp ra càng giảm và mạch có chức năng như mạch lọc thông thấp RC .

Ví dụ 3: Hãy xác định đồ thị Bode của hàm truyền đạt điện áp của mạch hình 6.15 với các giá trị khác nhau của $L = 1H$, $R = 1k\Omega$, $C = 0,1\mu F$.

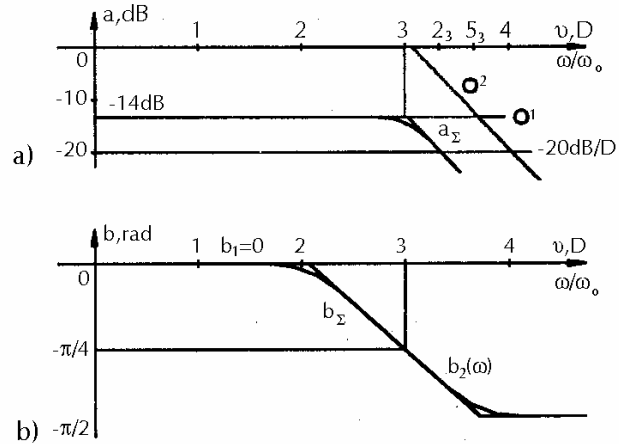
Bài giải:

Hàm truyền đạt điện áp được viết:

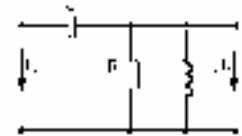
$$K(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{RpL}{R + pL}}{\frac{1}{pC} + \frac{RpL}{R + pL}} = \frac{p^2 LC}{1 + p \frac{L}{R} p^2 LC}$$

$$\text{Đặt: } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{1,0,1 \cdot 10^{-6}} = 10^7 \text{ s}^{-2} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{10^7} = 3160 \text{ s}^{-1}$$

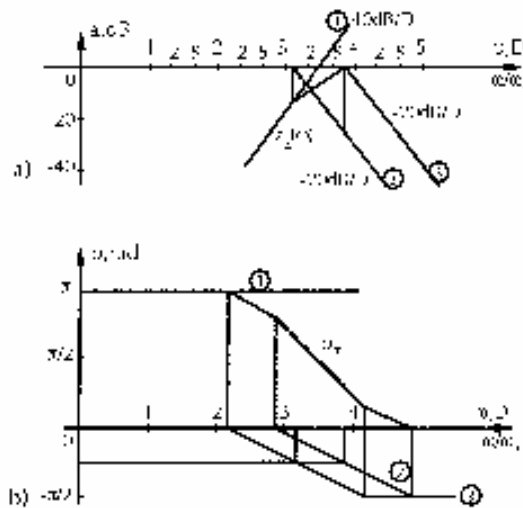
Nghiệm của mẫu số sẽ là: $1 + p \cdot 10^3 + p^2 \cdot 10^{-7} = 0$



Hình 6.14.



Hình 6.15.



Hình 6.16.

Từ đó ta lại có hai nghiệm đơn:

$$p_1 = -1,12 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}; \quad p_2 = -8,9 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$$

Hàm $K(p)$ có thể viết:

$$K(p) = \frac{\frac{p^2}{\omega_0^2}}{\frac{(1+p)}{|p_1|} \frac{(1+p)}{|p_2|}} = \frac{k_1(p)}{k_2^{-1}(p) \cdot k_3^{-1}(p)}$$

Đặt các đặc tính:

$$\begin{cases} k_1 & \text{có } a_1(\omega); & b_1(\omega) \\ k_2 & \text{có } a_2(\omega); & b_2(\omega) \\ k_3 & \text{có } a_3(\omega); & b_3(\omega) \end{cases} \text{ chúng vẽ được trên hình 16a,b.}$$

Có: $a_\Sigma(\omega) = a_1 + a_2 + a_3$

$$b_\Sigma(\omega) = a_1 + a_2 + a_3$$

6.5. KỸ THUẬT TÍNH TOÁN TRONG MẠCH ĐIỆN TỬ

Các thông số tuyệt đối của mạch có khoảng rộng quá lớn nên cần biện pháp gọn gàng trong thể hiện và tính toán nó. Người ta sử dụng các đơn vị tương đối làm cho biểu diễn và phân tích mạch thuận tiện hơn. Thêm nữa nếu dùng các giá trị chuẩn còn cho phép đánh giá chuẩn hoá hệ thống rất hữu hiệu.

6.5.1. Các đơn vị tương đối

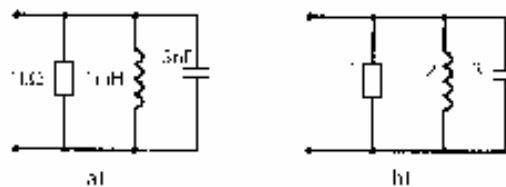
Đầu tiên chúng ta hãy nói đến các đại lượng tham gia trong hàm mạch là R, L, C, n, ω . Vì nó là đại lượng không có đơn vị nên chúng ta không nói đến. Vậy hệ đơn vị chuẩn được bao gồm $R_{ch}, C_{ch}, L_{ch}, \omega_{ch}$ và giữa chúng có quan hệ.

$$R_{ch} = \omega_{ch} L_{ch}; \quad R_{ch} = \frac{1}{\omega_{ch} C_{ch}}$$

Vậy trong bốn đơn vị chuẩn kể trên có hai giá trị được chọn tự do.

Các ví dụ ứng dụng (6.37) sẽ làm rõ cách sử dụng đơn vị tương đối.

Ví dụ 1: Chọn đơn vị chuẩn cho sơ đồ hình 6.17.



Hình 6.17.

Giải:

Ta có thể chọn: $R_{ch} = 1k\Omega; L_{ch} = 1mH$ và :

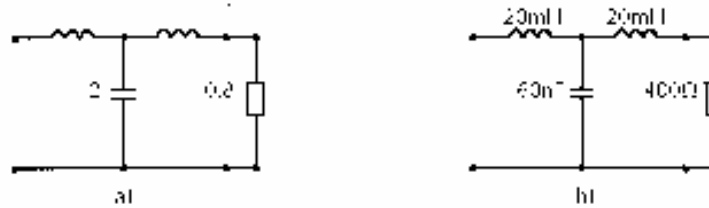
Lý thuyết mạch điện

$$\omega_{ch} = \frac{R_{ch}}{L_{ch}} = \frac{10^3}{10^{-3}} = 10^6 \text{ rad/s} = 1 \text{ Mrad/s}$$

$$C_{ch} = \frac{1}{R_{ch} \omega_{ch}} = \frac{1}{10^3 \cdot 10^6} = 10^{-9} \text{ F} = 1 \text{ nF}$$

Các giá trị tương ứng được thể hiện ở sơ đồ 6.17b.

Ví dụ 2: Với sơ đồ thông số tương đối hình 6.18a có chuẩn $R_{ch} = 500\Omega$; $f_{ch} = 1\text{KHz}$. Hãy xác định các giá trị thực của thông số.



Hình 6.18.

Giải: đầu tiên chúng ta có thể xác định tần số ω_{ch} .

$$\left. \begin{aligned} \omega_{ch} &= 2\pi f_{ch} = 2\pi \cdot 10^3 = 25 \text{ krad/s} \\ \text{Từ đó: } L_{ch} &= \frac{R_{ch}}{\omega_{ch}} = \frac{500}{25 \cdot 10^3} = 20 \text{ mH} \\ C_{ch} &= \frac{1}{R_{ch} \omega_{ch}} = \frac{1}{500 \cdot 25 \cdot 10^3} = 80 \text{ nF} \end{aligned} \right\}$$

Giá trị thực được thể hiện trên hình 6.18b.

Ngoài các thông số thụ động tương đối còn có các thông số dòng điện, điện áp và công suất chuẩn liên quan đến nó bằng.

$$R_{ch} = \frac{U_{ch}}{I_{ch}}; \quad P_{ch} = U_{ch} \cdot I_{ch} \quad (6.38)$$

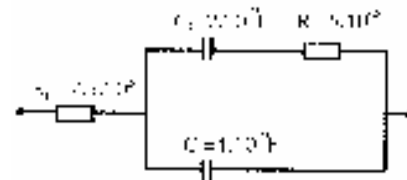
Với các đại lượng điều hoà ω thì còn có thời gian chuẩn.

$$t_{ch} = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (6.39)$$

Ví dụ 3: Hãy tính trở kháng của mạng hai cực hình 6.19 sau đó tính trở kháng ở tần số 160Hz và 320Hz.

Giải:

$$\begin{aligned} \text{Chọn } R_{ch} &= 5 \cdot 10^5 \Omega; \\ C_{ch} &= 2 \cdot 10^{-9} \text{ F.} \end{aligned}$$



Hình 6.19.

Có:
$$\omega_{ch} = \frac{1}{R_{ch} C_{ch}} = \frac{1}{5 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-9}} = 10^3 \text{ Rad / s}$$

Vậy:
$$f_{ch} = \frac{\omega_{ch}}{2\pi} = 160 \text{ Hz}$$

Trở kháng của mạch tính theo giá trị tương đối Z_{td} được tính.

$$Z_{td} = \frac{Z}{R_{ch}} = R_{1td} + \frac{(R_{2td} + 1/j\omega C_{2td})/j\omega C_{1td}}{R_{2td} + \frac{1}{j\omega C_{2td}} + \frac{1}{j\omega C_{1td}}}$$

Theo giá trị chuẩn có:

$$R_{1td} = 1,5; \quad R_{2td} = 1; \quad C_{2td} = 1; \quad C_{1td} = 2 \text{ thay vào}$$

$$Z_{td} = 1,5 + \frac{\left(1 + \frac{1}{j\omega}\right) \left(\frac{1}{j\omega_2}\right)}{1 + \frac{1}{j\omega} + \frac{1}{j\omega_2}} = \frac{1 - 3\omega^2 + j5,5\omega}{-2\omega^2 + 3j\omega}$$

Với $f_{ch} = 160 \text{ Hz}$ thì:

$$f_{1td} = \frac{160}{160} = 1 \quad \text{với} \quad \omega_{1td} = 1$$

$$f_{2td} = \frac{320}{160} = 2 \quad \text{với} \quad \omega_{2td} = 2$$

Thay ω_{1td} , ω_{2td} vào Z_{td} trên:

$$Z_{1td} = \frac{1 - 3 + j5,5}{-2 + 3j} = \frac{-2 + j5,5}{-2 + j3} = \frac{(-2 + j5,5)(-2 - j3)}{4 + 9} = 1,58 - j0,385$$

$$Z_{2td} = \frac{1 - 3 \cdot 2^2 + j5,5 \cdot 2}{-2 \cdot 2^2 + 3j \cdot 2} = \frac{-11 + j11}{-8 + j6} = \frac{(-11 + j11)(-8 - j6)}{64 + 36} = 1,54 - j0,22$$

Giá trị thực của Z_1 (với $f = 160 \text{ Hz}$) và $Z_2 = 320$) là:

$$Z_1(160) = Z_{1td} \cdot R_{ch} = (1,58 - j0,385) \cdot 5 \cdot 10^5 = (7,9 - j1,925) \cdot 10^5 (\Omega)$$

$$Z_2(320) = Z_{2td} \cdot R_{ch} = (1,54 - j0,22) \cdot 5 \cdot 10^5 = (7,7 - j1,1) \cdot 10^5 [\Omega]$$

6.5.2. Các đơn vị lôgarit

Các đơn vị lôgarit thường được dùng vì những nguyên nhân sau đây:

1. Một phần các hiện tượng tự nhiên (ví dụ độ nhạy của tải) có tính chất lôgarit.
2. Giá trị của một số đại lượng thông thường nằm trong khoảng rất rộng.
3. Đối với các khâu khuếch đại nối dây chuyền thay vì phải nhân các hệ số khuếch đại, ta chỉ phải cộng các đại lượng lôgarit trong trường hợp tỷ số công suất phải trừ các đại lượng lôgarit.

Các đại lượng lôgarit thường dùng.

- a) Đối với tỷ số của công suất ta có đại lượng.

$$a = 10 \log \frac{P_1}{P_0} [dB] \quad (6.40)$$

b) Đối với tỷ số điện áp.

Từ (6.40) ta viết được.

$$a = 10 \log \frac{P_1}{P_0} = 10 \log \frac{U_1^2 R_0}{U_0^2 R_1} = 20 \log \frac{U_1}{U_0} + 10 \log \frac{R_1}{R_0}$$

$$\text{Nếu: } R_1 = R_0 \text{ thì } a = 20 \log \frac{U_1}{U_0} [dB] \quad (6.41)$$

Nếu lấy log tự nhiên của tỷ số điện áp ta có:

$$a = \ln \frac{U_1}{U_0}; [Np] \quad (6.42)$$

Từ (6.41) nếu $R_1 = R_0$ ta có quan hệ của công suất:

$$a = \frac{1}{2} \ln \frac{P_1}{P_0}; [Np] \quad (6.43)$$

Quan hệ giữa dB và N

$$a [dB] = 20 \log \frac{U_1}{U_0} = 20.0,435 \ln \frac{U_1}{U_0} = 8,7a [N]$$

$$\text{Vậy } 1N = 8,7dB; 1dB = 0,115N \quad (6.44)$$

Trong hệ thống truyền tin thông so sánh mọi công suất (hoặc điện áp) với mọi công suất (hoặc điện áp) nhất định nào đó, lúc đó tỷ số công suất (hoặc điện áp) tính bằng dB được gọi là mức. Nếu công suất lấy làm chuẩn $P_0 = 1W$ lúc đó mức sẽ là:

$$s = 10 \log P_1 [dBW]; \quad S_p = a_p |_{p_0 = 1W} \quad (6.45)$$

Trong đó: P_1 lấy đơn vị là W

Nếu công suất chuẩn $P_0 = 1mW$ thì mức sẽ là:

$$s = 10 \log P_1 [dBmW] \quad (6.46)$$

Trong đó: P_1 lấy đơn vị là mW

Nếu điện áp lấy làm chuẩn là 0,775V thì mức điện áp được tính:

$$s = 20 \log \frac{U_1}{0,775V} dB \quad S_u = S_p |_{u_0 = 0,775V}$$

c) Đối với tỷ số của tần số

Như đã trình bày ở mục đồ thị Bode các đơn vị của log của tần số là:

$$\nu = \log \frac{\omega_1}{\omega_0}, D\nu = \log_2 \frac{\omega_1}{\omega_0}, oct$$

Từ quan hệ $10^{\log x} = 2^{\log_2 x}$

$$\log x = \log_2 x \cdot \log 2 = 0,3 \log_2 x$$

Có nghĩa là:

$$v[D] = 0,3; \quad v[\text{oct}] \quad (6.48)$$

$$\text{Kết quả} \quad 1\text{oct} = 0,3D; \quad 1D = 3,33\text{cot} \quad (6.49)$$

Ví dụ 1: Trên một điện trở tỷ số tín hiệu với nhiễu là 45dB. Hãy xác định tỷ số điện áp tín hiệu với nhiễu và tỷ số công suất của tín hiệu so với nhiễu.

Giải:

$$a_u = 20 \lg \left(\frac{U_{\text{nhiều}}}{U_{\text{tín hiệu}}} \right)^{-1} = 45 \text{dB}$$

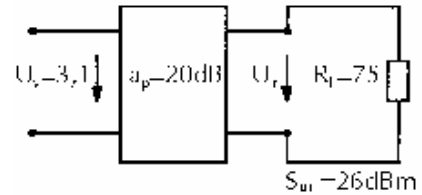
$$a_p = 10 \lg \left(\frac{P_{\text{tín hiệu}}}{P_{\text{nhiều}}} \right)^{-1} = 45 \text{dB}$$

Vậy:

$$\frac{U_{\text{tín hiệu}}}{U_{\text{nhiều}}} = 10^{15/20} = 1,78 \cdot 10^2$$

$$\frac{P_{\text{tín hiệu}}}{P_{\text{nhiều}}} = 10^{15/10} = 3,17 \cdot 10^4 = \left(\frac{U_{\text{tín hiệu}}}{U_{\text{nhiều}}} \right)^2$$

Ví dụ 2: Hãy xác định điện trở vào của bộ khuếch đại ở hình 6.20 cho biết độ khuếch đại công suất $a_p = 20\text{dB}$ và điện áp đầu vào $u_v = 75\text{mV}$ là $S_u = 26\text{dBm}$, tính U_{ra} , I_{ra} , $I_{vào}$.



Giải:

Theo quan hệ:

$$a_p = a_u + 10 \lg \frac{R_{vào}}{R_t} \quad \text{vậy} \quad R_{vào} = 10^{\frac{a_p - a_u}{10}} \cdot R_t \quad \text{Hình 6.20.}$$

$$a_u = 20 \lg \frac{U_{ra}}{U_{vào}} = 20 \lg \frac{U_{ra}}{0,775} - 20 \lg \frac{U_{vào}}{0,775} \quad a_u = S_{u_{ra}} - S_{u_{vào}}$$

Với:

$$S_{u_{vào}} = 20 \lg \left[\frac{3,1}{0,775} \right] = 12 \text{dB}$$

$$\text{Vậy: } a_u = 26[\text{dB}] - 12[\text{dB}] = 14[\text{dB}]$$

$$\text{Rút} \quad R_{vào} = 10^{\frac{a_p - a_u}{10}} \cdot R_t = 10^{\frac{20-14}{10}} \cdot R_t = 10^{0,6} \cdot R_t = 10^{0,6} \cdot 75 = 300\Omega$$

$$\text{Tính: } U_{ra} = 10^{\frac{S_{u_{ra}}}{20}} \times 0,775 = 10^{1,3} \times 0,775 = 15,46[\text{V}]$$

$$I_{ra} = \frac{U_{ra}}{R_t} = \frac{15,46}{75} = 0,206[\text{A}]$$

$$I_{vào} = \frac{U_{vào}}{R_{vào}} = \frac{3,1}{300} = 0,0103[\text{A}]$$

Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 6

- 1/Định nghĩa,các dạng biểu diễn và đặc điểm của hàm mạch.*
- 2/ Định nghĩa đồ thị Bode và các thể hiện biến, hàm trên mặt phẳng trong đồ thị bode.*
- 3/ Vẽ dạng đồ thị bode cho các loại phân tử hàm mạch : hàng số ,đạo hàm ,quán tính bậc 1 ,dao động tắt dần và dao động vĩnh cửu.*
- 4/Quan hệ các đồ thị bode có nghiệm “không “ với đồ thị có nghiệm “cực“.*
Cách vẽ đồ thị bode cho các mạng 4 cực khâu chuỗi phức tạp .
- 5/ Cách tính toán các thông số tương đối ,thông số lôga cho tần số , điện áp ,công suất,mức điện áp ,mức công suất trong kỹ thuật điện tử .*

CHƯƠNG VII

PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN PHỨC TẠP KHÔNG TƯƠNG HỖ VÀ HỖ CẢM

7.1. KHÁI NIỆM PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN KHÔNG TƯƠNG HỖ

Ở mạch điện phức tạp có chứa nguồn điều khiển có thể sử dụng phương pháp ma trận để phân tích. Các phương trình thể đỉnh có dạng như ở mạch điện tương hỗ, song ma trận dẫn nạp nhánh $[Z_{nh}]$ và ma trận cấu trúc $[A]$ phải thành lập khác. Phương pháp dòng điện vòng không được ứng dụng ở bài toán không tương hỗ vì không hiệu quả. Để đơn giản hãy phân tích các bài toán không tương hỗ mà khi tác động điều kiện đầu $u_c(-0)$, $i_L(-0)$, $\psi(-0)$, $q(-0)$ đều triệt tiêu. Lúc đó nghiệm của hệ thống $u(t)$, $i(t)$ dạng thời gian ứng với dạng phổ chỉ có thành phần cưỡng bức hay xác lập. Các nghiệm phổ này giống hệt như các dạng số phức của nó. Cho nên hãy xem xét các bài toán ở mạch không tương hỗ như là giải nghiệm cưỡng bức theo tần số.

7.2. PHƯƠNG PHÁP ĐIỆN THỂ NÚT PHÂN TÍCH MẠCH KHÔNG TƯƠNG HỖ

7.2.1. Viết phương trình thể đỉnh theo mạch điện

Cho mạch điện có hình 7.1 với các thông số mạch và nguồn đã cho. Hãy lập phương trình thể đỉnh để từ đó tìm được nghiệm.

Nhìn mạch ta nhận xét thấy:

– Ngoài các nguồn dòng độc lập j_{01} , j_{02} và j_{06} còn có các nguồn phụ thuộc hay điều khiển.

– Với nguồn điều khiển $g_1 u_a$ được hiểu với $\varphi_d = 0$ đã được chọn thì:

$$u_a = \varphi_a - \varphi_d = \varphi_a ; \quad (7.1) \quad \text{Hình 7.1.}$$

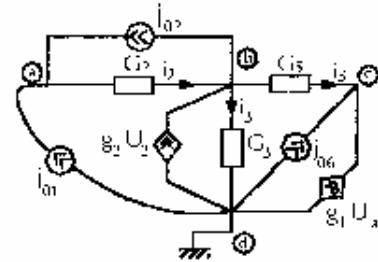
Còn nguồn $g_2 u_2$ được diễn tả theo điện áp trên nhánh G_2 nên:

$$g_2 u_2 = g_2 (\varphi_a - \varphi_b) \quad (7.2)$$

Như đã biết qui tắc lập phương trình thể đỉnh của mạch ở phần mạch tuyến tính tương hỗ ta có thể áp dụng vào mạch không tương hỗ với một lưu ý sau đây: Đó là các nguồn điều khiển có ý nghĩa cũng như nguồn độc lập, nó sẽ tác động kích thích cho các nút tương ứng. Từ đó có phương trình của mạch:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_a (G_2) - \varphi_b \cdot G_2 - \varphi_c \cdot 0 &= j_{01} + j_{02} \\ -\varphi_a G_2 + \varphi_b (G_2 + G_3 + G_5) - \varphi_c G_5 &= g_2 (\varphi_a - \varphi_b) - j_{02} \\ 0 - \varphi_b G_5 + \varphi_c (G_5) &= j_{06} + g_1 \cdot \varphi_a \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

Sắp xếp lại:



$$\left. \begin{aligned} \varphi_a \cdot G_2 - \varphi_b \cdot G_2 - \varphi_c \cdot 0 &= j_{01} + j_{02} \\ -\varphi_a (G_2 + g_2) + \varphi_b (G_2 + G_3 + G_5 + g_2) - \varphi_c \cdot 0 &= -j_{02} \\ -\varphi_a g_1 - \varphi_b G_5 + \varphi_c G_5 &= j_{06} \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

Sắp xếp (7.4) theo dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} G_2 & -G_2 & 0 \\ -(G_2 + g_2) & (G_2 + G_3 + G_5 + g_2) & -G_5 \\ -g_1 & -G_5 & G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{01} + j_{02} \\ -j_{02} \\ j_{06} \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

Hệ phương trình (7.5) cũng có dạng $[Y_d] \cdot [\varphi_d] = [J_D]$ như ở mạch điện tương hỗ tuyến tính nhưng ma trận dẫn nạp nút đỉnh $[Y_d]$ có khác. Sự khác nhau chính là do các nguồn điều khiển sinh ra. Như (7.5) ta thấy $[Y_d]$ là ma trận không đối xứng và các dẫn nạp điều khiển đã tham gia vào các vị trí có liên quan tới đỉnh mà nó tác động và nhánh mà từ đó có điện áp điều khiển. Ví dụ nguồn $g_2 u_2$ sẽ ảnh hưởng tới 2 đỉnh mà nó bơm vào (đỉnh b) và rút ra (đỉnh d) và 2 đỉnh lấy áp điều khiển φ_a đỉnh a, φ_b đỉnh b từ quan hệ

$$u_2 = \varphi_a - \varphi_b.$$

Nếu quan niệm ma trận dẫn nạp nút ở mạch không tương hỗ là tổng hay xếp chồng giữa ma trận dẫn nạp nút ở mạch tương hỗ $[Y_D^{th}]$ với ma trận dẫn nạp nút ở mạch chỉ có không tương hỗ nguồn điều khiển tác động $[Y_D^0]$:

$$[Y_D] = [Y_D^{th}] + [Y_D^0]; \quad (7.6)$$

$$\text{và cụ thể: } [Y_D^{th}] = \begin{bmatrix} G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + G_5 & -G_5 \\ 0 & -G_5 & G_5 \end{bmatrix}; \quad (7.7)$$

$$[Y_D^0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -g_2 & g_2 & 0 \\ -g_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (7.8)$$

Nhờ thấy (7.7) đã xem xét ở mạch tương hỗ nên rất dễ lập trực tiếp từ mạch. Còn (7.8) là phải xây dựng. Ở đây ta có thể tìm qui tắc để lập $[Y^0]$ ma trận dẫn nạp nút chỉ do các nguồn điều khiển sinh ra. Tuy vậy phương pháp này không tiện lợi nếu mạch phức tạp và nhiều nguồn điều khiển. Còn nếu ít nguồn điều khiển thì ta thực hiện như cách lập phương trình thế đỉnh đã xét ở bài toán trên.

7.2.2. Xây dựng phương pháp ma trận

Cho bài toán mạch không tương hỗ phức tạp.

Như trên đã phân tích dạng phương trình ma trận của mạch tương hỗ và không tương hỗ rất tương tự như sau:

$$[Y_D^0] \cdot [\varphi_D] = [J_D^0]; \quad (7.9)$$

$$\text{Với: } [J_D] = [A^o][J_{Nh}] - [A^o][Y_{Nh}^0] \cdot [E_{Nh}]; \quad (7.10)$$

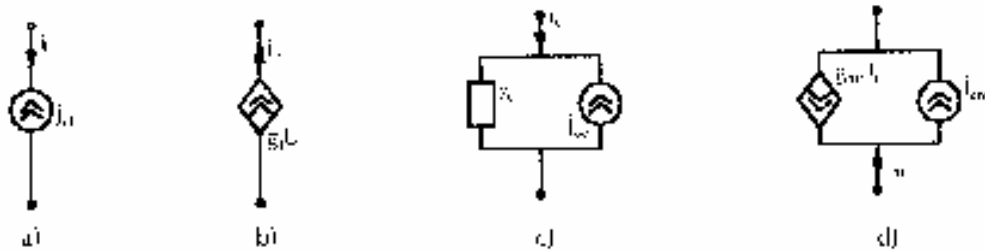
$$[Y_D^0] = [A^0][Y_{Nh}^0].[A^{0T}]$$

Các phương trình (7.9) và (7.10) đã viết cho mạch không tương hỗ khi ký hiệu dấu tròn ở các ma trận $[A^0]$, $[Y_{Nh}^0]$, $[Y_D^0]$ và dễ thấy chẳng khác gì ở mạch tương hỗ, vấn đề là xác định các $[A^0]$, $[Y_{Nh}^0]$ như thế nào. Sau đây ta sẽ xây dựng qui tắc lập chúng.

a) *Lập ma trận cấu trúc $[A^0]$ cho mạch không tương hỗ*

Ta có các loại nhánh trong mạch không tương hỗ như ở hình (7.2). Chú ý rằng tất cả các nguồn sức điện động $e(t)$ đều phải chuyển sang dạng nguồn dòng $j(t)$, tất cả các nguồn điều khiển khác đều phải chuyển về nguồn áp điều khiển nguồn dòng dạng $g_m u_k$.

Hình 7.2.



Có 4 loại nhánh là:

- Chỉ có nguồn độc lập (a)
- Chỉ có nguồn phụ thuộc (b)
- Nguồn độc lập có dẫn nạp (c)
- Song song 2 nguồn độc lập và phụ thuộc (d)

Ta sẽ chọn chiều nhánh chuẩn như đã ký hiệu trên các hình (7.2a,b,c,d).

