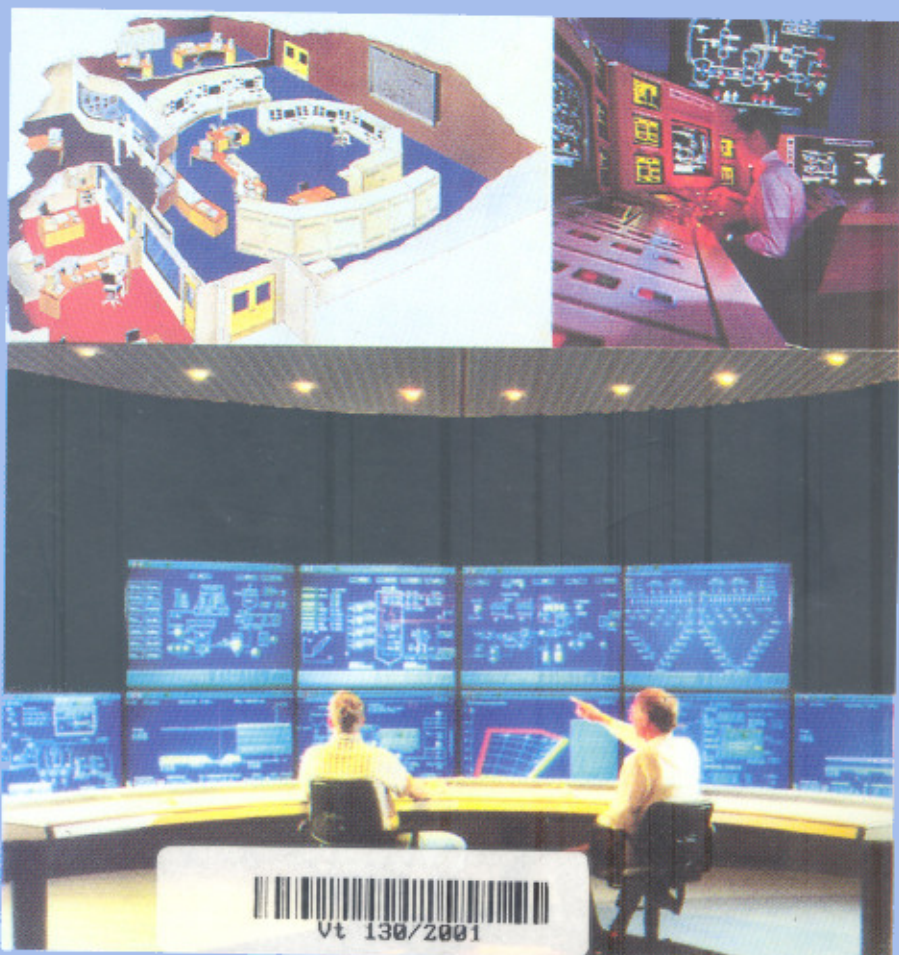


ĐỖ XUÂN KHÔI

TÍNH TOÁN PHÂN TÍCH HỆ THỐNG ĐIỆN



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

Ts. ĐỖ XUÂN KHÔI

Tính toán phân tích
HỆ THỐNG ĐIỆN

In lần thứ hai có sửa chữa và bổ sung



NHA XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

HÀ NỘI - 2001

Lời giới thiệu

Tính toán phân tích hệ thống điện là phần kiến thức rất quan trọng của một kỹ sư điện. Những hiểu biết về Tính toán phân tích hệ thống điện được sử dụng thường xuyên trong quá trình quy hoạch, thiết kế, lựa chọn trang thiết bị, quản lý vận hành và tính toán các chỉ tiêu kinh tế kỹ thuật của hệ thống điện.

Tính toán phân tích hệ thống điện bao gồm nhiều bài toán quen thuộc: tính toán chế độ xác lập của lưới điện, đánh giá trạng thái của hệ thống, tính toán ngắn mạch và phân tích sự cố, tối ưu hóa chế độ làm việc và trào lưu công suất ...

Mỗi bài toán này tự nó có những ý nghĩa khoa học và thực tiễn riêng.

Chúng tôi hân hạnh được giới thiệu cùng bạn đọc tập sách “TÍNH TOÁN PHÂN TÍCH HỆ THỐNG ĐIỆN” của Tiến sĩ Đỗ Xuân Khởi với nội dung khá phong phú, hiện đại, đề cập đến những vấn đề cốt lõi của giải tích hệ thống điện.

Những nội dung chuyên môn được trình bày mạch lạc, có hệ thống, súc tích và sáng sủa.

Chúng tôi hy vọng quyển sách này sẽ được bạn đọc tiếp nhận và đánh giá tốt. Sách có thể được sử dụng như một tài liệu giáo khoa để giảng dạy môn lưới điện cho chuyên ngành hệ thống điện ở bậc đại học. Sách cũng có thể dùng làm tài liệu tham khảo rất hữu ích cho các ngành học và bậc học khác, cho nghiên cứu sinh, kỹ sư, cán bộ nghiên cứu và quản lý hoạt động trong lĩnh vực hệ thống điện.

VS.GSTSKH Trần Đình Long

Chủ nhiệm Bộ môn Hệ thống điện - ĐHBK Hà Nội

Mục lục

Lời nói đầu	9
1 Hệ phương trình tuyến tính ứng dụng trong phân tích hệ thống điện	11
1.1 Phương pháp khử biến và khai triển tam giác	12
1.1.1 Phương pháp khử Gauss	13
1.1.2 Phương pháp khai triển tam giác	16
1.1.3 Phương pháp khai triển Cholesky	20
1.2 Phương pháp khai triển trực giao	21
1.3 Nghịch đảo ma trận	25
1.3.1 Phương pháp Gauss- Jordan	25
1.3.2 Nghịch đảo bởi khai triển tam giác	27
1.3.3 Công thức Sherman- Morrison	27
1.4 Phương pháp lặp	29
1.4.1 Phương pháp lặp Jacobi	30
1.4.2 Phương pháp lặp Gauss- Seidel	30
2 Mô hình nút của lưới điện	31
2.1 Hệ phương trình nút	31
2.2 Ma trận tổng dẫn nút	37
2.2.1 Ma trận tổng dẫn nút của phần tử lưới	37
2.2.2 Trường hợp nhánh có hồ cảm	38
2.2.3 Lưới tương đương của các nhánh hồ cảm	41
2.2.4 Thí dụ	41
2.2.5 Biểu diễn ma trận tổng dẫn nút của lưới dùng ma trận nối dây nút- nhánh	44
2.3 Tính chất thừa của ma trận tổng dẫn nút và phương pháp khai triển theo thứ tự tối ưu khi giải hệ phương trình tuyến tính thừa	48
2.4 Cập nhật khai triển tam giác của Y khi đóng (cắt) một nhánh	52
2.5 Khử nút và biến đổi tương đương trong lưới điện	53
2.6 Ma trận tổng trở nút	56
2.6.1 Một định nghĩa của tổng dẫn nút và tổng trở nút	56
2.6.2 Ma trận Z và tổng trở Thevenin	58

2.6.3	Sự thay đổi trong ma trận Z khi đóng (cắt) một nhánh	6
2.6.4	Trường hợp đóng cắt nhánh có hồ cảm	70
2.6.5	Tính toán các phần tử của Z dùng khai triển tam giác của Y	72
2.6.6	Thay đổi trong ma trận Z khi dịch chuyển nút cơ sở -cân bằng	75
3	Tính toán ngắn mạch	77
3.1	Nhập đề	77
3.2	Tính toán ngắn mạch đối xứng	79
3.2.1	Công thức tính toán	79
3.2.2	Sử dụng mạch tương đương Thevenin	81
3.2.3	Thí dụ	83
3.3	Phân tích chế độ không đối xứng bằng phương pháp các thành phần đối xứng	85
3.4	Lưới điện của các thành phần đối xứng	88
3.4.1	Mạch điện thành phần đối xứng của đường dây	89
3.4.2	Mạch điện thành phần đối xứng của máy biến áp và máy điện đồng bộ	92
3.5	Tính toán hư hỏng không đối xứng	95
3.5.1	Ngắn mạch một pha	96
3.5.2	Ngắn mạch hai pha chạm đất	97
3.5.3	Ngắn mạch hai pha	99
3.5.4	Thí dụ	100
3.5.5	Hở mạch không đối xứng	103
4	Giải tích chế độ xác lập	109
4.1	Định nghĩa bài toán	109
4.2	Phương pháp lặp Gauss- Seidel giải tích lưới điện	114
4.3	Phương pháp lặp Newton- Raphson	115
4.3.1	Phương trình lặp Newton- Raphson	115
4.3.2	Jacobian của các phương trình chế độ xác lập	116
4.3.3	Đặc điểm phương pháp và áp dụng cho bài toán giải tích lưới điện	120
4.4	Thí dụ	123
4.5	Phương pháp bậc hai	126
4.6	Thay đổi trong công thức Newton- Raphson. Phương pháp tách biến	127
4.7.	Tính toán công suất nhánh	131
4.8	Giải tích chế độ có điều chỉnh và các bài toán giải tích đặc biệt	132

5	Đánh giá trạng thái	134
5.1	Nhập đề	134
5.2	Tiêu chuẩn xác suất cực đại	135
5.3	Đánh giá bình phương cực tiểu trọng số	139
5.3.1	<i>Phương trình chuẩn</i>	139
5.3.2	<i>Thí dụ</i>	141
5.3.3	<i>Jacobian</i>	143
5.4	Tính quan sát được của hệ thống và số đo giả	145
5.5	Phân tích sai số của đánh giá WLS	146
5.6	Dữ liệu xấu	149
5.7	Thí dụ	152
5.8	Giải bài toán WLS	157
5.9	Phương pháp WLS với ràng buộc	159
5.10	Phương pháp tách biến trong đánh giá trạng thái	161
5.11	Mô hình hoá thời thực hệ thống điện	162
5.11.1	<i>Vấn đề mô hình hoá lưới điện ngoài</i>	163
5.11.2	<i>Mô hình tương đương cho lưới ngoài</i>	164
5.11.3	<i>Mô hình đầy đủ của lưới ngoài</i>	166
6	Phân tích sự cố	167
6.1	An toàn cung cấp điện và bài toán phân tích sự cố thời thực	167
6.2	Vài nét về công cụ phân tích sự cố	170
6.2.1	<i>Mô hình cho tính toán sự cố</i>	170
6.2.2	<i>Xếp hạng sự cố nhờ chỉ số nguy hiểm</i>	171
6.3	Mô hình tuyến tính: Phương pháp dòng bù	173
6.4	Mô hình tuyến tính: Hệ số phân bố dòng	177
6.4.1	<i>Hệ số phân bố dòng nút</i>	177
6.4.2	<i>Hệ số phân bố dòng nhánh</i>	178
6.4.3	<i>Hệ số phân bố dòng cho sự cố xếp chồng</i>	179
7	Tối ưu hoá chế độ làm việc	183
7.1	Khái quát về bài toán tối ưu hóa chế độ làm việc	183
7.1.1	<i>Phân loại biến điều khiển</i>	183
7.1.2	<i>Phân loại ràng buộc chế độ</i>	184
7.1.3	<i>Hàm mục tiêu</i>	185
7.2	Xử lý trường hợp không giải được	187
7.3	Tối ưu hoá chế độ với ràng buộc an toàn sự cố	188
7.4	Phân bố tối ưu công suất cho các máy phát điện	190
7.5	Phân bố tối ưu công suất giữa các nhà máy điện	193
7.6	Phương pháp các hệ số tổn thất B	198

7.6.1	<i>Công thức tổn thất công suất</i>	199
7.6.2	<i>Tính toán các hệ số B</i>	200
7.6.3	<i>Sử dụng lưới điện tương đương REI để tính các hệ số B</i>	203
7.7	<i>Thí dụ</i>	206
7.8	<i>Hệ thống tự động điều khiển phát điện (AGC)</i>	212
7.8.1	<i>Đặc tính điều tốc của các máy phát điện</i>	212
7.8.2	<i>Hệ thống AGC</i>	214

Tài liệu tham khảo	217
---------------------------	-----

Lời nói đầu

Kĩ thuật tính toán phân tích hệ thống điện (Power System Analysis) đã có một lịch sử phát triển lâu dài. Động lực và nội dung của quá trình phát triển này một mặt gắn với sự phát triển của bản thân hệ thống điện (HTĐ), với việc sử dụng các công nghệ mới, thiết bị mới, với việc gia tăng không ngừng kích cỡ và độ phức tạp của hệ thống điện, đồng thời tiêu chuẩn cung cấp điện theo đòi hỏi của các hộ dùng điện hiện đại ngày càng cao. Mặt khác quá trình phát triển này gắn liền với sự phát triển của kĩ thuật tính toán và các công cụ tính toán, giám sát và điều khiển hiện đại nhất. Đó là vì mục đích hàng đầu của tính toán phân tích hệ thống là để phục vụ cho việc kiểm soát - điều chỉnh - điều khiển quá trình làm việc của nó, mà HTĐ là một hệ thống công nghiệp phức tạp, có quá trình diễn biến nhanh và có vai trò kinh tế cực kì to lớn.

Trong giai đoạn phát triển hiện nay, tính toán phân tích HTĐ ngày càng chú trọng đến các áp dụng thời gian thực, tức là theo kịp các diễn biến thực trong vận hành hệ thống. Cơ sở cho tính khả thi của việc triển khai các áp dụng này là sự xuất hiện của *hệ thống điều khiển giám sát và thu thập dữ liệu SCADA* (Supervisory Control And Data Acquisition). Như tên gọi của nó, hệ thống này bảo đảm việc thu thập và xử lí dữ liệu thời gian thực từ hệ thống công nghiệp, phục vụ cho khâu tính toán phân tích và lấy quyết định điều khiển. Sau đó cũng chính nó chịu trách nhiệm thi hành tự động có giám sát các điều khiển này trên hệ thống công nghiệp. SCADA có vai trò trong nhiều ngành công nghiệp khác nhau trong đó có HTĐ, và có thể dễ thấy rằng sự xuất hiện và phát triển của nó gắn liền với sự phát triển của công nghệ thông tin - máy tính và điện tử - viễn thông.

Trong bối cảnh như vậy, nội dung lĩnh vực tính toán phân tích HTĐ cũng rất phức tạp và đa dạng, đụng chạm đến nhiều khu vực phát triển cao của toán học cũng như công nghệ. Đồng thời những hiểu biết cơ bản về nó là phần kiến thức không thể thiếu được đối với những người làm việc trong lĩnh vực quản lí vận hành hệ thống điện lớn.

"Tính toán phân tích hệ thống điện" nhằm giới thiệu một số nội dung cơ sở thuộc lĩnh vực này, trong đó có cố gắng cân bằng giữa tính khái quát và tính chi tiết của các vấn đề được trình bày.

Phần cơ bản gồm mô hình toán học của lưới điện ở chế độ xác lập cũng như các công cụ toán học để giải được trình bày khá kĩ để có thể khai thác thuật toán và lập trình ứng dụng. Phần này chú trọng đến các giải thuật có hiệu quả đối với HTĐ lớn.

Từ chương 3 đến chương 7 đi sâu vào một số đề tài quan trọng của bài toán phân tích hệ thống điện hiện đại.

Bài toán *tính toán ngắn mạch (Short-Circuit Calculation)* ở chương 3 cho phép phát triển và mở rộng kỹ năng tính toán đối với lưới điện ba pha không đối xứng. Phần này đề cập nhiều kiến thức cơ sở quan trọng cho kỹ sư hệ thống điện.

Đề tài *giải tích chế độ xác lập (Power Flow Calculation)* trong chương 4 chú ý đến việc đặt bài toán ở các dạng khác nhau có thể sử dụng trong thực tế tính toán. Phần tiếp theo chủ yếu trình bày phương pháp Newton-Raphson và các cải biến được áp dụng phổ biến trong thực tiễn để giải bài toán này.

Đánh giá trạng thái (State Estimation) là một nội dung cơ bản trong lĩnh vực phân tích thời thực HTĐ. Mô hình toán học bình phương cực tiểu trọng số của bài toán đã được trình bày kỹ trong chương 5. Phần tiếp theo nêu vài phương pháp giải thường dùng có so sánh hiệu quả tính toán. Đặc biệt một số vấn đề cơ bản gắn với bài toán được phân tích kèm các giải pháp thực tế như tính quan sát được, sai số, dữ liệu xấu. Phần cuối của chương khái quát các khâu của quá trình xây dựng một mô hình thời thực của HTĐ dành cho các áp dụng điều khiển.

Hai chương cuối 6 và 7 giới thiệu hai nhiệm vụ thời thực phức tạp nhất và có quan hệ chặt chẽ là bài toán *phân tích sự cố (Contingency Analysis)* và bài toán *tối ưu hóa chế độ làm việc (Optimal Power Flow)*. Ở đây cố gắng mô tả vấn đề một cách tổng quan, còn phần trình bày chi tiết chỉ đề cập đến các công cụ cơ sở và kinh điển dành cho các bài toán phức tạp này.

Cuốn sách có thể dùng làm tài liệu tham khảo cho kỹ sư ngành HTĐ, cũng như sinh viên và nghiên cứu sinh chuyên ngành này. Người đọc được giả thiết đã có kiến thức cơ sở về kỹ thuật điện và lưới điện cũng như các kỹ năng về đại số ma trận.

Hy vọng rằng cuốn sách sẽ đáp ứng được phần nào nhu cầu về các hiểu biết cơ bản trong lĩnh vực phân tích hệ thống điện hiện đại, khi mà các kỹ thuật này đang bắt đầu được áp dụng vào hệ thống điện Việt Nam.

Nhân dịp này tôi xin chân thành cảm ơn các thầy cô giáo và đồng nghiệp ở Bộ môn Hệ thống điện, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội đã động viên, giúp đỡ trong quá trình học tập, công tác tại bộ môn và trong khi biên soạn cuốn sách này. Tôi xin cảm ơn Giáo sư - Tiến sĩ Trần Đình Long đã viết lời giới thiệu cho cuốn sách.

Chúng tôi rất mong nhận được mọi phê bình góp ý tới địa chỉ:

Đỗ Xuân Khôi, 95 Lò Đúc, Hà Nội, ĐT: 821 2761.

Email: khoidxfpt.vn

Tác giả

Hệ phương trình tuyến tính ứng dụng trong phân tích hệ thống điện

Giải hệ phương trình (đại số) tuyến tính là nền tảng của việc phân tích hệ thống điện. Vì thế trước khi nghiên cứu các bài toán phân tích hệ thống điện, trong chương này chúng ta sẽ xem xét một số vấn đề liên quan đến lời giải hệ phương trình tuyến tính. Các hệ này thường có kích thước lớn trong các bài toán thực tế, do đó việc nghiên cứu các phương pháp máy tính có hiệu quả cao cho phép giảm *khối lượng tính toán và lưu trữ trung gian* là rất quan trọng, bên cạnh yêu cầu về *tính ổn định và chính xác* của tính toán số.

Điểm đầu tiên về *hiệu quả* của phương pháp tính toán là điều dễ hiểu, còn vấn đề sau - tính ổn định và chính xác của thuật toán, đòi hỏi vài lời giải thích thêm.

Tính ổn định và chính xác là những yếu tố rất đặc trưng cho tính toán trên máy tính, và thường là điều kiện hàng đầu để lựa chọn thuật toán cho các bài toán phức tạp, không riêng gì bài toán giải hệ phương trình tuyến tính lớn. Có thể hiểu sơ lược các yếu tố này như sau.

Chúng ta biết rằng máy tính không thể thực hiện các phép toán số học một cách tuyệt đối chính xác, mà mỗi phép toán sơ cấp đều kéo theo một *sai số qui tròn*, do độ chính xác hạn chế của *biểu diễn số thực* trên máy. Tiếp theo, độ *chính xác số* của một thuật toán phụ thuộc vào sự *truyền sai số qui tròn* trong quá trình thực hiện thuật toán. Vì yếu tố này mà các thuật toán khác nhau cho cùng một bài toán, mặc dù đều đúng về toán học nhưng lại có thể rất khác nhau về độ chính xác số. Thí dụ đơn giản là một phép tính tổng thực hiện theo hai thuật toán khác nhau $(a+b)+c$ và $a+(b+c)$ có thể cho kết quả khác nhau trong tính toán máy tính. Một thuật toán được gọi là *ổn định (số)* nếu nó không nhạy với sự truyền sai số, tức là *sai số nhỏ ban đầu không bị khuếch đại lớn ở kết quả*.

Trở lại với bài toán đang quan tâm. Xét hệ n phương trình tuyến tính với n ẩn số viết ở dạng ma trận là $Ax=b^{(1)}$, và có dạng khai triển sau:

⁽¹⁾ Chữ nét đậm chỉ vector, ma trận

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
 &\vdots \\
 a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

Để giải nó, ta có thể nghĩ đến công thức Cramer:

$$x_i = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1,i-1} & b_1 & a_{1,i+1} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{n,i-1} & b_n & a_{n,i+1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}{|A|}
 \tag{1.2}$$

Theo công thức này, để giải ra tất cả các ẩn, ta phải tính $n+1$ định thức rồi thực hiện n phép chia. Để tính mỗi định thức cần làm $n!n$ phép nhân và $n!-1$ phép cộng, do đó tất cả yêu cầu:

$(n+1)n!n$ phép nhân,

$(n+1)(n!-1)$ phép cộng và

n phép chia

cho tổng số là $T = (n+1)^2n!-1$ phép toán. Với $n=10$ ta có $T \approx 400$ triệu ! Thực tế gặp số phương trình lớn hơn nhiều và khối lượng tính toán tăng nhanh chóng tới con số khó tưởng tượng. Chẳng hạn chỉ tính một định thức cấp 20, nếu ta sử dụng một máy tính có tốc độ một triệu phép tính/giây thì phải mất 1,5 triệu năm để tính 20!20 phép nhân !

Một ý định khác là tính nghịch đảo của ma trận A theo phương pháp dùng định thức:

$$A^{-1} = P_A^T / |A| \quad \text{từ đó} \quad \mathbf{x} = A^{-1}\mathbf{b}
 \tag{1.3}$$

trong đó P_A là ma trận cấp n có phần tử là $(-1)^{i+j}|A_{ij}|$ với A_{ij} là ma trận A xóa bỏ hàng i và cột j (ký hiệu T chỉ ma trận chuyển vị). Rõ ràng phương pháp này cũng có khối lượng tính toán rất lớn do cũng phải tính nhiều định thức. Cả hai phương pháp này không thể là phương pháp thực tế trong việc giải hệ phương trình tuyến tính.

1.1 Phương pháp khử biến và khai triển tam giác

Trong mục này ta sẽ xem xét hai thuật toán rất thông dụng, thuộc vào loại các phương pháp trực tiếp để giải hệ tuyến tính. Các phương pháp trực tiếp khác biệt

chủ yếu so với *phương pháp lặp* ở chỗ chúng đi tới lời giải sau một số xác định các phép toán số học.

1.1.1 Phương pháp khử Gauss

Phương pháp khử biến vốn đã rất quen thuộc khi giải tay một hệ phương trình. Để áp dụng trên máy tính, ta cần trình bày nó một cách hình thức hơn. Phương pháp này chuyển hệ phương trình về dạng tam giác tương đương, chẳng hạn dạng tam giác trên:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1,n-1}x_{n-1} + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_2 + \dots + a_{2,n-1}x_{n-1} + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\dots \\ a_{n-1,n-1}x_{n-1} + a_{n-1,n}x_n &= b_{n-1} \\ a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \quad (1.4)$$

Sau đó việc giải hệ tam giác là rất đơn giản. Chẳng hạn đối với hệ *tam giác trên*, như cho ở (1.4), ta thu được lời giải bằng một quá trình gọi là *thay thế ngược*: từ phương trình cuối cùng xác định x_n , thay vào phương trình trên nó, rút ra x_{n-1} . Tiếp tục như vậy cho đến cuối cùng xác định x_1 . Số phép toán yêu cầu bởi lời giải này là:

n phép chia

$1+2+\dots+n-1 = n(n-1)/2$ phép nhân và chừng ấy phép cộng,

tổng cộng là $T = n^2$ phép toán sơ cấp.

Trở lại thuật toán khử biến- tức là quá trình chuyển hệ phương trình tới dạng tam giác, ta gọi hệ ban đầu là $\mathbf{A}^{(1)}\mathbf{x}=\mathbf{b}^{(1)}$. Giả sử rằng hệ có nghiệm, tức là ma trận $\mathbf{A}^{(1)}$ không suy biến, như vậy sau khi hoán vị các hàng của ma trận nếu cần thiết, ta sẽ có $a_{11}^{(1)}$ khác 0, phần tử này được gọi là *phần tử chốt (pivot)*. Biến tương ứng với nó là x_1 sẽ được khử từ tất cả các phương trình khác, ở đây là các phương trình thứ 2,3,...,n. Để khử x_1 trong phương trình i , ta nhân phương trình 1 với:

$$g_{i1} = a_{i1}^{(1)} / a_{11}^{(1)} \quad (a_{11}^{(1)} \neq 0)$$

và trừ nó vào phương trình i . Sau quá trình khử x_1 ta thu được hệ mới tương đương $\mathbf{A}^{(2)}\mathbf{x}=\mathbf{b}^{(2)}$ với:

$$\mathbf{A}^{(2)} = \begin{pmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & \dots & a_{1n}^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(2)} & \dots & a_{2n}^{(2)} \\ \vdots & & & \\ 0 & a_{n2}^{(2)} & \dots & a_{nn}^{(2)} \end{pmatrix} ; \quad \mathbf{b}^{(2)} = \begin{pmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(2)} \\ \vdots \\ b_n^{(2)} \end{pmatrix}$$

Nhận xét rằng thuật toán không liên quan đến x và được thực hiện trên hàng i của ma trận $\mathbf{A}$ cũng giống như trên b_i , vì vậy ta có thể coi như thực hiện trên ma trận mở rộng $\overline{\mathbf{A}} = (\mathbf{A}|\mathbf{b})$ tức là ma trận gồm ma trận $\mathbf{A}$ và cột $\mathbf{b}$ ghép vào bên phải.