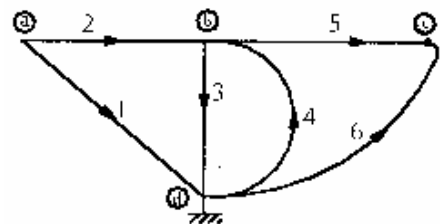
Dễ thấy nhánh ở đây đã mở rộng cho cả nguồn dòng độc lập cũng xác định một nhánh (a) chiều của nhánh ngược với chiều của nguồn dòng độc lập, còn chiều của nhánh có nguồn điều khiển sẽ lấy cùng chiều (b, d). Khi 2 nguồn song song nên ghép vào một nhánh (d).

Trên cơ sở qui tắc vừa nêu lập graf của mạch hình 7.1 sẽ được hình 7.3. Ma trận $[A^0]$:

$$[A^0] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

b) *Lập ma trận dẫn nạp nhánh $[Y_{Nh}^0]$:*

Lập bảng nhánh – nhánh nhưng phân biệt cột và hàng theo tính chất của áp điều khiển và dòng bị điều khiển. Ở đường chéo chính là các dẫn nạp nhánh chính nó. Trong bài trên chỉ có các giá trị G_2 , G_3 và G_5 . Với các nhánh chỉ là nguồn dòng độc lập hay phụ thuộc cũng lấy giá trị 0 trong ma trận. Ngoài đường chéo chính ở vị trí nào tương ứng với.



Hình 7.3.

Bảng ma trận $[Y_{nh}]$

Bảng 7.1.

Nhánh áp Nhánh dòng	1	2	3	4	5	6
1	0					
2		G_2				
3			G_3			
4		g_2		0		
5					G_5	
6	g_1					0

- Hàng là ký hiệu nhánh chứa nguồn điều khiển.
- Cột là ký hiệu ứng với nhánh chứa điện áp điều khiển.

Trong bài toán trên có hai nguồn được xét như sau:

Với nhánh 6 ứng với hàng 6 và cột theo điện áp của nhánh 1 là u_a với giá trị $g_1 u_a$ ta có hàng 6 và cột 1 có phân tử Y_{61} là g_1 . Còn nguồn $g_2 u_2$ thể hiện ở nhánh 4 sẽ phân tử Y_{42} với giá trị g_2 trong ma trận đang thành lập.

Như vậy có:

$$[Y_{Nh}] = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & G_2 & & & & \\ & & G_3 & & & \\ & g_2 & & 0 & & \\ & & & & G_5 & \\ g_1 & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

c) Xác định $[Y_D^0], [J_D^0]$:

$$\begin{aligned} [A^o][Y_{Nh}] &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & G_2 & & & & \\ & & G_3 & & & \\ & g_2 & & 0 & & \\ & & & & G_5 & \\ -g_1 & & & & & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & G_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(G_2 + g_2) & G_3 & 0 & G_5 & 0 \\ -g_1 & 0 & 0 & 0 & -G_5 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[A^o][Y_{Nh}][A^{0T}] &= \begin{bmatrix} 0 & G_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(G_2 + g_2) & G_3 & 0 & G_5 & 0 \\ -g_1 & 0 & 0 & 0 & -G_5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} G_2 & -G_2 & 0 \\ -(G_2 + g_2) & g_2 + G_2 + G_3 + G_5 & -G_5 \\ -g_1 & -G_5 & G_5 \end{bmatrix} \\
[J_D^0] = [A^o] \cdot [J_{Nh}] &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{01} \\ j_{02} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -j_{06} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{01} + j_{02} \\ -j_{02} \\ j_{06} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Ghép lại được phương trình:

$$[Y_D^0] \cdot [\varphi_D'] = [J_D^0] ; \quad (7.11)$$

$$\begin{bmatrix} G_2 & -G_2 & 0 \\ -(G_2 + g_2) & g_2 + G_2 + G_3 + G_5 & -G_5 \\ -g_1 & -G_5 & G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{01} + j_{02} \\ -j_{02} \\ j_{06} \end{bmatrix} ; \quad (7.12)$$

So sánh (7.12) với (7.10) là giống nhau.

Kết luận: Ở phương pháp thế đỉnh dùng ma trận với mạch điện không tương hỗ cần phải lập Graf riêng (tổng quát hơn Graf đã xét ở phần trên) với các nhánh như ở hình 7.2. Sau đó lập ma trận $[A^0]$ của graf này. Từ mạch điện và graf xây dựng ma trận dẫn nạp nhánh có qui tắc như ở bảng 7.1. Áp dụng các công thức tương tự như ở mạch tương hỗ:

$$[Y_D^0] = [A^o][Y_{Nh}][A^{0T}] \quad \text{và} \quad [J_D^0] = [A^o] \cdot [J_{Nh}]$$

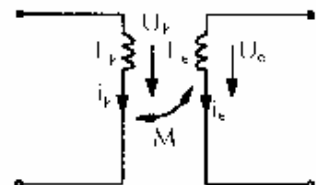
Để sau đó có phương trình thế đỉnh (7.11).

7.3. PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH TƯƠNG HỖ CÓ HỖ CẢM

7.3.1. Ma trận dẫn nạp nhánh của mạch có hồ cảm

Xét mạch điện nhiều nhánh nhưng 2 nhánh k và l hồ cảm (hình 7.4). Lập phương trình cho 2 nhánh xét trên hai phần tử L_k, L_c và hồ cảm với nhau: $M_{ek} = M_{ke} = M$.

$$\dot{U}_k = j\omega L_k \dot{I}_k + j\omega M_{ke} \dot{I}_e ; \quad (7.14)$$



$$\dot{U}_e = j\omega M_{ek} \dot{I}_k + j\omega L_e \dot{I}_e ; \quad (7.15)$$

Dạng ma trận:

Hình 7.4.

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_k \\ \dot{U}_e \end{bmatrix} = j\omega [L_{ke}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_k \\ \dot{I}_e \end{bmatrix} ; \quad (7.16)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_k \\ \dot{U}_e \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_k & M_{ke} \\ M_{ek} & L_e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_k \\ \dot{I}_e \end{bmatrix} ; \quad (7.17)$$

$$\text{Với: } [L_{ke}] = \begin{bmatrix} L_k & M_{ke} \\ M_{ek} & L_e \end{bmatrix} ; \quad (7.18)$$

Ma trận $[L_{ke}]$ là ma trận điện cảm với các phần tử trên đường chéo là các thông số điện cảm, các phần tử nằm ở hai bên đường chéo là các thông số hồ cảm giữa 2 nhánh k và l . Ở mạch tuyến tính có $M_{ke} = M_{ek}$ nên ma trận $[L_{ke}]$ là đối xứng.

Biến đổi (7.17) theo dạng:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_k \\ \dot{I}_e \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega} [L_{ke}]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_k \\ \dot{U}_e \end{bmatrix} ; \quad (7.19)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_k \\ \dot{I}_e \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega} [\Gamma_{ke}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_k \\ \dot{U}_e \end{bmatrix} ; \quad (7.20)$$

Công thức (7.20) liên hệ giữa các nhánh có hồ cảm với nhau thông qua ma trận $[\Gamma_{ke}]$ gọi là ma trận “nạp điện cảm”.

Khi xét toàn mạch với nhiều nhánh chứa điện cảm và có hồ cảm với điện cảm ở nhánh khác thì từng cặp ta có quan hệ như biểu thức (7.20). Trong biểu thức (7.20) với ma trận “nạp điện cảm” của từng cặp hồ cảm phải được tính toán trước và coi là đã biết.

Ví dụ: mạch điện trên hình (7.5) với 2 cặp điện cảm có hồ cảm là:

L_1 với L_3 có $M_{13} = M_{31}$

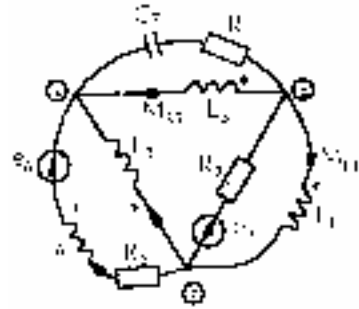
L_6 với L_5 có $M_{65} = M_{56}$.

Có thể lập các ma trận phù hợp như (7.16) đến (7.20) như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_1 & M_{13} \\ M_{31} & L_3 \end{bmatrix} ; \quad (7.21)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_6 \\ \dot{U}_5 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_6 & -M_{65} \\ -M_{56} & L_5 \end{bmatrix} ; \quad (7.22)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{33} \end{bmatrix} ; \quad (7.23)$$



Hình 7.5.

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_6 \\ \dot{I}_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} \Gamma_{66} & \Gamma_{65} \\ \Gamma_{56} & \Gamma_{55} \end{bmatrix} ; \quad (7.24)$$

Trên cơ sở các ma trận “nạp điện cảm” (7.23) và (7.24) lập ma trận dẫn nạp nhánh cho mạch (7.25).

$$[Y_{Nh}] = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}/j\omega & 0 & \Gamma_{13}/j\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Gamma_{31}/j\omega & 0 & \Gamma_{33}/j\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Gamma_{55}/j\omega & \Gamma_{56}/j\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Gamma_{65}/j\omega & \Gamma_{66}/j\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_7 \end{bmatrix} ; \quad (7.25)$$

Có thể nhận xét $[Y_{Nh}]$ vẫn là đối xứng và thế gọi là tương hỗ.

7.2.2. Phân tích mạch có hồ cảm

Các biểu thức tính toán khi mạch có và không có hồ cảm đặt trên ma trận dẫn nạp nhánh $[Y_{Nh}]$ đều có dạng:

$$[Y_D^M] \cdot [\varphi_D] = [J_D^M] ; \quad (7.26)$$

$$\text{Với: } [Y_D^M] = [A] \cdot [Y_{Nh}^M] \cdot [A^T] ; \quad (7.27)$$

$$[J_D^M] = [A] \cdot [J_{Nh}] - [A] [Y_{Nh}^M] \cdot [\dot{E}_{Nh}] ; \quad (7.28)$$

Trong các công thức trên do $[Y_{Nh}^M]$ là dạng (7.25) nên các biểu thức còn lại có phụ thuộc vào nó. Trong các ký hiệu ta sử dụng M để diễn tả biểu thức có chứa hồ cảm.

Trên các biểu thức ta thấy ma trận sau đây là không đổi với mạch có và không có hồ cảm là: $[A], [J_{Nh}], [\dot{E}_{Nh}]$.

7.4. PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN KHÔNG TƯƠNG HỖ VÀ CÓ HỒ CẢM

Kết hợp các công thức (7.26) đến (7.28) và lý luận để lập ma trận cấu trúc của mạch có nguồn điều khiển $[A^o]$ ma trận nạp nhánh có dòng điều khiển $[Y^o]$ ta hoàn chỉnh các công thức cho mạch điện không tương hỗ và có hồ cảm.

$$[Y_D^{0M}] = [A^o] \cdot [Y_{Nh}^{0M}] \cdot [A^{0T}] ; \quad (7.28)$$

$$[J_D^{0M}] = [A^o] \cdot [J_{Nh}] - [A^o] [Y_{Nh}^{0M}] \cdot [\dot{E}_{Nh}] ; \quad (7.29)$$

$$[Y_D^{0M}] \cdot [\varphi_D] = [J_D^{0M}] ; \quad (7.30)$$

Ví dụ: Cho mạch điện hình 7.6a với các thông số sau: $R_1 = 1\Omega$, $C_2 = 6F$, $R_4 = 0,5\Omega$, $L_5 = 4H$, $L_6 = 10H$, $M = 6H$, $g = 0$, $e_1 = 1$. $\cos(0,5t)$. Lập phương trình thế đỉnh cho mạch.

Giải:

Lý thuyết mạch điện

Lập Graf của mạch hình 7.6b chọn gốc $\varphi_d = 0$ lập ma trận $[A^0]$.

Xác định ma trận điện cảm:

$$[L_{56}] = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$$

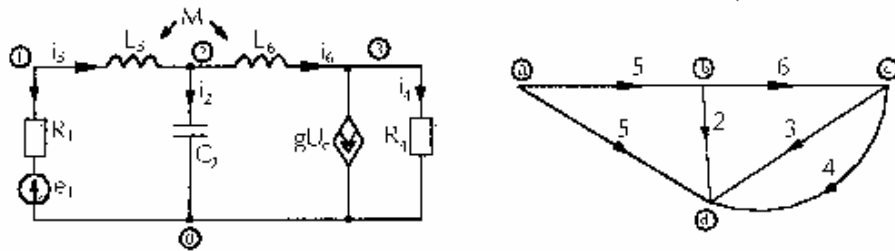
Ma trận “nạp điện cảm:

$$[\Gamma_{66}] = [L_{56}]^{-1} = \begin{bmatrix} 2,5 & -1,5 \\ -1,5 & 1 \end{bmatrix}$$

Từ trên suy ra:

$$[Y_{56}] = \frac{1}{j\omega} [\Gamma_{66}] = -j2 \cdot \begin{bmatrix} 2,5 & -1,5 \\ -1,5 & 1 \end{bmatrix} = -j \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

Lập: $[Y_{Nh}^{0M}]$



Hình 7.6a,b.

$[Y_{Nh}^{0M}] =$		1	2	3	4	5	6
	1	1	0	0	0	0	0
	2	0	j3	0	0	0	0
	3	0	8	0	0	0	0
	4	0	0	0	2	0	0
	5	0	1	0	0	-j5	j3
	6	0	0	0	0	j3	-j2

Chú ý: Ở hàng 3 và cột 2 có hệ số của nguồn điều khiển g_{uc} . Ngoài ra các bài toán điều qui về nguồn dòng bị điều khiển bằng điện áp. Xây dựng các ma trận nguồn.

$$[j_{Nh}] = 0$$

$$[\dot{E}_{Nh}]^T = [-\dot{E}_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Thực hiện:

$$[Y_D^{0M}] = [A^o][Y_{Nh}^{0M}][A^{0T}] = \begin{bmatrix} 1-j5 & j8 & -j3 \\ j8 & -j10 & j5 \\ -j3 & 8+j5 & 2-j2 \end{bmatrix}$$

$$[J_D^{0M}] = -[A^o][Y_{Nh}^{0M}][\dot{E}_{Nh}] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Phương trình thế đỉnh của mạch:

$$[Y_D^{0M}] \cdot \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{với: } [Y_D^{0M}] = \begin{bmatrix} 1-j5 & j8 & -j3 \\ j8 & -j10 & j5 \\ -j3 & 8+j5 & 2-j2 \end{bmatrix}$$

Có thể nhận xét $[Y_D^{0M}]$ là không đối xứng. Nguyên nhân không đối xứng bởi nguồn điều khiển – tính không tương hỗ.

Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 7.

- 1/Cách lập ma trận dẫn nạp Y_d trực tiếp cho mạch điện không tương hỗ .
- 2/Cách lập ma trận cấu trúc A cho mạch điện không tương hỗ .
- 3/Cách xác định ma trận dẫn nạp Y_d cho mạch điện không tương hỗ bằng ma trận .
- 4/Cách lập ma trận nguồn nút J_d cho mạch điện không tương hỗ bằng ma trận.
- 5/ Cách xác định ma trận dẫn nạp nhánh của mạch có hồ cảm .
- 6/ Phương pháp thế đỉnh phân tích mạch điện tương hỗ có hồ cảm .
- 7/ Phương pháp thế đỉnh phân tích mạch điện không tương hỗ có hồ cảm .

CHƯƠNG VIII

TỔNG HỢP MẠCH TUYẾN TÍNH

8.1. TÍNH CHẤT BÀI TOÁN TỔNG HỢP

8.1.1. Đặc điểm bài toán tổng hợp

Các bài toán phân tích mạch đã nói ở trên thường với kích thích đã cho nghiệm hay đáp ứng của hệ thống thường là duy nhất. Với bài toán tổng hợp là xác định các sơ đồ mạch cùng thông số các phần tử theo các hàm mạch đã cho (hay đồ thị tần số đã cho) lại khác hẳn về nghiệm, có nhiều kết quả thoả mãn đầu bài. Chính vì vậy bài toán tổng hợp phức tạp hơn. Một số vấn đề đặt ra ở bài toán tổng hợp:

a) Với hàm mạch đã cho của đầu bài phải kiểm tra chúng có thoả mãn điều kiện để thực hiện bài toán tổng hợp hay không. Đó là các bài toán thực hiện được khi các hàm là hàm cho phép.

b) Thực tế thường gặp các đồ thị đã cho cần tìm hàm cho phép nhưng kết quả bài toán tổng hợp của ta chỉ là hàm $F(p)$ nào đó mà có những tính chất gần với hàm đã cho. Để đánh giá mức độ chính xác của nghiệm cần phải thực hiện bài toán xấp xỉ.

c) Thiết lập sơ đồ mạch và tính toán các thông số các phần tử. Nội dung này là nhiệm vụ chính của các kỹ sư.

Đầu bài cho các bài toán tổng hợp thường gặp là: Cho trước các đặc tuyến của trở kháng, dẫn nạp, các hàm truyền đạt dưới dạng graf hay đồ thị... còn các hàm cho phép viết dưới dạng phân thức hữu tỷ. Chúng ta cần tìm các sơ đồ mạch hoặc 2 cực hoặc 4 cực thực hiện các dạng đầu bài trên.

8.1.2. Hàm truyền đạt – hàm mạch và điểm “không” điểm cực

Các điểm cực và điểm không đặc trưng cho mạch điện.

Chúng ta phân tích các quá trình truyền đạt trong các mạch tuyến tính theo tần số phức $p = \sigma + j\omega$, và xét các hàm của chúng dựa theo các điểm cực và điểm không của hàm.

Mạch điện được đặc trưng bởi hàm $F(p)$. Hàm này có thể là trở kháng hoặc dẫn nạp của mạch nếu là mạch hai cực, có thể là hàm truyền đạt (tỷ số giữa đại lượng đầu ra và đầu vào) nếu là mạch bốn cực.

$F(p)$ là hàm phân hữu tỷ của tần số phức có dạng: $\frac{A(p)}{B(p)}$ có thể biểu diễn ở nhiều dạng khác nhau.

1. Dưới dạng tỷ số của hai biểu thức

$$F(p) = \frac{A_o + A_1 p + A_2 p^2 + \dots + A_m p^m}{B_o + B_1 p + B_2 p^2 + \dots + B_n p^n} = \frac{\sum_{i=0}^m A_i p_i}{\sum_{j=0}^n B_j p_j} ; \quad (8.1)$$

2. Dưới dạng tích phân thừa số

$$F(p) = \frac{A_m(p-p'_1)(p-p'_2)\dots(p-p'_m)}{B_n(p-p''_1)(p-p''_2)\dots(p-p''_n)} = \frac{A_m}{B_n} \frac{\prod_{i=1}^m (p-p'_i)}{\prod_{j=1}^n (p-p''_j)} ; \quad (8.2)$$

Nếu đặt $K_1 = \frac{A_m}{B_n}$ thì $F(p)$ được viết:

$$F(p) = K_1 \frac{A_m(p-p'_1)(p-p'_2)\dots(p-p'_m)}{B_n(p-p''_1)(p-p''_2)\dots(p-p''_n)} = K_1 \frac{\prod_{i=1}^m (p-p'_i)}{\prod_{j=1}^n (p-p''_j)} ; \quad (8.3)$$

Nếu đặt p'_i hoặc p''_i thành thừa số chung của mỗi thừa số $(p-p'_i)$ (hoặc $p-p''_i$) thì $F(p)$ có thể viết dưới dạng:

$$F(p) = K_2 \frac{\left(1 - \frac{p}{p'_1}\right) \left(1 - \frac{p}{p'_2}\right) \dots \left(1 - \frac{p}{p'_m}\right)}{\left(1 - \frac{p}{p''_1}\right) \left(1 - \frac{p}{p''_2}\right) \dots \left(1 - \frac{p}{p''_n}\right)} \quad (8.4a)$$

$$= K_2 \frac{\prod_{i=1}^m \left(1 - \frac{p}{p'_i}\right)}{\prod_{j=1}^n \left(1 - \frac{p}{p''_j}\right)} ; \quad (8.4b)$$

Trong các biểu thức đã viết ở trên, các điểm cực và điểm không được xác định hoàn toàn, như vậy rõ ràng các điểm cực và điểm không đặc trưng cho mạch điện. Dựa theo các điểm cực và không cực này ta có thể vẽ được đặc tuyến tần số của hàm $F(p)$. Do biết được sự phân bố các điểm cực và điểm không ta có thể biết được đặc tuyến tần số của mạch.

Ngoài ra việc sử dụng các điểm cực và điểm không, ta có thể tìm dễ dàng hàm đặc trưng của mạch điện theo tần số ω hoặc theo thời gian t bằng các phương pháp:

- Dùng đồ thị Bode để chuyển hàm $F(p)$ sang hàm $F(j\omega)$.
- Dùng phép biến đổi ngược L chuyển hàm $F(p)$ sang hàm $f(t)$.

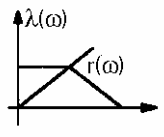
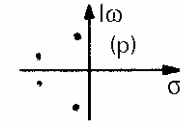
$$f(t) = L^{-1}F(p) ; \quad (8.5)$$

- Dùng phương pháp đồ thị để từ các điểm không và điểm cực $F(p)$ xác định $|F(j\omega)|$.

Quan hệ giữa các miền thời gian tần số và tần số phức cùng các biện pháp phân tích mạch tuyến tính chỉ ra ở bảng 8.1.

Quan hệ các miền

Bảng 8.1

Tên gọi	Miền thời gian	Miền tần số	Miền tần số phức
Hàm đặc trưng	$f(t) \ u(t) \ j(t)$	$ k(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$	$K(p) \ F(p) : U(p) \ y(p), z(p)$
Công cụ	Phương trình vi phân $u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$ → tính toán phức tạp	Phân tích Fourier → tính toán phức tạp	Các chương trình đại số, phép biến đổi Laplace → tính toán đơn giản
Cách viết	Một hàm số $f(t)$	2 hàm số theo ω – môđun $ A(\omega) $ – arg $F(j\omega)$	Các điểm “cực” và điểm “0”
Đồ thị	 Hàm thời gian	 Biên độ – pha – tần	 Mặt phẳng phức
Đo	Đơn giản	Đo môđun dễ Đo pha khó hơn	Không có các phương pháp đo
Thiết kế	Không dùng	Có dùng ít	Dùng rất tiện lợi
Quan hệ giữa các miền	$k(t) = L^{-1}[K(p)]$	$P = j\omega.L[k(t)]$	$K(p) = L[k(t)]$

3. Hàm thực dương

Hàm cho phép liên quan tới hàm thực dương, vì vậy cần xét nó.

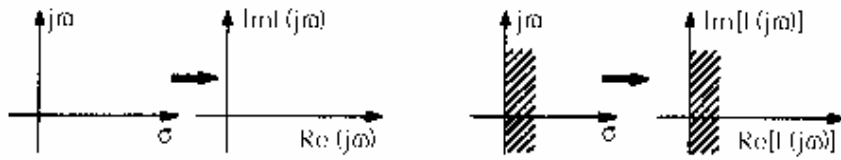
a) Định nghĩa

Hàm $F(p)$ là hàm thực dương nếu như:

1. Nếu $p = \sigma$ thì $\text{Im } F(\sigma) = 0$ hàm $F(p)$ biến đổi thực của đối số thành thực của hàm số.

2. Nếu $\sigma \geq 0$ thì $F(p) \geq 0$

Có nghĩa hàm $F(p)$ chiếu nửa của mặt phải của p thành nửa mặt phải của mặt phẳng phức của hàm số. Hình 8.1 diễn tả tính chất hàm thực dương.



Hình 8.1.

b) Điều kiện để xét một hàm là hàm thực dương

Để xét một hàm số có phải là hàm số thực dương không, ta có thể xét theo những điều kiện sau đây:

α) Các hệ số phải thực:

– Về mặt vật lý, điều kiện α được suy ra từ chỗ là đối với mạch thụ động tuyến tính, có thông số tập trung thì có các trở kháng $R, pL, \frac{1}{pC}$ nên rõ ràng các hệ số của p đều thực.

β) Đối với các điểm “cực” và điểm “không” cần phải thoả mãn 3 yêu cầu sau đây: ($\beta_1 \div \beta_3$):

$$\beta_1) F(p) = \frac{A_0 + A_1 p + \dots + A_m p^m}{B_0 + B_1 p + \dots + B_n p^n} ; \quad m < n ; \quad (8.6)$$

Hiệu giữa bậc lớn nhất của tử và mẫu và giữa bậc nhỏ nhất của tử và mẫu chỉ có thể lớn nhất là 1.

– Các trở kháng $R, pL, \frac{1}{pC}$ bản thân thoả mãn điều kiện β_1 . Trong trường hợp mạch nối tiếp hoặc song song, cần phải qui đồng mẫu số ta thấy hiệu của bậc tử và mẫu cũng thoả mãn điều kiện β_1 .

$\beta_2) F(p)$ không có điểm cực và điểm không trên nửa mặt phải.

– Điều kiện β_2 về mặt vật lý bắt nguồn từ tính hoạt động của mạch trong miền thời gian. Với các điểm cực nằm ở nửa mặt phải thì các hàm tăng theo hàm cơ số e, mà đối với mạch thụ động thì hiện tượng tự kích không thể có được.

$\beta_3)$ Các nghiệm nằm trên trục j đơn giản và giá trị thặng dư của chúng phải là thực dương.

– Điều kiện β_3 nói về các điểm cực và điểm không trên trục j . Các điểm cực và điểm không này chính là của mạch dao động đơn nối tiếp hoặc song song. Nó có thể có dạng:

$$\frac{p}{1 + p^2} = \frac{1/2}{p + j} + \frac{1/2}{p - j} ; \quad (8.7)$$

Nếu trở kháng dạng $p/(1+p^2)$ được mắc nối tiếp hay song song với nhau thì các nghiệm của chúng cũng là nghiệm đơn.

$\gamma) \operatorname{Re} F(j\omega) \geq 0$ có nghĩa là phần thực của hàm không âm. Điều này tương đương với $\arg F(j\omega) \leq \pi/2$.

– Điều kiện γ suy ra dễ dàng nhất về mặt vật lý. Công suất tác dụng của hai cực là $P^2 \cdot \operatorname{Re} Z(j\omega)$. Nếu $\operatorname{Re} Z(j\omega)$ không dương thì công suất tác dụng mang dấu âm, điều này mâu thuẫn với tiêu chuẩn thụ động của mạch. Cần một vài lưu ý sau:

– Chú ý 1: Chỉ với điều kiện β_1 thì các điểm cực và điểm không ở vô cùng mới là nghiệm đơn.

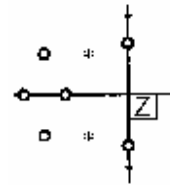
– Chú ý 2: Giá trị thặng dư Res của hàm $F(p) = A(p) / B(p)$.

$$\operatorname{Res} F(p) = \frac{A(p)}{B'(p)}$$

$$\text{hoặc} \quad \operatorname{Res} F(p) = \lim_{p \rightarrow pi} [F(p) \cdot (p - pi)]; \quad (8.8)$$

– Chú ý 3: Từ điều kiện α ta thấy rằng các nghiệm phải đơn hoặc là nghiệm phức thì các hệ số mới là thực được.

Các điểm không của $Z(p)$ là nghiệm của phương trình đặc tính do đó chúng phải mang phần thực âm vì về mặt vật lý chúng xác định sự suy giảm của các dòng tự do trong mạch cho trước, hoặc nói cách khác:



$$Y(p) = \frac{1}{Z(p)}; \quad (8.9)$$

Điểm không của $Z(p)$ chính là điểm cực của $Y(p)$ mà điểm cực của dẫn nạp khi chuyển về miền thời gian, nó phải mang phần thực âm để hàm giảm theo hàm số mũ e .

8.2. TỔNG HỢP MẠNG HAI CỰC VỚI HÀM TRỞ KHÁNG $Z(p)$ TỔNG QUÁT

8.2.1. Điều kiện trở kháng $Z(p)$ của mạng 2 cực

Mạch 2 cực được đặc trưng bởi một thông số duy nhất là thông số trở kháng $Z(p)$; $Z(p)$ phải thỏa mãn các điều kiện sau:

a) $Z(p)$ phải là hàm phân hữu tỷ được viết như sau:

$$Z(p) = \frac{A_0 + A_1 p + \dots + A_m p^m}{B_0 + B_1 p + \dots + B_n p^n} = \frac{\sum_{i=0}^m A_i p^i}{\sum_{j=0}^n B_j p^j}; \quad (8.10)$$

b) $Z(p)$ phải là hàm thực dương

– Mọi mạch điện 2 cực đều thỏa mãn hai điều kiện trên, điều đó chứng minh điều kiện trên là cần đối với mạch điện.

– Các hàm thỏa mãn hai điều kiện trên đều có thể thực hiện được thành hai mạch cực, điều đó chứng minh hai điều kiện trên là đủ để cho mạch điện có thể thực hiện được. (Mạch điện tuyến tính, thụ động, tập trung, bất biến, chứa R, L, C và biến áp).

Sau đây ta sẽ phân tích một số $Z(p)$:

Các hàm sau đây có thể là hàm trở kháng mạch hai cực được không?

Ví dụ 8.1: a) $F(p) = \frac{5p^2 + 2p + 4}{p^4 + 3}$

Điều kiện β_1 không được thoả mãn ($m - n = -2$).

Ví dụ 8.2: b) $F(p) = \frac{1,2p^2 + 6}{p^3 + 4p} = \frac{1,2p^2 + 6}{p(p^2 + 4)}$

Điều kiện α, β_1, β_2 được thoả mãn:

$$F(p) = \frac{1,5}{p} + \frac{-0,15}{p - j2} + \frac{-0,15}{p + j2}$$

Giá trị thặng dư tại các điểm $\pm j2$ trên trục ảo < 0 nên β_3 không thoả mãn.

Ví dụ 8.3: $F(p) = \frac{2p^2 + p + 2}{p + 1}$

$$p_\infty = -1$$

$$p_{01,2} = -\frac{1}{4} \pm j\sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{1}{4}(-1 \pm j\sqrt{15})$$

Các điều kiện α, β thoả mãn.

Phần thực:

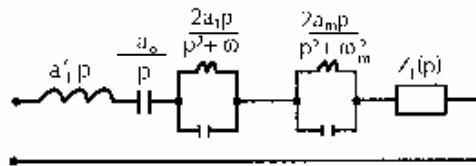
$$\begin{aligned} \operatorname{Re} F(j\omega) &= \operatorname{Re} \frac{-2\omega^2 + 2 + j\omega}{1 + j\omega} = \operatorname{Re} \frac{[(2 - 2\omega^2) + j\omega](1 - j\omega)}{1 + \omega^2} \\ &= \frac{(2 - 2\omega^2) + \omega^2}{1 + \omega^2} = \frac{2 - \omega^2}{1 + \omega^2} \end{aligned}$$

Như vậy với $\omega > \sqrt{2}$ thì $\operatorname{Re} < 0 \rightarrow \gamma$ không thoả mãn.

8.2.2. Tổng hợp $Z(p)$ của mạng hai cực bằng cách tách dần các mạch vòng đơn giản (hình 8.3)

Các bước thực hiện như sau:

Với: $Z(p) = \frac{A(p)}{B(p)}$; (8.11)



Hình 8.3.

a) Chia $A(p)$ cho $B(p)$ để tách ra thành phần bậc một của p là a'_1p (nếu có). Như vậy a'_1 là giá trị điện cảm L độc lập.

b) Tách thành phần chỉ có giá trị p ở mẫu số a_0/p . Hệ số a_0 được xác định:

$$a_0 = \operatorname{Res}_{p \rightarrow 0} Z(p) = \left[\frac{A(p)}{B'(p)} \right]_{p=0} ; \quad (8.12)$$

Ở đây: $B'(p)$ là đạo hàm mẫu thức $[B(p)]'$ theo p .

Giá trị a_0 tạo ra từ điện dung: $C_0 = 1/a_0$; (8.13)

c) Tách mạch vòng LC với các điểm cực nằm trên trục ảo $\pm j\omega_k$ với giá trị của vòng $\frac{2a_k p}{p^2 + \omega_k^2}$. Hệ số a_k có thể xác định:

$$a_k = \operatorname{Res}_{p \rightarrow j\omega_k} Z(p) = \left[\frac{A(p)}{B'(p)} \right]_{p \rightarrow j\omega_k} ; \quad (8.14)$$

Có thể tìm điện cảm L_k và điện dung C_k theo $Z_k(p)$.

$$Z_k(p) = \frac{pL_k \frac{1}{pC_k}}{pL_k + \frac{1}{pC_k}} = \frac{pL_k}{p^2 L_k C_k + 1} = \frac{p \frac{1}{C_k}}{p^2 + \frac{1}{L_k C_k}} ; \quad (8.15)$$

và:
$$\frac{1}{C_k} = 2a_k ; \quad \omega_k^2 = \frac{1}{L_k \cdot C_k} ; \quad (8.16)$$

d) Tách thành phần trở kháng không có điểm cực trên trục ảo (trở kháng hàm mũ nhỏ nhất).

Với các bước a, b, c trên với m mạch vòng LC đã có giá trị $Z(p)$ được tổng hợp:

$$a'_1 p + \frac{a_0}{p} + \sum_{k=1}^m \frac{2a_k p}{p^2 + \omega_k^2} ; \quad (8.17)$$

Vậy trở kháng còn lại $Z_1(p)$:

$$Z_1(p) = Z(p) - \left[a'_1 p + \frac{a_0}{p} + \sum_{k=1}^m \frac{2a_k p}{p^2 + \omega_k^2} \right] ; \quad (8.18)$$

e) Tổng hợp thành phần trở kháng không có điểm cực trên trục ảo $Z_1(p)$. Bài toán này có thể gặp 3 trường hợp sau đây:

α) $Z_1(p)$ là số thực dương:

Với $Z_1(p)$ là số thực dương có thể xác định đó là điện trở R .

$$Z_1(p) = R ; \quad (8.19)$$

và thể hiện trên hình 8.4a.

β) $Z_1(p) = \frac{A_1(p)}{B_1(p)}$ với $A_1(p)$ không chứa hằng số không bị ràng buộc bởi thành phần p (mặc dù chứa p) nghĩa là khi $p = 0$ thì $Z_1(p) = 0$. Trong trường hợp này có thể tách $Z_1(p)$ thành tổng các ?...?... có dạng: $\frac{a_k(p)}{p + m_k}$ nghĩa là:

$$Z_1(p) = \sum \frac{a_k(p)}{p + m_k} ; \quad (8.20)$$

Mỗi thành phần tương ứng với nhánh song song điện trở R_n với cuộn cảm L_n như hình 8.4b. Xác định R_n và L_n như sau:

$$\frac{p \cdot R_n}{p + \frac{R_n}{L_n}} \text{ thì } a_k = R_n \text{ và } m_k = \frac{R_n}{L_n} ; \quad (8.21)$$

Nếu gặp $m_k = 0$ thì trở R_k tồn tại một mình.

γ) $Z_1(p) = \frac{A_1(p)}{B_1(p)}$ với $A_1(p)$ chứa hằng số, không là hàm p .

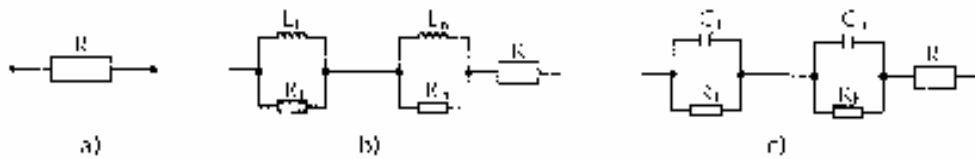
$$\text{Bây giờ có: } Z_1(p) = \sum \frac{b_k}{p + d_k} + b_o ; \quad (8.23)$$

Mỗi khâu tương ứng với nhánh song song thì C_k với điện trở R_k , (hình 8.4c).

Tính C_k và R_k như sau:

$$\text{Vậy: } b_k = \frac{1}{C_k} \text{ và } d_k = \frac{1}{R_k C_k} ; \quad (8.24)$$

f) Hàm trở kháng nhỏ nhất $Z_1(p)$ có điểm “không” trên trục ảo và vô cùng lớn.



Hình 8.4.

$$Z_1(p) = \frac{A_1(p)}{B_1(p)} \text{ với } A_1(p) \text{ có nghiệm } p = \pm \omega_k \text{ và } p = \infty. \quad (8.25)$$

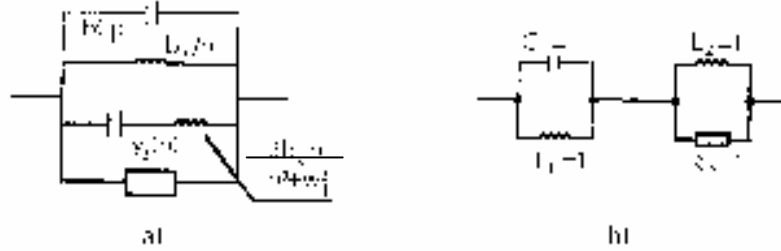
Để xét trường hợp này ta chuyển $Z_1(p)$ sang dẫn nạp $Y_1(p) = 1/Z_1(p)$.

$$Y_1(p) = \frac{1}{Z_1(p)} = \frac{B_1(p)}{A_1(p)} ; \quad (8.26)$$

Theo trình tự như xét $Z(p)$ từ nội dung a, b, c, d, e ta xét đối với $Y_1(p)$ để có dạng:

$$Y_1(p) = \frac{1}{Z_1(p)} = \frac{B_1(p)}{A_1(p)} = b'_1 p = \frac{b_o}{p} + \sum \frac{2b_k p}{p^2 + \omega_k^2} Y_2(p); \quad (8.27)$$

Nếu tồn tại các thành phần $b'_1 p$, $\frac{b_o}{p}$, $\frac{2b_k p}{(p^2 + \omega_k^2)}$ và $Z_1(p)$ đã thay vị trí của $Z(p)$ ở phần đầu thì với dẫn nạp sẽ có các nhánh nối tiếp sau đó song song chúng lại, như hình 8.5a.



Hình 8.5.

Ví dụ 8.4: Xác định mạch có trở kháng $Z(p)$ sau:

$$Z_1(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{p^3 + p^2 + 2p}{p^3 + p^2 + 1}$$

Giải:

a) Vì $A(p)$ và $B(p)$ cùng bậc nên $a'_1 = 0$, vậy không có cuộn cảm độc lập.

b) Vì $B(p) \neq 0$ không có nghiệm $p = 0$, nên $a_0 = 0$ và không có tụ độc lập.

c) Xét các điểm cực: $B(p) = 0$.

$$p^3 + p^2 + p + 1 = (p^2 + 1)(p + 1)$$

$p_{1,2} = \pm j$, tìm các thặng dư để xác định mạch vòng LC đầu tiên. Chú ý thặng dư $p = +j$ cũng bằng thặng dư $p = -j$ vì chúng đều là số thực.

$$a_1 = \operatorname{Res}_{p=j} Z(p) = \left[\frac{A(p)}{B'(p)} \right]_{p=j} = \frac{p^3 + p^2 + 2p}{3p^2 + 2p + 1} = \frac{-j - 1 + 2j}{-3 + 2j + 1} = \frac{1}{2}$$

Vậy mạch vòng LC là:

$$C_1 = \frac{1}{2a_1} = \frac{1}{2 \cdot 0,5} = 1; \quad L_1 = \frac{1}{\omega^2 C_1} = \frac{1}{1 \cdot 1} = 1.$$

Mạch vòng $L_1 = 1$; $C_1 = 1$ vẽ trên hình 8.5b.

d) Tìm thành phần không có nghiệm trên trục ảo $Z_1(p)$.

Đã có:
$$\frac{2a_k p}{p^2 + \omega_k^2} = \frac{p}{p^2 + 1}$$

Vậy:
$$Z_1(p) = \frac{p^3 + p^2 + 2p}{p^3 + p^2 + p + 1} - \frac{p}{p^2 + 1} = \frac{p}{p + 1}.$$

e) Xác định mạch đo $Z_1(p)$

Với $Z_1(p) = \frac{p}{p+1}$ nó tương đương với nhánh song song L và R.

Có: $\frac{a_k p}{p + m_k}$, với $a_k = 1$, $m_k = 1$. Vậy: $R_k = a_k = 1$; $L_k = \frac{R_k}{m_k} = 1$.

Có sơ đồ trên hình 8.5b.

8.2.3. Khái niệm tổng hợp mạng hai cực theo phương pháp Foster, Caueer và Brune

Trong mạng 2 cực như trên đã xét có thể phân chúng theo 3 dạng:

Mạng 2 cực thuần kháng chỉ chứa cuộn cảm L và tụ C (LC).

Mạng 2 cực có trở và tụ (RC)

Mạng 2 cực có trở cảm (RL) hay (GL).

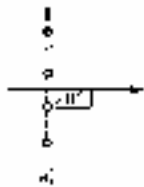
Mạng 2 cực chứa 3 phân tử RLC.

Với 2 phương pháp Foster, Caueer và Brune đều thực hiện được trên các loại mạch đó nhưng với những hiệu quả khác nhau. Sau đây ta sẽ xét tuần tự chúng.

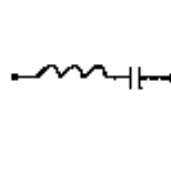
8.3. TỔNG HỢP MẠNG 2 CỰC THEO PHƯƠNG PHÁP FOSTER

8.3.1. Tổng hợp mạng 2 cực LC

Theo sự phân bố các điểm cực và điểm không của $Z(p)$ ta có thể phán đoán về mức độ tổn hao năng lượng điện của hai cực. Các điểm không phức của hàm càng phân bố gần trục ảo thì tổn hao trong những điều kiện như nhau càng ít, hình 8.6.



Hình 8.6.



Hình 8.7.

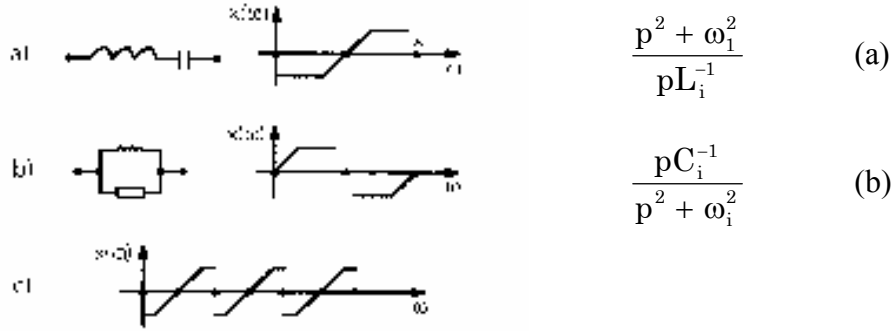
Trở kháng mạch 2 cực LC chỉ gồm các phần ảo:

$$Z(j\omega) = jX(\omega); \quad (8.28)$$

Thay $p = j\omega$ vì $\sigma = 0$, như vậy argumen của trở kháng phải bằng 90° . Đối với mạch LC

$$\frac{dX(\omega)}{d\omega} > 0; \quad (8.29)$$

nên có các đồ thị đặc tính ở hình 8.8.



Hình 8.8.

Mạch hai cực LC muốn thực hiện được phải là hàm thực dương. Do đó với những điều kiện của hàm thực dương thì mạch hai cực LC phải có những tính chất sau:

1) $Z(p)$ thỏa mãn biểu thức:

$$Z(p) = K_1 p \frac{(p^2 + \omega_1'^2) \dots (p^2 + \omega_m'^2)}{(p^2 + \omega_1^2) \dots (p^2 + \omega_n^2)} ; \quad (8.30)$$

(ω_i là số thực không phải là số phức, không phải là số ảo). Biểu thức (15.6) có ý nghĩa là:

- Các điểm không và điểm cực $Z(p)$ phải nằm trên trục ảo.
- Bậc tử và mẫu luôn luôn hơn kém nhau 1, nghĩa là tại gốc tọa độ bao giờ cũng là điểm không hoặc điểm cực.
- Các điểm không và điểm cực phải xen kẽ nhau. Nếu chúng không xen kẽ thì ở vài tần số, góc của nó $= \pm 180^\circ$ trái với điều kiện đã nêu trên.

2) $Z(p)$ phân tích thành tổng các phân thức:

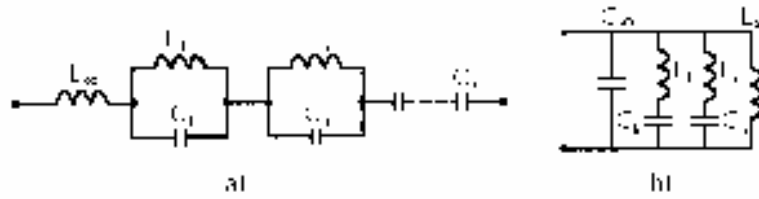
$$Z(p) = \frac{k_o}{p} + \sum_{i=1}^n \frac{k_i p}{p^2 + \omega_i^2} + k_\infty p ; \quad (8.31)$$

Cũng như ở trên đã nói trong tổng hợp mạch có thể có nhiều sơ đồ cùng thỏa mãn hàm tần số cho trước, nhưng điều quan trọng là phải chọn sơ đồ tối ưu, tức là chứa ít phần tử nhất.

Định lý Foster 1 và 2 cho phép tổng hợp mạch hai cực LC với số phần tử ít nhất.

Định lý Foster 1:

Mạch hai cực phản kháng LC có thể thực hiện được bằng cách mắc nối tiếp nhiều mạch dao động đơn song song, trong đó một mạch có thể biến thành L ở $\omega = \infty$ và một mạch có thể biến thành C ở $\omega = 0$.



Hình 8.9.

Định lý Foster 2:

Mạch hai cực phản kháng LC có thể thực hiện được bằng cách mắc song song nhiều mạch dao động đơn nối tiếp, trong đó một mạch dao động đơn có thể biến thành C (ở tần số ∞), có một mạch dao động đơn có thể biến thành L (ở tần số 0).

– Foster 1 thực hiện các điểm cực của Z_{1C} bằng các mạch dao động đơn song song.

– Foster 2 thực hiện các điểm cực của Y_{1C} bằng các mạch dao động đơn nối tiếp, hình 8.9.

Cách xác định các giá trị của các phần tử LC :

1. Cách Foster 1

Theo sơ đồ mạch tổng quát thì $Z(p)$ có thể viết dưới dạng:

$$Z(p) = \frac{C_0^{-1}}{p} + \dots + \frac{pC_i^{-1}}{p^2 + \omega_i^2} + \dots + pL_\infty ; \quad (8.32)$$

$$C_0^{-1} = \lim_{p \rightarrow 0} [Z(p)p] ; \quad (8.33)$$

$$L_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{Z(p)}{p} \right] ; \quad (8.34)$$

$$C_0^{-1} = \lim_{p \rightarrow j\omega_i} \left[Z(p) \frac{p^2 + \omega_i^2}{p} \right] ; \quad (8.35)$$

$$L_i = \frac{1}{\omega_i^2 C_i} ; \quad (8.36)$$

2. Cách Foster 2

$$Y(p) = \frac{1}{Z(p)} = \frac{L_0^{-1}}{p} + \dots + \frac{pL_k^{-1}}{p^2 + \omega_k^2} + \dots + pC_\infty ; \quad (8.37)$$

$$L_0^{-1} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{Z(p)} ; \quad (8.38)$$

$$C_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{Z(p)p} \right] ; \quad (8.39)$$

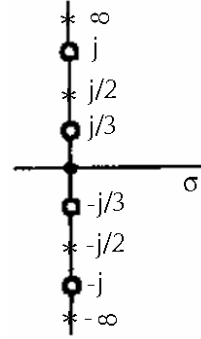
$$L_0^{-1} = \lim_{p \rightarrow j\omega_k} \frac{1}{Z(p)} \frac{p^2 + \omega_k^2}{p}; \quad (8.40)$$

$$L_k = \frac{1}{\omega_i^2 L_k}; \quad (8.41)$$

Ví dụ 8.5: Bằng phương pháp Foster hãy tìm tất cả các sơ đồ mạch hai cực phản kháng thoả mãn sự phân bố điểm cực và điểm không sau đây, hình 8.10.

Biết rằng mạch có tính chất tụ điện $C_0 = 1$ đơn vị đối với tần số thấp.

Theo sự phân bố các điểm cực và điểm không của $Z(p)$ có thể viết hàm $Z(p)$ như sau:



Hình 8.10.

$$Z(p) = k \frac{\left(p^2 + \frac{1}{9}\right)(p^2 + 1)}{p\left(p^2 + \frac{1}{4}\right)}$$

Xác định k bằng cách xét $Z(p)$ khi $p \rightarrow 0$ theo điều kiện ban đầu.

$$Z(p) = k \frac{1/9}{p \frac{1}{4}} = \frac{4k}{9p} = \frac{1}{pC_0} = \frac{1}{p}. \quad \text{Do đó: } k = \frac{9}{4}.$$

Và như vậy hàm trở kháng của mạch hai cực được thực hiện là:

$$Z(p) = \frac{9}{4} \frac{\left(p^2 + \frac{1}{9}\right)(p^2 + 1)}{p\left(p^2 + \frac{1}{4}\right)}.$$

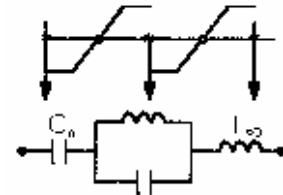
1. Cách Foster 1:

Thực hiện bằng cách mắc nối tiếp các mạch dao động đơn song song và chú ý thực hiện các điểm cực của $Z(p)$ tại các tần số $p = 0; \pm j\frac{1}{2}; \infty$.

$Z(p)$ được viết dưới dạng:

$$Z(p) = \frac{C_0^{-1}}{p} + \dots + \frac{pC_i^{-1}}{p^2 + \frac{1}{4}} + pL_\infty$$

$$C_0^{-1} = \lim_{p \rightarrow 0} [Z(p)p] = 1 \rightarrow C_0 = 1.$$



Hình 8.11.

$$L_{\infty} = \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{Z(p)}{p} \right] = \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{9}{4} \frac{\left(p^2 + \frac{1}{9}\right)(p^2 + 1)}{p^2 \left(p^2 + \frac{1}{4}\right)} \right] = \frac{9}{4}$$

$$\begin{aligned} C_1^{-1} &= \lim_{p \rightarrow j\frac{1}{2}} \left[Z(p) \frac{p^2 + \frac{1}{4}}{p} \right] \\ &= \lim_{p \rightarrow j\frac{1}{4}} \left[\frac{9}{4} \frac{\left(p^2 + \frac{1}{9}\right)(p^2 + 1)}{p^2} \right] = \frac{15}{16}; C_1 = \frac{16}{15}. \end{aligned}$$

$$L_1 = \frac{1}{\omega_1^2 C_1} = \frac{1}{\frac{1}{4} \cdot \frac{16}{15}} = \frac{15}{4}.$$

Foster 2: Thực hiện bằng cách mắc song song các mạch dao động đơn nối tiếp với sự chú ý các điểm không của trở kháng hay các điểm cực của dẫn nạp.

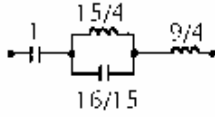
$Y(p)$ được viết dưới dạng:

$$Y(p) = \frac{pL_2^{-1}}{p^2 + \frac{1}{9}} + \frac{pL_3^{-1}}{p^2 + 1}$$

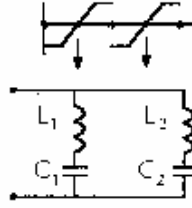
$$L_2^{-1} = \lim_{p \rightarrow j\frac{1}{3}} \left[\frac{1}{Z(p)} \frac{p^2 + \left(j\frac{1}{3}\right)^2}{p} \right] = \lim_{p \rightarrow j\frac{1}{3}} \left[\frac{4\left(p^2 + \frac{1}{4}\right)}{9(p^2 + 1)} \right] = \frac{5}{72}$$

$$L_2 = \frac{72}{5} \rightarrow \left(\frac{72}{5}\right)$$

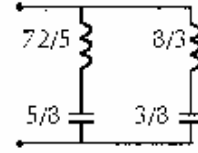
$$C_1 = \frac{1}{\frac{1}{9} \cdot \frac{72}{5}} = \frac{5}{8} \rightarrow \left(\frac{1}{9}\right).$$



Hình 8.12.



Hình 8.13.



Hình 8.14.

Cũng như vậy tính với $p = \pm j$ được: $L_3 = \frac{8}{3}$; $C_3 = \frac{3}{8}$.

8.3.2. Tổng hợp mạng hai cực RC

1. Tính chất mạch RC

Hàm cho phép của hai cực RC phải có tính chất sau: Một hàm có dạng phân thức hữu tỷ là trở kháng, hoặc dẫn nạp của mạch hai cực RC khi và chỉ khi:

a) Các điểm cực và điểm không đơn nằm trên trục σ không dương (tức là nửa trục $(-\sigma)$ kể cả điểm không).

b) Các điểm cực và điểm không nằm xen kẽ nhau.

c) Đối với trở kháng, cách xa gốc tọa độ nhất phải là điểm không hoặc giá trị hữu hạn. Đối với dẫn nạp cách xa gốc tọa độ nhất phải là cực điểm cực hoặc giá trị hữu hạn (có thể ở $\omega = \infty$).

d) Đối với trở kháng, gần gốc tọa độ nhất phải là điểm cực hoặc giá trị hữu hạn. Đối với dẫn nạp gần gốc tọa độ nhất phải là điểm không (có thể ở tại gốc tọa độ).

Bao giờ $Z(p)$ hoặc $Y(p)$ cũng có thể phân tích ra thành tổng các phân thức như sau:

$$Z(p) = k_{\infty} + \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{p + \sigma_i} + \frac{k_o}{p}; \quad (8.42)$$

$$Y(p) = k_o + k_{\infty}p + \sum_{j=1}^n \frac{k_j p}{p + \sigma_j}; \quad (8.43)$$

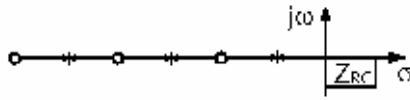
Trong đó: $k_1, k_{\infty}, k_o, \sigma_1$ là số thực không âm.

2. Phương pháp Foster 1 thực hiện các điểm cực của $Z(p)$

Hàm $Z_{RC}(p)$ viết dưới dạng tích thừa số:

$$Z_{RC}(p) = k \frac{(p + \sigma'_1)(p + \sigma'_2) \dots (p + \sigma'_m)}{p(p + \sigma''_1)(p + \sigma''_{21}) \dots (p + \sigma''_m)}; \quad (8.45)$$

Theo các tính chất của trở kháng $Z_{RC}(p)$ được phân tích từ biểu thức (8.45) ta có thể vẽ được sự phân bố điểm cực và điểm không của Z_{RC} như trên, hình 8.16.



Hình 8.16.

Nếu thay $p = \sigma$ vào (8.45) ta có: $\frac{dZ(\sigma)}{d\sigma} < 0$ từ đó ta có thể vẽ được đường đặc tính của $Z_{RC}(\sigma)$ như trên bảng 8.2.