Như vậy $\overline{\mathbf{A}}^{(2)}$ có các phần tử cho bởi:

- Hàng 1 giống như ở $\overline{\mathbf{A}}^{(1)}$

- Các hàng $i \geq 2$ có phần tử đầu bằng 0 và các phần tử khác là:

$$a_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(1)} - g_{i1}a_{1j}^{(1)} \quad j = 2, \dots, n+1.$$

Tiếp theo trong giai đoạn 2 (khử x_2) ta có thể lấy phần tử chốt là $a_{22}^{(2)} \neq 0$. Có thể giả thiết phần tử này khác 0 là vì $\mathbf{A}^{(2)}$ phải là không suy biến nên $|\mathbf{A}^{(2)}| = a_{11}^{(1)}|\mathbf{A}_{11}^{(2)}| \neq 0$ và vì thế $\mathbf{A}_{11}^{(2)}$ (ma trận $\mathbf{A}^{(2)}$ bỏ hàng 1 cột 1) không suy biến và sau khi hoán vị hàng nếu cần thiết, ta sẽ có phần tử góc trái trên khác 0. Bây giờ khử x_2 ở các phương trình 3, 4, ..., n theo cách tương tự.

Một cách tổng quát ở bước k ta khử x_k trong các phương trình $k+1, \dots, n$ của hệ tương đương ứng với ma trận:

$$\overline{\mathbf{A}}^{(k)} = \begin{pmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & \dots & & a_{1n}^{(1)} & b_1^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(2)} & \dots & & a_{2n}^{(2)} & b_2^{(2)} \\ \vdots & 0 & \ddots & & \vdots & \vdots \\ & \vdots & 0 & a_{k-1,k-1}^{(k-1)} & \dots & a_{k-1,n}^{(k-1)} & b_{k-1}^{(k-1)} \\ & & \vdots & 0 & a_{kk}^{(k)} & \dots & a_{kn}^{(k)} & b_k^{(k)} \\ & & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ & & & & a_{nk}^{(k)} & \dots & a_{nn}^{(k)} & b_n^{(k)} \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Với giả thiết phần tử chốt thứ k là $a_{kk}^{(k)} \neq 0$ (hoán vị các hàng từ k tới n nếu cần thiết), ta nhân hàng thứ k của $\overline{\mathbf{A}}^{(k)}$ với $g_{ik} = a_{ik}^{(k)}/a_{kk}^{(k)}$ và trừ vào hàng i ($i > k$) để khử x_k trong hàng này. Kết quả được ma trận $\overline{\mathbf{A}}^{(k+1)}$ cho bởi:

- k hàng đầu giống như ở $\overline{\mathbf{A}}^{(k)}$,

- Các hàng $i \geq k+1$ có k phần tử đầu bằng 0, còn lại:

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - g_{ik} a_{kj}^{(k)} \quad j = k+1, \dots, n+1 \quad (1.6)$$

Sau $n-1$ bước ta có hệ tam giác trên.

Nhận xét rằng khi tiến hành quá trình khử biến, không những ta phải chọn phần tử chốt khác 0 mà còn phải tránh phần tử quá bé. Lí do ở đây là tương tự; nếu ta chia cho một số dù khác 0 nhưng quá nhỏ sẽ làm mất ý nghĩa các dữ liệu của phương trình. Nó cũng có nghĩa rằng để tăng tính ổn định cho thuật toán, rất cần thiết phải chọn phần tử chốt lớn, chẳng hạn ở bước k chọn phần tử lớn nhất trong cột k ứng với các hàng từ k tới n .

Ngoài ra trước khi tiến hành giải hệ phương trình, cần tránh tình trạng một vài phương trình có hệ số quá lớn so với các phương trình khác, vì điều này cũng dẫn đến sai số lớn. Ta có thể chia mỗi phương trình cho hệ số lớn nhất trong nó, trước khi bắt đầu quá trình giải. Thủ tục này gọi là *cân (scale)* các phương trình (và tất nhiên không làm thay đổi nghiệm của nó).

Về khối lượng tính toán của phương pháp khử Gauss, nếu giả thiết không phải hoán vị hàng, thì ở bước k phải thực hiện :

$n-k$ phép chia,

$(n-k)(n-k+1)$ phép nhân,

$(n-k)(n-k+1)$ phép trừ,

do đó toàn quá trình khử cần:

$$\sum_{k=1}^{n-1} (n-k) = \sum_{k=1}^{n-1} k = n(n-1)/2 \quad \text{phép chia}$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} (n-k)(n-k+1) = \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)^2 + (n-k) = \sum_{k=1}^{n-1} (k^2 + k) = n(n^2 - 1)/3$$

phép nhân (và chừng ấy phép trừ)

Cộng với tính toán yêu cầu khi giải hệ tam giác, ta có tất cả:

$$n(n-1)/2 + n = n(n+1)/2 \quad \text{phép chia,}$$

$$n(n^2-1)/3 + n(n-1)/2 = (2n^3+3n^2-5n)/6 \quad \text{phép nhân (và chừng ấy phép cộng/trừ),}$$

$$\text{tổng cộng yêu cầu } T_G = (4n^3+9n^2-7n)/6 \quad \text{phép toán.}$$

Ví dụ với $n = 10$ thì $T_G = 805$ rất nhỏ so với phương pháp Cramer hay nghịch đảo ma trận dùng định thức (1.3). Với n lớn $T_G \approx 2n^3/3$.

1.1.2 Phương pháp khai triển tam giác

Phương pháp khai triển tam giác chỉ là cách trình bày ma trận của khử Gauss, trong đó ta biểu diễn ma trận không suy biến A dưới dạng:

$$A = L U$$

L và U lần lượt là ma trận tam giác dưới và tam giác trên, một trong chúng có đường chéo bằng đơn vị. Từ đó hệ phương trình $Ax = b$ có thể giải qua hai bước:

- Bước *thay thế thuận* giải hệ tam giác dưới:

$$L y = b \quad (1.7)$$

- Bước *thay thế ngược* giải hệ tam giác trên:

$$U x = y \quad (1.8)$$

Phương pháp khai triển tam giác (còn gọi là *khai triển LU*) có ưu điểm hơn phương pháp Gauss khi cần giải nhiều lần hệ phương trình với vế phải b thay đổi. Đây là một thực tế thường gặp, chẳng hạn trong một thuật toán lặp ta phải giải lặp hệ $Ax^{(k)} = f(x^{(k-1)})$ với f là một vectơ hàm của $x^{(k-1)}$ và $x^{(k)}$ là xấp xỉ thứ k của ẩn phải tìm. Khi đó vì ma trận hệ số A không thay đổi trong quá trình giải lặp nên ta chỉ phải khai triển tam giác $A = L U$ một lần.

Để dàn ra khai triển LU , ta giả sử có thể thực hiện khử Gauss không cần phải hoán vị hàng. Xét các ma trận sau đây:

$$G_k = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & -g_{k+1,k}^{(k)} & \ddots & \\ & & \vdots & \ddots & \\ & & -g_{nk}^{(k)} & & 1 \end{pmatrix} \quad k = 1, \dots, n-1 \quad (1.9)$$

trong đó $g_{ik}^{(k)}$ giống như định nghĩa ở phần trên (phương pháp khử Gauss), nhưng thêm chỉ số trên (k) cho rõ:

$$g_{ik}^{(k)} = a_{ik}^{(k)} / a_{kk}^{(k)} \quad i = k+1, \dots, n$$

Thế thì ta có thể viết trong phương trình khử biến:

$$\bar{A}^{(k+1)} = G_k \bar{A}^{(k)} \quad (1.10)$$

trong đó $\overline{\mathbf{A}}^{(k)}$ và $\overline{\mathbf{A}}^{(k+1)}$ được định nghĩa như ở mục trước (phương pháp khử Gauss). Do đó suy ra:

$$2. \quad \overline{\mathbf{A}}^{(n)} = \mathbf{G}_{n-1} \mathbf{G}_{n-2} \dots \mathbf{G}_1 \overline{\mathbf{A}}^{(1)}$$

Biểu thức cũng có thể viết riêng cho $\mathbf{A}$ chứ không phải ma trận mở rộng $\overline{\mathbf{A}}$. Từ đó rút ra $\mathbf{A} \equiv \mathbf{A}^{(1)} = \mathbf{L}\mathbf{U}$ với :

$$\mathbf{L} = (\mathbf{G}_{n-1} \dots \mathbf{G}_1)^{-1} = \mathbf{G}_1^{-1} \dots \mathbf{G}_{n-1}^{-1} \quad (1.11)$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}^{(n)}$$

Như vậy $\mathbf{U}$ là ma trận tam giác trên như kết quả khử Gauss:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & \dots & a_{1n}^{(1)} \\ & a_{22}^{(2)} & \dots & a_{2n}^{(2)} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & a_{nn}^{(n)} \end{pmatrix}$$

còn $\mathbf{L}$ sẽ là một ma trận tam giác dưới với đường chéo đơn vị. Thật vậy ta có thể tính $\mathbf{L}$ từ (1.11). Mỗi phép biến đổi (1.10) - tức là phép khử biến - cho ta một hệ tương đương, ứng với ma trận biến đổi $\mathbf{G}_k$ không suy biến. Thật vậy với $\mathbf{G}_k$ xác định theo (1.9) ta sẽ có ma trận nghịch đảo:

$$\mathbf{G}_k^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & g_{k+1,k}^{(k)} & \ddots & \\ & & \vdots & \ddots & \\ & & g_{nk}^{(k)} & & 1 \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

và dễ dàng xác nhận rằng:

$$\mathbf{L} = \mathbf{G}_1^{-1} \dots \mathbf{G}_{n-1}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ g_{21}^{(1)} & 1 & & & \\ g_{31}^{(1)} & g_{32}^{(2)} & \ddots & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ g_{n1}^{(1)} & g_{n2}^{(2)} & \dots & g_{n,n-1}^{(n-1)} & 1 \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

Từ đẳng thức $A = LU$ ta có thể rút ra n^2 phương trình sau đây cho n^2 ẩn cần xác định l_{ik} và u_{ik} :

$$a_{ik} = \sum_{j=1}^{\min(i,k)} l_{ij} u_{jk} \quad (l_{ii} = 1) \quad (1.14)$$

Suy ra các công thức sau để tính toán các ma trận L, U :

$$u_{ik} = a_{ik}^i = a_{ik}^{i-1} - g_{i,i-1}^{i-1} a_{i-1,k}^{i-1} = a_{ik} - \sum_{m=1}^{i-1} g_{im}^{(m)} a_{mk}^{(m)} = a_{ik} - \sum_{m=1}^{i-1} l_{im} u_{mk} \quad (i \leq k)$$

$$l_{ik} = g_{ik}^{(k)} = \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} = \frac{a_{ik}^{(k-1)} - g_{i,k-1}^{k-1} a_{k-1,k}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k)}} = \frac{a_{ik} - \sum_{m=1}^{k-1} g_{im}^{(m)} a_{mk}^{(m)}}{a_{kk}^{(k)}} =$$

$$= \frac{a_{ik} - \sum_{m=1}^{k-1} l_{im} u_{mk}}{u_{kk}} \quad (i > k) \quad (1.15)$$

Chú ý mỗi phần tử a_{ik} chỉ dùng để tính u_{ik} hoặc l_{ik} , nên tính xong đặt u_{ik}, l_{ik} vào luôn vị trí a_{ik} .

Sử dụng các công thức trên ta có thể tính theo trình tự sau: hàng 1 của U (bảng hàng 1 của A), cột 1 của L , hàng 2 của U , cột 2 của L v.v... Hoặc cũng có thể tính theo từng hàng của ma trận gộp sau đây:

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots \\ l_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots \\ l_{31} & l_{32} & u_{33} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

Như đã giả thiết ban đầu, các công thức trên ứng với trường hợp không có hoán vị hàng để chọn phần tử chốt trong quá trình khử. Tuy nhiên như ta đã biết công việc này (pivoting) là rất quan trọng để bảo đảm sự ổn định số của thuật toán.

Sự hoán vị hai hàng của ma trận có thể biểu diễn bởi phép nhân với một ma trận hoán vị. Ở bước 1 (khử x_1) ta chọn trong cột 1 phần tử lớn nhất:

$$|a_{r1}| = \max_i |a_{i1}|$$

dùng làm phần tử chốt (pivot). Như vậy ta sẽ hoán vị hàng 1 và hàng r trước khi tiến hành khử x_1 . Việc này tương đương với nhân trái ma trận mở rộng $\bar{A}$ ma trận hoán vị sau đây:

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & & & & & & 1 \\ & 1 & & & & & \\ & & \ddots & & & & \\ & & & 1 & & & \\ 1 & & & & 0 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & 1 \end{pmatrix} \leftarrow r \quad (1.16)$$

↑
r

Tóm lại ở bước 1 ta sẽ thực hiện phép biến đổi sau:

$$\overline{A}^{(2)} = G_1 P_1 \overline{A} \quad (1.17)$$

Sau bước cuối cùng ta sẽ có:

$$\overline{A}^{(n)} = G_{n-1} P_{n-1} G_{n-2} P_{n-2} \dots G_1 P_1 \overline{A} \quad (1.18)$$

Ta biết rằng sau bước $k-1$ ta có ma trận $\overline{A}^{(k)}$ dạng (1.5). Trong áp dụng máy tính, ta có thể tính toán trên ma trận này, trong đó các vị trí với số 0 ở dưới đường chéo được dùng để chứa các phần tử của $G_1, G_2 \dots$ Chẳng hạn ở bước k các phần tử dưới đường chéo của cột k sẽ bị triệt tiêu. Thay vào đó ta đặt các phần tử $g_{k+1,k}, \dots, g_{nk}$ của G_k . Ban đầu ta đặt chúng theo thứ tự tự nhiên như ở (1.4), nhưng ở các bước sau mỗi lần có hoán vị hàng, chúng sẽ được hoán vị theo. Như vậy ở bước k ta làm việc trên ma trận dạng:

$$T^{(k)} = \left(\begin{array}{cccc|cccc} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1,k-1} & u_{1k} & \dots & u_{1n} & b_1^{(1)} \\ \gamma_{21} & u_{22} & \dots & u_{2,k-1} & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \vdots & \vdots & & & & \\ \vdots & \vdots & & & & & & \\ & & & u_{k-1,k-1} & u_{k-1,k} & \dots & u_{k-1,n} & b_{k-1}^{(k-1)} \\ & & & \gamma_{k,k-1} & a_{kk}^{(k)} & \dots & a_{kn}^{(k)} & b_k^{(k)} \\ & & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & \gamma_{n,k-1} & a_{nk}^{(k)} & \dots & a_{nn}^{(k)} & b_n^{(k)} \end{array} \right) \quad (1.19)$$

trong đó các cột γ là các cột g nhưng đã bị hoán vị một số lần; các phần tử u và $b_1^{(1)}, \dots, b_{k-1}^{(k-1)}$ sẽ không bị thay đổi nữa trong các bước sau.

Kết thúc $n-1$ bước ma trận T sẽ có dạng ghép hai ma trận :

$$T^{(n)} = (L \mid U) \quad (1.20)$$

trong đó L là ma trận tam giác gồm các phần tử *dưới* đường chéo, U là tam giác trên bao gồm đường chéo, và chúng chính là các ma trận trong khai triển tam giác của PA với:

$$P = P_{n-1} \dots P_1 \quad (1.21)$$

là tích của tất cả các hoán vị đã thực hiện. Tức là ta có:

$$LU = PA \quad (1.22)$$

Ta không chứng minh kết quả này.

Phương pháp khai triển tam giác là tương đương với phương pháp khử Gauss, tuy nhiên ít phải lưu trữ kết quả trung gian. Ngoài vai trò quan trọng trong việc giải hệ phương trình tuyến tính, chúng cũng được dùng để tính định thức của ma trận. Quả thật, từ (1.22), biết $\det(P) = \pm 1$, $\det(L) = 1$ do đó:

$$\det(A) = \pm \det(U) = \pm u_{11} u_{22} \dots u_{nn}$$

tức là không kể dấu, định thức của A bằng tích các phần tử chốt (pivot) đã sử dụng trong quá trình khử biến.

1.1.3 Phương pháp khai triển Cholesky

Trường hợp đặc biệt của khai triển LU là khai triển Cholesky: khi A đối xứng thì ta có (khai triển Cholesky):

$$A = L L^T \quad (1.23)$$

với L là ma trận tam giác dưới. Từ (1.23) ta có các phương trình :

$$\begin{aligned} a_{kk} &= l_{k1}^2 + l_{k2}^2 + \dots + l_{kk}^2 \\ a_{ik} &= l_{i1}l_{k1} + l_{i2}l_{k2} + \dots + l_{ik}l_{kk} \quad i \geq k+1. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Suy ra ma trận L có thể tính từng cột theo công thức sau:

- Cột 1:
$$\begin{aligned} l_{11} &= \sqrt{a_{11}} \\ l_{i1} &= a_{i1} / l_{11} \quad i = 2, \dots, n \end{aligned}$$

- Cột k:

$$l_{kk} = \sqrt{a_{kk} - \sum_{m=1}^{k-1} l_{km}^2}$$

$$a_{ik} - \sum_{m=1}^{k-1} l_{im} l_{km}$$

$$l_{ik} = \frac{a_{ik} - \sum_{m=1}^{k-1} l_{im} l_{km}}{l_{kk}} \quad i = k+1, \dots, n \quad (1.25)$$

Khai triển Cholesky cũng thường viết ở dạng:

$$A = L D L^T \quad (1.26)$$

trong đó L là ma trận tam giác dưới với đường chéo bằng đơn vị (gồm các số 1), còn D là ma trận đường chéo. Ta có thể biểu diễn $D = D^2$ với D là ma trận đường chéo bằng đường chéo của L , còn $L = L D^{-1}$ sẽ chính là ma trận L với đường chéo đơn vị. Khai triển dạng (1.26) không yêu cầu tính căn bậc hai như trong công thức (1.25).

Có thể chỉ ra [8] [1]⁽¹⁾ rằng nếu A là một ma trận *xác định dương* thì khai triển Cholesky hoàn toàn ổn định số, không cần pivoting. Chú ý rằng nếu A là ma trận phức thì tính chất xác định dương được xét trên cơ sở A là ma trận Hermit, tức là $A = A^H$ (với A^H là chuyển vị liên hợp của A), đồng thời khai triển Cholesky là $A = L L^H$, với L cũng là ma trận phức. Tuy nhiên chúng ta thường giải hệ phương trình thực trong phân tích lưới điện, ma trận của nó có thể là (đối xứng) xác định dương, khi đó có ưu điểm rất lớn về ổn định số như nói trên, đồng thời giảm khối lượng tính toán do sử dụng phương pháp Cholesky như nhận xét sau đây.

Khối lượng phép tính sơ cấp phải làm để giải hệ phương trình đối xứng bằng phương pháp khai triển Cholesky (kể cả việc giải hai hệ tam giác) là $T_C = (2n^3 + 15n^2 + n) / 6$. Với n lớn $T_C \approx n^3/3$ xấp xỉ một nửa khối lượng tính toán của phương pháp Gauss (hay LU).

1.2 Phương pháp khai triển trực giao

Trong phương pháp này ta khai triển ma trận A thành tích của một ma trận trực giao và một ma trận tam giác.

⁽¹⁾ Số đặt trong ngoặc vuông chỉ đến một tài liệu tham khảo cho ở cuối sách

Nhắc lại rằng một ma trận không suy biến (thực) $\mathbf{Q}$ được gọi là *trực giao* nếu $\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q}^T$. Ma trận $\mathbf{A}$ được khai triển thành:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q} \mathbf{R} \quad (1.27)$$

trong đó $\mathbf{R}$ là ma trận tam giác trên. Nhân trái $\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}^{-1}$ ta có:

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{A} = \mathbf{R} \quad (1.28)$$

do đó hệ phương trình $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ được chuyển tới dạng tam giác:

$$\mathbf{R} \mathbf{x} = \mathbf{Q}^T \mathbf{b}$$

Có nhiều phương pháp khai triển trực giao một ma trận (hay còn gọi là *khai triển QR*), mỗi phương pháp áp dụng có lợi vào một số loại bài toán nào đó. Trong mục này trình bày vắn tắt *phương pháp Householder*, là phương pháp hay dùng để giải hệ phương trình tuyến tính.

Phương pháp này áp dụng nhiều lần *biến đổi Householder* trên ma trận thực $\mathbf{A}$ để đưa về dạng (1.28), mỗi bước biến đổi đưa các phần tử 0 vào một cột của $\mathbf{A}$ để nó trở thành một cột của ma trận tam giác trên $\mathbf{R}$. Biến đổi nói trên sử dụng *ma trận biến đổi Householder* là một ma trận đối xứng và trực giao có dạng:

$$\mathbf{H} = \mathbf{I} - \frac{1}{r} \mathbf{W} \mathbf{W}^T \quad (1.29)$$

trong đó $\mathbf{I}$ là ma trận đơn vị, còn số r và vector $\mathbf{W}$ xác định sao cho khi nhân $\mathbf{H}$ với một vector $\mathbf{v} \neq 0$ nào đó sẽ được một vector chỉ có phần tử đầu tiên khác 0, tức là:

$$\mathbf{H} \mathbf{v} = \alpha \mathbf{e}_1$$

với α là một số và $\mathbf{e}_1$ là cột 1 của ma trận đơn vị. Ta có thể xác định $\mathbf{H}$ theo (1.29) và các công thức sau:

$$\begin{aligned} \alpha &= -\text{sign}(v_1) \|\mathbf{v}\| \\ r &= \alpha (\alpha - v_1) \\ \mathbf{w} &= \mathbf{v} - \alpha \mathbf{e}_1 = (v_1 - \alpha, v_2, \dots, v_n). \end{aligned} \quad (1.30)$$

trong đó $\text{sign}(v_1)$ chỉ dấu của phần tử đầu tiên v_1 của $\mathbf{v}$, còn:

$$\|\mathbf{v}\| = \left(\sum_{i=1}^n |v_i|^2 \right)^{1/2}$$

là chuẩn hay độ dài của vector $\mathbf{v}$ (có n phần tử).

Bây giờ giả sử chọn ma trận biến đổi $\mathbf{H}_1$ theo các công thức trên với $\mathbf{v}$ là cột 1 của $\mathbf{A}$. Ta có thể biểu diễn tích ma trận:

$$\mathbf{H}_1 \mathbf{A} = (\mathbf{H}_1 \mathbf{A}_1 \quad \mathbf{H}_1 \mathbf{A}_2 \quad \dots \quad \mathbf{H}_1 \mathbf{A}_n) \quad (1.31)$$

trong đó $\mathbf{A}_i$ là cột i của $\mathbf{A}$, còn $\mathbf{H}_1 \mathbf{A}_1$ sẽ là cột 1 của $\mathbf{H}_1 \mathbf{A}$. Như vậy phép biến đổi thứ nhất này đã đưa $\mathbf{A}$ trở thành ma trận có cột đầu tiên có dạng cột ma trận tam giác trên, tức là mọi phần tử dưới phần tử đường chéo bằng 0.

Giả sử sau $k-1$ biến đổi ta có ma trận $\mathbf{A}^{(k)} = \mathbf{H}_{k-1} \dots \mathbf{H}_1 \mathbf{A}$ với $k-1$ cột đầu tiên có dạng cột của ma trận tam giác (sau 1 biến đổi (1.30) ta đã được ma trận dạng như vậy với $k=2$). Chia khối:

$$\mathbf{A}^{(k)} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11}^{(k)} & \mathbf{A}_{12}^{(k)} \\ 0 & \mathbf{A}_{22}^{(k)} \end{pmatrix} \quad (1.32)$$

trong đó $\mathbf{A}_{11}^{(k)}$ là ma trận tam giác trên cấp $k-1$. Tại bước k ta sẽ tìm ma trận Householder $\overline{\mathbf{H}}_k$ cho cột thứ nhất của $\mathbf{A}_{22}^{(k)}$, từ đó $\overline{\mathbf{H}}_k \mathbf{A}_{22}^{(k)}$ sẽ có cột 1 bị khử tất cả các phần tử trừ phần tử đầu tiên. Ma trận biến đổi cho toàn bộ ma trận $\mathbf{A}^{(k)}$ ở bước này sẽ lấy là:

$$\mathbf{H}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{k-1} & 0 \\ 0 & \overline{\mathbf{H}}_k \end{pmatrix} \quad (1.33)$$

trong đó $\mathbf{I}_{k-1}$ là ma trận đơn vị cấp $k-1$, và ta có:

$$\mathbf{A}^{(k+1)} = \mathbf{H}_k \mathbf{A}^{(k)} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11}^{(k)} & \mathbf{A}_{12}^{(k)} \\ 0 & \overline{\mathbf{H}}_k \mathbf{A}_{22}^{(k)} \end{pmatrix} \quad (1.34)$$

Như vậy $k-1$ hàng và cột đầu tiên của $\mathbf{A}^{(k)}$ không bị thay đổi khi chuyển sang $\mathbf{A}^{(k+1)}$ và ma trận mới này có k cột đầu tiên có dạng cột của ma trận tam giác.

Trong khi thực hiện phép nhân dạng (1.31), ta phải tính tích của một ma trận Householder (1.29) với một vector $\mathbf{c}$ nào đó; tính toán nên thực hiện theo trình tự sau:

$$\mathbf{q} = \mathbf{w}^T \mathbf{c}$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{q} / r$$

$$\mathbf{H} \mathbf{c} = \mathbf{c} - \mathbf{p} \mathbf{w} \quad (1.35)$$

Công thức này cũng dùng khi tính cột số hạng tự do ở bước k :

$$\mathbf{b}^{(k+1)} = \mathbf{H}_k \mathbf{b}^{(k)} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}^{(k)} \\ \overline{\mathbf{H}}_k \mathbf{d}^{(k)} \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

trong đó $\mathbf{c}^{(k)}$ gồm $k-1$ phần tử đầu tiên của $\mathbf{b}^{(k)}$, không bị thay đổi khi chuyển sang $\mathbf{b}^{(k+1)}$, còn $\mathbf{d}^{(k)}$ gồm các phần tử còn lại sẽ bị thay đổi.