Biểu thức (8-45) có các đường đặc tính vẽ ở hình 8.17 khai triển dạng:

$$Z_{RC}(p) = R_{\infty} + \dots + \frac{C_i^{-1}}{p + \sigma_i''} + \dots + \frac{C_0^{-1}}{p} ; \quad (8.46)$$

Vậy theo Foster 1, hàm trở kháng $Z_{RC}(p)$ có thể được thực hiện bằng các mạch RC song song mắc nối tiếp với nhau vì trở kháng Z_i của mạch RC mắc song song bằng:

$$Z_i = \frac{R_i \frac{1}{pC_i}}{R_i + \frac{1}{pC_i}} + \dots + \frac{C_i^{-1}}{p + \sigma_i} ; \quad (8.47)$$

$$\text{Trong đó: } \sigma_i = \frac{1}{R_i C_i} ; \quad (8.48)$$

Các giá trị các phần tử trong (8.46) được tính:

$$R_{\infty} = \lim_{p \rightarrow \infty} Z(p) ; \quad (8.49)$$

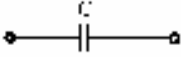
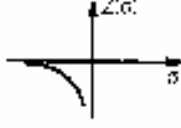
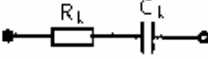
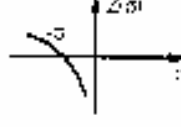
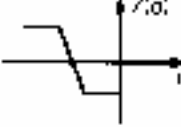
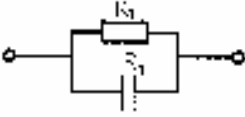
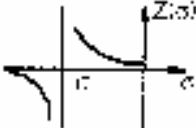
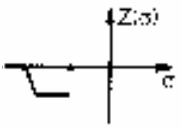
$$C_0^{-1} = \lim_{p \rightarrow 0} p Z(p) ; \quad (8.50)$$

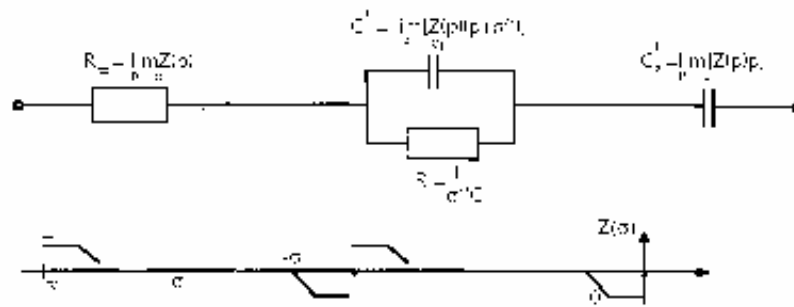
$$C_i^{-1} = \lim_{p \rightarrow -\sigma_i''} [(p + \sigma_i'') Z(p)] ; \quad (8.51)$$

$$R_i = \frac{1}{\sigma_i' C_i} ; \quad (8.52)$$

Đồ thị và đường đặc tính của trở kháng RC , $Z(\sigma)$.

Bảng 8.2

 $Z(\sigma) = \frac{1}{pC}$		
 $Z(p) = R + \frac{1}{pC} = \frac{p + \sigma_k}{pR_k - 1}$ $\left(\sigma_k = \frac{1}{R_k C_k} \right)$		
 $Z(\sigma) = \frac{C_j^{-1}}{p + \sigma_j} \left(\sigma_j = \frac{1}{R_j C_j} \right)$		



Hình 8.17. Tóm tắt phương pháp Foster 1.

3. Phương pháp Foster 2 thực hiện các điểm không của $Z(p)$

Dẫn nạp mạch hai cực RC viết dưới dạng tích các thừa số:

$$Y_{RC}(p) = \frac{1}{Z_{RC}(p)} = k_{\infty} p \frac{(p + \sigma'_1)(p + \sigma'_2) \dots (p + \sigma'_m)}{(p + \sigma''_1)(p + \sigma''_2) \dots (p + \sigma''_n)} ; \quad (8.53a)$$

$$\text{hay dưới dạng: } Y_{RC}(p) = R_o^{-1} + \dots + \frac{pR_k^{-1}}{p + \sigma''_k} + \dots + C_{\infty} p ; \quad (8.53b)$$

Vậy dẫn nạp hai cực RC có thể được thực hiện bằng các mạch RC nối tiếp mạch song với nhau hình 8.18. Dẫn nạp của mạch RC nối tiếp (Y_{RC}).

$$Y(p) = \frac{1}{R \frac{1}{pC}} = \frac{pR^{-1}}{p + \frac{1}{RC}} = \frac{pR^{-1}}{p + \sigma} ; \quad (8.54)$$

Theo (8.53) có thể tính các giá trị các phần tử của mạch RC như sau:

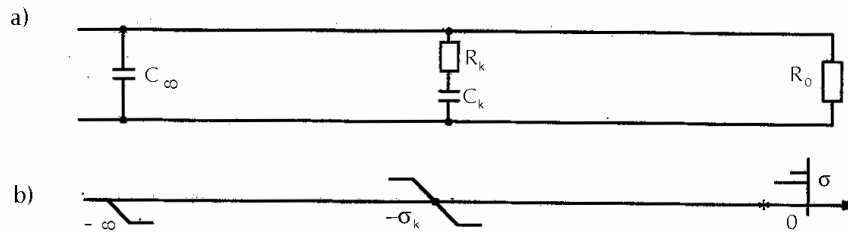
$$R_o^{-1} = \lim_{p \rightarrow 0} \left[\frac{1}{Z(p)} \right] ; \quad (8.55)$$

$$C_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{p} \frac{1}{Z(p)} \right] ; \quad (8.56)$$

Từ biểu thức (8.54) tính được:

$$R_k^{-1} = \lim_{p \rightarrow \sigma_k} \left[\left(\frac{p + \sigma_k}{p} \right) Y(p) \right] ; \quad (8.57)$$

$$C_k = \frac{1}{\sigma_k R_k} ; \quad (8.58)$$



Hình 8.18.

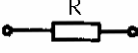
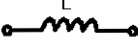
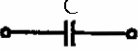
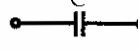
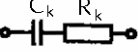
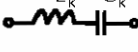
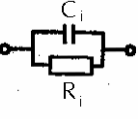
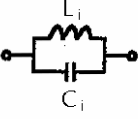
$$\left. \begin{aligned} C_\infty &= \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{Z(p)} \frac{1}{p} \right] ; & R_k^{-1} &= \lim \left[Y(p) \frac{p + \sigma_k}{p} \right] \\ R_o^{-1} &= \lim \left[\frac{1}{Z(p)} \right] ; & C_k &= \frac{1}{\sigma_k R_k} \end{aligned} \right\} ; \quad (8.59)$$

So sánh trở kháng mạch RC và mạch LC, (bảng 8.3)

$$Z_{RC}(p) = \frac{Z_{LC}(s)}{s} \Big|_{s^2=p} ; \quad (8.60)$$

Nếu thay $s = j\omega$ vào s^2 , ta có $-\omega^2 = -\sigma$ có nghĩa là biến đổi $s^2 = p$ ta đã chuyển trục ảo thành trục ($-\sigma$), vì vậy các điểm không và điểm cực nằm xen kẽ nhau trên trục ảo được chuyển thành các điểm không và điểm cực nằm xen kẽ nhau trên trục ($-\sigma$).

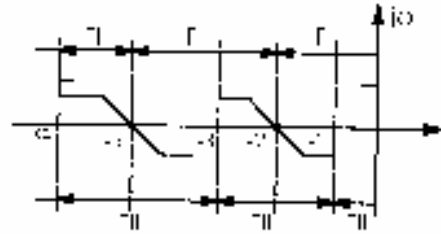
Bảng 8.3

RC		LC	
	R $\frac{1}{pC}$		SL $\frac{1}{C}$
	$\frac{p + \sigma_k}{pR_k^{-1}}$		$\frac{s^2 + \omega_k^2}{SL_k^{-1}}$
	$\frac{C_1^{-1}}{p + \sigma_j}$		$\frac{C_1^{-1}}{s^2 + \omega_i^2}$
			

Ví dụ 8.6: Hãy thực hiện trở kháng sau đây bằng mạch cực RC theo phương pháp Foster:

$$Z(p) = k \frac{(p+5)(p+2)}{(p+3)(p+1)}$$

Theo sự phân bố điểm không, điểm cực ta vẽ đường đặc tính hình 8.19 từ đó vẽ được mạch Foster 1 gồm: điện trở và hai mạch RC song song mắc nối tiếp với nhau. Giá trị của chúng được tính:



$$R_{\infty} = \lim_{p \rightarrow \infty} [Z(p)] = 1$$

Hình 8.19.

$$C_1^{-1} = \lim_{p \rightarrow -1} [Z(p)(p+1)] = 2 \rightarrow C_1 = \frac{1}{2}$$

$$R_1 = \frac{1}{\sigma_1 C_1} = 2$$

$$C_2^{-1} = \lim_{p \rightarrow -3} [Z(p)(p+3)] = 1 \rightarrow C_2 = 1$$

$$R_2 = \frac{1}{\sigma_2 C_2} = \frac{1}{3}$$

+ Theo đường đặc tính trên ta vẽ mạch Foster 2, mạch này gồm hai mạch RC nối tiếp mắc song song với nhau.

$$R_o^{-1} = \lim_{p \rightarrow 0} \left[\frac{1}{Z(p)} \right] = \frac{3}{10}; R_o = \frac{10}{3};$$

$$R_1^{-1} = \lim_{p \rightarrow \sigma_1} \left[Y(p) \frac{(p + \sigma_1)}{p} \right] = \lim_{p \rightarrow 2} \left[\frac{(p+1)(p+3)(p+2)}{(p+2)(p+5)p} \right] = \frac{1}{6}$$

Vậy: $R_1 = 6\Omega$ và $C_1 = \frac{1}{2R_1} = \frac{1}{2 \cdot 6} = \frac{1}{12}$.

$$R_2^{-1} = \lim_{p \rightarrow 5} \left[\frac{(p+1)(p+3)}{(p+2)(p+5)} \right] = \frac{8}{15}$$

$$R_2 = \frac{15}{8}; \quad C_2 = \frac{1}{5 \cdot R_2} = \frac{8}{5 \cdot 15} = \frac{8}{75}.$$

Mạch hai cực RC có ý nghĩa thực tế quan trọng bởi vì cuộn cảm rất khó thực hiện ở tần số thấp với các mạch tổ hợp chất rắn.

Kết quả thể hiện trên hình 8.20b.



Hình 8.20.

8.3.3. Tổng hợp mạng hai cực GL hay RL

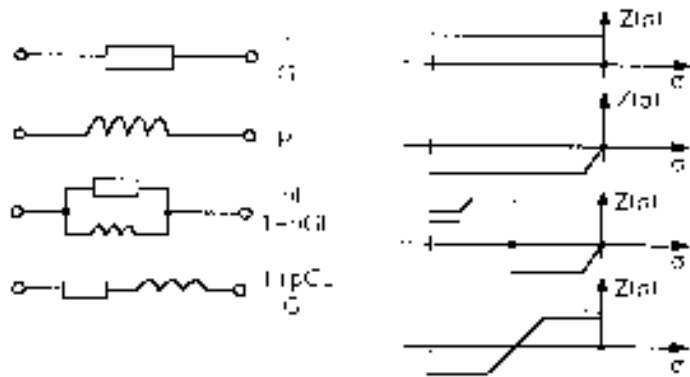
Tính chất mạng hai cực GL được suy luận đối ngẫu từ mạch RC .

Các đường đặc tính trở kháng $Z(\sigma)$ của hai cực GL đơn giản nhất biểu diễn trên hình 8.21.

So sánh các biểu thức ở bảng 8.3 với các biểu thức trên hình 8.21 ta nhận thấy rằng:

$$Z_{GL} = s \cdot Z_{LC}(s) \Big|_{s^2=p}; \quad (8.61)$$

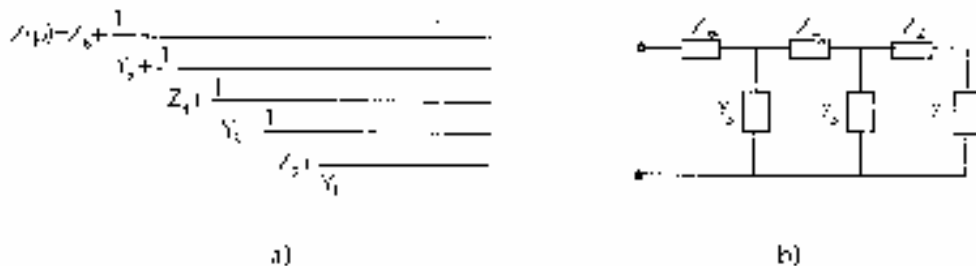
Từ sự so sánh này suy ra các điểm cực và điểm không của hai cực GL nằm xen kẽ nhau trên trục $(-\sigma)$, sao cho gần gốc tọa độ nhất là điểm không và $\frac{dZ(\sigma)}{d\sigma} > 0$; $\text{Re } Z(j\omega)$ tăng theo tần số và $\text{Im } Z(j\omega)$ dương. Đối với mạch GL , các điểm cực tại các tần số hữu hạn có giá trị thẳng dư thực âm.



Hình 8.21.

8.4. TỔNG HỢP MẠNG HAI CỰC BẰNG PHƯƠNG PHÁP CAUER

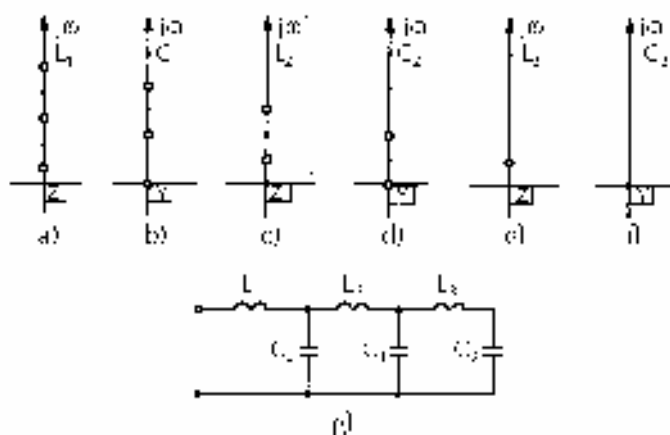
Đối với phương pháp Foster, ta phân tích $Z(p)$ thành tổng các phân thức, trên cơ sở đó ta thực hiện các số hạng bằng các phần tử của mạch điện. Còn đối với phương pháp Cauer ta phân tích $Z(p)$ theo hình cái thang.



Hình 8.22.

$Z(p)$ ở dưới dạng này sẽ được thực hiện bằng mạch hình cái thang với các phần tử Z_k (ví dụ: Z_6, Z_1, Z_2) trên nhánh nối tiếp và các phần tử Y_j trên nhánh song song (như Y_5, Y_3, Y_1), chú ý chỉ xét đối với các mạch có các phần tử trên nhánh nối tiếp cùng loại và các phần tử trên nhánh song song cùng loại.

8.4.1. Mạch LC



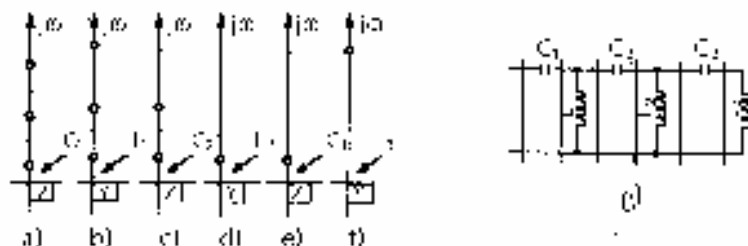
Hình 8.23.

Giả sử cần tổng hợp mạch LC có đường đặc tính của trở kháng như hình 8.22a bằng phương pháp Cauer 1. (Sơ đồ hình 8.22b).

Bước 1: Thực hiện điểm cực của trở kháng ở $\omega = \infty$ bằng cuộn cảm L_1 trên nhánh nối tiếp hình 8.23a.

Bước 2: Thực hiện điểm cực dẫn nạp ở $\omega = \infty$ bằng cuộn cảm C_1 ở nhánh song song hình 8.23b. Cứ lần lượt như vậy ở các bước 3, 4, 5, 6 ta thực hiện điểm cực ở $\omega = \infty$ của trở kháng, rồi của dẫn nạp v.v... cho đến điểm cực cuối cùng hình 8.23a, d, e, f, g.

Đường đặc tính có bao nhiêu đoạn thì có từng ấy phần tử trong hình cái thang. Cũng tương tự như vậy, đường đặc tính hình 8.22a được tổng hợp theo phương pháp Cauer II thực hiện lần lượt các điểm cực của trở kháng và dẫn nạp tại $\omega = 0$.



Hình 8.24.

Các bước thực hiện điểm cực tại $\omega = 0$ được vẽ ở hình 8.24a, b, c, d, f để có được các phần tử trong hình cái thang vẽ ở hình 8.24g.

Các trường hợp có thể xảy ra đối với đường đặc tính của mạch LC cùng các mạch được tổng hợp bằng phương pháp Cauer I, II được tóm tắt bằng sơ đồ tương đương Cauer của hai cực LC trong bảng 8.4.

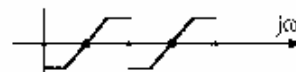
Bảng 8.4

Đường đặc tính	Cauer I	Cauer II

Dưới đây là những ví dụ thực hiện theo các phương pháp Cauer I, Cauer II.

Ví dụ 8.7: Mạch LC

$$Z(p) = \frac{1 + 5p^2 + 4p^4}{3p + 4p^3}$$



Hàm có bậc 4 từ là đường đặc tính có 4 đoạn được thực hiện bằng 4 phần tử hình 8.25.

Hình 8.25.

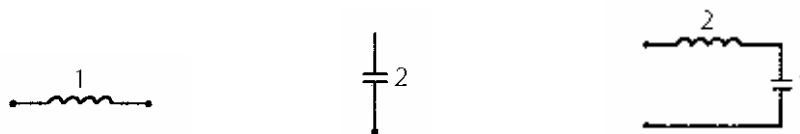
Theo Cauer I:

$$(Z) (4p^4 + 5p^2 + 1) : (4p^3 + 3p) = p + \frac{2p^2 + 1}{4p^3 + 3p} \frac{4p^4 + 3p^2}{0 + 2p^2 + 1}$$

$$(Y) (4p^3 + 3p) : (2p^2 + 1) = 2p + \frac{p}{2p^3 + 1} \frac{4p^3 + 2p}{0 + p}$$

$$(Z) (2p^2 + 1) : p = 2p + \frac{1}{p}.$$

Sơ đồ tổng hợp theo Cauer I vẽ trên hình 8.26.



Hình 8.26.

Theo Cauer II:

$$(Z) (1 + 5p^2 + 4p^4) : (3p + 4p^3) = \frac{1}{3p} + \frac{\frac{11}{3}p^2 + 4p^4}{3p + 4p^3} = \frac{1 + \frac{4}{3}p^2}{\frac{11}{3}p^2 + 4p^4}$$

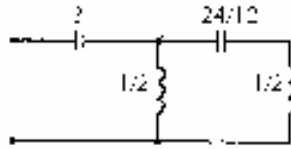
$$(Y) (3 + 4p^2) : \left(\frac{11}{3}p + 4p^3 \right) = \frac{9}{11} \frac{1}{p} + \frac{\frac{8}{11}p^2}{\frac{11}{3}p + 4p^3} = \frac{3 + \frac{36}{11}p^2}{0 + \frac{8}{11}p^2}$$

$$(Z) \left(\frac{11}{3} + 4p^2 \right) : \frac{8}{11}p = \frac{121}{24} \frac{1}{p} + \frac{11}{2}p.$$

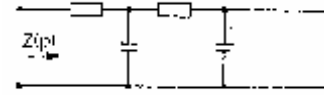
Sơ đồ tổng hợp theo Cauer II vẽ trên hình 8.27, 8.28, 8.29.



Hình 4.27.



Hình 4.28.



Hình 4.29.

8.4.2. Mạch RC

1. Phương pháp Cauer I

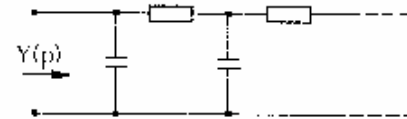
Mạch hình cái thang RC có các điện.

Cách thực hiện như sau:

Cần thực hiện trở kháng $Z(p) = \frac{A(p)}{B(p)}$. Khi bắt đầu thực hiện phép chia ta phải xếp $A(p)$, $B(p)$ theo thứ tự giảm dần. Có hai trường hợp xảy ra:

a) Nếu $Z(p)$ không có điểm không vì điểm cực ở $\omega = \infty$ (tức là A và B cùng bậc) thì ta thực hiện phép chia A/B một cách liên tục. Sơ đồ kết quả theo hình 8.29.

b) Nếu $Z(p)$ có điểm không ở $\omega = \infty$ (tức $m-n = -1$) thì ta phải thực hiện phép chia $Y(p) = \frac{B}{A}$ một cách liên tục. Sơ đồ kết quả theo hình 8.30.



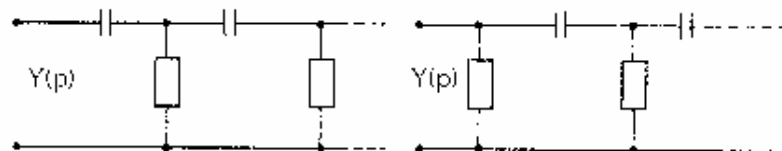
2. Phương pháp Cauer II

Hình 8.30.

Mạch hình cái thang RC có các điện trở trên nhánh song song. Khi thực hiện phép chia ta phải xếp đa thức $A(p)$, $B(p)$ theo thứ tự tăng dần.

a) Nếu $Z(p)$ có điểm cực ở $\omega = 0$ thì ta thực hiện phép chia $A(p)/B(p)$ một cách liên tục. Kết quả theo sơ đồ hình 8.31a.

b) Nếu $Z(p)$ không có điểm cực ở $\omega = 0$ thì ta thực hiện phép chia $Y(p) = A(p) / B(p)$ liên tục. Kết quả theo sơ đồ hình 8.31b.



Hình 8.31.

Các trường hợp đường đặc tính trở kháng có thể xảy ra đối với mạch RC tóm tắt trong bảng 8.5.

Ví dụ 8.8. Hãy thực hiện trở kháng: $Z(p) = \frac{(p+2)(p+5)}{(p+1)(p+3)}$ theo phương pháp

Cauer.

Mạch Cauer I:

Trước hết cần xét $Z(p)$ có điểm không ở $\omega = \infty$ không? Trong trường hợp này, $Z(p)$ không có điểm không ở $\omega = \infty$, do đó ta hay chia $A(p) / B(p)$ theo thứ tự giảm dần.

Bảng 8.5

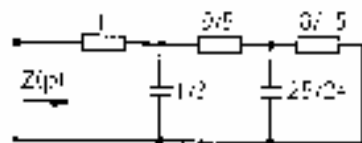
Đường đặc tính	Cauer I	Cauer II

$$(Z)p^2 + 7p + 10 : p^2 + 4p + 3 = 1 + \frac{3p + 7}{p^2 + 4p + 3}$$

$$(Y)p^2 + 4p + 3 : 3p + 7 = \frac{1}{3}p + \frac{\frac{5}{8}p + 3}{3p + 7}$$

$$(Z)3p + 7 : \frac{5}{3}p + 3 = \frac{9}{5} + \frac{8/5}{\frac{5}{3}p + 3}$$

$$(Y)\frac{5}{3}p + 3 : \frac{8}{5} = \frac{25}{24}p + \frac{15}{8}$$

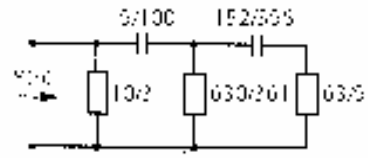


Hình 8.32.

Mạch Cauer II:

$Z(p)$ không có điểm cực ở $\omega = \infty$ nên phải bắt đầu bằng $Y(p) = B(p) / A(p)$ (các đa thức xếp theo thứ tự giảm dần).

$$Y = \frac{3}{10} + \frac{1}{\frac{100}{19p} + \frac{1}{\frac{361}{630} + \frac{1}{\frac{396}{152p} + \frac{1}{8/63}}}}$$



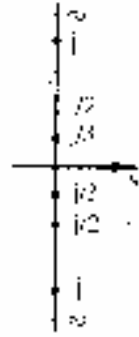
Hình 8.33.

Ví dụ 8.9: Dùng phương pháp Cauer tìm sơ đồ mạng hai cực phản kháng thoả mãn sự phân bố điểm “cực” và điểm “không” trên hình 8.34. Biết mạch có tính chất tự điện $C_0 = 1$ đơn vị nối tiếp tần thấp.

Giải: Xem ví dụ 8.5 có kết quả như bài này.

$$Z(p) = \frac{9}{4} \frac{\left(p^2 + \frac{1}{9}\right)(p^2 + 1)}{p\left(p^2 + \frac{1}{4}\right)}$$

$$\text{Cauer I: } Z(p) = \frac{9}{4} \frac{\left(p^2 + \frac{1}{9}\right)(p^2 + 1)}{p\left(p^2 + \frac{1}{4}\right)} = \frac{1 + 10p^2 + 9p^4}{p + 4p^3}$$



Hình 8.34.

Thực hiện các điểm cực ở $\omega = \infty$.

$$(Z)(9p^4 + 10p^2 + 1) : (4p^3 + p) = \frac{9}{4}p \frac{9p^4 + \frac{9}{4}p^2}{\frac{31}{4}p^2 + 1}$$

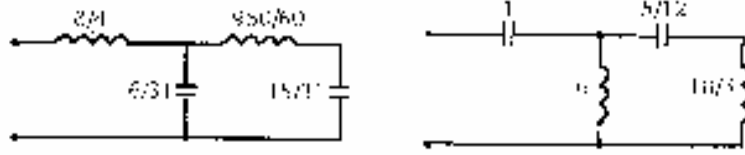
$$L_a = \frac{9}{4}.$$

$$(Y)(4p^3 + p) : \left(\frac{31}{4}p^2 + 1\right) = \frac{16}{31}p \frac{4p^3 + \frac{16}{31}p}{\frac{15}{31}p}$$

$$C_b = \frac{16}{31}$$

$$(Z)\left(\frac{31}{4}p^2 + 1\right) : \frac{15}{31}p = \frac{961}{60}p \frac{\frac{31}{4}p^2}{1}$$

$$L_c = \frac{961}{60} : C_d = \frac{15}{31}$$



Hình 8.35.

Cauer II: Thực hiện các điểm cực tại $\omega = \infty$.

$$(1 + 10p^2 + 9p^4) : (p + 4p^3) = \frac{1}{4} \frac{1+4p^2}{6p^2+9p^4} C_a = 1$$

$$(1 + 4p^2) : 6p + 9p^3 = \frac{1}{6p} \frac{1+\frac{9}{6}p^2}{\frac{15}{6}p^2} L_b = 6.$$

$$(6+9p^2) : \frac{15}{6}p = \frac{12}{5} \cdot \frac{1}{p} ; \quad C_c = \frac{15}{2} ; \quad L_d = \frac{18}{5}.$$

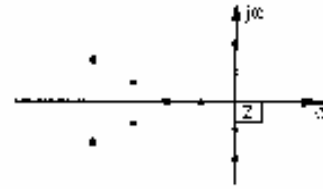
8.5. TỔNG HỢP MẠNG HAI CỰC THEO PHƯƠNG PHÁP BRUNE

8.5.1. Khái niệm về các tính chất tối thiểu

Có thể lấy khỏi $Z(p)$ cặp điểm cực trên trục ảo bằng mạch LC song song trên nhánh nối tiếp. Trở kháng mạch dao động đơn song song sẽ là:

$$Z_{LC_{ss}} = \frac{pC^{-1}}{p^2 + \omega_o^2} \text{ có điểm cực tại } \pm j\omega_o ; \quad (8.62)$$

Sau khi thực hiện mạch dao động đơn song song thì trở kháng còn lại không còn điểm cực trên trục ảo nữa, trở kháng có tính chất như vậy gọi là trở kháng có phần điện kháng tối thiểu.



Hình 8.36.

$$Z = Z_{MR} + \frac{pC^{-1}}{p^2 + \omega_o^2} ; \quad (8.63)$$

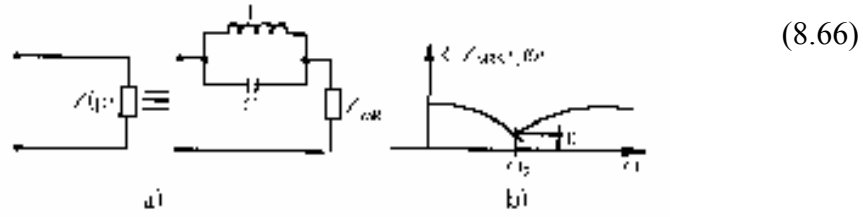
Hãy tính giá trị L, C, Z_{MR} .

Biến đổi biểu thức cách nhân 2 vế với $\frac{p^2 + \omega_o^2}{p}$;

$$Z \frac{p^2 + \omega_o^2}{p} = Z_{MR} \frac{p^2 + \omega_o^2}{p} + C^{-1} ; \quad (8.64)$$

$$C^{-1} = Z \left. \frac{p^2 + \omega_o^2}{p} \right|_{p=j\omega_o} ; \quad (8.65)$$

(vì số hạng thứ nhất bằng 0 với $p = j\omega_o$) và:



Hình 8.37.

Thừa số $(p + \omega_0^2)$ sẽ được giảm ước vì Z_{MR} không còn điểm cực ở đó nữa và như vậy bậc $Z_{MR} >$ bậc Z .

Vậy $Z(p)$ không còn điểm cực trên trục ảo nhưng còn điểm không. Điểm không trên trục ảo chính là điểm cực của $Y(p)$ và có thể lấy đi bằng mạch LC nối tiếp mắc song song.

$$Y_{1Cm} = \frac{1}{pL_1 + \frac{1}{C_1}} = \frac{pL_1^{-1}}{p^2 + \omega_1^2} \left(\text{với } \omega_1^2 = \frac{1}{L_1 C_1} \right); \quad (8.67)$$

$$\text{Vậy: } Y = \frac{pL_1^{-1}}{p^2 + \omega_1^2} + Y_{MS}; \quad (8.68)$$

Phần còn lại của Y và Y_{MS} không còn điểm cực trên trục ảo nữa và được gọi là dẫn nạp có điện nạp tối thiểu.

Hãy tìm giá trị L_1, C_1 .

Biến đổi biểu thức bằng cách nhân 2 vế với $\frac{p^2 + \omega_1^2}{p}$.

$$Y \frac{p^2 + \omega_1^2}{p} = L_1^{-1} + Y_{MS} \cdot \frac{p^2 + \omega_1^2}{p}; \quad (8.69)$$

Vì số hạng thứ hai bằng không với $p = j\omega_1$ nên:

$$L_1^{-1} = Y \frac{p^2 + \omega_1^2}{p} \bigg|_{p=j\omega_1}; \quad (8.70)$$

$$C_1 = \frac{1}{\omega_1^2 L}; \quad (8.71)$$

$$Y_{MS} = Y - \frac{pL_1^{-1}}{p^2 + \omega_1^2}; \quad (8.72)$$

Bậc $Y_{MS} <$ bậc Y vì được giản ước với $(p + \omega_1^2)$.

Nếu mạch hai cực không có điểm cực, không có điểm không trên trục ảo thì được gọi là mạch hai cực có điện kháng và điện nạp tối thiểu: chúng có các điểm cực và điểm không nằm ở nửa mặt trái, còn điểm cực bằng số điểm không tức bậc của tử và mẫu bằng nhau (Z_{MRS}).

– Có thể lấy cả một phần điện trở khỏi z_{MRS} sao cho $Re z_{MRS}(j\omega) \geq 0$ (thỏa mãn điều kiện γ).

$$Z_M = Z_{MRS} - R \quad ; \quad (8.73)$$

Z_M gọi là trở kháng có điện trở tối thiểu vì phần thực của nó tại $\omega_2 = 0$.

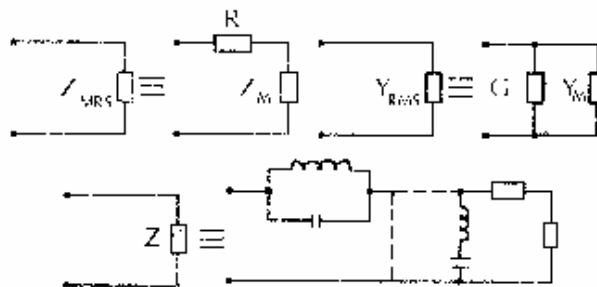
Trở kháng mạch hai cực có điện kháng, điện nạp, điện trở tối thiểu gọi là trở kháng tối thiểu, ký hiệu Z_1 .

8.5.2. Phương pháp Brune

Các bước như sau:

a) Biến Z thành trở kháng tối thiểu, tức là lấy đi các điểm cực, các điểm 0 trên trục ảo và điện trở lớn nhất.

b) Như vậy Z_1 tại $j\omega_2$ chỉ có phần ảo và được viết:



Hình 8.38.

$$Z_i(j\omega_2) = j\omega_2 L_1 \rightarrow L_1 = \frac{Z_1(j\omega_2)}{j\omega_2} ; \quad (8.74)$$

$$Z_2 = Z_1 - pL_1 \quad ; \quad (8.75)$$

Z_2 có điểm 0 tại $\pm j\omega_2$ (vì phần thực và phần ảo đều bằng 0).



Hình 8.39.

c) Thực hiện điểm cực của Y_2 tại $\pm j\omega_2$ bằng mạch LC nối tiếp ở nhánh song song:

$$Y_3 = Y_2 - \frac{pL_2^{-1}}{p^2 + \omega_\gamma^2} ; \quad (8.76)$$

$$L_2^{-1} = Y_2 - \frac{p^2 + \omega_2^2}{p} \bigg|_{p=j\omega_2}; \quad (8.77)$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega_\gamma^2 L_\gamma} \quad ; \quad (8.78)$$

Bậc $Y_3 > \text{bậc } Y_1$ vì $(p^2 + \omega_2^2)$ được giảm ước.

Phương pháp Brune có thể lặp đi lặp lại bậc $Z(p)$ tiếp tục giảm cho đến khi $Z(p)$ được thực hiện hoàn toàn.

Ví dụ 8.10: Thực hiện hàm trở kháng sau đây theo phương pháp Brune.

$$Z(p) = \frac{p^2 + p + 1}{p^2 + p + 4}$$

Bước 1: Xác định các điểm cực và điểm 0.

$$\text{Điểm 0: } p_{1,2}' = -\frac{1}{2} \pm j\sqrt{\frac{3}{2}}$$

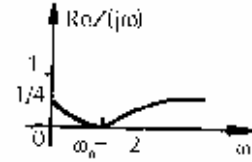
$$\text{Điểm cực: } p_{1,2}'' = -\frac{1}{2} \pm j\sqrt{\frac{15}{2}}$$

Nhìn thấy bậc tử và mẫu bằng nhau Z là trở kháng có điện kháng và điện nạp tối thiểu.

Hãy xét phần thực của trở kháng:

$$Z(j\omega) = \frac{-\omega^2 + j\omega^2 + 1}{-\omega^2 + j\omega + 4};$$

$$\text{Re } Z(j\omega) = \frac{-\omega^4 + j\omega^2 + 4}{-\omega^4 + 7\omega + 16}$$



Hình 8.40.

$$\omega^4 - 4\omega^2 + 4 = 0 \rightarrow \omega^2 = 2 \pm \sqrt{4} - 4 = 2$$

Tại $\omega_0 = \pm\sqrt{2}$ thì phần thực của hàm bằng 0 ;

Vậy trở kháng tối thiểu Z_1 bằng trở kháng Z .

$$Z_1 = \frac{p^2 + p + 1}{p^2 + p + 4}.$$

Bước 2: Tại $p = \pm j\omega_0 = \pm\sqrt{2}j$ chỉ có phần ảo.

$$Z_1(j\sqrt{2}) = \frac{-2 + j\sqrt{2} + 1}{-2 + j\sqrt{2} + 4} = \frac{-1 + j\sqrt{2}}{2 + j\sqrt{2}} = \frac{j(\sqrt{2} + j)}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + j)} = \frac{j}{\sqrt{2}} = j\omega_0 L_1$$

$$\text{Vậy: } L_1 = \frac{j}{\sqrt{2}j\sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$

Trở kháng của L_1 ra khỏi Z_1 :

$$Z_2 = Z_1 - pL_1 = \frac{p^2 + p + 1}{p^2 + p + 4} = \frac{p}{2} = \frac{-p^3 + p^2 - 2p + 2}{2(p^2 + p + 4)} = \frac{(p^2 + 2)(1 - p)}{2(p^2 + p + 4)}.$$

Rõ ràng tại $p = \pm j\sqrt{2}$, Z_2 có điểm 0.

Bước 3: Thực hiện điểm cực của $Y = 2$ tại $p = \pm j\sqrt{2}$ bằng một mạch dao động đơn LC nối tiếp trên nhánh song song.

$$\frac{2(p^2 + p + 4)}{(p^2 + 2)(1 - p)} = \frac{pL_2^{-1}}{p^2 + 2} + Y_3.$$

$$L_2^{-1} = \frac{2(p^2 + p + 4)}{p(1-p)} \bigg|_{p=j\sqrt{2}} = \frac{2(-2 + j\sqrt{2} + 4)}{j\sqrt{2}(1 - j\sqrt{2})} = \frac{2(2 + j\sqrt{2})}{2 + j\sqrt{2}} = 2.$$

Vậy: $L_2 = \frac{1}{2}$; $C_2 = \frac{1}{\omega_0^2 L^2} = 1$.

$$\begin{aligned} Y_3 &= Y_2 - \frac{pL_2^{-1}}{p^2 + \omega_0^2} = \frac{2(p^2 + p + 4)}{(p^2 + 2)(1-p)} = \frac{2p}{p^2 + 2} = \frac{2p^2 + 2p + 8 - 2p^2}{(p^2 + 2)(1-p)} = \\ &= \frac{4p^2 + 8}{(1-p)(p^2 + 2)} = \frac{4}{1-p} \end{aligned}$$

Bước 4: $Z_3 = \frac{1}{Y_3} = -\frac{p}{4} + \frac{1}{4} = pL_3 + R_3$;

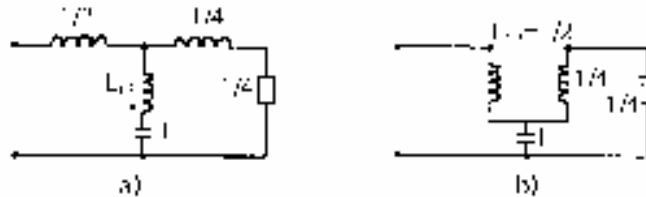
$$L_3 = -\frac{1}{4} ; \quad R_3 = \frac{1}{4}.$$

Hãy tính các giá trị của biến áp (vì có cuộn cảm âm).

$$L_{11} - L_{12} = \frac{1}{2} ; \quad L_{11} = 1$$

$$L_{22} - L_{12} = -\frac{1}{4} ; \quad L_{22} = \frac{1}{4} ; \quad L_{12} = \frac{1}{2} ;$$

$$K = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}} = \frac{1/2}{\sqrt{1/4}} = 1.$$



Hình 8.41.

8.6. TỔNG HỢP HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA MẠNG 4 CỰC

8.6.1. Các hàm truyền đạt cho phép

a) Mạng 4 cực có pha cực tiểu

Xét hàm truyền đạt bất kỳ của mạng 4 cực: truyền đạt áp có tải và không tải, truyền đạt dòng có tải và không tải, truyền đạt trở kháng Z_T , truyền đạt dẫn nạp Y_T ... dạng tổng quát:

$$K(p) = \frac{(p-p_1)(p-p_2)\dots(p-p_n)}{(p-p_1)(p-p_4)\dots(p-p_m)} ; \quad (8.79)$$

Ở đây: p_1, p_3, p_n – là các điểm “không” – “0”.

p_2, p_4, p_m – là các điểm “cực” – “X”.

Mỗi một thừa số $(p-p_k)$ có thể viết thành $p_k^* \cdot e^{j\psi_k}$, với p_k^* là mô đun còn, ψ_k là góc pha. Từ đó (8-79) viết thành:

$$K(p) = \frac{p_1^* \cdot p_3^* \dots p_n^*}{p_2^* \cdot p_4^* \dots p_m^*} e^{i[(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n)(\psi_2, \psi_4, \dots, \psi_m)]} ; \quad (8.80)$$

Nếu các điểm “không” của $K(p)$ nằm ở bên trái trục thực (nghĩa là không nằm trong nửa mặt phẳng (hay trục) phải thì ta gọi đó là mạng 4 cực có pha cực tiểu. Chỉ cần 1 nghiệm – 1 điểm “không” nằm ở nửa trục thực phía phải thì đó là mạng 4 cực pha không cực tiểu. Chú ý rằng các “cực” luôn nằm bên nửa trái của trục thực và các điểm “cực” và “không” xen kẽ nhau. Khi so sánh góc pha giữa hai truyền đạt mạng 4 cực thì mô đun của chúng bằng nhau (vậy cũng một mô đun nhưng góc pha khác nhau. Trong các mạng 4 cực có pha cực tiểu thì mỗi giá trị mô đun sẽ tương ứng đầy đủ với một giá trị góc pha, trong khi đó ở mạng 4 cực pha không cực tiểu sẽ không có điều này. Như vậy ý nghĩa quan trọng của mạng 4 cực có pha cực tiểu là dễ thực hiện mạng 4 cực (tổng hợp mạng) theo đặc tính biên độ pha đã cho.

b) Sơ đồ cầu đối xứng với tải hoà hợp

Như đã biết sơ đồ cầu trở kháng nhánh dọc Z_1 và chéo Z_2 có trở kháng sóng R thường dùng chế độ hoà hợp có:

$$R = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2} ; \quad (8.81)$$

Có thể xác định hàm truyền đạt K_u :

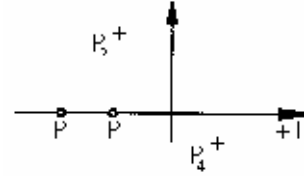
Hình 8.43.

$$K_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{(Z_2 - Z_1)R}{(Z_1 + Z_2)R + 2Z_1 \cdot Z_2} ; \quad (8.82)$$

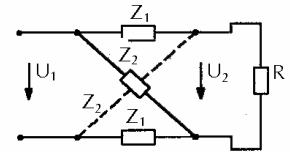
Thế (8.81) vào:

$$K_u = \frac{(R/Z_2 - Z_1)R}{(Z_1 + R/Z_1)R + 2R^2} = \frac{R^2 - Z_1^2}{Z_1^2 + 2R \cdot Z_1 + R^2}$$

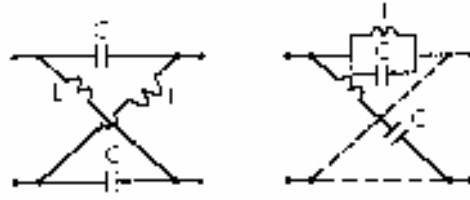
$$K_u = \frac{R - Z_1}{R + Z_1} ; \quad (8.83)$$



Hình 8.42.



Ví dụ 8.11: Xét hai trường hợp mạng 4 cực cầu lắp lại như hình 8.44a,b.



Hình 8.44.

Đều có: $Z_1 \cdot Z_2 = R^2 = \frac{L}{C}$; (8.84)

Có hàm truyền đạt:

$$K_u^a = \frac{RCp-1}{RCp+1} ; \quad (8.85)$$

$$K_u^b = \frac{(p-p_1)(p-p_3)}{(p-p_2)(p-p_4)} ; \quad (8.86)$$

Với: K_u^b : p_1, p_3 là nghiệm phương trình.

$$L\sqrt{LC} p^2 - LP + \sqrt{L/C} = 0 .$$

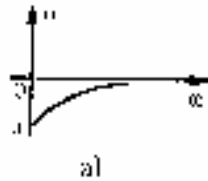
p_2, p_4 là nghiệm của phương trình.

$$L\sqrt{LC} . P^2 + LP + \sqrt{L/C} = 0 .$$

Ví dụ: với $L = C = 2$ thì: $P_{1,3} = 0,496 \cdot e^{\pm j59^\circ 30'}$; $P_{2,4} = 0,496 \cdot e^{\pm j120^\circ 30'}$.

Cả hai mô đun của hàm $K_u^a(p)$, $K_u^b(p)$ theo (8.85) và (8.86) đều mô đun bằng 1.

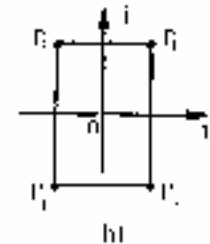
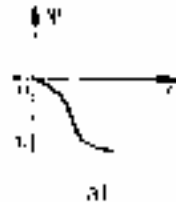
$$\left. \begin{aligned} |K_u^a(j\omega)| &= 1 \\ |K_u^b(j\omega)| &= 1 \end{aligned} \right\} ; \quad (8.87)$$



Các đặc trưng pha $\psi(\omega)$ và phân bố điểm “không”, điểm “cực” của hai hàm trên được vẽ ở hình 8.45 và 8.46. Hình 8.45.

Như vậy mô đun bằng 1 còn góc trượt pha phụ thuộc vào tần số. Các mạng 4 cực trên là loại góc pha không cực tiểu. Dễ thấy các điểm không nằm nửa phải của mặt phẳng thực đối xứng với các điểm cực qua trục ảo.

Sơ đồ cầu đối xứng lắp lại thuận kháng có pha không cực tiểu làm nhiệm vụ hiệu chỉnh và tổng hợp mạng 4 cực rất thuận lợi.



Hình 8.46.

c) Phân tích (tách) hàm truyền đạt của mạng 4 cực có pha không cực tiểu thành tích hai hàm truyền đạt.

Giả thiết có một mạng 4 cực pha không cực tiểu với một điểm “không” của hàm truyền đạt nằm bên nửa mặt phẳng phải p , còn các điểm “không” còn lại nằm bên trái mặt phẳng p . Với p_1 có $Re\{p_1\} > 0$ và:

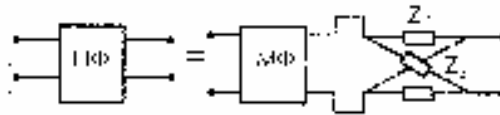
$$K(p) = \frac{(p-p_1)(p-p_3)(p-p_5) \dots (p-p_m)}{(p-p_2)(p-p_4)(p-p_6) \dots (p-p_n)} ; \quad (8.88)$$

Nhân thành phần sau vào $K(p)$ là: $\frac{p+p_1}{p+p_1} K(p)$ là:

$$K(p) = K_1(p) \cdot K_2(p) ; \quad (8.89)$$

$$\text{Với: } K_1(p) = \frac{(p-p_1)(p-p_3)(p-p_5) \dots (p-p_m)}{(p-p_2)(p-p_4)(p-p_6) \dots (p-p_n)} ; \quad (8.90)$$

$$K_2(p) = \frac{p-p_1}{p+p_1} ; \quad (8.91)$$



Hình 8.47.

Hàm truyền đạt $K_1(p)$ biểu thị mạng 4 cực có pha cực tiểu nó không có điểm “không” nằm trên nửa mặt phẳng phải (vì $Re\{-p_1\} < 0$). Hàm truyền đạt $K_2(p)$ có thể biểu thị một mạng 4 cực đối xứng lặp lại tải hoà hợp có pha không cực tiểu và nó làm nhiệm vụ dịch pha.

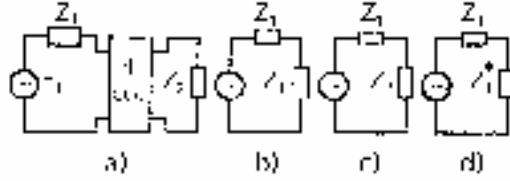
Trên hình 8.47 thay thế mạng 4 cực có pha không cực tiểu $H\phi$ bằng sâu chuỗi hai mạng 4 cực có pha cực tiểu $M\phi$ và cầu đối xứng lặp lại. Trong tổng hợp mạng 4 cực có thể thực hiện như sơ đồ hình 8.47.

d) Hệ số suy giảm khi làm việc hiệu quả, hệ số suy giảm tương đối và hệ số suy giảm hiệu dụng của mạng 4 cực khi làm việc với các chế độ tải.

Có 3 cách đánh giá ảnh hưởng của mạng 4 cực đến việc truyền đạt công suất từ nguồn tới tải.

Hai trong 3 cách dựa trên việc đánh giá tính chất mạng 4 cực theo đặc trưng truyền đạt công suất toàn phần bằng việc sử dụng các khái niệm về độ suy tương đối và độ suy giảm khi làm việc.

Cách thứ 3 đánh giá tính chất mạng 4 cực theo đặc trưng truyền đạt công suất tác dụng (tích cực) khi sử dụng khái niệm hệ số suy giảm tác dụng. Trên hình 8.48 là các chế độ làm việc đặc biệt của mạng 4 cực.



Hình 8.48.

Chế độ làm việc tổng quát của mạng 4 cực ở hình 4.48a. Ở đây trở kháng nguồn $Z_1 = R_1 \pm jX_1$ với nguồn E_1 còn cửa 2 có $Z_2 = R_2 \pm jX_2$ và nói chung $Z_2 \neq Z_1$.

Nhờ mạng 4 cực tương hỗ không đối xứng với Z_2 nào đó khi nhìn vào cửa 1 có thể thấy Z_{1v} có mạng 4 cực và Z_{1v} này có ba chế độ như các hình 8.48b,c,d.

Điện áp trên tải $\dot{U}_2$ và dòng điện $\dot{I}_2$ với tải $Z_2 = z_2 \cdot e^{j\varphi_2}$ sẽ xác định công suất: $S_{2a} = U_2 \cdot I_2 = I_2^2 z_2$ (độ lớn công suất – công suất biểu kiến) còn công suất tích cực $P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2 = I_2^2 R_2$.

Nói chung 8.48a là chế độ không đặc biệt với $Z_{1v} (Z_2) \neq Z_1$ ở chế độ 8.48b là khi $Z_2 = Z_{20} = Z_{22}$ là trở kháng đặc tính của cả hai mạng 4 cực thì $Z_{1v} = Z_1$ lại đúng bằng trở kháng nguồn.

Với chế độ 8.48c khi trở kháng tải bằng trở kháng sóng cửa 2 thì cửa 2 là trở kháng sóng của 1 $Z_{1v} = Z_{1c} = Z_{10} = Z_2$.

Với chế độ 8.48d qua mạng 4 cực trở kháng vào cửa 1 có giá trị đặc biệt $Z_{1v} = Z_1^*$; Z_1 là trở kháng liên hiệp của Z_1 nghĩa là: $Z_1 = R_1 \mp jX_1$.

Nói cách khác do Z_2 bất kỳ nhờ biến đổi của mạng 4 cực và Z_{1v} có thể có 3 chế độ như hình 8.48.

+ Xét hình 8.48b với:

Mô đun công suất toàn phần trên tải Z_1 :

$$S_{2b} = \left| \frac{E_1}{Z_1 + Z_1} \right|^2 \cdot z_1 = \frac{E_1^2}{4z_1} ; \quad (8.92)$$

+ Xét hình 8.48c cũng mô đun công suất :

$$S_{2c} = \left| \frac{E_1}{Z_1 + Z_1} \right|^2 \cdot z_2 ; \quad (8.93)$$

$$+ \text{Xét hình 8.48d chú ý: } Z_1 = R_1 \mp jX_1 ; \quad (8.94)$$

nên dòng điện là cực đại.

$$I = \frac{E_1}{2R_1} ; \quad (8.95)$$

$$\text{và công suất tác dụng trên } Z_1^* \text{ là: } P_{2d} = \frac{E_1^2}{2R_1} ; \quad (8.96)$$

Các hệ số suy giảm được xác định:

+ Hệ số suy giảm làm việc:

$$b_{lv} = \frac{1}{2} \ln \frac{S_{2b}}{S_{2a}} = \frac{1}{2} \ln \frac{E_1^2 / 4z_1}{I_2^2 z_2} ; \quad (8.97)$$

+ Hệ số suy giảm tương đối:

$$b_{lv} = \frac{1}{2} \ln \frac{S_{2c}}{S_{2a}} = \frac{1}{2} \ln \frac{\left| \frac{E_1}{Z_1 + Z_2} \right|^2 \cdot z_2}{I_2^2 z_2} = \ln \frac{E_1}{|Z_1 + Z_2| \cdot I_2^2} ; \quad (8.97')$$

+ Hệ số suy giảm theo công suất tác dụng:

$$b_p = \frac{1}{2} \ln \frac{P_{2d}}{P_{2a}} = \frac{1}{2} \ln \frac{E_1^2 / 4R_1}{U_2 I_2 \cos \varphi_2} ; \quad (8.98)$$

e) Điều kiện để các thông số Z_{ik} , Y_{ik} và hàm truyền đạt để thực hiện được nó bằng mạng 4 cực thực tế.

+ Xét ma trận $[Z_{ik}]$ của mạng 4 cực.

Thặng dư của các thông số Z_{11} , Z_{22} , Z_{12} tương ứng là K_{11} , K_{22} . Khi khảo sát các điểm cực của chúng. Tại một điểm cực bất kỳ có điều kiện thặng dư.

$$K_{11} = K_{22} - K_{12}^2 \geq 0 ; \quad (8.99)$$

Chứng minh (8.99) khá dài dòng có nhiều ở các tài liệu, ta sẽ không dẫn ra ở đây. Điều kiện (8.99) gọi là định thức thặng dư của ma trận trở kháng hồ mạch Z_{ik} là không âm.

* Xét ma trận $[Y_{ik}]$ của mạng 4 cực cũng có được tương tự, nếu K_{11} , K_{22} và K_{12} là thặng dư của các thông số Y_{11} , Y_{22} và Y_{12} thì tại điểm “cực” bất kỳ có điều kiện.

$$K_{11} K_{22} - K_{12}^2 \geq 0 ;$$

Xét trường hợp đặc biệt, nếu giá trị thặng dư tuân theo biểu thức:

$$K_{11} K_{22} - K_{12}^2 = 0 ; \quad (8.100)$$

thì tại điểm cực ấy ta gọi là cực “nén”.

Nếu tại mọi điểm “cực” đều có điều kiện (8.100) thì gọi mạng 4 cực đó là mạng 4 cực (theo Z_{ik} và Y_{ik}) “nén”.

Ngoài điều kiện thặng dư trên còn có điều kiện phân thực mạng 4 cực với thông số Z_{ik} của nó tại tần số bất kỳ ω ($p = j\omega$) cần phải thoả mãn điều kiện phân thực là (Febeppua).

$$r_{11} \cdot r_{22} - r_{12}^2 \geq 0 ; \quad (8.101)$$

$$\text{Ở đây: } \left. \begin{aligned} r_{11} &= \operatorname{Re} Z_{11}(j\omega) \\ r_{22} &= \operatorname{Re} Z_{22}(j\omega) \\ r_{12} &= \operatorname{Re} Z_{12}(j\omega) \end{aligned} \right\} ; \quad (8.102)$$

Điều kiện (8.102) đối với mạng 4 cực thụ động gọi là điều kiện phân thực dương.