Kết thúc $n-1$ bước biến đổi ta chuyển tới ma trận tam giác trên $\mathbf{A}^{(n)}$ ứng với hệ tương đương $\mathbf{A}^{(n)} \mathbf{x} = \mathbf{b}^{(n)}$. Liên hệ với công thức (1.27), (1.28) ta có thể viết:

$$\mathbf{Q}^T = \mathbf{H}_{n-1} \dots \mathbf{H}_2 \mathbf{H}_1$$

Vì $\mathbf{H}_i$ đối xứng nên ta có:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_2 \dots \mathbf{H}_{n-1}$$

$\mathbf{H}_i$ là trực giao do đó $\mathbf{Q}$ cũng là trực giao.

Có thể tính được tổng số phép tính sơ cấp cần thực hiện để giải hệ phương trình tuyến tính cấp n bằng phương pháp Householder (kể cả giải hệ tam giác) là $T_H = 4n^3/3 + 4n^2 + 14n/3 - 9$. Như vậy khối lượng tính toán nhiều hơn so với phương pháp Gauss (khai triển LU) đồng thời không được đơn giản hóa đáng kể khi $\mathbf{A}$ là đối xứng. Tuy nhiên phương pháp này tốt hơn về tính chất ổn định.

Phương pháp biến đổi trực giao thường được sử dụng để giải xấp xỉ một hệ với số phương trình nhiều hơn số ẩn bằng phương pháp bình phương cực tiểu- như ta sẽ gặp khi nghiên cứu bài toán *đánh giá trạng thái của lưới điện*: Nếu $\mathbf{A}$ là một ma trận kích thước $m \times n$ với $m > n$ và $\mathbf{b}$ là vector m phần tử, thì hệ phương trình $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$ chỉ có thể có nghiệm xấp xỉ. Một phương pháp xấp xỉ nghiệm là *phương pháp bình phương cực tiểu*, nó tìm $\mathbf{x}$ làm cực tiểu chuẩn vector Euclide:

$$\|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\| = \left[(\mathbf{Ax} - \mathbf{b})^T (\mathbf{Ax} - \mathbf{b}) \right]^{1/2} \rightarrow \min \quad (1.37)$$

Chú ý biểu thức trong ngoặc vuông là tích vô hướng của vector $\mathbf{Ax} - \mathbf{b}$ với chính nó, bởi vậy là một số.

Bằng phương pháp biến đổi trực giao, ta xây dựng một ma trận $\mathbf{Q}$ cấp m trực giao sao cho:

$$\mathbf{QA} = \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{T}} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (1.38)$$

Dạng này là do $\mathbf{A}$ là ma trận chữ nhật với số hàng nhiều hơn số cột, $\tilde{T}$ là ma trận tam giác trên cấp n , còn $\mathbf{0}$ là ma trận zero cấp $m-n$. Vì $\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}^{-1}$ nên ta có thể viết từ công thức (1.37):

$$\begin{aligned}\|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\| &= \left[(\mathbf{Ax} - \mathbf{b})^T \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} (\mathbf{Ax} - \mathbf{b}) \right]^{1/2} \\ &= \left\{ \left[\mathbf{Q}(\mathbf{Ax} - \mathbf{b}) \right]^T \left[\mathbf{Q}(\mathbf{Ax} - \mathbf{b}) \right] \right\}^{1/2} = \|\mathbf{QAx} - \mathbf{Qb}\|\end{aligned}$$

Đặt $\mathbf{Qb} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{c}} \\ \mathbf{c} \end{pmatrix}$ với $\tilde{\mathbf{c}}$ là vector con cấp n , thì:

$$\|\mathbf{QAx} - \mathbf{Qb}\|^2 = \|\tilde{\mathbf{T}}\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{c}}\|^2 + \mathbf{c}^T \mathbf{c}$$

Thay cho tìm cực tiểu $\|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|$, ta tìm cực tiểu của đại lượng bằng nó là $\|\mathbf{QA} \mathbf{x} - \mathbf{Qb}\|$ hoặc tìm cực tiểu của bình phương của đại lượng này, theo công thức trên. Rõ ràng cực tiểu sẽ đạt được khi:

$$\tilde{\mathbf{T}}\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{c}} \quad (1.39)$$

Từ đây dễ dàng suy ra nghiệm $\mathbf{x}$, vì ma trận của hệ là tam giác. Đó là lời giải xấp xỉ của hệ ban đầu.

1.3 Nghịch đảo ma trận

Yêu cầu tìm ma trận nghịch đảo ít khi gặp trong thực tế. Tuy nhiên trong mục này chúng ta nhắc đến một vài vấn đề liên quan tới nghịch đảo ma trận gặp trong bài toán phân tích HTĐ.

Công thức kinh điển cho ma trận nghịch đảo sử dụng các định thức, và cũng như trường hợp công thức Cramer giải hệ phương trình tuyến tính, phương pháp này hoàn toàn không có hiệu quả. Ta cũng dễ suy đoán là các phương pháp nghịch đảo ma trận có quan hệ gần gũi với phương pháp giải hệ phương trình tuyến tính.

1.3.1 Phương pháp Gauss-Jordan

Phương pháp này rất gần với phương pháp khử Gauss giải hệ phương trình tuyến tính. Xét ma trận vuông không suy biến $\mathbf{A}$. Ma trận nghịch đảo $\mathbf{A}^{-1}$ thu được nếu ta “chuyển đổi vị trí” hai vector $\mathbf{x}$ và $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$, tức là nếu ta viết được $\mathbf{x} = \mathbf{By}$ thì $\mathbf{B}$ chính là nghịch đảo của $\mathbf{A}$. Xét hệ thống:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= y_1 \\ \dots \end{aligned} \quad (1.40)$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = y_n$$

Bước 1, biến x_1 sẽ được tráo đổi với biến y_1 trong phương trình thứ nhất. Ta giả thiết ở đây phần tử chốt $a_{11} \neq 0$. Trái lại cần tiến hành hoán vị phương trình thứ nhất với phương trình thứ r nào đó có $a_{r1} \neq 0$ và sau đó sẽ tráo đổi vị trí biến x_1 và biến y_r trong phương trình mới (thủ tục pivoting giống như ở phương pháp khử Gauss giải hệ phương trình).

Như vậy bây giờ ta có thể giả thiết $a_{11} \neq 0$. Giải x_1 từ phương trình thứ nhất và thay vào các phương trình còn lại, ta thu được hệ:

$$\begin{aligned} a'_{11}y_1 + a'_{12}x_2 + \dots + a'_{1n}x_n &= x_1 \\ a'_{21}y_1 + a'_{22}x_2 + \dots + a'_{2n}x_n &= y_2 \\ \dots \\ a'_{n1}y_1 + a'_{n2}x_2 + \dots + a'_{nn}x_n &= y_n \end{aligned} \quad (1.41)$$

với:

$$\begin{aligned} a'_{11} &= \frac{1}{a_{11}} & a'_{1k} &= \frac{a_{1k}}{a_{11}} \\ a'_{i1} &= \frac{a_{i1}}{a_{11}} & a'_{ik} &= a_{ik} - \frac{a_{i1}a_{1k}}{a_{11}} \quad \text{cho } i, k = 2, 3, \dots, n \end{aligned} \quad (1.42)$$

Bước tiếp theo, biến x_2 được tráo đổi với biến y_2 (hoặc một trong các biến $y_3, \dots, y_n$ nếu cần pivoting). Tiếp tục quá trình này ta thu được dãy ma trận:

$$A \rightarrow A^{(1)} \rightarrow \dots \rightarrow A^{(n)}$$

và ta có:

$$A^{(n)} \bar{y} = x \quad (1.43)$$

với $\bar{y}$ là một hoán vị nào đó của các biến của vector ban đầu y (đó là do pivoting), tức là $\bar{y} = Py$ với P là ma trận hoán vị thu được sau quá trình biến đổi nói trên (xem mục trước). Do đó ta có:

$$(A^{(n)}P)y = x$$

và vì $Ax = y$ nên suy ra:

$$A^{-1} = A^{(n)}P \quad (1.44)$$

1.3.2 Nghịch đảo bởi khai triển tam giác

Trước hết ta nhận xét rằng mỗi cột của ma trận A^{-1} có thể thu được như lời giải của một hệ phương trình tuyến tính với ma trận hệ số là A . Thật vậy vì:

$$A A^{-1} = I$$

với I là ma trận đơn vị, do đó nếu gọi x_k là cột thứ k của A^{-1} thì ta có:

$$A x_k = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow k \quad (1.45)$$

Vế phải là cột thứ k của I , có phần tử 1 ở vị trí k , các vị trí khác bằng 0.

Như vậy giải hệ (1.45) cho ta cột k của A^{-1} . Ta đã biết rằng nếu ma trận hệ số của hệ phương trình là ma trận tam giác thì lời giải tìm được dễ dàng bởi một quá trình thay thế thuận hoặc ngược. Vì thế nếu ta đã có khai triển tam giác của A dạng (1.22):

$$L U = P A$$

thì cột k của ma trận nghịch đảo x_k có thể thu được dễ dàng từ hệ:

$$L U x_k = P \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow k \quad (1.46)$$

Khối lượng tính toán của phương pháp này cũng tương đương với phương pháp Gauss-Jordan [8].

1.3.3 Công thức Sherman-Morrison

Nhiều trường hợp chúng ta gặp một thay đổi nhỏ trong ma trận đang xét. Hỏi rằng ma trận nghịch đảo hay khai triển tam giác v.v.. của nó có thể được suy ra một cách đơn giản từ các kết quả cũ (trước khi có thay đổi) hay không?

Câu trả lời là khẳng định. Dưới đây nêu một công thức rất có ích để *cập nhật* ma trận nghịch đảo.

Giả sử một thay đổi trên ma trận A có thể biểu diễn bởi $A + \mathbf{v} \mathbf{w}^T$ trong đó $\mathbf{v}$ và $\mathbf{w}$ là hai vector (cột) nào đó. Vậy thì nghịch đảo của ma trận mới có thể tính theo nghịch đảo của ma trận A theo công thức Sherman-Morrison sau đây:

$$(\mathbf{A} + \mathbf{v} \mathbf{w}^T)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1} \mathbf{v} \mathbf{w}^T \mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{w}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{v}} \quad (1.47)$$

Chú ý rằng mẫu số là một đại lượng vô hướng. Công thức có thể được chứng minh bằng cách nhân hai vế với $(\mathbf{A} + \mathbf{v} \mathbf{w}^T)$.

Chúng ta lấy ví dụ trường hợp đơn giản nhất chỉ có một phần tử của A bị thay đổi, chẳng hạn a_{ij} thay đổi tới $a_{ij} + e$. Ta có thể lấy trong trường hợp này:

$$\mathbf{v} = (0, \dots, 0, \underbrace{1}_i, 0, \dots, 0)^T$$

$$\mathbf{w} = (0, \dots, 0, \underbrace{e}_j, 0, \dots, 0)^T$$

Dễ thấy $\mathbf{v} \mathbf{w}^T$ là một ma trận cùng cấp với A với chỉ một phần tử khác 0 và bằng e ở vị trí ij .

Công thức tổng quát hơn (1.47), đôi khi được biết dưới tên *công thức Woodbury*, được cho dưới đây:

$$(\mathbf{A} + \mathbf{V} \mathbf{B} \mathbf{W}^T)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{V} (\mathbf{B}^{-1} + \mathbf{W}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{V})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{A}^{-1} \quad (1.48)$$

trong đó $\mathbf{V}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{W}$ là các ma trận có kích thước sao cho biểu thức có nghĩa.

Ngoài thí dụ đơn giản trên khi A chỉ thay đổi một phần tử, ta thường gặp trường hợp ma trận A thay đổi nhỏ tới $A' = A + B$, trong đó B có hạng r nhỏ: $r < n$ với n là cấp (và hạng) của A . Khi đó ta luôn biểu diễn được B ở dạng $B = \mathbf{v} \mathbf{w}^T$ với $\mathbf{v}$ và $\mathbf{w}$ là các ma trận kích thước $n \times r$. Vậy thì theo công thức trên ta có:

$$\mathbf{A}'^{-1} = (\mathbf{A} + \mathbf{v} \mathbf{w}^T)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{v} (\mathbf{I} + \mathbf{w}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{v})^{-1} \mathbf{w}^T \mathbf{A}^{-1} \quad (1.49)$$

Tính toán đơn giản vì chỉ cần tìm nghịch đảo của một ma trận $(\mathbf{I} + \mathbf{w}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{v})$ có cấp r nhỏ.

1.4 Phương pháp lặp

Các phương pháp giải hệ phương trình tuyến tính được nghiên cứu ở các mục trước có thể gọi là phương pháp *trực tiếp* để phân biệt với nhóm các phương pháp *lặp* (*iterative*) được giới thiệu ở mục này. Trong phương pháp lặp, quá trình giải hệ phương trình $Ax=b$ là quá trình xây dựng một dãy các vectơ $x^{(k)}$ sao cho dãy này có giới hạn là lời giải của hệ, tức là:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x^{(k)} = x = A^{-1}b \quad (1.50)$$

Một phương pháp lặp được gọi là *hội tụ* nếu giới hạn nói trên của $x^{(k)}$ tồn tại và bằng lời giải của hệ phương trình. Khi tính toán theo phương pháp lặp, chúng ta sẽ sử dụng một *tiêu chuẩn dừng*; quá trình lặp sẽ dừng sau bước k nào đó thoả mãn:

$$\sum_{i=1}^n |x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}| < \varepsilon \quad \text{hay} \quad \max_i |x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}| < \varepsilon \quad (1.51)$$

trong đó ε là một số nhỏ đo độ chính xác của lời giải được lấy là $x^{(k)}$.

Xuất phát từ một *xấp xỉ đầu* $x^{(0)}$, mỗi *bước lặp* k sẽ xây dựng một xấp xỉ $x^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots$. Các sơ đồ lặp thường xác định $x^{(k+1)}$ dựa theo $x^{(k)}$ theo dạng sau:

$$x^{(k+1)} = B x^{(k)} + c \quad (1.52)$$

trong đó B và c tương ứng là một ma trận và một vectơ. Để dãy xấp xỉ có thể tiến tới nghiệm của hệ (nếu hội tụ), dễ thấy rằng phải có $c = (I - B)A^{-1}b$. Điều kiện cần và đủ để dãy này hội tụ là [11]:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} B^k = 0 \quad (1.53)$$

Để xây dựng sơ đồ lặp dạng (1.52), thường phân tách ma trận A ở dạng $A = M - N$ với M là ma trận nghịch đảo được. Thế thì từ quan hệ $Ax = b$ ta có thể viết dạng (1.52):

$$x^{(k+1)} = M^{-1} N x^{(k)} + M^{-1} b \quad (1.54)$$

Sau đây là hai sơ đồ lặp kinh điển sử dụng dạng phân tách đơn giản của A đồng thời cho sự hội tụ nhanh. Ta viết:

$$A = D - E - F$$

trong đó D là ma trận đường chéo chứa các phần tử đường chéo của A , E và F lần lượt là các ma trận tam giác dưới và tam giác trên chứa các phần tử dưới đường chéo và trên đường chéo của A (với dấu ngược lại).

1.4.1 Phương pháp lặp Jacobi

Trong sơ đồ lặp này, còn gọi là *lặp đơn*, ta viết $A = M - N$ với $M = D$ và $N = E + F$. Nếu mọi phần tử trên đường chéo của A khác 0 thì D khả nghịch và ta sử dụng sơ đồ lặp sau:

$$x^{(k+1)} = D^{-1} (E + F) x^{(k)} + D^{-1} b \quad (1.56)$$

Nghịch đảo ma trận D rất đơn giản và dạng khai triển của sơ đồ lặp này như sau:

$$x_i^{(k+1)} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(k)} + \frac{b_i}{a_{ii}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.57)$$

Phương pháp Jacobi hội tụ khi ma trận A là trội đường chéo [11]:

$$|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}| \quad i = 1, \dots, n \quad (1.58)$$

1.4.2 Phương pháp lặp Gauss-Seidel

Trong sơ đồ lặp này chúng ta lấy $A = M - N$ với $M = D - E$ và $N = F$. Ma trận $D-E$ khả nghịch nếu $a_{ii} \neq 0 \forall i$ và ta có sơ đồ lặp:

$$x^{(k+1)} = (D - E)^{-1} F x^{(k)} + (D - E)^{-1} b \quad (1.59)$$

Ma trận $D-E$ cũng dễ nghịch đảo và ta có công thức khai triển của sơ đồ lặp Gauss-Seidel như sau:

$$x_i^{(k+1)} = - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(k)} + \frac{b_i}{a_{ii}} \quad i = 1, \dots, n \quad (1.60)$$

Ta có thể nhận xét rằng phương pháp này chỉ khác phương pháp lặp Jacobi là ở đây khi tính phần tử thứ i của xấp xỉ mới ta sử dụng $i-1$ phần tử đầu tiên của chính xấp xỉ mới này- giả thiết đã được tính trước đó, có nghĩa rằng mỗi giá trị biến mới được tính ra sẽ được sử dụng ngay. Điều này có thể làm tăng tốc độ hội tụ, hơn nữa lại đơn giản hơn khi lập trình: mỗi giá trị mới của biến sau khi tính được đặt ngay vào ô nhớ của biến, như vậy cần giữ trong bộ nhớ chỉ một vector x .

Phương pháp Gauss-Seidel cũng hội tụ khi ma trận A trội đường chéo.

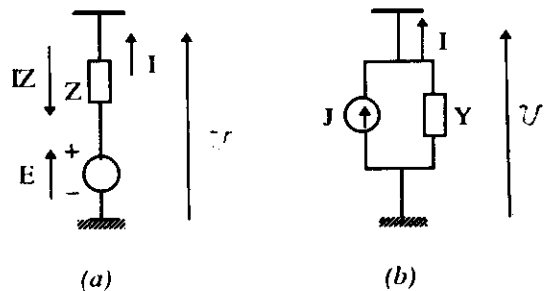
Mô hình nút của lưới điện

Trong chương này ta sẽ xây dựng hệ phương trình đại số tuyến tính mô tả chế độ xác lập của hệ thống điện. Nó sẽ là mô hình toán học cơ bản cho các bài toán phân tích chế độ của hệ thống.

2.1 Hệ phương trình nút

Như ta đã biết trong lý thuyết mạch điện, việc sử dụng phép biến đổi các thành phần đối xứng cho phép nghiên cứu lưới điện ba pha cân bằng (*balanced*)⁽¹⁾ trên ba lưới điện một pha. Nếu chế độ làm việc là *đối xứng* ba pha, thì ta chỉ cần nghiên cứu trên một lưới điện một pha, đó là lưới điện của thành phần thứ tự thuận, cấu hình của nó giống như cấu hình một pha của lưới điện thực tế⁽²⁾. Chúng ta sẽ xây dựng mô hình chế độ xác lập cho trường hợp thường gặp này của lưới điện.

Để phân tích các lưới điện này, nhất là khi áp dụng máy tính, thì mô hình nút là mô hình cơ bản và tiện lợi. Mô hình này mô tả quan hệ giữa các đại lượng điện ở các nút của lưới: *điện áp nút* và *dòng điện nút*. Điện áp nút là một đại lượng quen thuộc, còn dòng nút hiểu là dòng điện trong nguồn điện hoặc phụ tải điện nối vào nút (phần tử ngoài lưới). Dòng này có thể là biểu diễn tương đương của nguồn áp đặt vào một nút hoặc đặt giữa hai nút của lưới. Biểu diễn này áp dụng định lý tương đương của Norton: nguồn áp đặt giữa hai nút có thể chuyển thành nguồn dòng tương đương nối giữa hai nút này. Trường hợp thường gặp nguồn áp đặt giữa



Hình 2.1

⁽¹⁾ Lưới điện trong đó coi các pha là hoàn toàn giống nhau về tính chất điện. Một cách chặt chẽ, lưới điện không bao giờ là cân bằng, vì chẳng hạn vị trí khác nhau của các pha của đường dây trên không làm cho chúng có tổng trở riêng và tương hỗ khác nhau. Tuy nhiên đường dây được chuyển vị pha có thể xem là có 3 pha hoàn toàn cân bằng.

⁽²⁾ Xem thêm chương 3.

một nút và điểm trung tính như trên hình 2.1, ta có thể tính toán nguồn dòng tương đương ở hình 2.1b như sau:

Từ sơ đồ nguồn áp nối tiếp với tổng trở (chẳng hạn là tổng trở trong của nguồn) ta có $E = IZ + U$, còn từ sơ đồ nguồn dòng nối song song với tổng dẫn Y ta có $J = I + UY$. Hai nguồn là tương đương (cho cùng giá trị U và I) nếu:

$$J = E/Z \quad Y = 1/Z \quad (2.1)$$

Trường hợp nguồn áp đặt giữa hai nút lưới chỉ khác là trong sơ đồ trên nút đầu dưới của nhánh không phải có điện áp bằng 0 mà có điện áp U_0 nào đó. Kết quả tính toán trên giữ nguyên, chỉ thay $U = U_1 - U_0$ trong các công thức (với U_1 là điện áp nút đầu trên của nhánh). Để cho tổng quát ta có thể coi điểm *đất* nếu có (hay điểm trung tính của lưới) là một nút như mọi nút khác, đánh số 0 và có điện áp U_0 (bằng 0 nếu được đo so với điện thế của chính điểm đó). Nguồn dòng J sẽ tách tương đương ra hai nguồn dòng $J_1 = -J_0 = J$ với J_1 là nguồn đi vào nút 1, J_0 là nguồn đi ra khỏi nút 0. Chúng đều là *dòng nút*, chỉ khác dấu. Các nguồn dòng này được xem là nguồn ngoài đặt vào một lưới chỉ bao gồm các phân tử thụ động (biểu diễn bởi các nhánh tổng trở hay tổng dẫn, bao gồm cả tổng dẫn nguồn như phân tử Y trên hình 2.1b).

Quan hệ giữa dòng và áp nút có thể rút ra từ các luật Kirchhoff và Ohm cho mạch điện. Không mất tính tổng quát, chúng ta giả thiết lưới điện có 4 nút, đánh số từ 0 tới 3. Luật dòng điện của Kirchhoff viết cho một nút sẽ biểu diễn cân bằng dòng tại nút này. Chẳng hạn đối với nút 1 ta có:

$$i_{10} + i_{12} + i_{13} = i_1 \quad (2.2)$$

trong đó vế trái biểu diễn tổng các dòng điện trong các nhánh của lưới nối tới nút 1, chẳng hạn i_{10} là *dòng nhánh* 1-0. Nếu trong lưới không tồn tại nhánh nối trực tiếp nút 1 và nút 0 thì coi $i_{10} = 0$. Còn i_1 là *dòng nút* ở nút 1, và ta qui ước *dòng mang dấu dương nếu đi vào lưới* (tức là nguồn điện), dấu âm nếu là dòng phụ tải đi ra khỏi lưới. Qui ước này đối với dòng nút dẫn đến xác định dấu dòng nhánh: chẳng hạn dòng nhánh i_{10} *dương nếu đi từ 1 tới 0*.

Bây giờ ta biểu diễn các dòng nhánh trong phương trình theo điện áp hai nút đầu nhánh (áp dụng luật Ohm). Phương trình (2.2) trở thành:

$$y_{10}(\dot{u}_1 - \dot{u}_0) + y_{12}(\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + y_{13}(\dot{u}_1 - \dot{u}_3) = i_1 \quad (2.3)$$

trong đó u kí hiệu điện áp và y_{10} là tổng dẫn của nhánh 1-0, tức là bằng nghịch đảo của tổng trở nhánh này. Tương tự y_{12} và y_{13} kí hiệu tổng dẫn của các nhánh 1-2 và 1-3⁽¹⁾. Chú ý rằng các đại lượng trong cả hai phương trình trên đều là số

⁽¹⁾ Đồng nhất với đại lượng tổng dẫn ngang của đường dây truyền tải điện, cũng thường được gọi tắt là tổng dẫn của nhánh đường dây đó. Tổng dẫn ngang như thế, nếu có thì đã coi là một nhánh riêng (nối với nút đất)- như giả thiết ở trên.

phức (kí hiệu với *dấu chấm ở trên*, biểu diễn các đại lượng ở chế độ xác lập)⁽¹⁾ Trong (2.3) qui ước tổng dẫn nhánh bằng 0 nếu không tồn tại nhánh đó.

Nếu nhóm lại các số hạng theo điện áp, ta có:

$$-y_{10}u_0 + (y_{10} + y_{12} + y_{13})u_1 - y_{12}u_2 - y_{13}u_3 = i_1 \quad (2.4)$$

Phương trình này cho ta quan hệ giữa dòng nút 1 và điện áp các nút trong lưới. Mỗi số hạng ứng với một điện áp nút; hệ số của chúng là một đại lượng có thứ nguyên tổng dẫn, được gọi là *tổng dẫn nút (của nút tương ứng)*. Cụ thể trong phương trình (2.4), ta gọi:

- *Tổng dẫn riêng (self-admittance) của nút 1:*

$$\dot{Y}_{11} = \dot{y}_{10} + \dot{y}_{12} + \dot{y}_{13} \quad (2.5)$$

- *Các tổng dẫn tương hỗ (mutual admittances) giữa nút 1 và các nút khác:*

$$\dot{Y}_{10} = -\dot{y}_{10} \quad \dot{Y}_{12} = -\dot{y}_{12} \quad \dot{Y}_{13} = -\dot{y}_{13} \quad (2.6)$$

Với các đại lượng tổng dẫn nút mới định nghĩa này, ta có *phương trình nút* (cho nút 1) sau đây:

$$Y_{10}u_0 + Y_{11}u_1 + Y_{12}u_2 + Y_{13}u_3 = i_1 \quad (2.7)$$

Đây là phương trình nút của nút 1 trong lưới điện 4 nút 0,1,2,3 bất kì, cho quan hệ giữa các điện áp nút và dòng nút 1. Các phương trình tương tự có thể viết cho nút 0, nút 2 và nút 3. Quan sát dạng phương trình cho nút 1, ta có thể viết ngay phương trình cho các nút khác một cách hoàn toàn đối xứng. Chúng lập thành *hệ phương trình nút*, viết ở dạng ma trận sẽ là:

$$\begin{pmatrix} Y_{00} & Y_{01} & Y_{02} & Y_{03} \\ Y_{10} & Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{20} & Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{30} & Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Đây là hệ phương trình tuyến tính. Ma trận của hệ được gọi là *ma trận tổng dẫn nút (Bus Admittance Matrix)*, kí hiệu là **Y**. Nếu cũng kí hiệu **u** và **i** là các vector áp nút và dòng nút, thì ta có thể viết gọn (2.8):

⁽¹⁾ Để đơn giản kí hiệu ta sẽ bỏ qua các dấu chấm chỉ số phức, trừ một số trường hợp

$$\mathbf{Y} \mathbf{u} = \mathbf{i} \quad (2.9)$$

Chú ý rằng dạng của hệ phương trình nút hoàn toàn không phụ thuộc cấu hình cụ thể của lưới điện, đó cũng là điều kiện cần thiết cho một mô hình tổng quát để nghiên cứu hệ thống.