Hai điều kiện (8.99) và (8.101) sẽ hạn chế giá trị khuếch đại Q của mạng 4 cực được tổng hợp.

Đối với ma trận Y_{ik} cũng có điều kiện phân thực là:

$$g_{11} \cdot g_{22} - g_{12}^2 \geq 0 ; \quad (8.103)$$

$$\text{Với: } \left. \begin{array}{l} g_{11} = \operatorname{Re} Y_{11}(j\omega) \\ g_{22} = \operatorname{Re} Y_{22}(j\omega) \\ g_{12} = \operatorname{Re} Y_{12}(j\omega) \end{array} \right\} ; \quad (8.104)$$

Mạng 4 cực còn được phân loại như sau:

Với các mạng 4 cực không hồi cảm và không có cực chung ta gọi nó là mạng 4 cực mắc cân bằng. Còn mạng 4 cực có điểm chung thì gọi là mạng 4 cực mắc “nối” không cân bằng tiện lợi hơn vì ít phần tử hơn.

Các mạng 4 cực nối không cân bằng cần phải thoả mãn các điều kiện ghensta. Đó là các điều kiện:

+ Hệ số theo các bậc của p của tử số và mẫu số các hàm.

$-Y_{12}$, Y_{11} và Y_{22} là không âm.

+ Hệ số bậc P tương ứng của hàm $-Y_{12}$ không vượt quá hệ số cùng bậc P các hàm Y_{11} và Y_{22} .

Khi tổng hợp mạng 4 cực thường cho trước các hàm truyền đạt mà các hàm này có những điều kiện khác nhau. Ví dụ hàm cho trước có thể là hàm truyền đạt điện áp hoặc dòng điện khi có tải hay không tải, có tính đến trở kháng nguồn hay không tính...

Thông thường thường gặp bài toán cho hàm truyền đạt điện áp khi không tải. Kuho hay Kuo.

$$K_{uo} = \frac{\dot{U}_{20}}{\dot{U}_1} = \frac{Z_{12}}{Z_{11}} = \frac{-Y_{12}}{Y_{22}} ; \quad (8.105)$$

Các điểm “cực” của K_{uo} gồm các điểm “không” của Z_{11} mà nó không đồng thời với các điểm “không” của Z_{12} và các điểm “cực” của Z_{12} mà nó cũng không đồng thời được tạo ra bởi các điểm cực của Z_{11} . Có thể viết K_{uo} :

$$K_{uo}(p) = \frac{a_m P^m + a_{m-1} P^{m-1} + \dots + a_1 P + a_o}{b_n P^n + b_{n-1} P^{n-1} + \dots + b_1 P + b_o} ; \quad (8.106)$$

$$\text{Và biến đổi: } K_{uo} = \frac{a_m}{b_n} \cdot \frac{P^m + \frac{a_{m-1}}{a_m} P^{m-1} + \dots + \frac{a_1}{a_m} P + \frac{a_o}{a_m}}{P^n + \frac{b_{n-1}}{b_n} P^{n-1} + \dots + \frac{b_1}{b_n} P + \frac{b_o}{b_n}} ; \quad (8.107)$$

Trị số $\frac{a_m}{b_n}$ được ký hiệu là K (hay φ) gọi là hệ số khuếch đại của mạng 4 cực.

Khi tổng hợp mạng 4 cực cần phải biết các tính chất của K_{uo} và các thành phần tạo nên nó: Z_{12} , Z_{11} hay Y_{12} và Y_{22} . Các điều kiện của chúng là điều kiện thẳng dư và điều kiện phân thực.

Có một số điều kiện phụ cũng không kém phần quan trọng, song ta không đi sâu vào những điều kiện này ở những trường hợp cụ thể đặt ra. Sau đây ta đưa ra một loạt các điều kiện quan trọng để thực hiện được cho việc tổng hợp một mạng 4 cực thụ động bất kỳ và một số điều kiện phụ phổ biến riêng.

8.6.2. Điều kiện về quan hệ Z_{11} , Z_{12} , Y_{11} , Y_{12} và K_{uo} đối với mạng 4 cực thụ động

A. Cần phải thoả mãn điều kiện thặng dư và phần thực dương.

B. Điều kiện về quan hệ của các điểm “cực” của hàm.

1) Các điểm “cực” của Z_{12} , Y_{12} và K_{uo} không nằm ở giữa mặt phẳng.

2) Với K_{uo} không có điểm “cực” tại gốc tọa độ và điểm vô cùng ∞ .

3) Các điểm “cực” Z_{12} và Y_{12} trên trục ảo phải là nghiệm đơn với các giá trị thực của thặng dư.

4) Các điểm “cực” K_{uo} trên trục ảo j cần phải đơn và thặng dư âm.

C. Điều kiện về quan hệ các điểm “không” của hàm.

Các điểm “không” của Z_{12} , Y_{12} và K_{uo} có thể là kép (bội) và nằm tại điểm bất kỳ trên mặt phẳng P.

8.6.3. Những tính chất của hàm truyền K_{uo} ở mạng 4 cực nối không cân bằng và không hở cảm

1) Các điểm “không” có thể nằm ở bất kỳ chỗ nào trên mặt phẳng phức nhưng ngoài trục thực dương.

2) Với các thực dương của P, giá trị hàm truyền đạt phải nằm giữa điểm 0 và 1.

3) Hệ số khuếch đại và hàm truyền đạt K (hoặc Q) phải dương (một phần trong đó có thể bằng 0) và không vượt quá hệ số tương ứng của mẫu số trong trường hợp không rút gọn được thành thừa số chung.

Các dạng khác nhau của mạng 4 cực có điểm chung là các sơ đồ bốn cực chuỗi (các khâu nối với nhau).

4) Hàm truyền đạt của các sơ đồ chuỗi có những tính chất phụ là các điểm “không” của nó không nằm ở nửa mặt phẳng phải.

Các điểm “không” của hàm truyền đạt sơ đồ chuỗi gồm chỉ các điện trở R và điện dung thì nó chỉ có thể nằm ở phần thực âm.

5) Những tính chất của hàm truyền đạt K_{uo} ở mạng 4 cực nối cân bằng.

1. Điểm “không” của hàm truyền đạt có thể nằm ở điểm bất kỳ trên mặt phẳng phức, ngay cả trên trục thực dương.

2. Với phần thực dương của P thì giá trị hàm truyền đạt cần phải nằm trong giới hạn -1 đến $+1$. Giá trị cực hạn (cuối) có thể nhận được chỉ khi $p = 0$ hay $p = \infty$, hoặc cả hai trường hợp này.

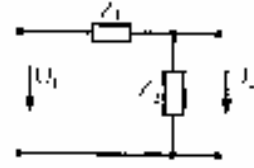
3. Hệ số khuếch đại của hàm truyền đạt có thể âm nhưng không vượt quá giá trị hệ số tương ứng của mẫu số khi hàm số không rút gọn thành thừa số chung được.

8.7. TỔNG HỢP MẠNG 4 CỰC HÌNH Γ LOẠI RC VÀ RL

Hình 8.49 là mạng 4 cực hình Γ . Hàm truyền đạt của nó ở chế độ không tải.

$$K_{uo}(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} ; \quad (8.108)$$

$$\text{Đặt } K_u \text{ dạng } \frac{N}{M} : \frac{U_2}{U_1} = \frac{N}{M} ; \quad (8.109)$$



Hình 8.49.

Giả thiết rằng (8.109) thỏa mãn các điều kiện về hàm truyền đạt của mạng 4 cực như đã xét ở trên. Ở đây N và M là đa thức bậc theo P . Chia tử và mẫu số cho đa thức $Q(p) = Q$ nào đó và có kết quả:

$$\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{N/Q}{M/Q} ; \quad (8.110)$$

Đa thức Q có bậc nào sao cho các nghiệm của nó cũng tuần tự như các bậc của N và M (các nghiệm xen kẽ nhau N và M).

$$\text{Từ (8.110) có: } Z_2 = \frac{N}{Q} ; \quad Z_1 = \frac{M - N}{Q} ; \quad (8.111)$$

Trên cơ sở Z_2, Z_1 như (8.111) ta thực hiện các mạng RL hay RC.

Ví dụ 8.12: Cho hàm truyền đạt không tải của mạng 4 cực:

$$K_{uo} = \frac{N}{M} = \frac{2p}{6p^2 + 9p + 1}$$

Hãy lập sơ đồ mạch hình Γ của mạng.

Giải:

Điểm “không” của hàm truyền đạt nằm ở trên gốc tọa độ. Các điểm “cực” của hàm là nghiệm mẫu thức:

$$M = 6p^2 + 9p + 1 = 0 \quad \text{có: } P_1 = -0,121 \text{ và } P_2 = -1,379.$$

Chọn đa thức Q sao cho nghiệm của nó $Q = 0$ sẽ tuần tự cùng với nghiệm của $N = 0$ và $M = 0$. Có thể chọn 3 dạng Q sau:

$$\text{a) } Q = 6P + 1 ; \quad \text{b) } Q = P + 1 ; \quad \text{c) } Q = P + 0,5.$$

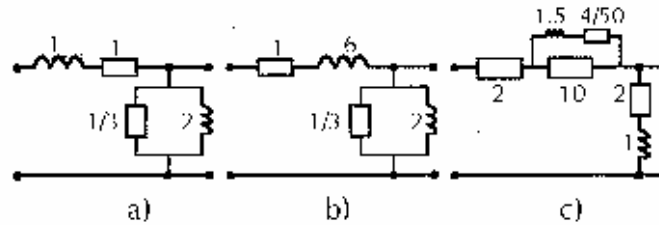
Từ đó có 3 kết quả: 3 sơ đồ mạng 4 cực.

Nếu $Q = 6P + 1$ thì:

$$Z_2 = \frac{N}{Q} = \frac{2P}{6P+1} \quad \text{và} \quad Z_1 = \frac{M - N}{Q} = \frac{6P^2 + 7P + 1}{6P+1} = P + 1.$$

Tương ứng với sơ đồ hình 8.50a, trong đó: $Z_2 = \frac{2P}{6P+1} = \frac{\frac{2}{3}P}{2P+\frac{1}{3}}$. Vậy cuộn cảm

2P và trở 1/3.



Hình 8.50.

Nếu $Q = P + 1$ thì: $Z_2 = \frac{2P}{P+1}$ và $Z_1 = 6P + 1$.

Tương ứng với sơ đồ hình 8.50b.,.

Nếu $Q = P + 0,5$ thì: $Z_2 = \frac{2P}{P+0,5}$ và $Z_1 = \frac{6P^2 + 7P + 1}{P + 0,5}$.

Tương ứng trên sơ đồ hình 8.50c.

8.8. TỔNG HỢP MẠNG 4 CỰC DỰA TRÊN CƠ SỞ TÁCH DẦN THÀNH CÁC MẠNG 4 CỰC ĐƠN GIẢN

Nhiệm vụ đặt ra như sau: Biết hàm truyền đạt của mạng 4 cực ở tải hoà hợp điện trở R, hàm truyền đạt thoả mãn các điều kiện tổng hợp đã nói ở phần trên, hãy thực hiện mạch cụ thể cho mạng 4 cực này. Tư tưởng là với hàm truyền đạt đã cho ta tách dần thành từng mạng 4 cực đã biết là: mạng 4 cực suy giảm hằng số, mạng 4 cực trượt pha, mạng 4 cực có pha cực tiểu.

Vì tích các hàm truyền đạt của mạng 4 cực tương ứng với mỗi tuần tự (xâu chuỗi) chúng, thì nhiệm vụ đặt ra là thực hiện (xây dựng) các mạng 4 cực tải hoà hợp và trực tiếp tính dần các mạng 4 cực này.

Giả thiết rằng trong số các điểm “không” của hàm truyền đạt mạng 4 cực có một số điểm “không” nằm ở nửa phải của mặt phẳng phức hàm có dạng:

$$K(p) = Q \frac{(P - P_1)(P - P_3)(P - P_5) \dots (P - P_n)}{(P - P_2)(P - P_4)(P - P_6) \dots (P - P_m)} ; \quad (8.112)$$

Ví dụ: Có nghiệm $P_1 = a_1$ nằm ở phần thực dương của mặt phẳng, còn hai nghiệm phức liên hiệp

$$P_3 = a_3 + jb_3 \quad \text{và} \quad P_5 = a_3 - jb_3 ; \quad (8.113)$$

Các nghiệm còn lại: nghiệm “không” và tất cả các nghiệm “cực” của mạng 4 cực đều nằm ở nửa trái của mặt phẳng phức. Để tạo hàm $K(p)$ thành dạng tích của hàng loạt các hàm truyền đạt đơn giản, ta nhân vế phải với thừa số:

$$\frac{P+P_1}{P+P_1} \frac{P+P_3}{P+P_3} \dots \frac{P+P_5}{P+P_5} ; \quad (8.114)$$

Ta có:

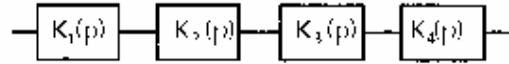
$$K(p) = Q \frac{P-P_1}{P+P_1} \frac{(P-P_3)(P-P_5)}{(P-P_3)(P+P_5)} \frac{(P-P_1)(P-P_3)(P-P_5)\dots(P-P_n)}{(P-P_2)(P-P_4)(P-P_6)\dots(P-P_m)} ; \quad (8.115)$$

$$K(p) = K_1(p).K_2(p).K_3(p).K_4(p) ; \quad (8.116)$$

Với:

$$\left. \begin{aligned} K_1(p) &= Q \\ K_2(p) &= \frac{P-P_1}{P+P_1} \\ K_3(p) &= \frac{P-P_3}{P+P_3} \cdot \frac{P-P_5}{P+P_5} \\ K_4(p) &= \frac{(P+P_1).(P+P_3).(P+P_5)\dots(P+P_n)}{(P-P_2).(P+P_4).(P+P_6)\dots(P+P_m)} \end{aligned} \right\} \quad (8.117)$$

Hàm truyền đạt mạng 4 cực được diễn tả thành tích của 4 hàm truyền đạt thành phần: K_1 , K_2 , K_3 và K_4 (hình 8.51).
Hình 8.51.



Hàm truyền đạt $K_1(p) = Q$ là mạng 4 cực suy giảm không phụ thuộc vào tần số, hình 8.52a. Đó là mạng 4 cực đối xứng lặp lại với tải hoà hợp R. Có thể xác định được R_a , R_b theo R và Q như sau:

$$R_a = R \cdot \frac{1-e^{-g}}{1+e^{-g}} ; \quad R_b = R \frac{1+e^{-g}}{1-e^{-g}} ; \quad g = \ln \frac{1}{Q} ; \quad (8.118)$$

Hàm truyền đạt mạng 4 cực thứ 2 $K_2(p)$ phụ thuộc vào tần số ω :

$$K_2(j\omega) = \frac{j\omega - a_1}{j\omega + a_1} ; \quad (8.119)$$

Mô đun của hàm $K_2(j\omega)$ là một và với sự có mặt của nghiệm “không” ở mặt phẳng phía phải phức $p = a_1$ thì đây là mạng 4 cực trượt pha sơ đồ ở hình 8.52b. Điện trở vào máy của mạng này với tải hoà hợp là R giá trị của các phân tử xác định bằng công thức:

$$L / C = R^2 ; \quad (8.120)$$

Mạng 4 cực thứ 3 có tồn tại hai nghiệm “không” nằm ở nửa phải của mặt phẳng phức là P_3 và P_5 :

$$K_3(j\omega) = \frac{j(\omega-b_3) - a_3}{j(\omega-b_3) + a_3} \cdot \frac{j(\omega+b_3) - a_3}{j(\omega-b_3) + a_3} ; \quad (8.121)$$

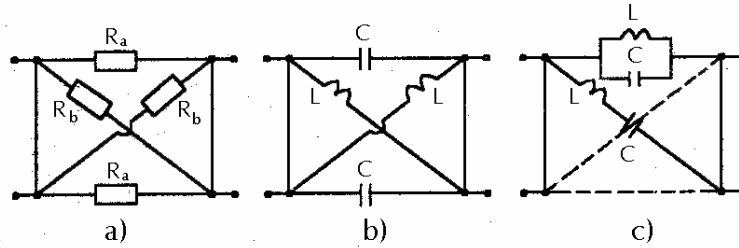
Mô đun của $K_3(j\omega)$ cũng bằng 1 và không phụ thuộc vào tần số. Mạng 4 cực thứ 3 này cũng là mạng trượt pha hình 8.52c. Giá trị các phân tử được tính:

$$Z_1 = \frac{LP}{LCP^2 + 1} ;$$

$$Z_2 = \frac{1 + LCP^2}{CP} \quad (8.122)$$

và $L/C = R^2$

Mạng 4 cực thứ 4: $K_4(j\omega)$ không có điểm không ở nửa mặt phẳng phải và vì vậy nó là mạng 4 cực pha cực tiểu. Thực hiện mạng 4 cực này bởi sơ đồ cầu đối xứng lặp lại sẽ xét ở phần sau đây.



Hình 8.52.

Chú ý: Trong nhiều trường hợp không phải tất cả Q được xếp vào mạng 4 cực suy giảm mà một phần của nó có thể đưa vào mạng 4 cực có pha cực tiểu.

8.9. THỰC HIỆN HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA MẠNG 4 CỰC CÓ PHA CỰC TIỂU. TẢI CHUẨN CỦA MẠNG 4 CỰC

Để thực hiện mạch có hàm truyền đạt với pha cực tiểu bằng sơ đồ cầu lặp lại ta giả thiết rằng chúng làm việc với tải chuẩn.

Tải chuẩn là tải trở có giá trị 1ôm: $R = 1\text{ôm} (\Omega)$. Nếu như tải không bằng 1ôm, ví dụ m ôm thì tất cả các trở R, L, C nằm trong Z_1 cũng phải thay đổi để Z_1 tăng lên m lần.

Còn Z_2 xác định từ: $R^2 = Z_1 \cdot Z_2 ; \quad (8.123)$

Xác định hàm truyền đạt khi tải $R = 1\text{ôm}$.

$$K_u = \frac{R - Z_1}{R + Z_1} = \frac{1 - Z_1}{1 + Z_1} = K_4(j\omega) ; \quad (8.124)$$

Sau đây ta thay Z_1 viết bằng Z_a và Z_2 bằng Z_b và coi rằng $K_4 = K_u$ là hàm của P đã biết. Từ (8.124) có:

$$Z_a = \frac{1 - K_u}{1 + K_u} ; \quad (8.125)$$

Cần phải xét độ phức tạp của K_u .

Nếu như cấu trúc K_u tương đối đơn giản ví dụ như dạng ở sau đây thì hợp lý nhất là thực hiện nó bằng một sơ đồ cấu trúc đối xứng lặp lại và tìm Z_a theo công thức (8.125) và sau đó xác định $Z_b = \frac{1}{2a}$.

Nếu như hàm truyền đạt K_u phức tạp thì thực hiện nó phải bằng một số mạng 4 cực dưới dạng xâu chuỗi với nhau theo các hàm truyền đạt đơn giản.

$$K_u = K_{u1} \cdot K_{u2} \cdot K_{u3} ; \quad (8.126)$$

Các mạng 4 cực đơn giản trong công thức (8.126) là các mạng 4 cực có pha cực tiểu với tải hoà hợp. Việc tách ra các hàm truyền đạt đơn giản theo (8.126) sao cho số mạng 4 cực là ít, số phân tử trong từng mạng là ít và dễ thực hiện.

Ta sẽ chọn các loại hàm truyền đạt đơn giản nhất sau đây:

$$\left. \begin{aligned} K_{u1} &= \frac{Q^I}{p+a} & \text{với: } Q^I \leq a \\ K_{u2} &= Q^{II} \frac{p+c}{p+a} & \text{với: } Q^{II} \leq \frac{a}{c} \text{ hay } Q^{II} \leq 1 \\ K_{u3} &= Q^{III} \frac{1}{p^2+ap+b} & \text{với: } Q^{III} \leq b \\ K_{u4} &= Q^{IV} \frac{P+C}{p^2+ap+b} \\ K_{u5} &= Q^{VI} \frac{p^2+cp+d}{p^2+ap+b} \end{aligned} \right\} \quad (8.127)$$

Ở (8.127) $Q^I \div Q^V$ là các hệ số có liên quan tới hệ số khuếch đại của mạng 4 cực. Giá trị $Q^I \div Q^V$ chọn sao cho hàm truyền đạt là hàm thực dương. Giá trị $Q^I \div Q^{II}$ đã có ở (8.127) còn Q^{IV} và Q^V khá phức tạp ta không dẫn ra ở đây.

Đối với tất cả các mạng 4 cực có pha cực tiểu các hệ số a, b, c, d đều phải dương.

Cấu trúc của K_{u3} , K_{u4} và K_{u5} có thể lại chia thành các K_{u1} và K_{u2} như đã xét ở trên.

Ví dụ 8.13: Thực hiện mạng 4 cực tải chuẩn có hàm truyền đạt.

$$K_u = Q \frac{P+2}{(P+3)(P+4)}$$

Giải: Mặc dù hàm không phải phức tạp song ta vẫn thực hiện tách K_u thành 2 hàm:

$$K_u = K_{u1} \cdot K_{u2} ;$$

$$\text{Với: } K_{u1} = \frac{Q^I}{P+4} \text{ và } K_{u2} = Q^{II} \frac{P+2}{P+3}$$

Thực hiện mạng 4 cực thứ nhất:

$$Z_{a1} = \frac{1 - K_{u1}}{1 + K_{u1}} = \frac{P + (4 - Q^I)}{P + (4 + Q^I)}$$

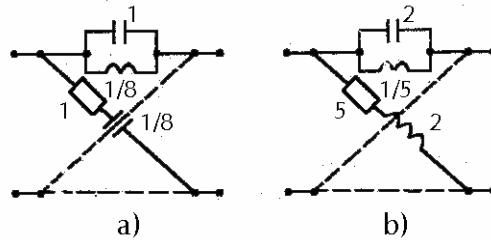
Để cho K_{u1} là hàm thực dương thì cần $Q^I \leq a$. Ta chấp nhận $Q^I = 4$ để

$$Z_{a1} = \frac{P}{P+8} .$$

Với trở kháng dạng $\frac{a_k P}{P + m_k}$ là nhánh song song của điện trở $R_k = a_k$ và điện cảm $L_k = R_k / m_k$. Vì vậy $R_{a1} = 1\text{ôm}$; $L_{a1} = 1/8$ Henri.

Trở kháng nhánh chéo của sơ đồ cầu với tải chuẩn được xác định:

$$Z_{b1} = \frac{1}{Z_{a1}} = \frac{P+8}{P} = 1 + \frac{1}{P \frac{1}{8}}. \text{ Vậy đó là } R_{b1} = 1\text{ôm}, C_{b1} = \frac{1}{8} \text{ Fara}.$$



Hình 8.53.

Sơ đồ K_{u1} vẽ được ở hình 8.53a.

Xét mạng 4 cực thứ hai theo K_{u2} . Để là hàm thực dương cần theo điều kiện:

$$Q^{\text{II}} \leq \frac{a}{c} = \frac{3}{2} \text{ hay } Q^{\text{II}} \leq 1.$$

Ta chấp nhận $Q^{\text{II}} = 1$ thì: $Z_{a2} = \frac{1}{3P+5}$ theo dạng $a_k p / (P + m_k)$ có thể xác định được: $C_{a2} = 2\text{Fara}$ và $R_{a2} = \frac{1}{5} \text{ôm}$ và nhánh chéo $Z_{b2} = \frac{1}{Z_{a1}} = 2P + 5$, nó gồm $R_{b2} = 5\text{ôm}$ và $L_{b2} = 2$ Henri. Sơ đồ vẽ K_{u2} ở hình 8.53b.

Kiểm tra hệ số khuếch đại: $Q = Q^{\text{I}} \cdot Q^{\text{II}} = 4 \cdot 1 = 4$.

8.10.THỰC HIỆN HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA MẠNG 4 CỰC BẰNG CÁCH THÀNH CÁC MẠNG 4 CỰC CÓ PHẦN TỬ BỔ SUNG (DẪN NẠP BỔ SUNG Y_{BX})

Tác giả П.Н. Matkhanop thực hiện phương trình này gồm hai bước:

a) Với hàm truyền đạt $K_u(p) = K(p)$ khi tải tích cực điện trở $Z_H = R_H = 1\text{ôm}$, ta đặt thành các mạng 4 cực thành phần để tích của chúng là $K(p)$.

Các mạng 4 cực thành phần có hàm truyền dạng:

$$\frac{b_1 p + c_1}{b_2 p + c_2} \text{ và } \frac{a_1 p^2 + b_1 p + c_1}{a_2 p^2 + b_2 p + c_2}; \quad (8.128)$$

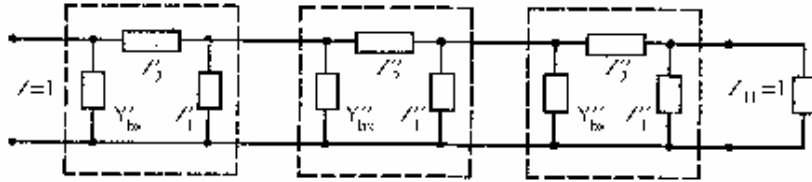
Trong (8.128) có thể một hệ số bất kỳ nào đó triệt tiêu.

Khi phân tích thành tích của thừa số như trên cần phải sao cho các điểm “không” (cũng như điểm “cực”) không bị tách riêng giữa một nghiệm liên hiệp và điều đó cũng tạo nên các hàm truyền đạt của mạng 4 cực thành phần thoả mãn các điều kiện vật lý về tổng hợp mạch đã nêu trên.

$$K(p) = Q' \frac{(P + P_1)(P + P_3) \dots (P + P_n)}{(P + P_2)(P + P_4) \dots (P + P_m)} = K_1(p) \cdot K_2(p) \dots K_n(p) ; \quad (8.129)$$

Với Q' là hệ số khuếch đại chung.

b) Mạng 4 cực cần tìm làm việc nối tầng xâu chuỗi các mạng 4 cực đơn giản tải hoà hợp, các mạng đơn giản thường là sơ đồ Γ hình 8.54.

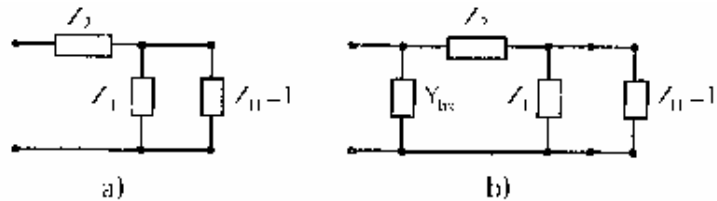


Hình 8.54.

Trên hình 8.54 từng mạng 4 cực đơn giản chỉ là hình Γ với Z_1 và Z_2 , còn dẫn nạp bổ sung Y_{bs} được nối thêm vào các mạng Γ này tương ứng. Bổ sung dẫn nạp Y_{bs} đã tạo nên mạng 4 cực hình Π (hình pi).

Các mạng hình Γ với các trở kháng Z_1 và Z_2 là mạng phân áp, còn dẫn nạp Y_{bs} được bổ sung sao cho trở kháng vào của các mạng thành phần bằng 1ôm.

c) Xác định các trở kháng Z_1 , Z_2 , Y_{bs} của một mạng 4 cực thành phần theo hàm truyền đạt $K(p)$ với phụ tải 1ôm và điện trở vào của từng mạng thành phần bằng 1ôm.



Hình 8.55.