Bây giờ chúng ta có thể khái quát hoá qui tắc xác định tổng dẫn nút cho một lưới điện bất kì. Lưu ý rằng ở đây giả thiết không có hồ cảm từ giữa các nhánh. Trường hợp trái lại sẽ xét ở phần sau.

- *Tổng dẫn riêng của nút k nào đó bằng tổng tất cả các tổng dẫn nhánh nối trực tiếp tới nút k :*

$$\dot{Y}_{kk} = \sum_{m \neq k} \dot{y}_{km} \quad (2.10)$$

Nếu nhánh nối trực tiếp $k-m$ không tồn tại thì $y_{km} = 0$. Kí hiệu $\sum_{m \neq k}$ chỉ tổng lấy theo mọi nút m , $m \neq k$. Nhận xét rằng đại lượng tổng dẫn riêng của một nút trong lưới bao giờ cũng khác 0.

- *Tổng dẫn tương hỗ giữa nút k và nút m bằng giá trị âm của tổng dẫn nhánh $k-m$ (bằng 0 nếu không tồn tại nhánh này):*

$$\dot{Y}_{km} = -\dot{y}_{km} \quad (2.11)$$

Để thấy sự khái quát hoá này là đúng nếu ta dẫn lại hệ phương trình nút như làm ở trên nhưng với giả thiết lưới điện có số nút bất kì. Phương trình thu được có dạng tổng quát như ở (2.9). Như vậy ta thấy rằng ma trận $\mathbf{Y}$ xác định khá dễ dàng từ thông số nhánh. Đó là một *ma trận đối xứng*, vì dễ thấy rằng $\mathbf{Y}_{km} = \mathbf{Y}_{mk}$.

Một nhận xét khác rút ra từ định nghĩa các tổng dẫn nút là nếu lấy tổng các phần tử của một hàng (hoặc một cột) của ma trận, ta sẽ được số 0. Nói cách khác ma trận có một hàng (một cột) phụ thuộc các hàng (cột) khác. Ma trận như vậy là suy biến (không tồn tại ma trận nghịch đảo). Đồng thời ta cũng nhận xét rằng tổng các phần tử của vectơ dòng nút $\mathbf{i}$ ở vế phải của (2.8) cũng bằng 0 theo luật cân bằng dòng vào-ra của toàn lưới điện (thụ động):

$$\sum \mathbf{i} = 0 \quad (2.12)$$

(điều này thấy rõ khi ta coi nút trung tính (đất) nếu có cũng như một nút).

Như vậy một phương trình trong hệ (2.8) là phụ thuộc; nó bằng tổng của các phương trình khác. Về toán học hệ phương trình như vậy có nghiệm không duy nhất, tức là với vectơ $\mathbf{i}$ đã cho, có nhiều nghiệm điện áp nút thoả mãn hệ phương trình! Điều này sẽ thấy rõ hơn khi quan sát phương trình nút ở dạng ban đầu (2.3): Trong phương trình này vì điện áp chỉ xuất hiện dưới dạng hiệu hai điện áp nên phương trình thoả mãn với vô số điện áp có giá trị khác nhau cùng một hằng số

cộng. Điều dẫn xuất từ mô hình toán học mô tả chế độ xác lập của lưới điện cũng phải biểu hiện qui luật vật lý (điện) của lưới. Thật vậy, nếu điện áp được đo so với một nút qui chiếu thuộc lưới thì chúng chỉ có một giá trị xác định. Thường ta lấy nút qui chiếu là nút đất- nút số 0 có điện áp $u_0 = 0$. Thay giá trị xác định này vào hệ phương trình, đồng thời bỏ đi phương trình ứng với nút 0 có dòng nút i_0 phụ thuộc vào các dòng nút khác, thì hệ còn lại trở nên hoàn toàn xác định (nghiệm duy nhất).

Ta cũng có thể phát biểu điều này dưới dạng sau đây: *điện áp của lưới chỉ xác định khi cho trước trị số của nó ở một nút nào đó trong lưới*. Nút này gọi là *nút cơ sở điện áp của lưới*, nó ấn định một “mặt bằng điện áp” cho lưới.

Từ đây ta sẽ giả thiết nút số 0 là nút cơ sở điện áp, có điện áp phức u_0 đã cho, còn dòng nút i_0 của nó phụ thuộc vào dòng các nút khác theo điều kiện cân bằng dòng (2.12). Bỏ phương trình (phụ thuộc) ứng với nút cơ sở điện áp, ta sẽ xét hệ 3 phương trình *độc lập* đối với lưới điện 4 nút 0,1,2,3; từ (2.8) rút ra:

$$\begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_1 + y_{10}u_0 \\ i_2 + y_{20}u_0 \\ i_3 + y_{30}u_0 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

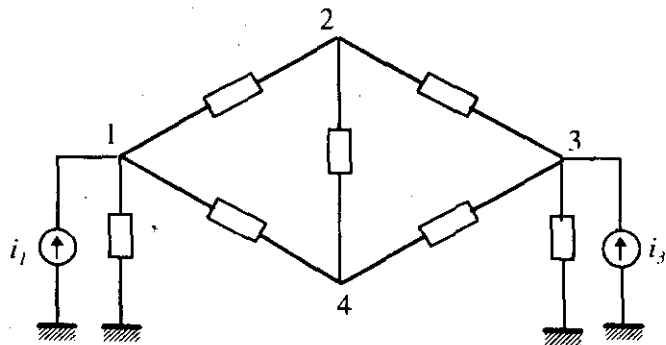
trong đó y_{k0} là tổng dẫn nhánh nối nút k với nút cơ sở; nếu không tồn tại nhánh này thì $y_{k0} = 0$.

Bây giờ trong các phương trình trên, điện áp nút coi như được đo so với bất kỳ một điểm qui chiếu nào. Ta có thể sử dụng giá trị điện áp pha, tức là điện áp so với đất hay điểm trung tính của máy điện 3 pha. Nút đất- nút 0 như đã qui ước- liên hệ với các nút lưới thông qua nhánh điện dung của đường dây, nhánh từ hoá của máy biến áp, nhánh thiết bị bù v.v.. Nút đất có điện áp “pha” bằng 0 và ta có thể lấy nó làm nút cơ sở điện áp. Phương trình nút với điện áp pha khi đó có dạng (2.13) trong đó $u_0 = 0$. Lưu ý rằng dù trong hệ này không còn phương trình đối với nút đất

nhưng các *nhánh ngang* (nối đất) trong lưới vẫn tham gia vào phương trình khác trong các đại lượng tổng dẫn riêng của nút (Y_{kk}).

Chúng ta sẽ thường sử dụng dạng này của phương trình nút.

Để minh hoạ cụ thể ta xét lưới



Hình 2-2

điện trên hình 2-2. Lưới gồm 5 nút kể cả nút đất trong đó nguồn dòng (máy phát điện hoặc phụ tải) được nối vào nút 1 và 3. Hệ phương trình nút viết cho điện áp pha đối với nút cơ sở điện áp là đất có dạng:

$$\begin{aligned} Y_{11}u_1 + Y_{12}u_2 + Y_{14}u_4 &= i_1 \\ Y_{21}u_1 + Y_{22}u_2 + Y_{23}u_3 + Y_{24}u_4 &= 0 \\ Y_{31}u_1 + Y_{32}u_2 + Y_{33}u_3 + Y_{34}u_4 &= i_3 \\ Y_{41}u_1 + Y_{42}u_2 + Y_{43}u_3 + Y_{44}u_4 &= 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

trong đó ma trận hệ số là ma trận tổng dẫn nút cấp 4, viết theo tổng dẫn nhánh như sau:

$$Y = \begin{pmatrix} (Y_{10} + Y_{12} + Y_{14}) & -Y_{12} & 0 & -Y_{14} \\ -Y_{21} & (Y_{21} + Y_{23} + Y_{24}) & -Y_{23} & -Y_{24} \\ 0 & -Y_{23} & (Y_{30} + Y_{32} + Y_{34}) & -Y_{34} \\ -Y_{41} & -Y_{42} & -Y_{43} & (Y_{41} + Y_{42} + Y_{43}) \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Chú ý ma trận là đối xứng vì $Y_{12} = Y_{21} \dots$

Tóm lại, đối với lưới điện $n+1$ nút, ta sẽ có n phương trình nút độc lập (2.13). Nếu đã cho vector dòng nút i , thì điện áp nút xác định bởi hệ phương trình này, tức là:

$$u = Y^{-1}i = Zi \quad (2.16)$$

trong đó ta gọi Z , nghịch đảo của Y , là ma trận tổng trở nút.

Trong thực tế đối với bài toán tính toán chế độ xác lập, thường không cho trước dòng nút, mà cho trước công suất nút (công suất nguồn điện hay phụ tải điện). Hơn nữa công suất được cho ở đầu cực máy điện (máy phát hay phụ tải). Khi đó tổng dẫn của nguồn (xem hình 2.1b) không được bao gồm trong sơ đồ lưới nữa, và ta sẽ sử dụng phương trình (2.13) trong đó thay dòng nút bởi công suất nút (phức) $p+jq$ và điện áp nút, theo công thức sau:

$$i_k = \frac{p_k - jq_k}{u_k^*} \quad (2.17)$$

(dấu sao chỉ số phức liên hợp, $j^2 = -1$).

Ta nhận xét rằng hệ (2.13) với nút cơ sở đất có $u_0 = 0$ và dòng nút thay bởi (2.17) trong đó công suất nút đã cho, lại trở nên không xác định đối với ẩn điện áp phức. Rõ ràng nếu ta quay tất cả các vectơ (số phức) điện áp nút đi cùng một góc bất kì, thì các phương trình vẫn thỏa mãn. Đó là vì hệ độ điện chỉ phụ thuộc vào

góc tương đối giữa các điện áp nút, và ta có thể chọn góc qui chiếu bất kỳ cho số đo góc pha điện áp trong lưới.

Ta sẽ xem xét chi tiết bài toán tính toán chế độ xác lập trong chương 4.

2.2 Ma trận tổng dẫn nút

2.2.1 Ma trận tổng dẫn nút của phần tử lưới

Trong mục này chúng ta sẽ chỉ ra một cách tiếp cận khác để xây dựng ma trận tổng dẫn nút $\mathbf{Y}$ của lưới điện. Phương pháp này dựa trên việc xếp chồng các ma trận tổng dẫn của mỗi phần tử (nhánh) của lưới. Cách tiếp cận này cho phép lượng hóa sự tham gia của mỗi nhánh của lưới trong ma trận. Nó cũng mô tả dễ dàng hồ cảm nếu có giữa các phần tử lưới.

Quan sát ma trận (2.15) của lưới điện hình 2-2 và để ý đến một nhánh nào đó của lưới, chẳng hạn nhánh 2-4, ta thấy rằng tổng dẫn nhánh này (y_{24}) tham gia vào 4 phần tử của ma trận, đó là các phần tử 22, 24, 42 và 44. Nếu bỏ đi y_{24} từ 4 phần tử này thì ta thu được ma trận của lưới đã bỏ đi nhánh 2-4. Nói cách khác, việc đóng thêm nhánh nối hai nút 2, 4 vào lưới sẽ tương đương với việc xếp chồng lên ma trận $\mathbf{Y}$ ma trận sau đây:

$$\begin{matrix} 1 & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{24} & 0 & -y_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -y_{24} & 0 & y_{24} \end{pmatrix} \\ 2 & \end{matrix} \quad \text{hay viết gọn} \quad \begin{matrix} 2 & 4 \\ 2 & \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} y_{24} \\ 4 & \end{matrix} \quad (2.18)$$

Tiếp theo chúng ta nhận xét rằng ma trận dạng viết gọn trong (2.18) chính là ma trận tổng dẫn nút của "lưới" chỉ gồm một nhánh y_{24} nối giữa hai nút 2 và 4. Ta sẽ gọi tắt đó là ma trận tổng dẫn nút của nhánh 2-4.

Như vậy chúng ta có thể xây dựng ma trận $\mathbf{Y}$ của lưới bằng cách xếp chồng các ma trận (tổng dẫn nút) của từng nhánh. Nhánh với tổng dẫn y nối hai nút m, n có ma trận tổng dẫn nút là:

$$\begin{matrix} m & n \\ m & \begin{pmatrix} y & -y \\ -y & y \end{pmatrix} \\ n & \end{matrix} = \begin{matrix} m & n \\ m & \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} y \\ n & \end{matrix} \quad (2.19)$$

trong đó ma trận $2 \times 2 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ được gọi là ma trận cấu thành nhánh. Khi xếp

chồng lên ma trận $\mathbf{Y}$ của lưới, ta cộng các phần tử của ma trận nhánh vào các phần tử cùng tên (hàng-cột) của ma trận của lưới. Nếu một nút của nhánh chưa tồn tại trong lưới, thì thêm một hàng một cột vào ma trận của lưới. Nhận xét rằng phép cộng nói trên ứng với việc cộng thêm dòng nhánh mới vào tổng các dòng nhánh nối tới nút liên quan, để cân bằng với dòng nút theo luật dòng điện của Kirchhoff.

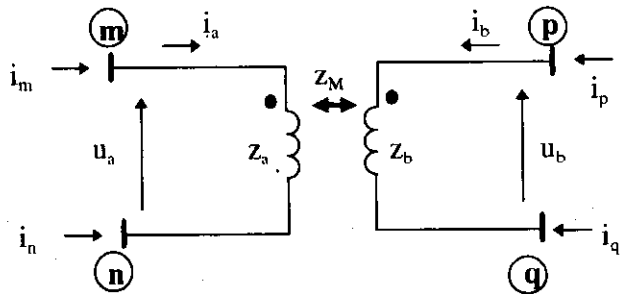
Trường hợp một nút của nhánh đang xét là nút cơ sở thì sẽ không đưa vào $\mathbf{Y}$ hàng cột ứng với nút này, do đó ma trận của nhánh xếp chồng suy biến thành một giá trị, bằng tổng dẫn của nhánh đó.

2.2.2 Trường hợp nhánh có hồ cảm

Xét hai nhánh a và b nối giữa các nút $m-n$ và $p-q$ có hồ cảm với nhau. Quan hệ dòng áp giữa chúng có thể biểu diễn đơn giản qua tổng trở của mỗi nhánh và tổng trở tương hồ giữa các nhánh. Gọi tổng trở của hai nhánh tương ứng là z_a và z_b , còn tổng trở tương hồ là z_M , ta có quan hệ giữa điện áp nhánh và dòng nhánh:

$$\begin{pmatrix} u_a \\ u_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_a & z_M \\ z_M & z_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Ma trận hệ số trong phương trình trên được gọi là *ma trận tổng trở nhánh* của hai nhánh này, đó là ma trận đối xứng. Dấu của tổng trở tương hồ (do hồ cảm giữa hai nhánh) rõ ràng phải phụ thuộc vào chiều dòng điện chạy trong nhánh. Trên sơ đồ hình 2-3 qui ước



Hình 2-3

đánh dấu cực tính của mỗi nhánh bởi một dấu chấm ở một đầu của nó; nếu cả hai dòng nhánh đều đi vào đầu đánh dấu thì z_M là dương.

Từ (2.20) rút ra phương trình dạng dòng điện:

$$\begin{pmatrix} y_a & y_M \\ y_M & y_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_a \\ u_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

trong đó ma trận hệ số là *ma trận tổng dẫn nhánh* của hai nhánh hồ cảm, nghịch đảo của ma trận tổng trở nhánh. Ta có:

$$\begin{pmatrix} y_a & y_M \\ y_M & y_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_a & z_M \\ z_M & z_b \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{z_a z_b - z_M^2} \begin{pmatrix} z_b & -z_M \\ -z_M & z_a \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Bây giờ ta chuyển các đại lượng nhánh trong (2.21) thành các đại lượng nút. Quan hệ giữa áp nhánh và áp nút biểu diễn nhờ một ma trận gọi là *ma trận nối dây* A (về ma trận này chúng ta còn trở lại trong mục sau):

$$\begin{pmatrix} u_a \\ u_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_m - u_n \\ u_p - u_q \end{pmatrix} = \begin{matrix} & m & n & p & q \\ \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \end{matrix} \begin{pmatrix} u_m \\ u_n \\ u_p \\ u_q \end{pmatrix} := A \begin{pmatrix} u_m \\ u_n \\ u_p \\ u_q \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Đối với dòng điện, ta có quan hệ giữa dòng nhánh và dòng nút như sau:

$$\begin{pmatrix} i_m \\ i_n \\ i_p \\ i_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \end{pmatrix} = A^T \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Kí hiệu T chỉ ma trận chuyển vị. Thay áp nhánh trong (2.21) bởi (2.23) và nhân trái hai vế biểu thức này với A^T để xuất hiện dòng nút theo (2.24), ta thu được:

$$A^T \begin{pmatrix} y_a & y_M \\ y_M & y_b \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} u_m \\ u_n \\ u_p \\ u_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_m \\ i_n \\ i_p \\ i_q \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Theo định nghĩa đây chính là phương trình tổng dẫn nút của hai nhánh hồ cảm. Thực hiện phép nhân với ma trận A , phương trình trên trở thành:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} y_a & -y_a & y_M & -y_M \\ -y_a & y_a & -y_M & y_M \\ \hline y_M & -y_M & y_b & -y_b \\ -y_M & y_M & -y_b & y_b \end{array} \right) \begin{pmatrix} u_m \\ u_n \\ u_p \\ u_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_m \\ i_n \\ i_p \\ i_q \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

Quan sát phương trình trên, nhận thấy rằng ta lại có thể biểu diễn ma trận tổng dẫn nút của hai nhánh hồ cảm dùng ma trận cấu thành nhánh (như ở mục trước):

$$\left(\begin{array}{c|c} \begin{array}{cc} m & n \\ m & \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} y_a \\ n & \end{array} & \begin{array}{cc} p & q \\ m & \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} y_M \\ n & \end{array} \\ \hline \begin{array}{cc} m & n \\ p & \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} y_M \\ q & \end{array} & \begin{array}{cc} p & q \\ p & \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} y_b \\ q & \end{array} \end{array} \right) \quad (2.27)$$

Nhận xét rằng ở đây ta cần nhân ma trận cấu thành nhánh với mỗi phần tử của ma trận tổng dẫn nhánh của hai nhánh hồ cảm. Tên của các hàng và cột trong ma trận 4×4 này gán theo qui tắc bắt đầu đi từ nút có dấu chấm trước rồi đến nút không có dấu chấm của mỗi nhánh.

Trường hợp một nút nào đó trong 4 nút là nút cơ sở, ta bỏ đi hàng và cột tương ứng. Một tình trạng cũng thường xảy ra là hai nhánh hồ cảm có một nút chung. Giả sử n và q là cùng một nút, thì trong hệ (2.26) các cột n và q có thể cộng lại, vì $u_n = u_q$, đồng thời ta cũng cộng hai hàng n và q với nhau, vì i_n và i_q bây giờ cùng thuộc về một dòng nút chung.

Cuối cùng hai nhánh hồ cảm sẽ được ghép vào lưới bằng cách xếp chồng ma trận nút (2.27) của chúng vào ma trận Y của lưới, mỗi phần tử được cộng vào phần tử cùng tên trong Y .

Như vậy ta đã thành lập ma trận tổng dẫn nút của hai nhánh hồ cảm. Cách thành lập ma trận này cũng hoàn toàn tương tự đối với trường hợp xét 3 hay nhiều hơn các nhánh hồ cảm lẫn nhau. Cụ thể ta theo các bước sau:

1. Lập ma trận tổng trở nhánh của các nhánh hồ cảm. Nếu có 3 nhánh hồ cảm lẫn nhau thì ta có ma trận cấp 3. Phần tử trên đường chéo là tổng trở riêng của mỗi nhánh, phần tử ngoài đường chéo là tổng trở tương hỗ giữa hai nhánh do hồ cảm (có thể bằng 0 nếu chúng không hồ cảm trực tiếp với nhau)
2. Nghịch đảo ma trận để thu được ma trận tổng dẫn nhánh. Chú ý cặp phần tử ngoài đường chéo bằng 0 trong ma trận tổng trở có thể trở nên khác 0 trong ma trận tổng dẫn. Điều đó có nghĩa rằng mặc dù dòng trong nhánh a không tác động đến áp nhánh b, nhưng ngược lại áp nhánh b lại ảnh hưởng đến dòng nhánh a, đó là do ghép gián tiếp qua một nhánh khác thuộc nhóm các nhánh đang xét.
3. Nhân mỗi phần tử của ma trận tổng dẫn nhánh thu được với ma trận cấu thành nhánh 2×2 .
4. Đánh tên nút cho hàng và cột ma trận thu được theo cách sau: Trước tiên gán tên hai hàng hai cột của mỗi khối 2×2 trên đường chéo; bắt đầu bằng tên nút có đánh dấu rồi đến nút không đánh dấu của nhánh tương ứng với khối. Sau đó tên hàng cột của các khối ngoài đường chéo gán phù hợp với tên trên khối đường chéo.

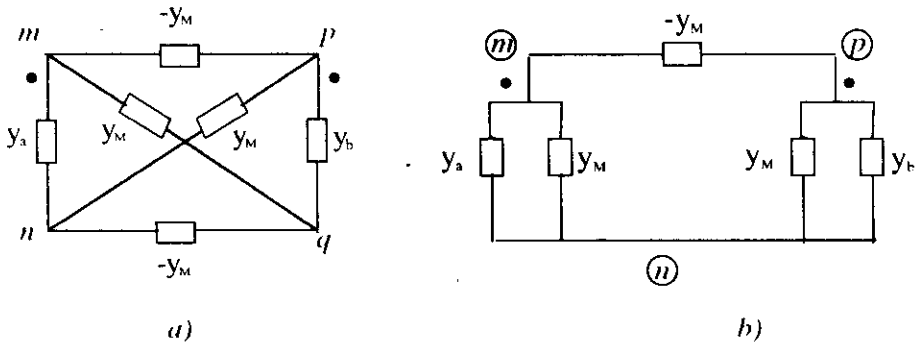
Cuối cùng ta được ma trận tổng dẫn nút của các nhánh xét, sẵn sàng xếp chồng lên ma trận của lưới.

2.2.3 Lưới tương đương của các nhánh hồ cảm

Các nhánh có hồ cảm từ có thể được biểu diễn bởi một mạch điện tương đương trong đó không có liên hệ từ giữa các nhánh (tức là không còn hồ cảm).

Chẳng hạn xét hai nhánh $m-n$ và $p-q$ có hồ cảm, phương trình nút của chúng cho ở (2.26). Dễ thấy rằng đây cũng là phương trình nút của lưới tổng dẫn cho trên hình 2-4a trong đó không có hồ cảm.

Chúng ta có thể kiểm tra lại kết luận trên bằng cách lập ma trận $\mathbf{Y}$ của lưới trên hình 2-4a. Lưới này bởi vậy có thể dùng để biểu diễn tương đương cho hai nhánh có hồ cảm $m-n$ và $p-q$.



Hình 2-4

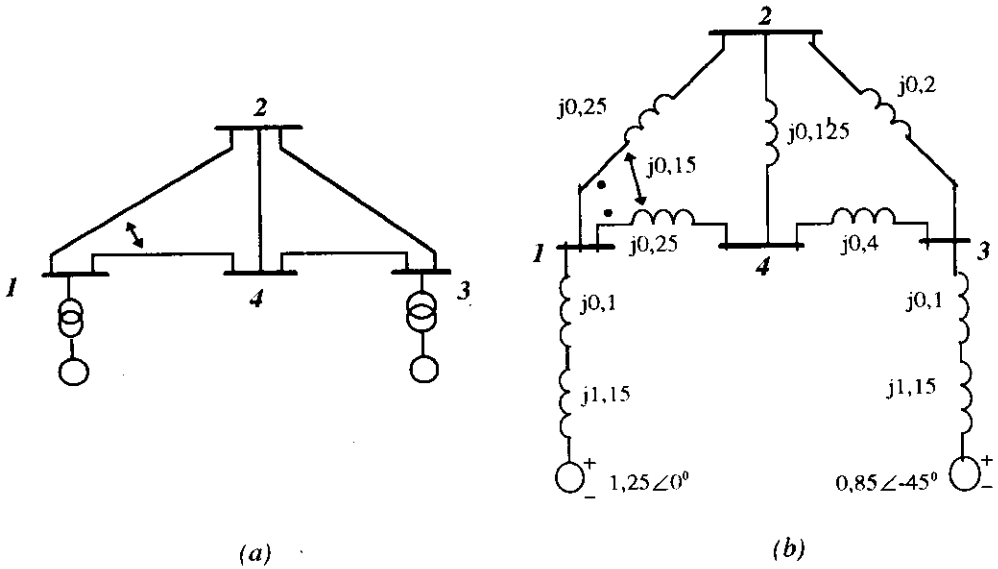
Trường hợp hai nhánh có một nút chung, chẳng hạn $n-q$, thì lưới tương đương trở thành như hình 2-4b sau khi hợp nhất hai nút n và q .

2.2.4 Thí dụ⁽¹⁾

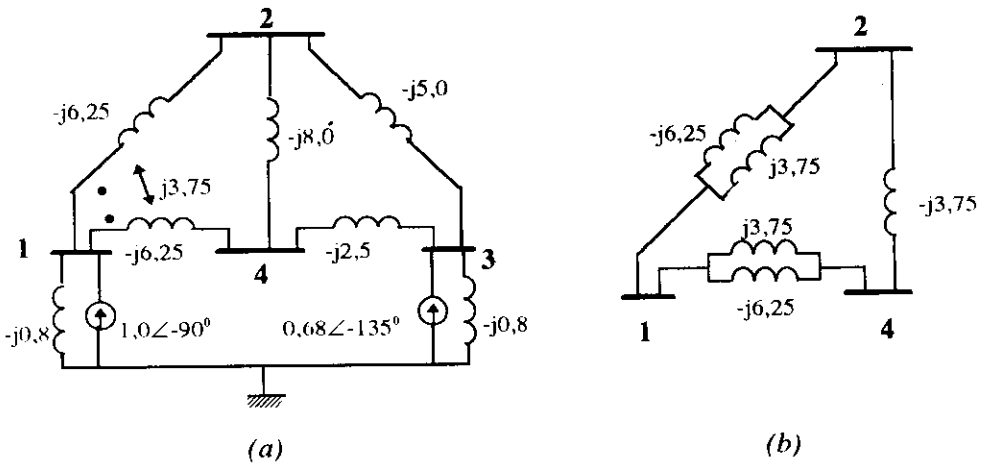
Xét lưới điện trên hình 2-5a, sơ đồ điện kháng trong đơn vị tương đối⁽²⁾ biểu diễn ở hình 2-5b, trong đó hai nhánh 1-2 và 1-4 có hồ cảm với điện kháng hồ cảm bằng 0,15. Nhánh máy phát nối vào nút 1 và động cơ điện nối vào nút 3. Các nhánh này được thay thế bởi điện kháng của máy phát (động cơ) và điện kháng của máy biến áp, giá trị cho trên sơ đồ. Sức điện động của máy phát điện bằng $1,25 \angle 0^\circ$ trong đơn vị tương đối và điện áp trong của động cơ điện bằng $0,85 \angle -45^\circ$.

⁽¹⁾ Thí dụ này dựa theo [6]

⁽²⁾ Với điện áp cơ sở ở mỗi phía của máy biến áp tỉ lệ với hệ số biến áp và sơ đồ không bao gồm máy biến áp lí tưởng nữa.



Hình 2-5



Hình 2-6

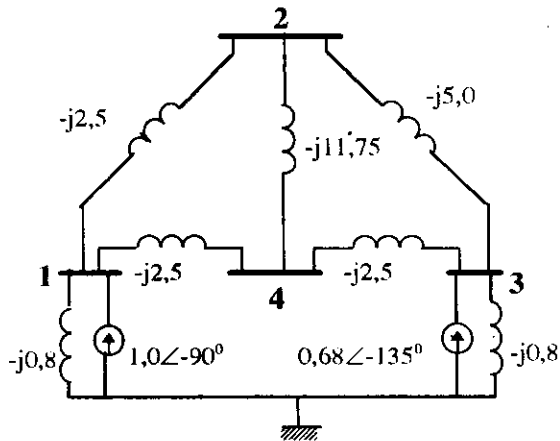
Để sử dụng phương trình dòng nút, sau khi ghép nối tiếp điện kháng máy phát và động cơ với điện kháng máy biến áp, ta thay thế nguồn áp đã cho ở nút 1 và 3 bằng nguồn dòng tương đương và tổng dẫn sun theo công thức (2.1). Tiếp theo xác định tổng dẫn các nhánh đường dây bằng cách nghịch đảo tổng trở nhánh. Riêng đối với hai nhánh có hồ cảm, cần nghịch đảo ma trận tổng trở nhánh theo công thức (2.22).

Sử dụng công thức này, tính nghịch đảo của ma trận tổng trở nhánh, ta được ma trận tổng dẫn nhánh của hai nhánh hồ cảm 1-2 và 1-4:

$$\begin{pmatrix} j0,25 & j0,15 \\ j0,15 & j0,25 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -j6,25 & j3,75 \\ j3,75 & -j6,25 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Kết quả được sơ đồ tổng dẫn cho trên hình 2-6a. Hai nhánh hồ cảm sẽ được thay thế bởi sơ đồ tương đương không hồ cảm vẽ trên hình 2-6b. Chú ý cực tính nhánh hồ cảm trước khi vẽ sơ đồ này.

Thay sơ đồ này vào vị trí hai nhánh 1-2 và 1-4 trong hình 2-6a và ghép các tổng dẫn song song, ta thu được sơ đồ hình 2-7. Bây giờ từ sơ đồ này (không còn hồ cảm) ta dẫn ra phương trình nút sau đây (vì ma trận của phương trình là đối xứng nên ta chỉ viết phần tam giác trên):



Hình 2-7

$$\begin{pmatrix} -j5,80 & j2,50 & 0 & j2,50 \\ & -j19,25 & j5,00 & j11,75 \\ & & -j8,30 & j2,50 \\ & & & -j16,75 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,00 \angle -90^\circ \\ 0 \\ 0,68 \angle -135^\circ \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Khi tính toán trên máy tính, có thể có lợi hơn nếu sử dụng phương pháp xếp chồng ma trận tổng dẫn nút của các phần tử lưới như trình bày trong mục 2.2.1 và 2.2.2. Khi đó đối với hai nhánh hồ cảm, ta có ma trận dạng (2.27); lưu ý thứ tự nút trong mỗi khối (từ trên xuống và từ trái qua phải) bắt đầu từ nút có đánh dấu cực tính:

$$\left(\begin{array}{c|c} \begin{matrix} & 1 & 4 \\ 1 & \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} (-j6,25) \\ 4 & \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} & \begin{matrix} & 1 & 2 \\ & \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} (j3,75) \\ & \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} & 1 & \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} (j3,75) \\ 2 & \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} & \begin{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} (-j6,25) \\ & \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \end{array} \right) \quad (2.30)$$

Vì hai nhánh có nút chung là nút 1, ta cộng các hàng 1 và cột 1 trong ma trận trên, kết quả được ma trận tổng dẫn của hai nhánh này (ma trận đối xứng):

$$\begin{matrix} & 1 & 2 & 4 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 2(-j6,25) + 2(j3,75) & -j3,765 + j6,25 & j6,25 - j3,75 \\ & -j6,25 & j3,75 \\ & & -j6,25 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (2.31)$$

Ma trận này chính là ma trận tổng dẫn nút của sơ đồ hình 2-6b.

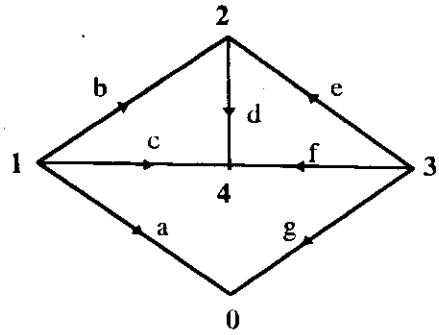
Phương pháp xếp chồng các ma trận của phần tử cũng có ích trong việc thay đổi cập nhật ma trận **Y** khi có một vài thay đổi trong lưới. Theo phương pháp này, khi đóng thêm một nhánh vào lưới điện, ta chỉ cần cộng ma trận của nhánh vào ma trận của lưới. Ngược lại khi cắt bỏ một nhánh, ta trừ ma trận của nhánh này vào **Y**. Ta cũng có thể thay đổi giá trị tổng dẫn của một nhánh trong lưới bằng cách ghép thêm một nhánh mới song song, sao cho tổng của hai tổng dẫn song song cho giá trị mong muốn. Tính toán trên ma trận, ta cũng đơn giản xếp chồng ma trận của nhánh song song mới lên ma trận **Y** của lưới sẵn có theo những qui tắc thiết lập trong mục 2.2.1 và 2.2.2. Các qui tắc này cũng áp dụng đối với nhánh có hồ cảm. Chúng ta cũng có thể suy ra các hiệu chỉnh cần làm trên ma trận tổng dẫn nút của lưới đối với các thay đổi đặc biệt. Chẳng hạn để cắt chỉ một trong hai nhánh hồ cảm, ta có thể trước tiên cắt cả hai nhánh (trừ đi ma trận dạng (2.27)), rồi đóng lại một nhánh (cộng vào ma trận dạng (2.19)).

2.2.5 Biểu diễn ma trận tổng dẫn nút của lưới dùng ma trận nối dây nút-nhánh

Trong mục 2.2.2, để xây dựng phương trình nút cho hai nhánh (hồ cảm), chúng ta đã xuất phát từ phương trình nhánh (2.20), (2.21) mô tả quan hệ giữa dòng nhánh và áp nhánh. Thủ tục đó sẽ được tổng quát hoá trong mục này để xây dựng phương trình nút cho lưới điện bất kì.

Xét lưới điện có **B** nhánh và **N+1** nút. Để cho cụ thể ta lấy thí dụ lưới điện hình 2-5, với **B=7** và **N=4**, được vẽ lại trên hình 2-8 dạng graph nút nhánh.

Từ số liệu về tổng trở của mỗi nhánh và tổng trở tương hỗ giữa các nhánh (nếu có), ta định nghĩa *ma trận tổng trở nhánh* $\mathbf{Z}_l$ của lưới. Ma trận này có kích thước $B \times B$: trên đường chéo chính đặt các tổng trở riêng của mỗi nhánh, ngoài đường chéo là số 0 hoặc tổng trở tương hỗ giữa hai nhánh. Đặt tên 7 nhánh của lưới đang xét bởi các chữ cái từ a đến g , hai nhánh b và c có hồ cảm đặt tên liên nhau, ta có:



Hình 2-8

$$\mathbf{Z}_l = \begin{pmatrix} z_a & & & & & & \\ & z_b & z_M & & & & \\ & z_M & z_c & & & & \\ & & & z_d & & & \\ & & & & z_e & & \\ & & & & & z_f & \\ & & & & & & z_g \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Ma trận này là kết quả của việc ghép các phương trình nhánh dạng $u_a = Z_a i_a$ hoặc dạng (2.20). Gọi $\mathbf{u}_l$ và $\mathbf{i}_l$ là vectơ áp và dòng nhánh, ta có phương trình:

$$\mathbf{Z}_l \mathbf{i}_l = \mathbf{u}_l \quad (2.33)$$

Nghịch đảo $\mathbf{Z}_l$ bằng cách nghịch đảo các phần tử trên đường chéo hoặc ma trận con trên đường chéo, suy ra:

$$\mathbf{Y}_l \mathbf{u}_l = \mathbf{i}_l \quad (2.34)$$

trong đó *ma trận tổng dẫn nhánh*:

$$\mathbf{Y}_l = \mathbf{Z}_l^{-1} = \begin{pmatrix} y_a & & & & & & \\ & Y_b & Y_M & & & & \\ & Y_M & Y_c & & & & \\ & & & y_d & & & \\ & & & & y_e & & \\ & & & & & y_f & \\ & & & & & & y_g \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Các phần tử Y_b , Y_c được viết bằng chữ hoa để hiểu rằng chúng không phải bằng nghịch đảo của tổng trở riêng của nhánh b và c , mà được tính theo (2.22).

Bây giờ giống như đã làm ở mục 2.2.2 ta sẽ chuyển phương trình nhánh (2.35) sang phương trình nút. Muốn thế ta phải biết cấu hình của lưới, tức là cấu trúc nối nút - nhánh của lưới. Thật vậy hệ phương trình nút của lưới phụ thuộc vào cách chấp nối các nhánh và nút để tạo thành lưới điện, trong khi hệ phương trình nhánh không phụ thuộc vào điều đó. Vì thế thường gọi các phương trình nhánh và ma trận tổng trở hay tổng dẫn nhánh, cũng như các phần tử của chúng là các đại lượng *nguyên thủy, sơ cấp (primitive)*.

Cấu hình (topology) của lưới điện được mô tả bởi *graph* của lưới (hình 2-8) trong đó mỗi nhánh được qui ước một chiều dương của dòng điện. Trên graph có thể định nghĩa một *cây*, là một *graph con* gồm một số nhánh nối tất cả các nút nhưng không tạo ra *vòng kín*. Ta có thể chọn các cây khác nhau, chẳng hạn (hình 2-8) gồm các nhánh b, c, f, a hay b, d, f, g v.v.. Sau khi xác định cây, các nhánh còn lại gọi là *bù cây*, đóng mỗi nhánh này vào cây sẽ tạo nên một vòng kín. Một graph $N+1$ nút và B nhánh sẽ có N nhánh cây và $B-N$ nhánh bù cây (bằng số vòng kín độc lập).

Một graph có thể được mô tả bởi *ma trận nối nút-nhánh (branch-to-node incidence matrix)* A , kích thước $B \times N$, tức là có hàng ứng với nhánh và cột ứng với nút (thường không mô tả nút cơ sở). Phần tử a_{ij} của A là các số 0 hoặc ± 1 và theo qui tắc sau đây:

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{nếu nhánh } i \text{ không nối trực tiếp tới nút } j \\ 1 & \text{nếu nhánh } i \text{ nối với nút } j \text{ và có chiều ra khỏi nút } j \\ -1 & \text{nếu nhánh } i \text{ nối với nút } j \text{ và có chiều tới nút } j \end{cases} \quad (2.36)$$

Đối với graph trên hình 2-8 ta có:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (2.37)$$

Như vậy ta đã tổng quát hoá một ma trận nối dây nút-nhánh, như đã gặp trong phương trình (2.23).

Nhận xét rằng mỗi hàng của A - ứng với một nhánh- chỉ có hai phần tử khác 0 và là +1 và -1; trừ hàng ứng với nhánh nối tới nút cơ sở chỉ có một phần tử khác 0.

Sau khi đã mô tả cấu hình của lưới bằng ma trận nối nút-nhánh, ta có thể viết quan hệ giữa biến nhánh và biến nút như sau:

$$u_i = A u \quad (2.38)$$

$$i = A^T i_i \quad (2.39)$$

trong đó A^T là ma trận chuyển vị. Có thể dễ dàng kiểm tra lại các phương trình này trên thí dụ lưới điện ở hình 2-8. Mỗi phương trình trong (2.38) biểu diễn một điện áp nhánh như là hiệu của hai điện áp nút của nhánh đó. Để ý rằng vì ta không đưa cột ứng với nút cơ sở vào A nên điện áp các nhánh nối với nút này tính theo (2.38) bằng chính điện áp nút ở đầu kia của nhánh. Điều đó có nghĩa rằng điện áp nút được tính tương đối so với nút cơ sở. Còn mỗi phương trình trong hệ (2.39) biểu diễn một dòng nút như là tổng (đại số) của các dòng nhánh nối tới nút đó, đây chính là phương trình biểu diễn luật dòng điện của Kirchhoff (luật Kirchhoff 1). Đối với nút cơ sở, cũng là nút cân bằng dòng, không viết phương trình này. Theo qui ước dấu phần tử của A , dòng nhánh đi ra khỏi nút sẽ tham gia vào phương trình với dấu dương, do đó ta phải lấy dấu dương cho dòng nút khi nó đi vào lưới (trường hợp nguồn điện) để thoả mãn điều kiện cân bằng dòng ở nút. Chú ý ma trận A không vuông, ứng với số phần tử của vectơ biến (dòng, áp) nút và nhánh là khác nhau (do đó ta không thể suy ra áp nút và dòng nhánh từ các phương trình này). (2.38) và (2.39) là dạng tổng quát của các phương trình (2.23) và (2.24).

Nhờ các phương trình này bây giờ ta có thể chuyển quan hệ nguyên thủy dòng-áp nhánh tới quan hệ dòng-áp nút, với cấu hình lưới A đã cho. Thay u_i trong phương trình (2.34) $Y_i u_i = i_i$ theo (2.38) và nhân trái (2.34) với A^T ta có:

$$A^T Y_i A u = A^T i_i \quad (2.40)$$

Vế phải chính bằng vectơ dòng nút i , tức là:

$$(A^T Y_i A) u = i \quad (2.41)$$

Rõ ràng đây là phương trình nút, ma trận hệ số chính là ma trận tổng dẫn nút. Vậy ta có công thức sau cho ma trận này:

$$Y = A^T Y_i A \quad (2.42)$$

Trong tích ma trận ở vế phải, các ma trận A^T , Y_i và A lần lượt có kích thước $N \times B$, $B \times B$ và $B \times N$, do đó Y có kích thước $N \times N$ đúng như ta chờ đợi. Đây là công thức ma trận biểu diễn Y theo ma trận nhánh (nguyên thủy). Từ công thức này ta lại thấy Y là *vuông và đối xứng*; thật vậy lấy chuyển vị thì vế phải công thức trên không thay đổi vì Y_i đối xứng.

Chúng ta có thể kiểm tra lại công thức, dùng các ma trận Y , A và Y_1 của lưới điện ở thí dụ trên.

2.3 Tính chất thưa của ma trận tổng dẫn nút và phương pháp khai triển theo thứ tự tối ưu khi giải hệ phương trình tuyến tính thưa

Mô hình nút với ma trận tổng dẫn nút Y sẽ cho phép mô tả và khảo sát nhiều bài toán phân tích hệ thống điện. Đây là một ma trận phức, đối xứng và có kích thước lớn đối với các lưới điện thực tế. Quả thật số hàng (cột) của Y , bằng số nút của lưới điện, đạt đến hàng trăm hoặc hàng nghìn. Đó chẳng hạn sẽ là số phương trình nút phải giải để xác định phân bố điện áp trong lưới. Hai thách thức lớn gặp phải khi giải bài toán lớn như vậy- dù sử dụng công cụ tính toán hiện đại- là *thời gian tính toán và yêu cầu lưu trữ khối lượng lớn dữ liệu cũng như các kết quả tính toán trung gian phục vụ cho quá trình giải*. Ngoài ra độ tin cậy thu được lời giải và độ chính xác của nó cũng bị ảnh hưởng nhiều khi khối lượng tính toán tăng lên.

Việc đòi hỏi giảm thiểu thời gian tính toán phân tích hệ thống còn được đặt ra bởi yêu cầu kiểm soát và điều khiển nhanh HTĐ.

Trong mục này chúng ta đề cập đến một đặc điểm rất quan trọng của ma trận Y , cho phép giảm nhẹ khối lượng tính toán và lưu trữ khi giải phương trình điện áp nút cũng như các hệ phương trình dẫn xuất từ hệ này. Đó là việc ma trận Y thực tế có đa số các phần tử bằng 0. Thật vậy ta biết rằng tổng dẫn tương hỗ giữa hai nút sẽ bằng 0 nếu không tồn tại nhánh nối trực tiếp hai nút đó (ngoại trừ trường hợp tồn tại hồ cảm giữa các nhánh nối tới chúng). Trong lưới điện thực tế, trung bình chỉ có 3 đường dây nối vào một nút, vậy thì mỗi hàng (cột) của Y trung bình chỉ có 4 phần tử khác 0 (3 tổng dẫn tương hỗ và 1 tổng dẫn riêng trên đường chéo chính). Nếu lưới điện có 100 nút thì 96 phần tử còn lại của mỗi hàng sẽ bằng 0 (nếu không có hồ cảm). Như vậy số phần tử khác 0 chỉ chiếm 4 %. Nếu lưới có 1000 nút, thì con số này chỉ là bốn phần nghìn. *Ta nói rằng ma trận Y rất thưa (sparse)*. Thực tế này dẫn tới các kỹ thuật xử lý ma trận thưa nhằm các mục tiêu sau:

- Loại trừ việc lưu trữ và tính toán với các phần tử 0
- Hạn chế việc điền thêm các phần tử khác 0 vào Y trong quá trình tính toán trên ma trận này.

Trước tiên chúng ta có thể chỉ lưu trữ các phần tử khác 0 của ma trận ban đầu. Nếu ma trận đối xứng thì chỉ lưu trữ chẳng hạn phần tam giác trên. Hình 2-9 minh họa phương pháp lưu trữ theo hàng. Các phần tử khác 0 (đánh dấu bởi X) trong tam giác trên của ma trận hình 2-9a được đặt trong hai vectơ.

	1	2	3	4	5	6	7	8
X	X							X
X	X						X	X
		X					X	X
				X		X		
				X	X	X	X	X
		X	X			X	X	
X	X	X			X			X

(a)

y_{11}	1		y_{12}	2
y_{22}	3		y_{18}	8
y_{33}	5		y_{27}	7
y_{44}	7		y_{28}	8
y_{55}	8		y_{37}	7
y_{66}	9		y_{38}	8
y_{77}			y_{46}	6
y_{88}			y_{56}	6
			y_{67}	7
			y_{68}	8

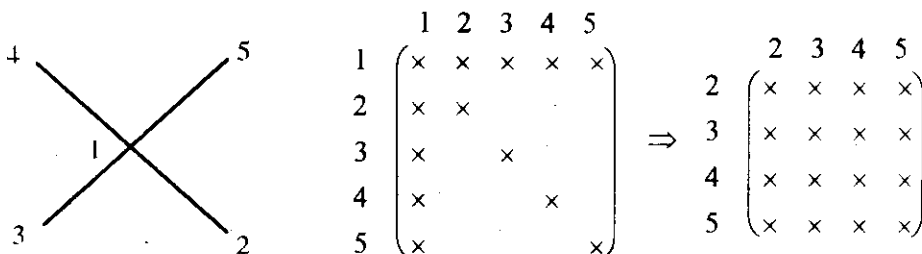
(b)

Hình 2-9

Vectơ thứ nhất chứa các phần tử đường chéo (thường là khác 0). Kèm theo có một vectơ con trỏ cho biết các phần tử ngoài đường chéo của hàng tương ứng được xếp từ vị trí nào trong vectơ thứ hai. Vectơ thứ hai này cũng đi kèm với một vectơ con trỏ chỉ rõ vị trí cột của phần tử tương ứng.

Như vậy ngoài số ô nhớ dùng để cất giữ các phần tử khác 0 của ma trận, ta cần một số lượng tương đương ô nhớ (nhưng kích thước bé hơn) để cất giữ các thông tin con trỏ cho biết vị trí của mỗi phần tử. Giá phải trả cho sự tiết kiệm bộ nhớ là việc đòi hỏi một thuật toán dành cho trường hợp phải thực hiện hoán vị hàng và cột. Việc xuất hiện các phần tử khác 0 khác trong quá trình tính toán cũng gây khó khăn.

Để minh họa hiện tượng điển thêm (các phần tử khác 0) trong quá trình khử Gauss hoặc khai triển tam giác, ta xét lưới điện và ma trận Y của nó trên hình 2.10.



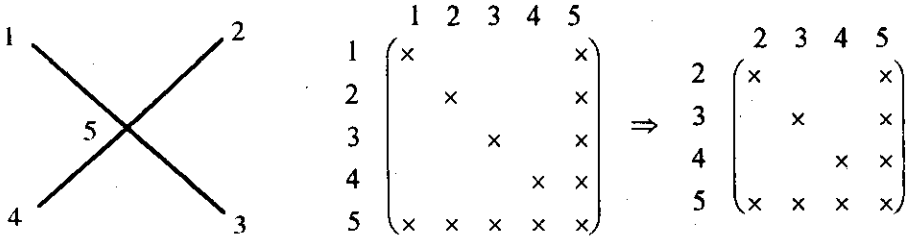
Hình 2.10

Các phần tử khác 0 trong Y biểu diễn bởi dấu “X”. Bước thứ nhất khử x_j ta tính lại các phần tử từ hàng 2 của ma trận theo công thức:

$$Y_{ij}^{\text{mới}} = Y_{ij} - \frac{Y_{i1}Y_{1j}}{Y_{11}}$$

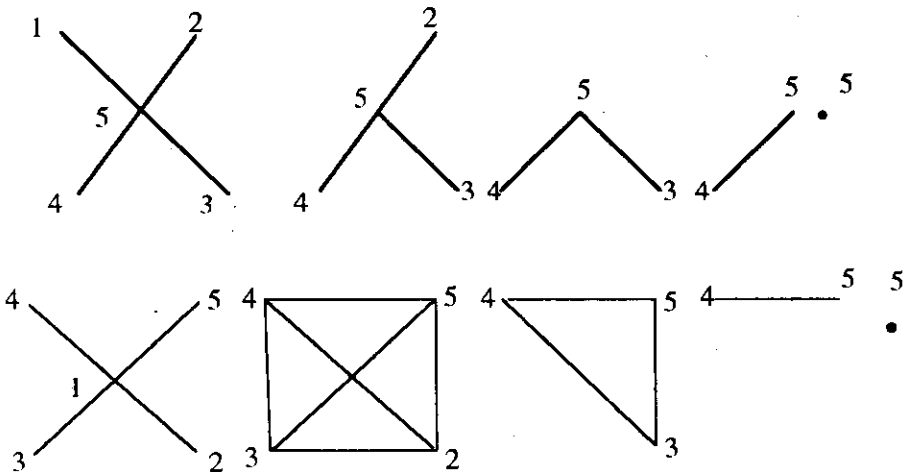
Dù phần tử cũ $Y_{ij} = 0$, phần tử mới có thể khác 0 nếu $Y_{i1} \neq 0$ và $Y_{1j} \neq 0$, có nghĩa là tồn tại nhánh nối các nút i và j với nút bị khử 1. Sau khi khử nút 1 ta được ma trận cấp 4 như trên hình 2.10 (bỏ hàng cột 1). So với ma trận ban đầu, tất cả các vị trí 0 (các phần tử ngoài đường chéo) đã bị điền đầy.

Bây giờ nếu ta đánh số lại các nút của lưới như trên hình 2.11, thì ma trận không bị điền thêm sau khi khử x_j .



Hình 2.11

Khử biến cũng tương đương với khử nút trên graph lưới điện bằng biến đổi sao-tam giác. Ta có thể mô tả quá trình khử nút ứng với hai cách đánh số nút nêu trên như ở hình 2.12.



Hình 2.12

Như đã nhận xét ở trên, khi khử một nút k lưới điện sẽ thay đổi như sau:

- Bỏ nút k và các nhánh nối tới nút này
- Thêm nhánh mới nối hai nút i, j nếu hai nút này được nối trực tiếp đến k (nếu nhánh $i-j$ đã tồn tại thì chỉ thay đổi tổng dẫn của nó).

Do đó để hạn chế diện thêm phần tử khác 0 vào ma trận sau khi khử, ứng với việc xuất hiện nhánh mới trong lưới, ta nên khử nút được nối hình tia, hoặc nếu không thì được nối với ít nhánh nhất. Một cách chính xác hơn, ta nên khử nút có số lượng cấp nút nối với nó nhưng không nối với nhau là ít nhất.