Nếu như trở kháng song song Z_1 và Z_H (hình 8.55a) ta ký hiệu:

$$Z_s = \frac{1}{Y_s} = \frac{Z_1 \cdot Z_H}{Z_1 + Z_H} ; \quad (8.130)$$

Hàm truyền đạt áp khi đó:

$$K(p) = \frac{Z_s}{Z_2 + Z_s} ; \quad (8.131)$$

Xét dạng tổng quát hàm truyền đạt của mạng 4 cực thành phần với Q là hệ số khuếch đại:

$$K(p) = Q \frac{N(p)}{M(p)} ; \quad (8.132)$$

$N(p)$ và $M(p)$ là đa thức theo bậc p và không được vượt qua bậc 2. Thành lập biểu thức $\frac{1}{K(p)} - 1$ và sử dụng (8.131) để tìm Z_3 và sau đó theo (8.132) và sau đó có thể có kết quả cuối cùng.

$$\text{Theo (8.131): } \frac{1}{K(p)} - 1 = \left(\frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \right)^{-1} - 1 = \frac{Z_2}{Z_3} = Z_2 \cdot Y_3 ; \quad (8.133)$$

$$\text{Theo (8-132): } \frac{1}{K(p)} - 1 = \frac{M(p)}{Q \cdot N(p)} - 1 = \frac{M(p) - Q \cdot N(p)}{Q \cdot N(p)} ; \quad (8.134)$$

Cân bằng (8.133) và (8.134):

$$Z_2 Y_3 = \frac{M(p) - Q \cdot N(p)}{Q \cdot N(p)} ; \quad (8.135)$$

$$\text{Với: } Y_3 = Y_I + Y_H = Y_I + 1; Y_I = \frac{1}{Z_I} ; \quad (8.136)$$

Chọn giá trị Y_I tùy ý vì thế có thể có một số phương án đối với một mạng 4 cực.

Ví dụ: Có thể chấp nhận $Y_I = 0$ thì $Y = 1$ và đó cũng là một phương án có nghiệm > nghiệm thứ hai có thể nhận được nếu ta thừa nhận Z_I là một cuộn cảm L . Khi đó $Y_I = \frac{l}{PL}$ và $Y_3 = l + \frac{l}{PL}$. Nghiệm thứ ba là chấp nhận $-Y_I = PC$ và $Y = l + PC$ và ...

Sau khi đã lựa chọn được Y_I tiếp tục tìm Y_2 theo (8.135).

$$Z_2 = \frac{M(p) - Q \cdot N(p)}{Q \cdot N(p) \cdot Y_3(p)} ; \quad (8.137)$$

Thực hiện phân tử Z_2 theo mạng 2 cực và cố gắng sao cho Q lớn càng tốt.

Giai đoạn cuối cùng để tính toán mỗi một mạng 4 cực là việc xác định dẫn nạp Y_{bx} . Chọn Y_{bs} sao cho dẫn nạp vào (cùng ứng với trở kháng vào bằng 1ôm) là một đơn vị.

$$Y_{bx} + \frac{l}{Z_2 + \frac{l}{l + Y_1}} = Y_{bx} + \frac{l + Y_1}{l + Z_2 + Z_2 Y_1} = 1 ; \quad (8.138)$$

Từ (8.138) xác định được Y_{bs} .

Ví dụ 8.14: Mạng 4 cực có tải hoà hợp $Z_H = 1$ ôm có hàm truyền đạt áp:

$$K(p) = \frac{P + 0,05}{P + 1,17} \cdot \frac{P + 10}{P + 9,83} = K_2(p) \cdot K_1(p)$$

Hãy thực hiện mạng 4 cực có hàm truyền đạt trên.

Giải:

Lý thuyết mạch điện

Phân thành 2 mạng 4 cực do $K_2(p)$ và $K_1(p)$ tạo ra.

$$\text{Xét } K_2(p): K_2(p) = \frac{P + 0,05}{P + 1,17} = Q_2 \frac{N_2}{M_2}$$

Trở kháng Z_2'' của mạng 4 cực này chấp nhận bằng vô cùng hay $Y_1'' = 0$. Khi đó: $Y_{bs} = 0 + Y_H = 1$. Từ đó tìm Z_2'' .

$$Z_2'' = \frac{M_2 - Q_2 N_2}{Q_2 N_2}$$

Chấp nhận hệ số khuếch đại $Q_2 = 1$ thì:

$$Z_2'' = \frac{P + 1,17 - P - 0,05}{P + 0,05} = \frac{1,12}{P + 0,05}$$

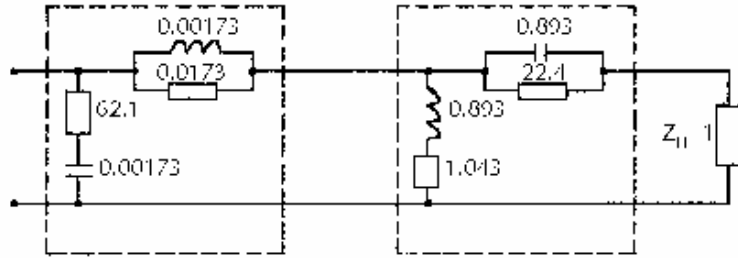
Z_2'' tạo nên từ điện dung 0,893 Fara và song song với điện trở $R_2 = 22,4$ ôm. Để xác định Y_{bs}'' theo:

$$Y_{bs}'' + \frac{1}{1 + Z_2''} = 1, \text{ suy ra: } Y_{bs}'' = \frac{Z_2''}{Z_2'' + 1} = \frac{1,12}{P + 1,17}$$

hay: $Z_{bs}'' = 0,893P + 1,041$.

$$\text{Mạng 4 cực thứ nhất } K_1(p) \text{ là: } K_1(p) = \frac{P + 10}{P + 9,83} = Q_1 \cdot \frac{N_1}{M_1}$$

$$\text{Theo (8.127): } Q_1 = \frac{a}{c} = \frac{9,83}{10} = 0,983.$$



Hình 8.56.

Giả thiết $Y_1' = 0$ khi đó:

$$Z_2'' = \frac{M_1 - QN_1}{Q_1 \cdot N_1} = \frac{P + 9,83 - 0,983(P + 10)}{0,983(P + 10)} = \frac{0,0173}{P + 10}$$

Z_2'' tạo nên từ điện cảm $L_2' = 0,00173$ Heri và song song với điện trở tích cực $R = 0,0173$ ôm. Dẫn nạp bổ sung:

$$Y_{bx}'' = \frac{Z_2'}{1 + Z_2'} = \frac{0,016P}{P + 9,32}; \quad Z_{bx}' = \frac{1}{Y_{bx}'} = 62,1 + \frac{1}{P \cdot 0,00173}$$

Sơ đồ mạng 4 cực với $K_1(p)$, $K_2(p)$ thể hiện ở hình 8.56.

Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 8.

- 1/Phân biệt bài toán phân tích và tổng hợp mạch .Yêu cầu và đặc điểm bài toán tổng hợp mạch trong thực tế .
- 2/ Tương quan giữa miền thời gian và miền tần số .Định nghĩa ,tính chất của hàm thực dương .
- 3/ Điều kiện trở kháng $Z(p)$ của mạng hai cực thực tế .
- 4/ Phương pháp tách dần các mạch vòng đơn giản để tổng hợp mạng hai cực
- 5/ Tổng hợp mạng 2 cực thuần kháng bằng phương pháp Foster .
- 6/ Tổng hợp mạng 2 cực RC bằng phương pháp Foster .
- 7/ Tổng hợp mạng 2 cực RL bằng phương pháp Foster .
- 8/ Tổng hợp mạng 2 cực bằng phương pháp Cauer .
- 9/ Tổng hợp mạng 2 cực bằng phương pháp Brune
- 10/ Tính chất mạng 4 cực có pha cực tiểu .Đặc điểm sơ đồ cầu đối xứng với tải hoà hợp .
- 11/ Điều kiện các hàm truyền đạt của mạng 4 cực thực tế .
- 11/ Những tính chất của hàm truyền đạt áp của mạng 4 cực nối không cân bằng và không hồi cảm .
- 12/ Tổng hợp mạng 4 cực hình Λ loại RC và RL .
- 13/ Tổng hợp mạng 4 cực dựa trên cơ sở tách dần thành các mạng 4 cực đơn giản .
- 14/ Tính chất hàm truyền đạt của mạng 4 cực có pha cực tiểu tải chuẩn .
- 15/Thực hiện hàm truyền đạt của mạng 4 cực bằng cách tách thành các mạng 4 cực có dẫn nạp bổ xung .

PHỤ LỤC

PHỤ LỤC I: LẬP VÀ GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI BẰNG MÁY TÍNH

Khi K tác động mạch có dạng

Số phương trình trạng thái: $m = m_c + m_l = 2$

Phương trình trạng thái có dạng: $X = AX + Be$

Theo các luật K_1, K_2 ta có:

Tại nút a: $-i_1 + i_3 + i_5 = 0$ (1)

Tại nút b: $i_2 - i_5 = J_2$ (2)

Tại nút c: $-i_2 + i_4 = -J_2$ (3)

Với cây c(2,3,4).

Bù cành 1: $U_1 + U_3 = e_1$ (4)

Bù cành 5: $U_2 + U_4 - U_3 + U_5 = e_1$ (5)

Từ (2) và (3) $\rightarrow i_4 = i_5$.

Từ (4): $i_1 = \frac{e_1 - U_3}{R_1}$

Ta có hệ:

$$\begin{cases} -i_1 + i_3 + i_5 = 0 \\ U_2 + U_4 - U_3 + U_5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{e_1 - U_3}{R_1} + \frac{1}{C_3} U_3' + i_4 = 0 \\ L_2 i_2' - U_3 + (R_4 + R_5) i_4 = 0 \end{cases}$$

Từ (3) ta có: $i_4 = i_2 - J_2$. thay vào hệ trên ta có:

$$\begin{cases} -\frac{e_1 - U_3}{R_1} + \frac{1}{C_3} U_3' + i_2 - J_2 = 0 \\ L_2 i_2' - U_3 + (R_4 + R_5)(i_2 - J_2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i_2' = \frac{U_3}{L_3} - \frac{R_4 + R_5}{L_2} i_2 + \frac{R_4 + R_5}{L_2} J_2 \\ U_3' = \frac{(e_1 - U_3)C_3}{R_1} + J_2 C_3 - i_2 C_3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} i_2' \\ U_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_4 + R_5}{L_2} & \frac{1}{L_2} \\ -C_3 & -\frac{C_3}{R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_2 \\ U_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{R_4 + R_5}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ J_2 \end{bmatrix}$$

Thay số vào và đảo thứ tự:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_3' \\ i_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9481,5 & -37 \\ -529,1 & 264550,3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 37 \\ 529,1 \end{bmatrix} \cdot [e_1] + \begin{bmatrix} 3200 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [J_2]$$

Program phan_tich_mach_bang_phuong_trinh_trang_thai;

uses crt,graph,printer;

const n=2000;

```

w=46800;
t0=0;
tx=20000;
ty0=0.8;
ty01=30;
ty1=50;
ty2=0.2;
tc=00.025;
var
  Gd,Gm,i,k,l:integer;
  h,t,a,b,h1,y1,y2,v1,v2,y0,y01:real;
  y30,y301,y11,y22:integer;
  k21,k22:real;
  x,p:array[1..1000] of integer;
  y:array[1..3,0..2000] of real;
procedure window;
  var i,j,k:integer;
begin
  for i:=0 to 600 do
    begin
      setcolor(red);
      putpixel(i,getmax Y div 2 ,15);
      putpixel (getmax X div2- 280,i,15);
    end;
  for i:=0 to 700 do
    k:=40;
    while k<=GetmaxX-40 do
      begin
        for j:=0 to Getmax X-40 do
          begin
            putpixel(k,j,red);
            inc(j,1);
            putpixel(j,k,red);
          end;
          inc(k,40);
        end;
      setviewport(GetmaxX div 2-280,Getmax Y div 2,GetmaxX,GetmaxY,Clipoff);
    end;
  end;
end;

```

Lý thuyết mạch điện

```
outtextxy(getmaxx div 2+220,5,'X');
outtextxy(-15,-getmaxy div 2+12,'Y');
outtextxy(getmaxx div 2-240,5,'20');
outtextxy(getmaxx div 2-160,5,'40');
outtextxy(getmaxx div 2-80,5,'60');
outtextxy(getmaxx div 2,5,'80');
outtextxy(getmaxx div 2+80,5,'100');
outtextxy(getmaxx div 2+160,5,'120');
outtextxy(getmaxx div 2+240,5,'140');
outtextxy(getmaxx div 2+320,5,'200');
outtextxy(-15,-getmaxy div 2+200,'1');
outtextxy(-15,-getmaxy div 2+160,'2');
outtextxy(-15,-getmaxy div 2+120,'3');
outtextxy(-15,-getmaxy div 2+80,'4');
outtextxy(-15,-getmaxy div 2+40,'5');
outtextxy(-15,-getmaxy div 2-200,'-1');
outtextxy(-15,-getmaxy div 2-160,'-2');
outtextxy(-15,-getmaxy div 2-120,'-3');
outtextxy(-15,-getmaxy div 2-80,'-4');
outtextxy(-15,-getmaxy div 2-40,'-5');
setcolor(14);
outtextxy(-20,-15,'0.0');
  SETtextSTYLE(7,0,2);
  setcolor(6);
  outtextxy(getmaxx div 2-200,-240,'VE CAC NGHIEM Uc(t) & I (t)');
  SETtextSTYLE(7,0,1);
  outtextxy(getmaxx div 2-30,-220,'ty0=0.8,w=816,n=2000');
  outtextxy(getmaxx div 2-30,-200,'ty1=50, ty01=20 ty2=0.5 tc=0.025');
  outtextxy(getmaxx div 2-30,-180,'tx=20000');
  outtextxy(getmaxx div 2-30,-160,'E0=20√2 sin(1001t)');
  outtextxy(getmaxx div 2-60,+170,'Bai tap Ly thuyet mach F2');
  outtextxy(getmaxx div 2-10,+190,'Khoa Dien-dien tu DHGT');
end;

function f0(t:real); {ham kich thich }
begin
  f0:=20*sqrt(2)*sin(1000*t);
end;
```

```

function f1(t,y1,y2:real):real; {ham trang thai 1}
begin
    f1:=-9481,5*y1-37*y2+37*20*sqrt(2)*sin(1000*t)+6400;
end;
function f2(t,y1,y2:real):real; {ham trang thai 2}
begin
    f2:=-529,1*y1+264550,3*y2+529,1*20*sqrt(2)*sin(1000*t);
end;

BEGIN {chuong trinh chinh}
    clrscr;
    writeln;
    writeln;
    writeln;
    WRITELN('*** Giai he PT trang thai va Ve do thi ket qua *****');
    writeln('Ve do thi va in bang ket qua yk(t) ');
    writeln('Mac dinh Ve do thi ');
    writeln('Thay doi He PT trang thai trong muc khai bao');
    writeln(' Xem ky chuong trinh truoc khi chay ');
    writeln('Doc vao va sua chua cac thong so: y1(0) ,y2(0),ty3 ');
    writeln(' , tc, cac he so tx,tyo,ty1,ty2,n,w,E0 .');
    writeln(' Enter - run ');
    Gd:=Detect;
    writeln('Gia tri dau : t0 = 0 .');
    writeln(' Enter - run ');
    writeln('Gia tri cuoi : tc = 0,025 .');
    writeln(' Enter - run ');
    Writeln('Ham R(t)= $\sqrt{2}$  2sin1000t');
    Writeln('Ham J0=2');
    writeln('Tan so chuan w = 816 .');
    writeln(' Enter - run ');
    writeln('So luong diem chia n =2000 .');
    writeln(' Enter - run ');
    writeln('Ty le truc X : tx=20000 .');

```

Lý thuyết mạch điện

```
writeln( ' Enter - run ');
writeln('Ty le truc Y ham chua f0 : ty0=0.8 . ');
writeln( ' Enter - run ');
writeln('Ty le truc Y ham chua f01 : ty01=30 . ');
writeln( ' Enter - run ');
writeln('Ty le truc Y Dien ap Uc(t) : ty01=50 . ');
writeln( ' Enter - run ');
writeln('Ty le truc Y Dong dien cam I1(t) : ty02=0.2 . ');
writeln( ' Enter - run ');
readln;
h:=(tc-t0)/n;
writeln('Doc vao cac dieu kien dau :y[k,0] k=1,2');
write('Gia tri dau t0 – y[1,0] : ');
readln (y[1,0]);
write(' Gia tri dau t0 –y[2,0]:');
readln(y[2,0]);
writeln( ' Enter - run ');
gd:=vga;
gm:=vgahi;
initgraph(gd,gm,'d:\tp\bin');
cleardevice;
window;
for i:=1 to n do
begin
    t:=t0+(i-1)*h;
    y0:=f0(t);
    y01:=f01(t);
    y1:=y[1,i-1];
    y2:=y[2,i-1];
    v1:=h*f1(t,y1,y2);
    v2:=h*f2(t,y1,y2);
    k21:=h*f1(t+h/2,y1+v1/2,y2+v2/2);
```

```

y[1,i]:=y[1,i-1]+k21 ;
k22:=h*f2(t+h/2,y+v1/2,y2+v2/2);
y[2,i]:=y[2,i-1]+k22;
x[i]:=round(t*tx); { Lam tron va Gan gia tri cho mang X}
y11:=-round(y[1,i]*ty1); { Lam tron va Gan gia tri cho ham trang thai 1}
y22:=-round(y[2,i]*ty2); { Lam tron va Gan gia tri cho ham trang thai 2}
y30:=-round(y0*ty0); { Lam tron va Gan gia tri cho kich thich 1}
y301:=-round(y01*ty01); { Lam tron va Gan gia tri cho kich thich 2}
putpixel(x[i],y30,2); { Cham cac diem ung voi ham f1}
putpixel(x[i],y301,2); { Cham cac diem ung voi ham f2}
putpixel(x[i],y11,9); { Cham cac diem ung voi trang thai 1}
putpixel(x[i],y22,11); { Cham cac diem ung voi trang thai 2}
end;
writeln( 'An Enter de Ket thuc .');
repeat until keypressed;
readln;
end.

```

PHỤ LỤC II BÀI TẬP LỚN PHÂN TÍCH MẠCH TUYẾN TÍNH

Cho mạch điện với các số liệu sau:

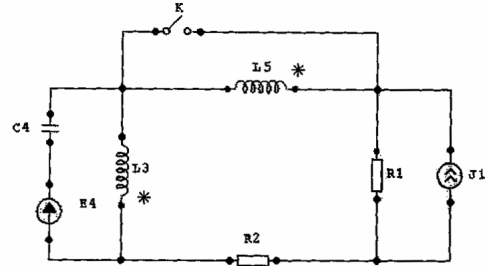
$$R_1 = 150\Omega \quad R_2 = 85\Omega$$

$$L_5 = 0,85H \quad L_3 = 1,05H$$

$$C_4 = 12,5 \mu F \quad f = 150Hz$$

$$E_4(t) = 115 \sin(\omega t) \quad V$$

$$J_1(t) = 1,8 \cos(\omega t + 60^\circ) \quad A$$



1. Tìm mọi dòng điện xác lập khi khoá K chưa tác động bằng:
 - + a/ Phương pháp dòng điện nhánh với hồ cảm $M=0,5H$.
 - + b/ Phương pháp dòng điện vòng với hồ cảm $M=0,5H$.
 - + c/ Phương pháp điện thế nút khi hồ cảm $M=0$.
2. Tìm dòng điện và điện áp quá độ trên cuộn cảm, tụ điện bằng phương pháp toán tử sau khi K tác động:
 - + Xác định các điều kiện đầu.
 - + Lập hệ phương trình trạng thái
 - + Tìm nghiệm đáp ứng ảnh $I_L(p)$, $U_C(p)$.
 - + Xác định nghiệm thời gian $i(t)$, $u(t)$.

Bài làm:

$$\omega = 2\pi f = 300\pi \quad (Rad / s)$$

$$R_1 = 150\Omega; \quad R_2 = 85\Omega$$

$$L_3 = 1,05H \Rightarrow X_3 = 1,05 \cdot 300\pi = 989,6\Omega$$

$$L_5 = 0,85H \Rightarrow X_5 = 0,85 \cdot 300\pi = 801,1\Omega$$

$$C_4 = 12,5\mu F \Rightarrow X_4 = \frac{1}{C_4 \omega} = \frac{1}{12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 300\pi} = 84,88\Omega$$

$$X_M = M \cdot \omega = 0,5 \cdot 300\pi = 471,23\Omega$$

$$E_4(t) = 115 \sin(\omega t) = 115 \cos(\omega t - 90^\circ) \Rightarrow E_4 = -81,3j$$

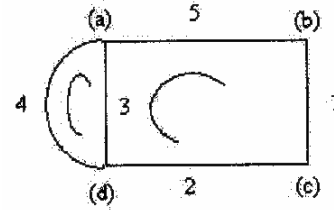
$$J_1(t) = 1,8 \cos(\omega t + 60^\circ) \Rightarrow J_1 = 0,9 + 1,56j$$

1. Tìm mọi dòng điện xác lập khi khoá K chưa tác động:
 Khi khoá K chưa tác động và $R_5 = 0$. Ta có mạch điện như hình vẽ:

a) Phương pháp dòng điện nhánh với hồ cảm $M=0,5H$

Ta có Graf mạch điện như sau:

Chọn cây 2,3,5 $\Rightarrow$ ta có các bù cành 1,5:



– Áp dụng định luật Kiêchoof 1:

$$+ \text{ cho nút (a): } -\dot{I}_4 + \dot{I}_3 + \dot{I}_5 = 0 \quad (1)$$

$$+ \text{ cho nút (b): } \dot{I}_1 - \dot{I}_5 = \dot{J}_4 \quad (2)$$

$$+ \text{ cho nút (d): } \dot{I}_4 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \quad (3)$$

– Áp dụng định luật Kiêchoof 2:

$$+ \text{ theo bù cành: } \dot{U}_5 + \dot{U}_1 + \dot{U}_2 - \dot{U}_3 = 0$$

$$\Leftrightarrow jX_{L5}\dot{I}_5 + jX_M\dot{I}_3 + R_1\dot{I}_1 + R_2\dot{I}_2 - jX_{L3}\dot{I}_3 - jX_M\dot{I}_5 \quad (4)$$

$$+ \text{ theo bù cành 4: } \dot{U}_{C4} + \dot{U}_{L3} = \dot{E}_{L4}$$

$$\Leftrightarrow jX_{L3}\dot{I}_3 + j\dot{I}_5X_M - jX_{C4}\dot{I}_{L4} = \dot{E}_4 \quad (5)$$

Từ (1), (2), (3), (4), (5) ta cóma trận sau:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ R_1 & R_2 & j(X_M - X_{L3}) & 0 & j(X_{L5} - X_M) \\ 0 & 0 & jX_{L3} & -jX_{C4} & jX_M \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{J}_1 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{E}_4 \end{bmatrix}$$

Thay số:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 150 & 85 & -518,37 & 0 & 329,87j \\ 0 & 0 & 989,6j & -84,88j & 471,23j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,9 + 1,56j \\ 0 \\ 0 \\ -81,3j \end{bmatrix}$$

Sau khi chạy chương trình ta thu được kết quả sau:

$$\dot{I}_1 = -0,5536 + 0,0917j$$

$$\dot{I}_2 = -0,0036 - 0,2283j$$

$$\dot{I}_3 = 0,0008 + 0,00534j$$

$$\dot{I}_4 = -0,0028 - 0,2817j$$

$$\dot{I}_5 = -0,0036 - 0,2283j$$

Ta có kết quả cuối cùng như sau:

$$i_1(t) = 0,79 \cos(300\pi t - 9^\circ 24')$$

Lý thuyết mạch điện

$$i_2(t) = 0,32 \cos(300\pi t - 90^\circ 55')$$

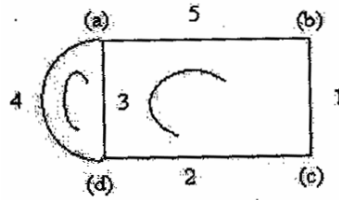
$$i_3(t) = 0,08 \cos(300\pi t + 89^\circ 8')$$

$$i_4(t) = 0,40 \cos(300\pi t - 90^\circ 34')$$

$$i_5(t) = 0,32 \cos(300\pi t - 90^\circ 55')$$

b) Phương pháp dòng điện vòng với hồ cảm $M=0,5H$

Graf của mạch điện như hình vẽ:



chọn cây 2,3,5 $\Rightarrow$ ta có bù cành 1,4:

Ma trận chấp nối B:

Nhánh	1	2	3	4	5
Bc					
1	1	1	-1	0	1
4	0	0	1	1	0

$$+ [B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ [Z_{Nh}] = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & jX_{L3} & 0 & jX_M \\ 0 & 0 & 0 & -jX_{C4} & 0 \\ 0 & 0 & jX_M & 0 & jX_{L5} \end{bmatrix}$$

$$+ \quad [B][Z_{Nh}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & jX_{L3} & 0 & jX_M \\ 0 & 0 & 0 & -jX_{C4} & 0 \\ 0 & 0 & jX_M & 0 & jX_{L5} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} R_1 & R_2 & j(X_M - X_{L3}) & 0 & j(X_{L5} - X_M) \\ 0 & -R_2 & jX_{L3} & -jX_{C4} & jX_M \end{bmatrix}$$

+

$$[Z_V] = [B][Z_{Nh}][B^T]$$

$$= \begin{bmatrix} R_1 & R_2 & j(X_M - X_{L3}) & 0 & j(X_{L5} - X_M) \\ 0 & -R_2 & jX_{L3} & -jX_{C4} & jX_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} R_1 + R_2 + j(X_{L3} + X_{L5} - 2X_M) & j(X_{L5} - X_{L3}) \\ j(X_M - X_{L3}) & j(X_{L3} + X_{C4}) \end{bmatrix}$$

Thay số ta có:

$$[Z_V] = \begin{bmatrix} 235 + 848,24j & -518,37j \\ -518,37j & 1074,88j \end{bmatrix}$$

– Tính các nguồn:

$$+ \quad [B][E_{Nh}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{0} \\ 0 \\ 0 \\ \dot{E}_4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{E}_4 \end{bmatrix}$$

+

$$\begin{aligned}
 [B][Z_{Nh}][J_{Nh}] &= \\
 &= \begin{bmatrix} R_1 & R_2 & j(X_M - X_{L3}) & 0 & j(X_{L5} - X_M) \\ 0 & -R_2 & jX_{L3} & -jX_{C4} & jX_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -R_1 j_1 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 [E_V] &= [B][E_{Nh}] - [B][Z_{Nh}][J_{Nh}] = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{E}_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_1 j_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1 j_1 \\ \dot{E}_4 \end{bmatrix} \\
 + \\
 &= \begin{bmatrix} -135 - 234j \\ -81,3j \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Mặt khác:

$$\begin{aligned}
 [Z_V] \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} &= [E_V] \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 235 + 848,24j & -518,37j \\ -518,37j & 1074,88j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -135 - 234j \\ -81,3j \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Giải hệ, ta được:

$$\dot{I}_1 = -0,0036 - 0,2283j$$

$$\dot{I}_4 = -0,0028 - 0,2817j$$

Ta có:

$$\begin{aligned}
 [I_{Nh}] &= [B^T][I_V] + [J_{Nh}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,9 + 1,56j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0,28 - 0,19j \\ 0,19 - 0,24j \\ 0,09 + 0,05j \\ 0,89 + 0,51j \\ 0,09 + 0,05j \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Vậy:

$$\dot{I}_1 = -0,5536 + 0,0917j$$

$$\dot{I}_2 = -0,0036 - 0,2283j$$

$$\dot{I}_3 = 0,0008 + 0,0534j$$

$$\dot{I}_4 = -0,0028 - 0,2817j$$

$$\dot{I}_5 = -0,0036 - 0,2283j$$

Ta có kết quả cuối cùng như sau:

$$i_1(t) = 0,79 \cos(300\pi t - 9^\circ 24')$$

$$i_2(t) = 0,32 \cos(300\pi t - 90^\circ 55')$$

$$i_3(t) = 0,08 \cos(300\pi t + 89^\circ 8')$$

$$i_4(t) = 0,40 \cos(300\pi t - 90^\circ 34')$$

$$i_5(t) = 0,32 \cos(300\pi t - 90^\circ 55')$$

c) Phương pháp điện thế nút khi hồ cảm $M = 0$

Mạch có Graf như hình vẽ:

Chọn thế tại (d) bằng không: $\varphi_d = 0$

Ma trận:

$$[\varphi_D] = \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_d \end{bmatrix},$$

ta lập được ma trận có cấu trúc $[A]$ & ma trận nạp nhánh $[Y_{Nh}]$

$$: [A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[Y_{Nh}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{j}{X_{L3}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{j}{X_{C4}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{j}{X_{L5}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 + \quad [A][Y_{Nh}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{j}{X_{L3}} & -\frac{j}{X_{C4}} & -\frac{1}{jX_{L5}} \\ \frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{j}{X_{L5}} \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{j}{X_{L3}} & \frac{1}{jX_{C4}} & 0 \end{bmatrix} \\
 + \quad [Y_D] &= [A][Y_{Nh}][A^T] \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{j}{X_{L3}} & -\frac{j}{X_{C4}} & -\frac{1}{jX_{L5}} \\ \frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{j}{X_{L5}} \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{j}{X_{L3}} & \frac{1}{jX_{C4}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -\frac{j}{X_{L3}} + \frac{j}{X_{C4}} - \frac{j}{X_{L5}} & \frac{j}{X_{L5}} & \frac{j}{X_{L3}} - \frac{j}{X_{C4}} \\ \frac{j}{X_{L5}} & \frac{1}{R_1} - \frac{j}{X_{L5}} & 0 \\ \frac{j}{X_{L3}} - \frac{j}{X_{C4}} & 0 & \frac{1}{R_2} - \frac{j}{X_{L3}} + \frac{j}{X_{C4}} \end{bmatrix} \\
 \Leftrightarrow [Y_D] &= \begin{bmatrix} 0,0095j & 0,0012j & -0,0107j \\ 0,0012j & 0,00667 - 0,0012j & 0 \\ -0,0107j & 0 & 0,0117 + 0,0107j \end{bmatrix} \\
 + \quad [A][Y_{Nh}][E_{Nh}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{j}{X_{L3}} & -\frac{j}{X_{C4}} & -\frac{1}{jX_{L5}} \\ \frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{j}{X_{L5}} \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{j}{X_{L3}} & \frac{1}{jX_{C4}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{E}_4 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -\frac{j\dot{E}_4}{X_{C4}} \\ 0 \\ \frac{j\dot{E}_4}{X_{C4}} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
+ \quad [A][J_{Nh}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{J}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{J}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \\
+ \quad [J_D] &= [A][J_{Nh}] - [A][Y_{Nh}][E_{nh}] = \begin{bmatrix} \frac{j\dot{E}_4}{X_{C4}} \\ \dot{J}_1 \\ -\frac{jE_4}{X_{C4}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,958 \\ 0,9 + 1,56j \\ -0,95j \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Ta có:

$$\begin{aligned}
[Y_D][\varphi_D] &= \\
&= [J_D] \begin{bmatrix} 0,0095j & 0,0012j & -0,0107j \\ 0,0012j & 0,00667 - 0,0012j & 0 \\ -0,0107j & 0 & 0,0017 + 0,0107j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_d \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,598 \\ 0,9 + 1,56j \\ -0,958j \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Giải hệ phương trình ta được:

$$\begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 89,03 + 11,99j \\ -82,09 + 12,003j \\ 0,002 + 11,98j \end{bmatrix}$$

+

$$\begin{aligned}
 [U_{Nh}] &= [A^T][\varphi_D] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 89,03 + 11,99j \\ -82,09 + 12,03j \\ 0,002 + 11,98j \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -82,09 + 12,003j \\ -0,002 - 11,98j \\ 89,03 + 0,01j \\ -89,03 - 0,01j \\ 171,72 - 0,01j \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

+

$$[U_{Nh}] + [E_{Nh}] = \begin{bmatrix} -82,09 + 12,003j \\ -0,002 - 11,98j \\ 89,03 + 0,01j \\ -89,03 - 0,01j \\ 171,12 - 0,01j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -81,3j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -82,09 + 12,003j \\ -0,002 - 11,98j \\ 89,03 + 0,01j \\ -4,18 - 0,01j \\ 171,12 - 0,01j \end{bmatrix}$$

+

$$\begin{aligned}
 [I_{Nh}] &= [Y_{Nh}]\{[U_{Nh}] + [E_{Nh}]\} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{j}{X_{L3}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{j}{X_{C4}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{j}{X_{L5}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -82,09 + 12,003j \\ -0,002 - 11,98j \\ 89,03 + 0,01j \\ -4,18 - 0,01j \\ 171,12 - 0,01j \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Giải hệ trên ta được:

$$[I_{Nh}] = \begin{bmatrix} -0,5493 + 0,0776j \\ 0,0007 - 0,2424j \\ 0,0003 - 0,1050j \\ 0,0007 - 0,3474j \\ 0,0007 - 0,2424j \end{bmatrix}$$

$$i_1(t) = 0,76 \cos(300\pi t - 8^\circ 2')$$

$$i_2(t) = 0,34 \cos(300\pi t - 89^\circ 50')$$

$$i_3(t) = 0,15 \cos(300\pi t + 89^\circ 56')$$

$$i_4(t) = 0,49 \cos(300\pi t + 89^\circ 53')$$

$$i_5(t) = 0,34 \cos(300\pi t + 89^\circ 50')$$

2. Tìm dòng điện và điện áp quá độ trên cuộn cảm, tụ điện bằng phương pháp toán tử sau khi K tác động.

+ *Xác định các điều kiện đầu*

Từ mạch đã cho và các luật đóng mở, ta có:

$$U_{C4}(-0) = U_{C4}(+0) = U_{C4}(0)$$

$$I_{L3}(-0) = I_{L3}(+0) = I_{L3}(0)$$

Từ câu c, d của phần trên, ta có:

$$i_3(t) = 0,15 \cos(300\pi t + 89^\circ 56') \Rightarrow i_3(0) = 0,0002 \quad (A)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_4 &= -4,18 - 0,01j \Rightarrow u_4(t) = 5,9 \cos(300\pi t + 180^\circ 8') \quad (V) \\ &\Rightarrow u_4(0) = -5,9 \quad (V) \end{aligned}$$

+ *Lập phương trình trạng thái*

Khi K đóng, ta có mạch điện như hình vẽ:

Số cuộn cảm $m_1 = 1$

Số tụ điện $m_2 = 1$

$\Rightarrow$ Số phương trình trạng thái: $m = m_1 + m_2 = 1 + 1 = 2$

Chọn cây 2, 3, 4 ta có các bù cành 1, 5.

Áp dụng định luật Kiêchoof 1:

$$+ \text{ cho nút (a): } i_1 + i_3 - i_4 = j_1 \quad (1)$$

$$+ \text{ cho nút (d): } i_2 - i_3 + i_4 = 0 \quad (2)$$

Áp dụng định luật Kiêchoof 2:

$$+ \text{ theo bù cành 1: } u_1 + u_2 - u_3 = 0 \quad (3)$$

$$+ \text{ theo bù cành 4: } u_4 + u_3 = e_4 \Leftrightarrow (4)$$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow i_4 = i_3 + i_2 \Rightarrow i_4 = i_3 + \frac{u_2}{R_2}$$

$$\text{Từ (3)} \Rightarrow i_4 = i_3 + \frac{u_2 - u_1}{R_2} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{Từ (3), (4), (5)} \Rightarrow i_4 &= i_3 + \frac{e_4 - u_4 - (j_1 + i_4 - i_3)R_1}{R_2} \\ \Rightarrow i_4 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) &= -\frac{u_4}{R_2} + i_3 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) + \frac{e_4}{R_2} - j_1 \frac{R_1}{R_2} \\ \Rightarrow i_4 &= -\frac{u_4}{R_1 + R_2} + i_3 + \frac{e_4}{R_2 + R_1} - j_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ \Rightarrow C_4 u_4' &= -\frac{u_4}{R_1 + R_2} + i_3 + \frac{e_4}{R_2 + R_1} - j_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ \Rightarrow u_4' &= -\frac{u_4}{C_4(R_1 + R_2)} + \frac{i_3}{C_4} + \frac{e_4}{C_4(R_2 + R_1)} - j \frac{R_1}{C_4(R_1 + R_2)} \quad (6) \end{aligned}$$

$$\text{Từ (4)} \Rightarrow u_3 = -u_4 + e_4 \quad (7)$$

Từ (6), (7) ta có ma trận sau:

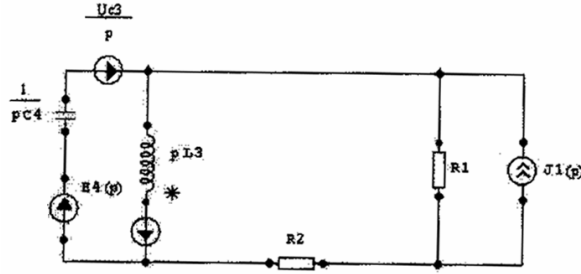
$$\begin{bmatrix} u_4'(t) \\ i_3'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_4(R_1 + R_2)} & \frac{1}{C_4} \\ -\frac{1}{L_3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_4(t) \\ i_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_4(R_1 + R_2)} & -\frac{R_1}{C_4(R_1 + R_2)} \\ \frac{1}{L_3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ j_4 \end{bmatrix}$$

Thay số ta lập được phương trình trạng thái:

$$\begin{bmatrix} u_4'(t) \\ i_3'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -55,55 & 11111,11 \\ -1,11 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_4(t) \\ i_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 55,55 & -8333,33 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ j_4 \end{bmatrix}$$

+ Tìm nghiệm đáp ứng ảnh $I_L(p)$, $U_C(p)$

Toán tử hoá sơ đồ mạch điện:



Ta có:

$$E_4(t) = 120 \sin(\omega t) \Rightarrow E_4(p) = 120 \frac{p \sin 0^\circ + 300\pi \cos 0^\circ}{p^2 + (300\pi)^2}$$

$$= \frac{3600\pi}{p^2 + (300\pi)^2}$$

$$J_1(t) = 0,9 \cos(\omega t + 60^\circ) \Rightarrow J_4(p) = 0,9 \frac{p \cos 60^\circ - 300\pi \sin 60^\circ}{p^2 + (300\pi)^2}$$

$$= \frac{0,45p - 734,59}{p^2 + (300\pi)^2}$$

Theo điều kiện đầu của bài toán:

$$i_{L3}(-0) = 0,0002 \text{ (A)}$$

$$u_{C4}(-0) = -5,9 \text{ (V)}$$

Chọn cây 2,3,4 ta có các bù cành 1,5:

Áp dụng định luật Kiêchoof 1:

$$+ \text{ cho nút (a): } I_4(p) - I_2(p) = 0 \quad (1)$$

$$+ \text{ cho nút (d): } I_3(p) - I_4(p) + I_1(p) = J_1(p) \quad (2)$$

Áp dụng định luật Kiêchoof 2:

$$+ \text{ cho bù cành 1: } I_1(p)R_1 + I_2(p)R_2 - I_3(p)pL_3 - L_3I_3(-0) = 0 \quad (4)$$

$$+ \text{ cho bù cành 4: } I_4(p) \frac{1}{pC_4} + I_3(p)pL_3 = E_4 + L_3I_3(-0) - \frac{U_{C4}(-0)}{p} \quad (5)$$

$$\text{Từ (4) suy ra: } R_1[J(p) + I_4(p) - I_3(p)] + R_2[I_4(p) - I_3(p)] - I_3pL_3 = I_3(-0)L_3$$

$$\text{Biến đổi ta được: } I_4(p) = \frac{I_3(-0)L_3 - R_1J_1(p)(R_1 + R_2 + pL_3)}{R_1 + R_2} \quad (6)$$

$$\text{Từ (2) suy ra: } I_4(p) = I_3(p) + J_4(p) \quad (8)$$

Thay (6) vào (5), ta có:

$$\frac{I_3(-0)L_3 - R_1 J_1(p)}{(R_1 + R_2)pC_4} + I_3(p) \left(\frac{R_1 + R_2 + pL_3}{(R_1 + R_2)pC_4} + pL_3 \right) = E_4(p) + L_3 I_3(-0) - \frac{U_{C4}(-0)}{p}$$

Biến đổi chuyển $I_3(p)$ về 1 vế được kết quả cuối:

$$\Leftrightarrow I_3(p) = \frac{(R_1 + R_2)pC_4 \left[E_4(p) + L_3 I_3(-0) \left(1 + \frac{1}{R_1 + R_2} \right) - \frac{U_{C4}(-0)}{p} + \frac{R_1 J_1(p)}{R_1 + R_2} \right]}{(R_1 + R_2)p^2 C_4 L_3 + pL_3 + R_1 + R_2}$$

Thay số tìm được kết quả sau:

$$I_3(p) = \frac{3,24 \cdot 10^{-6} p^3 - 0,10013 p^2 + 2038,62 p - 9434,4}{[p^2 + (300\pi)^2][0,0162 p^2 + 0,9 p + 200]}$$

$$+ \text{ từ (2) suy ra: } I_4(p) = \frac{I_3(-0)L_3}{R_1 + R_2} I_3(p) + \frac{R_1 + R_2 + pL_3}{R_1 + R_2} J_1(p)$$

Thay số ta được:

$$\Leftrightarrow I_4(p) = \frac{2,916 \cdot 10^{-8} p^4 - 5,9 \cdot 10^{-3} p^3 + 17,72 p + 2494 p + 20552}{[p^2 + (300\pi)^2][0,0162 p^2 + 0,9 p + 200]}$$

$$\text{Mà: } U_{C4}(p) = \frac{I_4(p)}{pC_4}$$

$$\text{Nên: } U_{C4}(p) = \frac{2,916 \cdot 10^{-8} p^4 - 5,9 \cdot 10^{-3} p^3 + 17,72 p + 2494 p + 20552}{p90 \cdot 10^{-6} [p^2 + (300\pi)^2][0,0162 p^2 + 0,9 p + 200]}$$

+ Xác định nghiệm thời gian $i(t)$, $u(t)$

Xác định $i_{L3}(t)$

$$\text{Ta có: } I_3(p) = \frac{3,24 \cdot 10^{-6} p^3 - 0,10013 p^2 + 2038,62 p - 9734,4}{[p^2 + (300\pi)^2][0,0162 p^2 + 0,9 p + 200]}$$

$$\text{Đặt: } F_1(p) = 3,24 \cdot 10^{-6} p^3 - 0,10013 p^2 + 2038,62 p - 9434,4$$

$$F_2(p) = [p^2 + (300\pi)^2][0,0162 p^2 + 0,9 p + 200]$$

Cho $F_2(p) = 0$ ta được:

$$p_{1,2} = \pm 300\pi j$$

$$p_{3,4} = -27,77 \pm 107,58 j$$

Thay vào ta có:

$$F_1(p_1) = F_1(300\pi j) = -5402 - 1,92 \cdot 10^6 j$$

$$F_1(p_3) = F_1(-27,77 + 107,58 j) = -149,87 \cdot 10^3 + 219,9 \cdot 10^3 j$$

Mặt khác ta có:

$$F_2(p) = [p^2 + (300\pi)^2][0,0162 p^2 + 0,9 p + 200]$$

$$\Leftrightarrow F_2(p) = 0,162 p^4 + 0,9 p^3 + 14590 p^2 + 799437 p + 177,65 \cdot 10^6$$

$$\Rightarrow F_2'(p) = 0,0648p^3 + 2,9p^2 + 29580p + 799437$$

Khi đó:

$$F_2'(p_1) = F_2'(300\pi j) = -1,6.10^6 - 26.37.10^6$$

$$F_2'(p_3) = F_2'(-27,77 + 107,58j) = 9926 + 3,099.10^6 j$$

Áp dụng công thức Hêvixai:

$$i_{L3}(t) = 2. \operatorname{Re} \left[\frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} \right] + 2. \operatorname{Re} \left[\frac{F_1(p_3)}{F_2'(p_3)} e^{p_3 t} \right]$$

$$\Rightarrow i_{L3}(t) = 0,14 \cos(300\pi t + 184^\circ 5') + 0,17.e^{-27,77t} \cos(107,58t - 35^\circ 32')$$

+ Xác định $u_{C4}(t)$:

+ Xác định $u_{C4}(t)$

$$U_{C4}(p) = \frac{2,916.10^{-8} p^4 - 5,9.10^{-3} p^3 + 17,72p + 2494p + 20552}{p90.10^{-6} [p^2 + (300\pi)^2] [0,0162p^2 + 0,9p + 200]}$$

Đặt: $F_1(p) = 2,916.10^{-8} p^4 - 5,9.10^{-3} p^3 + 17,72p + 2494p + 20552$

$$F_2(p) = p90.10^{-6} [p^2 + (300\pi)^2] [0,0162p^2 + 0,9p + 200]$$

Cho $F_2(p) = 0$ ta được:

$$p_{1,2} = \pm 300\pi j$$

$$p_{3,4} = -27,77 \pm 107,58j$$

$$p_5 = 0$$

Thay vào ta có:

$$F_1(p_1) = F_1(300\pi j) = -13,44.10^6 + 7,29.10^6 j$$

$$F_1(p_3) = F_1(-27,77 + 107,58j) = -245.10^3 + 168,2.10^3 j$$

$$F_1(p_5) = F_1(0) = 20552$$

Mặt khác ta có:

$$F_2(p) = p90.10^{-6} [p^2 + (300\pi)^2] [0,0162p^2 + 0,9p + 200]$$

$$\Leftrightarrow F_2(p) = 1,458.10^{-6} p^5 + 8,1.10^{-5} p^4 + 1,31p^3 + 71,95p^2 + 15988,5p$$

$$\Rightarrow F_2'(p) = 7,23.10^{-6} p^4 + 3,24.10^{-4} p^3 + 3,93p^2 + 142,9p + 15988,5$$

Khi đó:

$$F_2'(p_1) = F_2'(300\pi j) = 36432,09 - 7940,744j$$

$$F_2'(p_3) = F_2'(-27,77 + 107,58j) = 2342,472 + 555,572j$$

$$F_2'(p_5) = F_2'(0) = 15988,5$$

Áp dụng công thức Hêvixai:

$$u_{C4}(t) = \frac{F_1(p_5)}{F_2'(p_5)} e^{p_5 t} + 2 \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} \right] + 2 \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{F_1(p_3)}{F_2'(p_3)} e^{p_3 t} \right]$$

$$\Rightarrow u_{C4}(t) = 1,28 + 0,22 \cos(300\pi t + 62^\circ 2') + 224 \cdot e^{-27,77t} \cos(107,58t - 16^\circ 56')$$

Vậy: $i_{L3}(t) = 0,14 \cdot \cos(300\pi t + 184^\circ 5') + 0,17 \cdot e^{-27,77t} \cos(107,58t - 16^\circ 56')$

$$u_{C4}(t) = 1,28 + 0,22 \cos(300\pi t + 62^\circ 2') + 224 \cdot e^{-27,77t} \cos(107,58t - 16^\circ 56')$$

Tài liệu tham khảo

- [1] Nguyễn Bính Thành
Cơ sở lý thuyết mạch (tập 1, 2),
Nxb Đại học & TH chuyên nghiệp, Hà Nội, 1972
- [2] Nguyễn Xuân Dân
Lý thuyết mạch (tập 1, 2),
Trường Đại học Giao thông vận tải, Hà Nội, 1980
- [3] Phương Xuân Nhàn, Hồ Anh Tuý
Lý thuyết mạch (tập 1, 2,3),
Nxb KHKT, Hà Nội, 1990 & 1993
- [4] Nguyễn Xuân Dân
Cơ sở kỹ thuật điện (tập 1),
Trường Đại học Giao thông vận tải, Hà Nội, 1997
- [5] Lê Mạnh Việt
Cơ sở kỹ thuật điện (tập 2),
Trường Đại học Giao thông vận tải, Hà Nội, 1997
- [6] П.А. Янкина.
Теоретический основы электротехники том 1,2
“Высшая школа”, Москва 1976.
- [7] М.Я. Каллер, Ю. В. Соболев
Теория линейных электрических цепей
железнодорожной автоматики телемеханики и связи.
Москва “транспорт”.1987.
- [8] Л.А. Бесонов.
Линейные электрические цепи .Высшая Школа Москва .1976.
- [9] А.С. Соодовский.
Задачник по теории электрических и связи.Связьиздат Москва
.1963

MỤC LỤC

Lời nói đầu	3
Thông tin về tác giả .	5
Phạm vi sử dụng của giáo trình .	6
Tra cứu theo từ khoá .	7
CHƯƠNG 1. NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ MẠCH ĐIỆN	9
1.1. Các thông số tác động và thụ động của mạch điện	9
1.2. Véc tơ quay biểu diễn các thông số điều hoà	18
1.3. Số phức biểu diễn các biến điều hoà và phần tử	21
1.4. Biến đổi tương đương mạch điện	26
1.5. Khái niệm về mạch và phần tử phi tuyến	28
1.6. Hai định luật Kiéchoof	29
<i>Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 1</i>	<i>34</i>
CHƯƠNG 2. CÁC ĐỊNH LUẬT VÀ PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH	35
2.1. Graf của mạch điện	35
2.2. Các ma trận tô pô mạch	38
2.3. Các điều kiện đầu và các luật đóng mở	42
2.4. Các thông số trạng thái và biến trạng thái	46
2.5. Phân tích mạch điện bằng phương trình trạng thái	47
2.6. Biến nhánh, phương trình dòng điện nhánh	51
2.7. Biến dòng điện vòng, phương trình dòng điện vòng	55
2.8. Biến đỉnh, hệ phương trình điện thế nút	60
2.9. Biến áp cây, phương trình vết cắt	65
2.10. Tổng quát về cách giải hệ phương trình vi phân của mạch	66
2.11. Phân tích mạch điện bằng phương pháp toán tử	67
2.12. Phương pháp tích phân kinh điển phân tích mạch điện tuyến tính	82
2.13. Phân tích mạch điện bằng phương pháp tần số	86
2.14. Phương pháp xếp chồng với mạch tuyến tính	94
2.15. Tính chất tương hỗ trong mạch điện	97

2.16. Định lý Têvêmin và Noóc – tông	100
2.17. Quan hệ tuyến tính	102
2.18. Cân bằng công suất trong mạch điều hoà	103
2.19. Tính chất đối ngẫu của mạch điện	104
<i>Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 2</i>	105
CHƯƠNG 3. MẠNG 4 CỰC TUYẾN TÍNH TƯƠNG HỖ	106
3.1. Khái niệm mạng 4 cực tuyến tính	106
3.2. Các phương trình đặc trưng mạng 4 cực	107
3.3. Ghép nối các mạng 4 cực	114
3.4. Mạng 4 cực đối xứng	119
3.5. Mạng 4 cực có tải	123
3.6. Các thông số sóng	128
3.7. Sơ đồ tương đương của 4 cực tuyến tính thụ động, tương hỗ	136
3.8. Phân tích mạng 4 cực đặc biệt và thông dụng	139
3.9. Một số mạng 4 cực chức năng	141
3.10. Phân tích mạng 4 cực tương hỗ theo các hàm truyền đạt	144
3.11. Xác định các thông số mạng 4 cực bằng thực nghiệm	151
3.12. Phụ chương: Một số hệ thức lượng giác hàm hypebolic	152
<i>Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 3</i>	153
CHƯƠNG 4. MẠNG 4 CỰC KHÔNG TƯƠNG HỖ	154
4.1. Các hệ phương trình mạng 4 cực không tương hỗ	154
4.2. Sơ đồ tương đương mạng 4 cực không tương hỗ	157
4.3. Phân tích mạng 4 cực không tương hỗ	159
4.4. Girator và NIC	166
4.5. Tranzito	170
4.6. Khuếch đại thuật toán (KĐTT)	175
<i>Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 4</i>	184
CHƯƠNG 5. MẠCH LỌC TẦN SỐ	185
5.1. Khái niệm tổng quát	—
5.2. Sơ đồ lọc và các trở kháng đặc tính	186
5.3. Điều kiện dải thông của mạch lọc và tần số cắt	187
5.4. Khái niệm về đặc tính tần số của nhánh thuần kháng	190
5.5. Mạch lọc loại K	196
5.6. Lọc loại m 205	
5.7. Lọc không đối xứng	215
5.8. Mạch sửa biên độ	217
<i>Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 5</i>	221
CHƯƠNG 6. ĐỒ THỊ BODE	222

Lý thuyết mạch điện

6.1. Biểu diễn hàm mạch	222
6.2. Đồ thị Bode	223
6.3. Đồ thị Bode cho các phân tử hàm mạch	224
6.4. Xây dựng đồ thị Bode cho hàm mạch phức tạp	230
6.5. Kỹ thuật tính toán trong mạch điện tử	234
<i>Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 6</i>	238
CHƯƠNG 7. PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN PHỨC TẠP TƯƠNG HỒ VÀ KHÔNG TƯƠNG HỒ	239
7.1. Khái niệm phân tích mạch điện không tương hỗ	239
7.2. Phương pháp điện thế nút phân tích mạch không tương hỗ	246
7.3. Phân tích mạch điện tuyến tính tương hỗ có hồ cảm	244
7.4. Phân tích mạch điện không tương hỗ và có hồ cảm	246
<i>Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 7</i>	247
CHƯƠNG 8. TỔNG HỢP MẠCH TUYẾN TÍNH	248
8.1. Tính chất bài toán tổng hợp	248
8.2. Tổng hợp mạng 2 cực với hàm trở kháng $Z(p)$ tổng quát	252
8.3. Tổng hợp mạng 2 cực theo phương pháp Foster	257
8.4. Tổng hợp mạng 2 cực bằng phương pháp Cauer	268
8.5. Tổng hợp mạng 2 cực theo phương pháp Brune	274
8.6. Tổng hợp hàm truyền đạt của mạng 4 cực	278
8.7. Tổng hợp mạng 4 cực hình T loại RC và RC	285
8.8. Tổng hợp mạng 4 cực dựa trên cơ sở tách dần thành các mạng 4 cực đơn giản	287
8.9. Thực hiện hàm truyền đạt của mạng 4 cực có pha cực tiểu, tải chuẩn của mạng 4 cực	289
8.10. Thực hiện hàm truyền đạt của mạng 4 cực bằng tách thành các mạng 4 cực có dẫn nạp bổ sung	291
<i>Câu hỏi ôn tập ,kiểm tra đánh giá chương 8</i>	294
Phụ lục	295
Phụ lục 1: Lập và giải hệ phương trình trạng thái bằng máy tính	295
Phụ lục 2: Bài tập lớn phân tích mạch điện tuyến tính	301
Tài liệu tham khảo	317

Chịu trách nhiệm xuất bản
Lê Tử Giang

Biên tập
Nguyễn Trung Kiên

Chế bản và sửa bài
Xưởng In Trường đại học GTVT

Nhà xuất bản Giao thông vận tải
80B Trần Hưng Đạo – Hà Nội
ĐT: 04. 9423345 – Fax: 04. 8224784

Trường Đại học GTVT. Quyết định xuất bản số: 47/QĐ-GTVT, ngày 25/3/2008. Giấy xác nhận đăng ký kế hoạch xuất bản số 51/XB- QLXB, ngày 9/1/2008. Số đăng ký kế hoạch xuất bản số 58-2008/CXB/79-51-79/GTVT. In xong và nộp lưu chiểu quý II năm 2008.