Nguyên tắc *khử tối ưu* như vậy khá đơn giản tuy nhiên việc lập trình nó hoàn toàn không đơn giản; độ phức tạp phụ thuộc vào thuật toán logic phải thực hiện trên graph, đồng thời phụ thuộc phương pháp lưu trữ đã lựa chọn.

Nhìn chung việc giải hệ tuyến tính thừa bằng phương pháp khai triển tam giác (khử Gauss) có thể bắt đầu bởi một giai đoạn gọi là *khai triển logic* bao gồm đánh số *tối ưu* phương trình và ẩn (tương ứng với đánh số nút của lưới) - tức là tìm một *thứ tự khử tối ưu*, cũng như dự trù các vị trí nhớ cần thiết cho cấu trúc của các ma trận L và U .

Trong thực tế các thuật toán máy tính *khai triển theo thứ tự tối ưu* (OOF: *Optimally Ordered Factorization*), với một công sức tính toán chấp nhận được, thường chỉ cho một kết quả gần tối ưu. Nhiều chương trình máy tính đã sử dụng sơ đồ khử tối ưu của Tinney [37] trong đó gợi ý 3 tiêu chuẩn sau xếp theo mức độ phức tạp và hiệu quả tăng lên:

1. Trước khi tiến hành khử, đánh số các hàng của ma trận theo số các phần tử khác 0 tăng dần. Việc khử sau đó sẽ thực hiện theo thứ tự này.
2. *Chiến lược động*: ở mỗi bước khử chọn hàng có ít phần tử khác 0 nhất. Như vậy phải tính đến sự diễn thêm xảy ra sau mỗi lần khử biến.
3. Dùng chiến lược động nhưng chọn hàng ở mỗi bước theo tiêu chuẩn diễn thêm ít nhất.

Liên quan đến việc sử dụng thuật toán OOF chúng ta phải nhấn mạnh ý nghĩa của các hệ *xác định dương*. Thật vậy nếu ma trận của hệ không phải là xác định dương thì để bảo đảm ổn định số cho quá trình khai triển LU, ta cần phải lựa chọn phần tử chốt (pivoting). Như vậy ta không còn tự do chọn thứ tự khử tối ưu. Ngược lại với ma trận xác định dương, vấn đề ổn định không còn phải đặt ra khi khai triển LL^T và ta không cần thực hiện pivoting. Thuật toán OOF có thể thực hiện giai đoạn *khai triển logic* độc lập với giai đoạn *khai triển số* (tính toán số). Như đã nhận xét ở trên, trong giai đoạn khai triển logic, bằng các thuật toán trên graph [1] ta có thể lựa chọn thứ tự "tối ưu" theo các chiến lược của OOF đồng thời với việc *dự báo các vị trí diễn thêm*. Do đó khi dự trù các vị trí nhớ để chứa các phần tử khác 0 của ma trận thừa (cũng dùng để chứa ma trận L về sau), ta có thể dành sẵn vị trí cho các phần tử sẽ được diễn thêm. Như vậy sẽ tránh được việc sau này phải "chèn" thêm phần tử mới vào bảng, kéo theo nó phải dịch chuyển vị trí tất cả các phần tử đứng sau rất phức tạp. Nói tóm lại các hệ xác định dương và thừa (như ta sẽ gặp khi

ngiên cứu bài toán giải tích lưới điện) cho phép áp dụng các phương pháp giải có hiệu quả cao về nhiều mặt.

2.4 Cập nhật khai triển tam giác của Y khi đóng (cắt) một nhánh

Khi đóng cắt một nhánh nào đó trong lưới điện, ma trận tổng dẫn nút Y chỉ thay đổi nhỏ và ta có thể cập nhật khai triển tam giác của nó theo sự thay đổi này mà không cần tiến hành khai triển lại.

Sự thay đổi nhỏ trong Y khi đóng thêm một nhánh có tổng dẫn y vào giữa hai nút p - q như đã trình bày ở mục 2.2 có thể biểu diễn như sau:

$$Y' = Y + c \mathbf{a} \mathbf{a}^T \quad (2.43)$$

trong đó Y' là ma trận tổng dẫn nút mới, $c = 2y$, vectơ cột $\mathbf{a}$ có các phần tử 0 ngoại trừ $a_p = 1/\sqrt{2}$ và $a_q = -1/\sqrt{2}$ (chọn như vậy $\mathbf{a}$ sẽ có độ dài bằng 1).

Giả sử đã cho khai triển Cholesky $Y = LDL^T$. Ta tính toán vectơ $\mathbf{b}$ thỏa mãn:

$$L \mathbf{b} = \mathbf{a} \quad (2.44)$$

Bây giờ có thể viết:

$$\begin{aligned} Y' &= L D L^T + c L \mathbf{b} \mathbf{b}^T L^T \\ &= L (D + c \mathbf{b} \mathbf{b}^T) L^T \end{aligned} \quad (2.45)$$

Gọi ma trận trong ngoặc là E và giả sử có khai triển:

$$E = D + c \mathbf{b} \mathbf{b}^T = L' D' L'^T \quad (2.46)$$

thay vào (2.45) ta rút ra khai triển mới của Y' :

$$Y' = (L L') D' (L'^T L^T) := \Lambda D' \Lambda^T \quad (2.47)$$

$$\Lambda = L L'$$

Việc tính toán L' , D' trở nên đơn giản nhờ sử dụng các công thức sau đây. Gọi d_j , d'_j , b_j tương ứng là phần tử của ma trận đường chéo D , D' và vectơ $\mathbf{b}$, ta định nghĩa thêm hai đại lượng:

$$h_j = \sum_{k=1}^{j-1} d'_k c_k^2 \quad (2.48)$$

$$c_j = b_j (c - h_j) / d'_j$$

Bây giờ có thể chứng minh được các công thức sau:

$$L_{ij}' = b_j c_j$$

$$d_j' = d_j + b_j^2 (c - h_j) \quad (2.49)$$

$$h_j = h_{j-1} + d'_{j-1} c_{j-1}^2$$

Tính toán bắt đầu từ $j=1$, tính h_1, c_1, d'_1, L'_{ij} v.v.. Các phần tử của ma trận $\Lambda = LL'$ cũng có thể tính toán phối hợp theo một trình tự đặc biệt để giảm bớt số phép tính [1].

2.5 Khử nút và biến đổi tương đương trong lưới điện

Như đã nhận xét, khử Gauss trên hệ phương trình nút đồng nhất với khử nút trong lưới điện. Chúng ta sẽ nhìn nó không chỉ như một thủ thuật giải hệ phương trình này, mà rộng hơn như một phương pháp biến đổi tương đương lưới điện.

Biến đổi tương đương lưới điện là một yêu cầu đặt ra trong nhiều bài toán phân tích HTĐ. Đơn giản nhất khi tiến hành khử một số nút trung gian tại đó không có nguồn (máy phát hoặc phụ tải) và tại đó ta không quan tâm đến điện áp. Có thể khử lần lượt từng nút như trong thuật toán khử Gauss, hoặc khử đồng thời nhiều nút. Giả sử hệ phương trình nút được phân khối như sau:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Y}_1 & \mathbf{Y}_2 \\ \mathbf{Y}_3 & \mathbf{Y}_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

trong đó $\mathbf{U}_2, \mathbf{I}_2$ là các vector con ứng với các nút không được quan tâm ($\mathbf{I}_2$ có thể bằng 0), còn ma trận $\mathbf{Y}$ được phân làm 4 ma trận con ứng với hai loại nút 1 và 2. Điện áp lấy giá trị tương đối so với nút cơ sở 0 do đó các thành phần với u_0 trong (2.13) bị triệt tiêu.

Nếu $\mathbf{Y}_4$ (ma trận vuông) là khả nghịch thì ta có thể khử $\mathbf{U}_2$ bằng cách rút $\mathbf{U}_2$ từ phương trình thứ hai và thay vào phương trình thứ nhất. Cụ thể từ phương trình thứ hai:

$$\mathbf{Y}_3 \mathbf{U}_1 + \mathbf{Y}_4 \mathbf{U}_2 = \mathbf{I}_2$$

ta có nếu $\mathbf{Y}_4$ khả nghịch:

$$U_2 = Y_4^{-1} I_2 - Y_4^{-1} Y_3 U_1$$

Thay vào phương trình thứ nhất ta có:

$$Y_1 U_1 + Y_2 (Y_4^{-1} I_2 - Y_4^{-1} Y_3 U_1) = I_1$$

hay

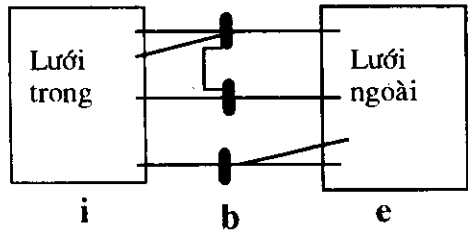
$$(Y_1 - Y_2 Y_4^{-1} Y_3) U_1 = I_1 - Y_2 Y_4^{-1} I_2 \quad (2.51)$$

Đó là hệ mới đã khử U_2 . Nó có dạng phương trình nút của riêng các nút có chỉ số 1. Ma trận $(Y_1 - Y_2 Y_4^{-1} Y_3)$ là ma trận tổng dẫn nút của lưới tương đương chỉ gồm các nút số 1, ta kí hiệu là Y_{eq} :

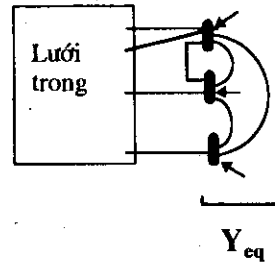
$$Y_{eq} = (Y_1 - Y_2 Y_4^{-1} Y_3) \quad (2.52)$$

Vì Y_1 , Y_4 là đối xứng và $Y_2 = Y_3^T$ do đó dễ thấy $Y_{eq}^T = Y_{eq}$ tức Y_{eq} cũng là ma trận đối xứng. Ta cũng nhận xét rằng dòng ở các nút bị khử I_2 (nếu có) vẫn tham gia vào lưới tương đương (lưới rút gọn) như một thành phần mới của dòng ở các nút số 1.

Phương pháp rút gọn tương đương lưới điện này được gọi là rút gọn Kron hoặc tương đương Ward [38] là một trong các phương pháp tương đương hoá được sử dụng từ lâu trong phân tích lưới điện. Ngày nay khi xuất hiện các hệ thống điện hợp nhất kích thước lớn thì phương pháp này lại có nhiều ứng dụng không những trong các bài toán tĩnh (như giải tích lưới điện), mà đặc biệt trong các áp dụng giám sát và điều khiển hệ thống. Một phương pháp rút gọn tương đương khác cũng được sử dụng song song với phương pháp này là phương pháp REI (xem mục 7.6.3).



(a)



(b)

Hình 2-13

Hệ thống điện lớn trong thực tế thường được quản lý phân tán, chẳng hạn một công ti điện lực chỉ quản lý một phần của lưới điện hợp nhất, được gọi là lưới điện

trong. Phần còn lại gọi là *lưới ngoài*, chỉ được quan tâm trên phương diện những ảnh hưởng của nó tới lưới trong mà thôi. Trên hình 2.13a lưới trong bao gồm các nút i và các nút biên b , lưới ngoài gồm các nút e .

Phương trình nút được phân khối như sau:

$$\left(\begin{array}{cc} Y_{ii} & Y_{ib} \\ Y_{bi} & Y_{bb}^i \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cc} Y_{bb}^e & Y_{be} \\ Y_{eb} & Y_{ee} \end{array} \right) \begin{pmatrix} U_i \\ U_b \\ U_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_i \\ I_b \\ I_e \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

trong đó Y_{bb}^e là ma trận đường chéo, mỗi phần tử trên đường chéo là tổng các tổng dẫn nối nút biên b với các nút ngoài. Như vậy nó là một phần của tổng dẫn riêng của nút biên.

Bây giờ ta sẽ khử các nút ngoài e bằng cách rút U_e từ phương trình cuối cùng và thay vào phương trình thứ hai, dẫn đến hệ rút gọn:

$$\left(\begin{array}{cc} Y_{ii} & Y_{ib} \\ Y_{bi} & Y_{bb}^i + Y_{eq} \end{array} \right) \begin{pmatrix} U_i \\ U_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_i \\ I_b - I_{eq} \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

trong đó ma trận tổng dẫn Y_{eq} ứng với lưới tương đương của lưới ngoài, lưới tương đương này thường là một graph đầy (có nhánh nối trực tiếp giữa mọi nút) liên hệ các nút biên (hình 2-13b). Do đó ma trận Y_{eq} là đầy:

$$Y_{eq} = Y_{bb}^e - Y_{be} Y_{ee}^{-1} Y_{eb} \quad (2.55)$$

còn I_{eq} là vectơ nguồn tương đương của lưới ngoài, đặt vào các nút b :

$$I_{eq} = Y_{be} Y_{ee}^{-1} I_e \quad (2.56)$$

Như vậy lưới ngoài được thay thế tương đương bởi một thành phần *thụ động* là Y_{eq} không đổi và một thành phần *nguồn* dòng nút là I_{eq} phụ thuộc vào chế độ làm việc của nó (lưới ngoài). Nhận xét rằng tuy số nút được giảm đi trong lưới tương đương nhưng bù lại xuất hiện nhánh nối giữa mọi nút biên.

Công thức rút gọn Kron (2.52), giống như khử Gauss, có thể gặp vấn đề về độ chính xác khi Y_4 có giá trị nhỏ, gây khuếch đại lớn sai số của Y_4^{-1} .

2.6 Ma trận tổng trở nút

Ta đã biết rằng ma trận tổng dẫn nút $\mathbf{Y}$ của lưới điện trong thực tế là rất thưa và được xây dựng khá dễ dàng. Ngược lại ma trận tổng trở nút $\mathbf{Z}=\mathbf{Y}^{-1}$ thường là đầy và cần nhiều công sức để xác định. Đồng thời ma trận $\mathbf{Z}$ chứa nhiều thông tin hơn, tức là nó cho nhiều hiểu biết hơn về lưới điện. Vai trò của ma trận $\mathbf{Z}$ chủ yếu là ở trong bài toán *tính toán sự cố*.

Ma trận $\mathbf{Z}$ đối xứng như $\mathbf{Y}$, phần tử trên đường chéo chính Z_{kk} gọi là *tổng trở riêng* (*driving-point impedance*) của nút k , phần tử ngoài đường chéo Z_{km} gọi là *tổng trở tương hỗ hay truyền* (*transferring*) giữa k và m .

2.6.1 Một định nghĩa của tổng dẫn nút và tổng trở nút

Tổng dẫn và tổng trở nút là các *thông số lưới* không phụ thuộc vào chế độ làm việc. Ngược lại chế độ điện của lưới sẽ phụ thuộc vào các thông số này. Vì thế dựa theo chế độ dòng áp ta cũng có thể suy ra thông số lưới, và đây chính là tiếp cận sẽ được khảo sát trong mục này. Dưới đây ta sẽ viết các công thức đánh giá tổng dẫn và tổng trở nút từ các “thí nghiệm điện” trên lưới.

Xét phương trình nút $\mathbf{Y}\mathbf{u} = \mathbf{i}$ trong đó điện áp đo so với nút cơ sở. Dòng nút ở nút k nào đó sẽ bằng tích (vô hướng) của hàng k của $\mathbf{Y}$ và vectơ $\mathbf{u}$:

$$i_k = Y_{k1}u_1 + Y_{k2}u_2 + \dots + Y_{kk}u_k + \dots + Y_{kn}u_n$$

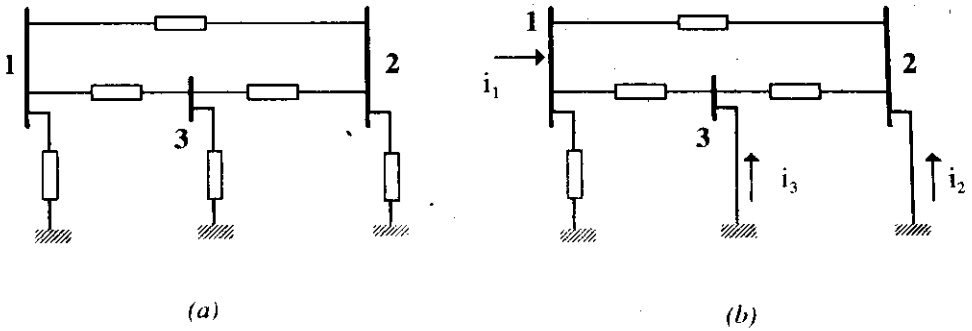
Nếu bây giờ ta nối ngắn tới nút cơ sở (nút cân bằng dòng) tất cả các nút, trừ một nút m nào đó, thì tương ứng trong phương trình trên tất cả các số hạng sẽ triệt tiêu vì điện áp bằng 0, trừ số hạng ứng với điện áp u_m . Khi đó ta có thể rút ra giá trị tổng dẫn tương hỗ giữa nút m và nút k (Y_{km}) dựa theo áp trên nút không bị nối ngắn này và dòng i_k :

$$Y_{km} = \left. \frac{i_k}{u_m} \right|_{u_j=0 \ \forall j \neq m} = Y_{mk} \quad (2.57)$$

còn tổng dẫn riêng của nút:

$$Y_{kk} = \left. \frac{i_k}{u_k} \right|_{u_j=0 \ \forall j \neq k} \quad (2.58)$$

Xét lưới điện hình 2.14, nếu ta nối ngắn các nút 2 và 3 thì ta có:



Hình 2-14

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} &= i_1 / u_1 \\ Y_{21} &= i_2 / u_1 \\ Y_{31} &= i_3 / u_1 \end{aligned} \right\} \text{ với } u_2 = u_3 = 0$$

Như vậy từ chế độ điện ở hình 2.14b ta đánh giá được cột 1 của $\mathbf{Y}$ (cũng là hàng 1).

Rõ ràng dòng i_1 chảy qua 3 nhánh song song 1-0, 1-2 và 1-3 đặt dưới điện áp u_1 , do đó Y_{11} chính bằng tổng các tổng dẫn 3 nhánh này, như qui tắc xác định tổng dẫn riêng của nút mà ta đã biết (trường hợp không có hồ cảm). Về phần mình, dòng i_2 chỉ chạy qua nhánh 1-2, đặt dưới điện áp u_1 , do đó Y_{21} chính bằng tổng dẫn nhánh 1-2 nhưng với dấu ngược lại vì thực tế dòng i_2 có chiều đi ra khỏi nút tức là coi $i_2 < 0$.

Tương tự mỗi cột (hàng) của $\mathbf{Y}$ sẽ được xác định bởi một “thí nghiệm điện”.

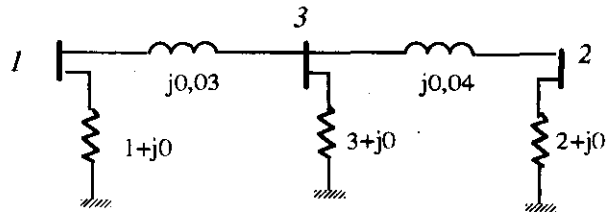
Bây giờ đối với ma trận tổng trở nút, từ phương trình $\mathbf{Z}\mathbf{i} = \mathbf{u}$ ta có thể tính:

$$\begin{aligned} Z_{km} &= \left. \frac{u_k}{i_m} \right|_{i_j=0 \forall j \neq m} = Z_{mk} \\ Z_{kk} &= \left. \frac{u_k}{i_k} \right|_{i_j=0 \forall j \neq k} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Khác với khi tính $\mathbf{Y}$, ta *hở mạch* mọi dòng nút trừ một nút trong lưới. Do đó

các phần tử của Z không phải là nghịch đảo phần tử của $Y^{(1)}$ và xác định khó hơn, như minh họa trên lưới điện đơn giản hình 2.15 (trên các nhánh cho tổng trở)⁽²⁾.

Theo công thức trên để xác định cột m (bằng hàng m) của Z , ta hở mạch mọi dòng nút, trừ dòng nút m . Cho một giá trị của i_m , chẳng hạn $i_m = I$ thì các phần tử của cột m của Z chính bằng giá trị điện áp tại các nút (đo so với nút cân bằng dòng).



Hình 2-15

Ví dụ xác định cột (hàng) 1 của Z cho lưới hình 2.15. Đặt $i_1 = I$, $i_2 = i_3 = 0$. Điện áp u_1 bằng i_1 nhân với tổng trở vào của lưới nhìn từ nút 1 (tổng trở tương đương của lưới đo giữa nút 1 và nút 0). Do đó ghép song song - nối tiếp, ta có:

$$u_1 = Z_{11} = 1 \parallel [j0,03 + 3 \parallel (j0,04 + 2)] = 0,5457 + j0,009169$$

Để xác định $u_3 = Z_{31} = Z_{13}$ ta tính dòng trên nhánh 1-3:

$$i_{13} = i_1 - i_{10} = 1 - \frac{u_1}{1} = 0,4543 - j0,009169$$

Từ đó:

$$u_3 = Z_{31} = Z_{13} = i_{13} [3 \parallel (j0,04 + 2)] = 0,5454 - j0,004461$$

Tính tương tự:

$$u_2 = Z_{21} = Z_{12} = i_{32} \times 2 = 0,5451 - j0,01536$$

2.6.2 Ma trận Z và tổng trở Thevenin

Trong mục này khi phân tích mối quan hệ giữa tổng trở nút và tổng trở Thevenin, ta sẽ thấy ma trận Z cung cấp nhiều thông tin rất quan trọng về lưới điện. Trước hết chúng ta nhắc lại định lý Thevenin về mạch điện tương đương, được

⁽¹⁾ Để phân biệt rõ đôi khi dùng thuật ngữ *tổng dẫn nút ngắn mạch* và *tổng trở nút hở mạch*.

⁽²⁾ Thí dụ lấy từ [1]

phát biểu cho lưới điện trở như sau [11]:

Bất kì hai nút của một lưới điện gồm các phần tử tích cực và thụ động tuyến tính có thể được thay thế bởi một nguồn áp tương đương và một điện trở tương đương nối tiếp. Nguồn áp bằng hiệu điện thế giữa hai điểm nút này, gây bởi các phần tử tích cực (nguồn) của lưới khi không có phần tử ngoài nối vào. Điện trở nối tiếp là điện trở tương đương nhìn vào hai điểm nút đó khi loại bỏ tất cả các nguồn.

Định lí Thevenin rất có ích khi cần xác định nhiều lần điện áp và dòng điện trên cặp nút khi có một nhánh ngoài- phụ tải thay đổi nối vào. Toàn bộ lưới phức tạp bất kì nối giữa cặp nút được thay thế tương đương bởi điện áp Thevenin giữa hai nút này (bằng điện áp hở mạch (phụ tải) trên đó) và tổng trở Thevenin (bằng tổng trở vào của lưới thụ động nhìn từ cặp nút) (hình 2.16a). Sau đó dòng điện qua phụ tải Z_L là:

$$I_L = \frac{E_{Th}}{Z_{Th} + Z_L}$$

và điện áp trên phụ tải:

$$U_L = E_{Th} - Z_{Th} I_L$$

Bây giờ giả sử chế độ ban đầu của lưới đặc trưng bởi vector dòng nút i^0 và vector áp nút u^0 . Nếu ta đặt thêm một "phụ tải" giữa nút k và nút cân bằng 0,

đặc trưng bởi sự thay đổi dòng nút k một giá trị Δi_k , thì điện áp nút k sẽ thay đổi từ giá trị ban đầu:

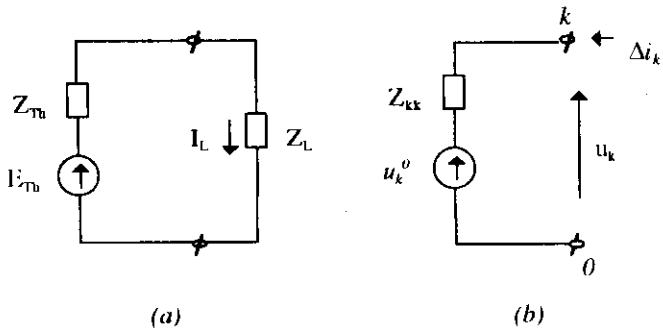
$$u_k^0 = Z_{k1}i_1^0 + \dots + Z_{kk}i_k^0 + \dots + Z_{kn}i_n^0$$

tới giá trị:

$$u_k = u_k^0 + Z_{kk} \Delta i_k \quad (2.60)$$

(với điều kiện các dòng nút không thay đổi).

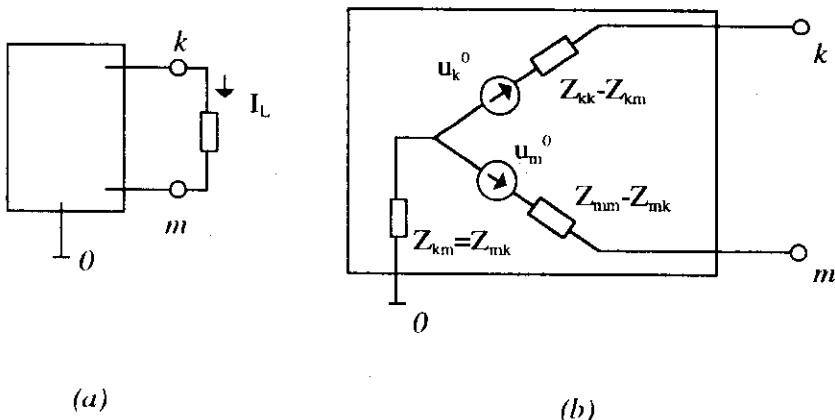
Mạch tương ứng với phương trình này vẽ trên hình 2.16b. Do đó rõ ràng tổng trở Thevenin ở nút k (giữa nút k và nút cân bằng) chính là phần tử của ma trận tổng trở nút Z_{kk} . Đó là vì phương trình tổng trở nút biểu diễn áp nút như là xếp chồng



Hình 2-16

hiệu quả của các dòng nút.

Như vậy với một nhánh mới có tổng trở Z_L nối giữa $k-0$, ta có thể tính dòng nhánh:



Hình 2-17

$$I_L = u_k / Z_L = u_k^0 / (Z_{kk} + Z_L) \quad (2.61)$$

Tiếp theo để xét tổng trở Thevenin giữa cặp nút $k-m$, ta đặt thêm một “phụ tải” giữa hai nút này, tương đương với việc thay đổi dòng nút k một đại lượng $\Delta i_k = -I_L$ và thay đổi dòng nút m một lượng $\Delta i_m = I_L$ (hình 2.17a). Khi đó điện áp nút k và nút m sẽ thay đổi từ giá trị ban đầu:

$$u_k^0 = Z_{k1}i_1^0 + \dots + Z_{kk}i_k^0 + \dots + Z_{km}i_m^0 + \dots$$

$$u_m^0 = Z_{m1}i_1^0 + \dots + Z_{mk}i_k^0 + \dots + Z_{mm}i_m^0 + \dots$$

tới các giá trị:

$$\begin{aligned} u_k &= u_k^0 + Z_{kk}\Delta i_k + Z_{km}\Delta i_m = u_k^0 - (Z_{kk} - Z_{km})I_L \\ u_m &= u_m^0 + Z_{mk}\Delta i_k + Z_{mm}\Delta i_m = u_m^0 + (Z_{mm} - Z_{mk})I_L \end{aligned} \quad (2.62)$$

Do đó:

$$u_k - u_m = (u_k^0 - u_m^0) - (Z_{kk} + Z_{mm} - 2Z_{km})I_L \quad (2.63)$$

Ta có thể vẽ mạch điện ứng với các phương trình (2.62) như trên hình 2.17b, nếu viết lại các phương trình này như sau:

$$\begin{aligned}u_k &= u_k^0 + (Z_{kk} - Z_{km})\Delta i_k + Z_{km}(\Delta i_k + \Delta i_m) \\u_m &= u_m^0 + (Z_{mm} - Z_{mk})\Delta i_m + Z_{mk}(\Delta i_m + \Delta i_k)\end{aligned}$$

Từ hình 2.17b cũng như từ phương trình (2.63) suy ra tổng trở Thevenin giữa cặp nút $k-m$ là:

$$Z_{Th,km} = Z_{kk} + Z_{mm} - 2Z_{km} \quad (2.64)$$

Sơ đồ hình 2.17b cũng cho ta mạch điện thay thế Thevenin giữa nút k và nút 0 cũng như giữa m và 0. Chẳng hạn tổng trở Thevenin ở nút k suy từ hình vẽ là $(Z_{kk} - Z_{km}) + Z_{km} = Z_{kk}$ và điện áp Thevenin ở nút k bằng điện áp không tải u_k^0 .

Bây giờ với một nhánh mới với tổng trở Z_L nối giữa hai nút $k-m$, ta có thể tính dòng trong nhánh theo công thức:

$$I_L = \frac{u_k - u_m}{Z_L} = \frac{u_k^0 - u_m^0}{Z_{Th,km} + Z_L} \quad (2.65)$$

Để minh họa chúng ta xét lại thí dụ ở mục 2.2.4 với lưới điện ở hình 2.5. Giả sử ta đã xác định được ma trận tổng trở nút, chẳng hạn bằng cách lấy nghịch đảo ma trận Y đã tính ở phương trình (2.29). Từ đó đã xác định được điện áp các nút của lưới ở chế độ làm việc đã cho trong thí dụ nói trên.

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} j0,69890 & j0,60822 & j0,55110 & j0,61323 \\ & j0,71966 & j0,64178 & j0,69140 \\ & & j0,69890 & j0,63677 \\ \text{đối xứng} & & & j0,73128 \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 0,99964 \angle -15,3718^\circ \\ 0,96734 \angle -18,6028^\circ \\ 0,94866 \angle -20,7466^\circ \\ 0,96903 \angle -18,4189^\circ \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

Bây giờ nếu trên lưới điện hình 2.5 ta mắc thêm một tụ điện bù vào nút phụ tải 3, thì hỏi rằng điện áp các nút thay đổi như thế nào và dòng qua tụ là bao nhiêu? (với điều kiện các dòng nút không đổi). Giả sử rằng tụ có điện kháng $5,0 \text{ p.u}$ (per unit: trong đơn vị tương đối) nối giữa nút 3 và nút cân bằng dòng (đất).

Dựa trên các thông số tổng trở nút và chế độ trước khi có nhánh tụ điện, ta có thể dễ dàng xác định sự thay đổi chế độ làm việc khi đóng thêm nhánh này, dựa vào định lý Thevenin.

Dòng qua tụ tính theo (2.61) với điện áp Thevenin là $u_3^0 = 0,94866 \angle -20,7466^\circ$ và tổng trở Thevenin $Z_{33} = j0,69890$:

$$I_L = \frac{u_3}{Z_L} = \frac{u_3^0}{Z_{33} + Z_L} = \frac{0,94866 \angle -20,7466}{j0,69890 - j5,0} = 0,22056 \angle 69,2534^\circ \text{ p.u}$$

Điện áp mới ở nút 3:

$$u_3 = Z_L I_L = -j5,0 \cdot 0,22056 \angle 69,2534^\circ = 1,10281 \angle -20,7466^\circ \text{ p.u}$$

Điện áp ở các nút trong lưới thay đổi một lượng do xếp chồng thêm vào dòng nút 3 giá trị $-I_L$. Từ các phương trình áp nút suy ra:

$$\Delta u_1 = -I_L Z_{13} = -0,22056 \angle 69,2534^\circ \cdot j0,55110 = 0,12155 \angle -20,7466^\circ$$

$$\Delta u_2 = -I_L Z_{23} = -0,22056 \angle 69,2534^\circ \cdot j0,64178 = 0,14155 \angle -20,7466^\circ$$

$$\Delta u_3 = -I_L Z_{33} = -0,22056 \angle 69,2534^\circ \cdot j0,69890 = 0,15415 \angle -20,7466^\circ$$

(cộng Δu_3 với u_3^0 ta được lại giá trị u_3 đã tính ở trên)

$$\Delta u_4 = -I_L Z_{43} = -0,22056 \angle 69,2534^\circ \cdot j0,63677 = 0,14045 \angle -20,7466^\circ$$

Ghi nhận là ta sử dụng cột 3 của $\mathbf{Z}$ để tính vector điện áp cộng thêm vào các nút do đóng thêm nhánh 3-0. Từ đó tính được điện áp nút mới:

$$u_1 = u_1^0 + \Delta u_1 = 0,9964 \angle -15,3718 + 0,12155 \angle -20,7466 = 1,12071 \angle -15,9539^\circ$$

$$u_2 = u_2^0 + \Delta u_2 = 0,96734 \angle -18,6028 + 0,14155 \angle -20,7466 = 1,10880 \angle -18,8764^\circ$$

$$u_3 = u_3^0 + \Delta u_3 = 0,94866 \angle -20,7466 + 0,15415 \angle -20,7466 = 1,10281 \angle -20,7466^\circ$$

$$u_4 = u_4^0 + \Delta u_4 = 0,96903 \angle -18,4189 + 0,14045 \angle -20,7466 = 1,10938 \angle -18,7135^\circ$$

(2.68)

2.6.3 Sự thay đổi trong ma trận $\mathbf{Z}$ khi đóng (cắt) một nhánh

Trong mục trước, sử dụng định lý Thevenin ta có thể xác định sự thay đổi chế độ của lưới khi đóng thêm một nhánh, dựa vào ma trận $\mathbf{Z}$ của lưới cũ và chế độ làm việc cũ.

Trong mục này chúng ta sẽ phân tích sự thay đổi của chính thông số $\mathbf{Z}$ của lưới khi đóng thêm một nhánh. Dĩ nhiên khi biết ma trận $\mathbf{Z}$ mới, ta cũng tính được chế độ làm việc mới. Tiếp cận này là quan trọng cho các bài toán sử dụng ma trận $\mathbf{Z}$.

Khi lưới điện có sự thay đổi như vậy, việc cập nhật ma trận Z dựa vào ma trận cũ sẽ đơn giản hơn là thành lập lại từ đầu ma trận của lưới mới. Hơn nữa tiếp cận này cũng có thể được sử dụng để xây dựng từ đầu ma trận Z của một lưới điện, như ta sẽ thấy rõ hơn dưới đây. Thực tế nó sẽ là một thuật toán cơ bản cho tính toán ma trận tổng trở nút, trong đó không sử dụng ma trận Y .

Chúng ta sẽ xem xét hai trường hợp liên quan đến việc đóng thêm một nhánh mới vào lưới.

Trường hợp 1: Đóng thêm nhánh làm xuất hiện một nút mới (đóng nhánh cây)

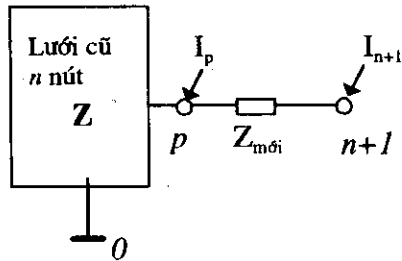
Giả sử nhánh mới có tổng trở $Z_{mới}$ được nối giữa nút p đã tồn tại trong lưới và một nút mới gọi là nút $n+1$, với n bằng số nút cũ có trong lưới (không kể nút cơ sở - cân bằng dòng) (hình 2.18). Ma trận của lưới cũ Z cấp n sẽ được bổ sung thêm hàng (cột) $n+1$ ứng với nút mới.

Hàng $n+1$ ứng với phương trình viết cho điện áp u_{n+1} . Đồng thời dễ thấy rằng:

$$u_{n+1} = u_p + Z_{mới} i_{n+1}$$

trong đó u_p là điện áp mới (tức là giá trị điện áp ở lưới mới, sau khi đóng thêm nhánh) ở nút p . Giá trị mới này thay đổi như thế nào so với giá trị cũ (khi chưa đóng thêm nhánh)? Và nói chung điện áp ở các nút của lưới thay đổi như thế nào?

Rõ ràng việc đóng thêm một nhánh cây vào nút p chỉ ảnh hưởng đến lưới cũ thông qua chính nút p này; ảnh hưởng đó là do dòng nút mới i_{n+1} gây ra. Và lại dòng này nếu không đặt ở nút mới mà đặt ngay ở nút p thì cũng chẳng thay đổi gì ảnh hưởng của nó lên lưới cũ. Vì thế chúng ta chỉ cần xem xét bài toán tương đương: Không thay đổi cấu trúc lưới mà tăng dòng nút p lên một giá trị bằng i_{n+1} . Thế thì điện áp u_p thay đổi so với giá trị cũ u_p^0 theo biểu thức:



Hình 2-18

$$u_p = u_p^0 + Z_{pp} i_{n+1} \quad (2.69)$$

ở đây xuất hiện Z_{pp} là phần tử pp của ma trận Z cũ, và phương trình này chính là phương trình điện áp nút viết cho nút p của lưới, khi ta tăng dòng nút p lên một đại lượng bằng i_{n+1} . Viết rõ hơn phương trình này và thay vào biểu thức ở trên cho điện áp nút mới $n+1$, ta có:

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= u_p^0 + Z_{pp} i_{n+1} + Z_{mới} i_{n+1} \\ &= Z_{p1} i_1 + Z_{p2} i_2 + \dots + Z_{pp} i_p + \dots + Z_{pn} i_n + (Z_{pp} + Z_{mới}) i_{n+1} \end{aligned} \quad (2.70)$$

Phương trình này ứng với hàng mới của ma trận. Do ma trận đối xứng, cột mới cũng bằng hàng mới. Ngoài hàng mới cột mới, các phần tử khác của ma trận Z không thay đổi, vì ta có thể viết điện áp các nút cũ tương tự (2.69):

$$\begin{aligned} u_k &= u_k^0 + Z_{kp} i_{n+1} \\ &= Z_{k1} i_1 + Z_{k2} i_2 + \dots + Z_{kn} i_n + Z_{kp} i_{n+1} \end{aligned} \quad (2.71)$$

Phương trình này ứng với hàng k , quả thật các hệ số không thay đổi, chỉ xuất hiện thêm một số hạng mới ứng với cột mới $n+1$ (số hạng cuối cùng).

Tóm lại ma trận mới Z' cấp $n+1$ bằng ma trận cũ Z thêm một hàng một cột như sau:

$$Z' = \left(\begin{array}{cccc|c} & & & & Z_{1p} \\ & & & & Z_{2p} \\ & & & & \vdots \\ & & & & Z_{np} \\ \hline Z_{p1} & Z_{p2} & \dots & Z_{pn} & Z_{pp} + Z_{mới} \end{array} \right) \quad (2.72)$$

Để ý rằng hàng (cột) mới bằng hàng (cột) ứng với nút p của ma trận cũ (trừ phần tử trên đường chéo).

Trường hợp đặc biệt khi nhánh mới được nối từ nút cơ sở - cân bằng dòng (nút 0, tức là trường hợp $p=0$); khi đó tổng trở tương hồ giữa một nút k và nút mới $n+1$ (tức là phần tử của hàng/cột mới) rõ ràng bằng 0, vì:

$$Z_{k,n+1} = \frac{u_k}{i_{n+1}} \bigg|_{i_j=0 \forall j \neq n+1} = 0$$

Điều này cũng thấy rõ từ phương trình điện áp nút mới:

$$u_{n+1} = Z_{mới} i_{n+1}$$

(không phụ thuộc các dòng nút khác !. Chú ý là điện áp nút được đo so với nút cơ sở - cân bằng).

Do đó ma trận mới có dạng:

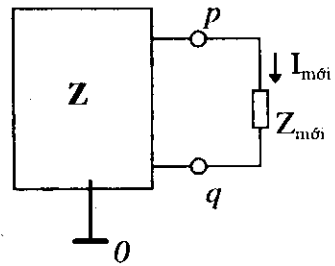
$$\mathbf{Z}' = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{Z} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0 & 0 & \dots & 0 \end{matrix} & Z_{\text{mới}} \end{array} \right) \quad (2.73)$$

Trường hợp 2: Đóng thêm nhánh nối giữa hai nút sẵn có (nhánh bù cây)

Giả sử nhánh mới có tổng trở $Z_{\text{mới}}$ được nối giữa hai nút đã tồn tại p và q (kể cả trường hợp đã sẵn có một nhánh nối p - q) (hình 2.19). Ma trận $\mathbf{Z}$ giữ nguyên kích thước cũ, nhưng các phần tử của nó bị thay đổi.

Theo định lý Thevenin, dòng trong nhánh mới xác định theo (2.65):

$$I_{\text{mới}} = \frac{u_p^0 - u_q^0}{Z_{Th,pq} + Z_{\text{mới}}} \quad (2.74)$$



Hình 2-19

Cũng lập luận như đã làm khi tìm tổng trở Thevenin, coi sự xuất hiện nhánh mới tương đương với cộng thêm các dòng nút $-I_{\text{mới}}$ vào nút p và $+I_{\text{mới}}$ vào nút q . Điện áp các nút k nào đó sẽ thay đổi từ giá trị cũ u_k đến giá trị mới bằng:

$$\begin{aligned} u_k &= u_k^0 + Z_{kp}(-I_{\text{mới}}) + Z_{kq}(I_{\text{mới}}) \\ &= Z_{k1}i_1 + \dots + Z_{kn}i_n + (Z_{kq} - Z_{kp})I_{\text{mới}} \end{aligned} \quad (2.75)$$

Chú ý các phần tử của $\mathbf{Z}$ trong phương trình đều là các giá trị cũ. Phương trình cũng đúng cho điện áp các nút p và q (thay $k=p$ hoặc $k=q$). Bây giờ ta sẽ khử $I_{\text{mới}}$ trong n phương trình trên, sử dụng (2.74) được viết lại như sau:

$$\begin{aligned} 0 &= u_q^0 - u_p^0 + (Z_{Th,pq} + Z_{\text{mới}})I_{\text{mới}} \\ &= (Z_{q1} - Z_{p1})i_1 + \dots + (Z_{qn} - Z_{pn})i_n + (Z_{Th,pq} + Z_{\text{mới}})I_{\text{mới}} \end{aligned} \quad (2.76)$$

Phương trình này và n phương trình (2.75) viết ở dạng ma trận như sau:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \\ \vdots \\ u_q \\ \vdots \\ u_n \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & Z_{1q} - Z_{1p} \\ & & & & \vdots \\ & & & & Z_{pq} - Z_{pp} \\ & & & & \vdots \\ & & & & Z_{qq} - Z_{qp} \\ & & & & \vdots \\ & & & & Z_{nq} - Z_{np} \\ \hline (Z_{q1} - Z_{p1}) & \dots & \dots & (Z_{qn} - Z_{pn}) & Z_{Th,pq} + Z_{mới} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_p \\ \vdots \\ i_q \\ \vdots \\ i_n \\ I_{mới} \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

Nhận xét rằng cột cuối của ma trận (không kể phần tử cuối cùng) bằng cột q của Z trừ cột p của Z , và cũng bằng hàng cuối. Viết lại gọn hơn:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z} & -(\mathbf{Z}_{*p} - \mathbf{Z}_{*q}) \\ -(\mathbf{Z}_{*p} - \mathbf{Z}_{*q})^T & Z_{Th,pq} + Z_{mới} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ I_{mới} \end{pmatrix} \quad (2.78)$$

trong đó gọi $\mathbf{Z}_{*p}$ và $\mathbf{Z}_{*q}$ lần lượt là cột p và q của Z (trước khi đóng nhánh mới). Khi $I_{mới}$ dùng công thức rút gọn Kron (2.51) ta có hệ tương đương $\mathbf{u} = \mathbf{Z}'\mathbf{i}$, với:

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{Z} - \frac{(\mathbf{Z}_{*p} - \mathbf{Z}_{*q})(\mathbf{Z}_{*p} - \mathbf{Z}_{*q})^T}{Z_{Th,pq} + Z_{mới}} \quad (2.79)$$

(công thức này có dạng công thức 2.52). Hệ này thoả mãn chế độ sau khi đóng nhánh mới do đó $\mathbf{Z}'$ chính là ma trận tổng trở nút mới. Chú ý mẫu số trong công thức trên là một đại lượng vô hướng và nhớ lại rằng:

$$Z_{Th,pq} = Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq}$$

còn tử số là một ma trận (cột nhân hàng).

Từ (2.79) ta có thể viết công thức cho từng phần tử ij của $\mathbf{Z}'$:

$$Z'_{ij} = Z_{ij} - \frac{(Z_{ip} - Z_{iq})(Z_{jp} - Z_{jq})}{Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} + Z_{mới}} \quad (2.80)$$

Tóm lại (2.79) và (2.80) cho ta công thức tính toán ma trận mới $\mathbf{Z}'$ (phần tử Z'_{ij}) theo ma trận cũ $\mathbf{Z}$ (phần tử Z_{ij}).

Trường hợp đặc biệt khi nhánh mới nối giữa nút p (đã có) và nút cơ sở - cân bằng. Nếu q là nút cơ sở - cân bằng thì rõ ràng $Z_{qq} = 0$ và $Z_{iq} = 0$ với mọi i . Do đó:

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{Z} - \frac{\mathbf{Z}_{*p} \mathbf{Z}_{*p}^T}{Z_{pp} + Z_{mới}} \quad (2.81)$$

$$Z'_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{ip} Z_{jp}}{Z_{pp} + Z_{mới}}$$

Để minh họa cho công thức cập nhật ma trận $\mathbf{Z}$ vừa được dẫn ra, ta xét lại bài toán đóng thêm tụ điện bù vào lưới đã nêu ở mục trước. Sử dụng công thức (2.81) ta sẽ tìm được ma trận sau khi đóng nhánh tụ điện có điện kháng 5 p.u giữa các nút 3 và 0.

Công thức này có thể mô tả như gồm hai giai đoạn: Đầu tiên đóng nhánh cây nối nút 3 với nút mới $n+1$, sau đó nối tắt nút này với nút 0 - tức là đặt điện áp của nó bằng 0 và khử biến $n+1$ bằng công thức rút gọn Kron.

Đóng nhánh 3-($n+1$) ta có ma trận mới trong hệ sau:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & \mathbf{Z} & & \\ & & & & \\ j0,55110 & j0,64178 & j0,69890 & j0,63677 & -j4,30110 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_{n+1} \end{pmatrix}$$

Ghi nhận rằng hàng mới bằng hàng 3, riêng phần tử trên đường chéo bằng $Z_{33} + Z_{mới} = j0,69890 - j5,0 = -j4,30110$.

Tiếp theo khử hàng và cột mới theo công thức (2.81) ta có, chẳng hạn:

$$Z'_{11} = Z_{11} - \frac{Z_{13} Z_{13}}{Z_{33} + Z_{mới}} = j0,69890 - \frac{j0,55110 \times j0,55110}{-j4,30110} = j0,76951$$

$$Z'_{12} = Z_{12} - \frac{Z_{13} Z_{23}}{Z_{33} + Z_{mới}} = j0,60822 - \frac{j0,55110 \times j0,64178}{-j4,30110} = j0,69045$$

Tính toán tương tự cho các phần tử khác, ta được ma trận mới:

$$\mathbf{Z}' = \begin{pmatrix} j0,76951 & j0,69045 & j0,64065 & j0,69482 \\ & j0,81542 & j0,74606 & j0,78641 \\ & & j0,81247 & j0,74024 \\ \text{đối xứng} & & & j0,82555 \end{pmatrix}$$

Từ đó có thể tính các điện áp nút sau khi bù, chẳng hạn để tính u_3 , lấy hàng 3 của $\mathbf{Z}$ nhân với vectơ dòng nút (trong đó chỉ có i_1 và i_3 khác 0 và đã cho trên hình 2.6):

$$\begin{aligned} u_3 &= j0,64065 (1,0 \angle -90^\circ) + j0,81247 \cdot 0,68 \angle -135^\circ \\ &= 1,03131 - j0,39066 = 1,1028 \angle -20,7466^\circ \text{ (p.u)} \end{aligned}$$

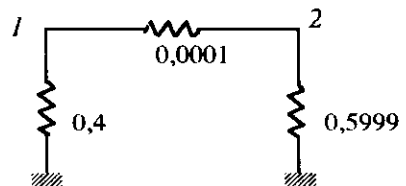
trùng với kết quả đã tính ở mục trước.

Nhận xét:

- Các công thức đã dẫn cũng có thể dùng khi *cắt bớt* một nhánh của lưới đã biết $\mathbf{Z}$. Để cắt nhánh cây ta chỉ việc xoá hàng cột tương ứng trong $\mathbf{Z}$. Để cắt nhánh bù cây ta *đóng vào* một nhánh song song có tổng trở âm cùng giá trị.
- Các công thức cập nhật $\mathbf{Z}$ cũng được dùng để xây dựng từ đầu ma trận này cho một lưới điện. Nhánh đóng vào đầu tiên là nhánh 0-1, tức là một nhánh phải nối với nút cơ sở - cân bằng. Ma trận cho "lưới" một nhánh này suy biến thành giá trị tổng trở nhánh. Các nhánh khác tiếp theo được đóng lần lượt vào lưới. Tất nhiên việc đánh số nút phải theo thứ tự ứng với thứ tự đóng các nhánh. Phương pháp xây dựng ma trận $\mathbf{Z}$ này thường có hiệu quả hơn phương pháp tính theo thông số chế độ "thí nghiệm" hoặc biến đổi tương đương lưới điện (gợi ý ở các mục 2.6.1, 2.6.2).
- Công thức đóng nhánh bù cây (2.79)-(2.81) sử dụng rút gọn Kron có thể gặp vấn đề độ chính xác khi đại lượng ở mẫu số trong các công thức này quá bé do các số hạng khử lẫn nhau.

Ta minh họa tình trạng này bởi một thí dụ lấy từ [1]: Thành lập ma trận $\mathbf{Z}$ cho lưới điện hình 2.20. Ban đầu đóng nhánh 0-1, 0-2, tiếp theo đóng nhánh bù cây 1-2, ta được ma trận trước khi rút gọn, dạng (2.77)-(2.78):

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0,4 & 0 & 0,4 \\ 0 & 0,5999 & -0,5999 \\ \hline 0,4 & -0,5999 & 1 \end{array} \right)$$



Sử dụng công thức rút gọn Kron ta được ma trận của lưới với các phần tử:

$$Z_{11} = 0,4 - 0,4^2 = 0,24$$

$$Z_{22} = 0,5999 - 0,5999^2 = 0,2400199$$

$$Z_{12} = 0,4 \times 0,5999 = 0,23996$$

Hình 2-20

Bây giờ nếu lại ngắt bỏ nhánh 1-2 bằng cách dùng công thức đóng nhánh với

nhánh mới 1-2 có tổng trở bằng $-0,0001$, ta có mẫu số trong (2.79) rất nhỏ:

$$Z_{11} + Z_{22} - 2Z_{12} + Z_{mới} = 0,24 + 0,2400199 - 2 \times 0,23996 - 0,0001 = -1,10^{-7}$$

Ma trận trước khi rút gọn dạng (2.77)-(2.78):

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0,24 & 0,23996 & 0,00004 \\ 0,23996 & 0,2400199 & -0,0000599 \\ \hline 0,00004 & -0,0000599 & -10^{-7} \end{array} \right)$$

Sử dụng công thức rút gọn khử hàng cột cuối ta có:

$$Z_{11} = 0,24 + 0,00004^2 / 10^{-7} = 0,256$$

$$Z_{22} = 0,2400199 + 0,0000599^2 / 10^{-7} = 0,2759$$

Kết quả sai lớn so với ma trận của lưới chỉ gồm hai nhánh 0-1, 0-2, nó bằng:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 0,4 & 0 \\ 0 & 0,5999 \end{pmatrix}$$

Sai số gặp phải trong ví dụ này liên quan đến hiện tượng *khuếch đại lớn sai số tương đối khi thực hiện phép trừ hai đại lượng xấp xỉ nhau (cancellation error)*. Sai số tương đối có giá trị lớn đã gặp phải trong kết quả tính mẫu số của (2.80) và sai số này truyền mạnh tới kết quả cuối cùng khi tính các phần tử của $\mathbf{Z}$, bởi vì phép chia cho một số nhỏ trong (2.80) sẽ cho một số hạng lớn đáng kể có sai số lớn tham gia vào giá trị của $\mathbf{Z}$.

Tóm lại nếu gặp phải giá trị quá nhỏ của mẫu số khi dùng công thức rút gọn Kron, cần phải chuyển sang dùng phương pháp khác.

2.6.4 Trường hợp đóng cắt nhánh có hồ cảm

Công thức cập nhật ma trận $\mathbf{Z}$ (2.79)-(2.80) khi đóng nhánh bù cây có thể được giải thích theo công thức cập nhật ma trận nghịch đảo (1.47). Quả thật $\mathbf{Z}$ là nghịch đảo của ma trận $\mathbf{Y}$, và khi đóng thêm một nhánh vào lưới, $\mathbf{Y}$ được xếp chồng thêm một ma trận $\Delta\mathbf{Y}$ đơn giản như đã phân tích ở mục 2.2.

Ma trận xếp chồng thêm $\Delta\mathbf{Y}$ có dạng (2.18) có thể biểu diễn theo tổng dẫn nhánh đóng thêm bởi công thức dạng (2.25), (2.42), được viết lại sau đây:

$$\Delta\mathbf{Y} = \mathbf{A}^T \mathbf{Y}_1 \mathbf{A}$$

Với một nhánh bù cây đóng thêm thì ta có thể viết $\Delta Y = A^T y_1 A$ trong đó y_1 là tổng dẫn nhánh mới, A là ma trận nối dây cho nhánh mới, gồm một hàng (ứng với nhánh mới) và n cột (ứng với n nút của lưới) xác định theo qui tắc đã cho ở (2.36). Ma trận Z' (mới) là nghịch đảo của:

$$Y + \Delta Y = Y + A^T y_1 A \quad (2.82)$$

và có thể xác định theo ma trận cũ $Z = Y^{-1}$ bởi công thức (1.47):

$$\begin{aligned} Z' &= (Y + A^T y_1 A)^{-1} = Z - ZA^T (y_1^{-1} + AZA^T)^{-1} AZ \\ &= Z - \frac{ZA^T AZ}{z_1 + AZA^T} \end{aligned} \quad (2.83)$$

Chúng ta có thể dễ dàng kiểm tra rằng công thức này đồng nhất với (2.79) nếu để ý rằng:

$$A = (0 \cdots \underbrace{1 \cdots 0}_{p} \cdots \underbrace{0 \cdots 1 \cdots 0}_{q})$$

p, q là hai nút của nhánh mới.

Tiếp cận này cũng cho phép suy ra công thức cho trường hợp đóng các nhánh có hồ cảm. Giả sử ta đóng một số nhánh hồ cảm lẫn nhau vào lưới. Nếu có xuất hiện nút mới thì trước hết đóng các *nhánh giả* không hồ cảm để đưa vào các nút mới này. Sau đó ta đóng các nhánh *bù cây* có hồ cảm với nhau hoặc với các nhánh đã tồn tại trong lưới. Bây giờ có thể sử dụng công thức cập nhật ma trận nghịch đảo như sau. Ma trận Y thay đổi tới $Y + A^T Y_1 A$ trong đó Y_1 là ma trận tổng dẫn nhánh của các nhánh hồ cảm (tính toán như trình bày ở mục 2.2.2) trừ đi các tổng dẫn giả, và A là ma trận nối dây cho các nhánh này.

Sử dụng công thức Woodbury (1.47) ta có:

$$Z' = ZA^T (Y_1^{-1} + AZA^T)^{-1} AZ \quad (2.84)$$

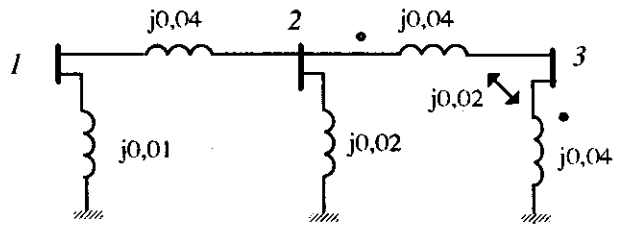
Ghi nhận rằng ta phải nghịch đảo hai ma trận nhỏ có cấp bằng số nhánh hồ cảm lẫn nhau.

Thí dụ sau đây⁽¹⁾ minh họa thuật toán nói trên.

Xây dựng ma trận tổng dẫn nút cho lưới điện hình 2.21. Tổng trở các nhánh và tổng trở tương hồ giữa nhánh 3-2 và nhánh 3-0 cho trên hình.

⁽¹⁾ Lấy từ [2]

Trước tiên đóng hai nhánh cây không hồ cảm 1-0 và 2-0. Nút 3 được đưa nối vào lưới bằng cách đóng một nhánh giả không hồ cảm 3-0 có tổng trở chẳng hạn lấy bằng $j0,03$. Ta thu được ma trận cho cây của lưới như sau:



Hình 2-21

$$\mathbf{Z}^{(3)} = j \begin{pmatrix} 0,01 & & \\ & 0,02 & \\ & & 0,03 \end{pmatrix}$$

(chỉ số trên của $\mathbf{Z}$ chỉ số nhánh bao gồm trong ma trận). Nhánh bù cây 1-2 không hồ cảm được đóng tiếp theo dẫn tới ma trận sau (dùng công thức (2.80) hay (2.83)):

$$\mathbf{Z}^{(4)} = j \begin{pmatrix} 0,008571 & 0,002857 & 0 \\ 0,002857 & 0,01429 & 0 \\ 0 & 0 & 0,03 \end{pmatrix}$$

Bây giờ xem xét cặp nhánh hồ cảm 3-0 và 2-3, ma trận tổng dẫn nhánh được tính bằng cách nghịch đảo ma trận tổng trở nhánh:

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{Z}_1^{-1} = j \begin{pmatrix} 0,04 & 0,02 \\ 0,02 & 0,04 \end{pmatrix}^{-1} = -j \begin{pmatrix} 100/3 & -50/3 \\ -50/3 & 100/3 \end{pmatrix}$$

Vì ta đã đóng nhánh giả 3-0 có tổng dẫn nhánh bằng $1/j0,03 = -j100/3$, do đó phải trừ giá trị này vào $\mathbf{Y}_1$. Như vậy ma trận tổng dẫn nhánh mới phải đóng vào lưới lấy bằng:

$$\mathbf{Y}_1 = -j \begin{pmatrix} 100/3 & -50/3 \\ -50/3 & 100/3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -j100/3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = j \begin{pmatrix} 0 & 50/3 \\ 50/3 & -100/3 \end{pmatrix}$$

Ma trận nối dây cho hai nhánh mới có dạng:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{nhánh 3-0} \\ \leftarrow \text{nhánh 2-3} \end{matrix}$$

nút 1 2 3

Chú ý chiều dương của dòng nhánh đi từ nút đánh dấu cực tính đến nút còn lại. Ma trận mới tính theo (2.84):

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}^{(5)} &= \mathbf{Z}^{(4)} - \mathbf{Z}^{(4)} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \mathbf{Y}_1^{-1} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{Z}^{(4)} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \right\}^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{Z}^{(4)} \\ &= \mathbf{Z}^{(4)} - \mathbf{Z}^{(4)} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ -j \begin{pmatrix} 0,12 & 0,06 \\ 0,06 & 0 \end{pmatrix} + j \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0,002857 \\ 0 & 0,01429 \\ -0,03 & -0,03 \end{pmatrix} \right\}^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{Z}^{(4)} \\ &= \mathbf{Z}^{(4)} - \mathbf{Z}^{(4)} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -j0,09 & -j0,03 \\ -j0,03 & j0,04429 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{Z}^{(4)} \\ &= \mathbf{Z}^{(4)} - j \begin{pmatrix} 1,504 & 7,520 & -10,53 \\ 7,520 & 37,61 & -52,64 \\ -10,53 & -52,64 & -26,32 \end{pmatrix} 10^{-4} \\ &= j \begin{pmatrix} 0,008421 & 0,002105 & 0,001053 \\ & 0,01053 & 0,005264 \\ \text{đối xứng} & & 0,03263 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.85)$$

2.6.5 Tính toán các phần tử của $\mathbf{Z}$ dùng khai triển tam giác của ma trận $\mathbf{Y}$

Mục này giới thiệu một tiếp cận khác cho tính toán ma trận $\mathbf{Z}$, có thể khắc phục được các nhược điểm của phương pháp dùng rút gọn Kron (trình bày ở hai mục trước) liên quan đến độ chính xác kém và yêu cầu lưu trữ lớn.

Tiếp cận này cho bài toán xác định tổng trở nút có liên quan đến các phương pháp nghịch đảo ma trận, ở đây là $\mathbf{Y}$, như đã khảo sát ở mục 1.3. Đặc biệt khi đã biết khai triển tam giác của $\mathbf{Y}$ thì ta có thể xác định riêng một cột nào đó của $\mathbf{Z}$

bằng cách giải dễ dàng hai hệ tam giác. Giả sử biết khai triển tam giác của $\mathbf{Y}$:

$$\mathbf{L} \mathbf{U} = \mathbf{P} \mathbf{Y} \quad (2.86)$$

trong đó $\mathbf{P}$ là một ma trận hoán vị (xem công thức (1.21)), thì như đã biết ở mục 1.3.2, cột k của $\mathbf{Z}$ kí hiệu $\mathbf{Z}_k$ có thể được tìm như lời giải của hệ:

$$\mathbf{L} \mathbf{U} \mathbf{Z}_k = \mathbf{P} \mathbf{I}_k \quad (2.87)$$

trong đó $\mathbf{I}_k$ là cột k của ma trận đơn vị. Lời giải này thu được dễ dàng bởi vì $\mathbf{L}$ và $\mathbf{U}$ là tam giác.

Như vậy khi không cần biết toàn bộ ma trận, ta có thể chỉ tính toán riêng một số cột của $\mathbf{Z}$ mà ta quan tâm. Ta cũng có thể chỉ quan tâm đến hiệu của hai cột của $\mathbf{Z}$, chẳng hạn để tính tổng trở Thevenin giữa hai nút $p-q$:

$$\mathbf{Z}_{Th,pq} = (\mathbf{Z}_{pp} - \mathbf{Z}_{pq}) (\mathbf{Z}_{qp} - \mathbf{Z}_{qq}) \quad (2.88)$$

Hiệu của hai cột p và q của $\mathbf{Z}$, kí hiệu $\mathbf{Z}_{p-q}$ có thể tìm trực tiếp từ hệ phương trình:

$$\mathbf{L} \mathbf{U} \mathbf{Z}_{p-q} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ -1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow p \\ \\ \leftarrow q \end{matrix} \quad (2.89)$$

Một thuật toán khác dựa trên khai triển Cholesky (1.26) của ma trận đối xứng $\mathbf{Y}$:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{L} \mathbf{D} \mathbf{L}^T$$

trong đó $\mathbf{L}$ là ma trận tam giác dưới với phần tử đường chéo bằng 1, $\mathbf{D}$ là ma trận đường chéo. Ta có:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \mathbf{Z} = \mathbf{L} \mathbf{D} \mathbf{L}^T \mathbf{Z} := (\mathbf{L} \mathbf{D}) \mathbf{W}$$

trong đó ma trận tam giác dưới:

$$\mathbf{W} = \mathbf{L}^T \mathbf{Z} = (\mathbf{L} \mathbf{D})^{-1} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}^{-1} \quad (2.90)$$

Định nghĩa $\mathbf{U}$ là ma trận tam giác trên với đường chéo bằng 0:

$$\mathbf{U} = \mathbf{I} - \mathbf{L}^T \quad (2.91)$$

thì ta viết được:

$$\mathbf{W} + \mathbf{U} \mathbf{Z} = \mathbf{L}^T \mathbf{Z} + (\mathbf{I} - \mathbf{L})^T \mathbf{Z} = \mathbf{Z}$$

dẫn đến một công thức đệ qui cho $\mathbf{Z}$:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{W} + \mathbf{U} \mathbf{Z} \quad (2.92)$$

Lưu ý rằng $\mathbf{W}$ là tam giác dưới, còn $\mathbf{U}$ là tam giác trên với đường chéo bằng 0. Ma trận nghịch đảo $\mathbf{Z}$ cấp n được tính toán theo công thức này bắt đầu từ cột n :

– Phần tử đường chéo: $Z_{nn} = W_{nn}$

– Phần tử ở phần trên đường chéo: $Z_{in} = \sum_{k=i+1}^n U_{ik} Z_{kn}$

$$Z_{n-1,n} = U_{n-1,n} Z_{nn}$$

$$Z_{n-2,n} = U_{n-2,n-1} Z_{n-1,n} + U_{n-2,n} Z_{nn}$$

...

$$Z_{in} = \sum_{k=i+1}^n U_{ik} Z_{kn}$$

tiếp theo tính toán cột $n-1, n-2, \dots$ theo cách tương tự, tức là đối với cột j ta tính:

– Phần tử đường chéo:

$$Z_{jj} = W_{jj} + \sum_{k=j+1}^n U_{jk} Z_{kj} \quad (2.93)$$

trong đó các phần tử Z_{kj} nằm dưới đường chéo đã biết, vì do ma trận $\mathbf{Z}$ cũng đối xứng như $\mathbf{Y}$ nên $Z_{kj}=Z_{jk}$ mà Z_{jk} ($k>j$) đã tính khi tính toán cột k .

– Phần tử ở phần trên đường chéo:

$$Z_{ij} = \sum_{k=i+1}^n U_{ik} Z_{kj} \quad (2.94)$$

tính theo trình tự $i=j-1, j-2, \dots, 1$ phần tử tính trước dùng cho tính phần tử sau.

Như vậy ma trận $\mathbf{W}$ chỉ cần dùng đến các phần tử đường chéo W_{ii} - các phần tử này rất dễ tính toán. Thật vậy vì $\mathbf{L}$ là ma trận tam giác với giá trị 1 trên đường

chéo, do đó $\mathbf{L}^{-1}$ cũng là tam giác (dưới) với giá trị 1 trên đường chéo; còn $\mathbf{D}^{-1}$ là ma trận đường chéo với các phần tử bằng $1/D_{ii}$. Để thấy:

$$W_{ii} = (\mathbf{D}^{-1}\mathbf{L}^{-1})_{ii} = \frac{1}{D_{ii}}$$

2.6.6 Thay đổi trong ma trận $\mathbf{Z}$ khi dịch chuyển nút cơ sở-cân bằng

Đôi khi có nhu cầu thay đổi nút chọn làm cơ sở- cân bằng trong lưới, việc này sẽ làm thay đổi ma trận thông số của lưới. Trong mục này chúng ta sẽ chỉ ra rằng với thay đổi như vậy, ma trận tổng trở nút có thể được cập nhật dễ dàng chỉ bằng các thao tác cộng trừ trên ma trận cũ.

Giả sử nút cơ sở - cân bằng sẽ được thay đổi từ nút n tới nút k nào đó trong lưới điện n nút⁽¹⁾. Trước khi thay đổi, phương trình tổng trở nút $\mathbf{u} = \mathbf{Z} \mathbf{i}$ sẽ được viết cho vector áp, dòng sau:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 - u_n \\ u_2 - u_n \\ \vdots \\ u_k - u_n \\ \vdots \\ u_{n-1} - u_n \end{pmatrix} \quad \mathbf{i} = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_k \\ \vdots \\ i_{n-1} \end{pmatrix} \quad (2.95)$$

trong đó không có phương trình dòng điện nút cơ sở; dòng này được cho bởi điều kiện cân bằng dòng:

$$i_n = ((i_1 + i_2 + \dots + i_{n-1})) \quad (2.96)$$

Sau khi dịch chuyển nút cơ sở, vector dòng nút độc lập mới sẽ bao gồm i_n và loại bỏ i_k ; dòng này bây giờ là phụ thuộc:

$$i_k = - \sum_{m \neq k} i_m \quad (2.97)$$

Ta có thể dùng một ma trận biến đổi $\mathbf{C}$ như sau:

⁽¹⁾ Nút cơ sở có thể lấy là nút đất hoặc nút bất kì đã cho điện áp. Trong trường hợp sau, nút đất được coi là một nút như các nút khác.

$$\mathbf{i} = \mathbf{C} \mathbf{i}_{\text{mới}} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ -1 & -1 & \dots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & -1 \\ & & & & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_{k-1} \\ i_n \\ i_{k+1} \\ \vdots \\ i_{n-1} \end{pmatrix} \quad (2.98)$$

Còn đối với điện áp, để chuyển sang vector điện áp mới (qui chiếu tới nút k), ta lấy mỗi phần tử điện áp trong (2.95) trừ đi phần tử thứ k , riêng phần tử thứ k mới sẽ lấy như giá trị đối dấu của phần tử k cũ:

$$\mathbf{u}_{\text{mới}} = \begin{pmatrix} u_1 - u_k \\ u_2 - u_k \\ \vdots \\ u_{k-1} - u_k \\ u_n - u_k \\ u_{k+1} - u_k \\ \vdots \\ u_{n-1} - u_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & -1 \\ 0 & 1 & 0 & & \vdots \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & -1 \\ & & & & -1 \\ & & & -1 & 1 \\ & & & \vdots & \ddots \\ & & & -1 & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 - u_n \\ u_2 - u_n \\ \vdots \\ u_k - u_n \\ \vdots \\ u_{n-1} - u_n \end{pmatrix} = \mathbf{C}^T \mathbf{u} \quad (2.99)$$

Như ta có thể nhìn thấy, ma trận biến đổi trong công thức trên chính bằng chuyển vị của $\mathbf{C}$.

Bây giờ ta có thể viết phương trình tổng trở nút mới:

$$\mathbf{u}_{\text{mới}} = \mathbf{C}^T \mathbf{u} = \mathbf{C}^T \mathbf{Z} \mathbf{i} = \mathbf{C}^T \mathbf{Z} \mathbf{C} \mathbf{i}_{\text{mới}} \quad (2.100)$$

Suy ra ma trận tổng trở nút mới chính là:

$$\mathbf{Z}_{\text{mới}} = \mathbf{C}^T \mathbf{Z} \mathbf{C} \quad (2.101)$$

Việc cập nhật ma trận $\mathbf{Z}$ theo công thức này rất đơn giản, có thể mô tả như một quá trình hai bước:

1. Nhân trước với $\mathbf{C}^T$: Thực chất là trừ hàng k vào mỗi hàng khác của $\mathbf{Z}$ và đổi dấu hàng k .
2. Nhân sau với $\mathbf{C}$: Trên ma trận thu được, ta trừ cột k vào mỗi cột khác và đổi dấu cột k .

Quá trình này không yêu cầu phép nhân nào cả. Chú ý trong ma trận mới, hàng k và cột k ứng với nút cơ sở cũ (nút n).

3

Tính toán ngắn mạch

3.1 Nhập đề

Trong quá trình vận hành, không thể tránh khỏi xảy ra những *hư hỏng (faults)* trên các phần tử lưới điện. Hư hỏng thường xảy ra nhất trên các đường dây truyền tải điện, và trong số các hư hỏng này, thường gặp nhất là hư hỏng do sét đánh. Ngoài ra các đường dây trên không và thiết bị cột đỡ có thể bị hư hỏng do gió bão, cây đổ v.v.. Hầu hết các sự cố này dẫn đến *ngắn mạch (short-circuit)* trong lưới điện, ảnh hưởng lớn đến sự làm việc của nó.

Tác hại đầu tiên phải kể đến là sự nguy hiểm trực tiếp do dòng ngắn mạch rất lớn chạy trong lưới điện. Dòng này thường lớn hơn nhiều so với dòng phụ tải bình thường và gây hư hỏng các thiết bị điện khác khi nó chạy qua. Yêu cầu của hệ thống bảo vệ cắt nhanh các phần hư hỏng đặt ra vấn đề xác định dòng (áp) ngắn mạch trong lưới. Giá trị của nó tại điểm ngắn mạch và các điểm khác trong lưới, đối với các loại ngắn mạch khác nhau sẽ dùng để kiểm tra sức chịu đựng của các thiết bị lưới, khả năng cắt dòng ngắn mạch của các máy cắt, cũng như để thiết kế, chỉnh định hệ thống rơ le bảo vệ.

Dòng điện ngắn mạch lớn nhất sẽ xảy ra ngay sau thời điểm sự cố (dòng ngắn mạch siêu quá độ), và dòng này thường là giá trị được quan tâm bởi các yêu cầu trên. Điện áp tại các nút trước sự cố là nguồn cung cấp dòng ngắn mạch, và tính toán dòng ngắn mạch tiện dùng hệ phương trình dạng:

$$\mathbf{Z} \mathbf{i} = \mathbf{u} \quad (3.1)$$

do vậy ma trận tổng trở nút $\mathbf{Z}$ sẽ có vai trò lớn trong bài toán ngắn mạch. Một số điểm đặc biệt khi sử dụng phương trình trên cho bài toán là như sau.

- Ma trận thông số lưới $\mathbf{Z}$ được xác định trên cơ sở sơ đồ thay thế (siêu) quá độ của các máy điện đồng bộ có trong hệ thống (máy phát điện, động cơ đồng bộ lớn). Hình 3.1 biểu diễn sơ đồ như vậy với E'' và X_d'' lần lượt là s.d.d và điện kháng siêu quá độ của máy điện đồng bộ.

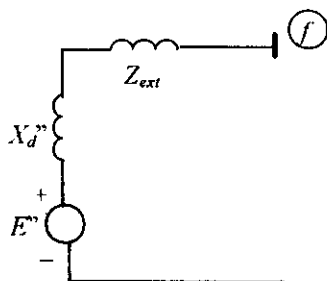
E'' được xác định theo chế độ trước sự cố: Giả sử điện áp ở điểm f trước sự cố là u_f và dòng phụ tải (dòng trước sự cố) là i_L , thì ta có:

$$E'' = u_f + (Z_{ext} + jX_d'') i_L \quad (3.2)$$

Dòng ngắn mạch siêu quá độ tại điểm f là:

$$i_f'' = \frac{E''}{Z_{ext} + jX_d''} = \frac{u_f}{Z_{ext} + jX_d''} + i_L \quad (3.3)$$

- Ma trận Z cũng có thể thay đổi so với ma trận trong chế độ bình thường. Chẳng hạn khi ngắn mạch trên một đường dây, xét thời điểm sau khi máy cắt đầu đường dây gần điểm sự cố đã cắt (máy cắt gần nơi sự cố thường cắt trước). Ma trận Z khi đó có thể xác định theo thuật toán cập nhật ma trận khi thay đổi một nhánh trong lưới điện.
- Vì thường dòng ngắn mạch (3.3) rất lớn hơn dòng phụ tải i_L nên thường bỏ qua dòng phụ tải khi tính toán ngắn mạch. Điều đó có nghĩa rằng coi điện áp tại mọi điểm trong lưới trước ngắn mạch đều bằng nhau - chẳng hạn bằng u_f . Đồng thời dòng nút trong (3.1) bằng 0, trừ tại điểm ngắn mạch có dòng bằng dòng ngắn mạch.
- Trong các sự cố trong lưới điện thì ngắn mạch một pha (chạm đất) chiếm tuyệt đại đa số các trường hợp. Loại sự cố này (cũng như ngắn mạch hai pha) làm cho hệ thống mất đối xứng. Để nghiên cứu *sự cố không đối xứng (asymmetrical faults)* - cũng như các chế độ không đối xứng khác - chúng ta thường phải phân tích ra 3 thành phần đối xứng, mỗi thành phần này được nghiên cứu với một sơ đồ thông số lưới điện riêng và bởi vậy, một ma trận thông số riêng.



Hình 3.1

Ngoài những điểm đặc biệt này, việc sử dụng ma trận Z yêu cầu nhiều xem xét về hiệu quả tính toán vì đây là một ma trận đầy và khó xác định. Yêu cầu này được đặt ra, một mặt vì lưới điện thực tế là phức tạp (ma trận Z do đó rất lớn) và số trường hợp ngắn mạch cần tính toán cũng là rất lớn, mặt khác loại tính toán này lại không đòi hỏi độ chính xác cao.

Liên quan tới điểm sau cùng này, một số đơn giản hoá thường được sử dụng trong tính toán ngắn mạch. Ngoài giả thiết bỏ qua dòng trước sự cố và độ lệch điện áp giữa các nút như đã nêu, các giả thiết khác thường được chấp nhận là:

- Bỏ qua nhánh từ hoá trong sơ đồ thay thế của máy biến áp và đầu phân áp chính xác được đặt của chúng,
- Bỏ qua điện dung của các đường dây,
- Bỏ qua điện trở. Giả thiết này làm đơn giản nhiều tính toán vì lưới điện trở nên thuần kháng, các dòng sự cố đồng pha được phân tích như lưới điện một chiều. Chú ý đôi khi giả thiết này dẫn đến sai số quá lớn.

3.2 Tính toán ngắn mạch đối xứng (Symmetrical faults)

3.2.1 Công thức tính toán

Chúng ta bắt đầu bằng việc chỉ ra các công thức tính dòng áp ngắn mạch dùng tổng trở nút Z , áp dụng cho trường hợp ngắn mạch 3 pha, tức là đối xứng. Điều này có nghĩa là ta vẫn có thể sử dụng sơ đồ thay thế một dây để tính toán, như là khi phân tích chế độ làm việc đối xứng bình thường.

Xét lưới điện tổng quát ở hình 3.2 với nút cơ sở điện áp là đất, ta có phương trình dòng điện nút viết theo điện áp pha:

$$\mathbf{Z} \mathbf{i} = \mathbf{u} \quad (3.4)$$

Để tính toán dòng ngắn mạch (siêu) quá độ, ma trận $\mathbf{Z}$ sẽ được thiết lập ứng với các nhánh máy điện đồng bộ được thay thế bởi điện kháng (siêu) quá độ.

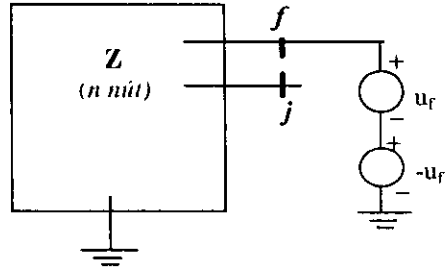
Giả sử ngắn mạch 3 pha xảy ra ở nút f nào đó, điện áp nút này trở nên bằng 0 trong ngắn mạch, và ta biểu diễn bởi việc xếp chồng một nguồn áp $-u_f$ lên điện áp trước sự cố u_f ở nút f . Chính vì quan hệ dòng-áp là tuyến tính nên ta có thể sử dụng phương pháp phân tích xếp chồng. Nếu gọi Δi và Δu là số gia dòng và áp nút nhận được do ngắn mạch tại f , thì ta có:

$$\begin{aligned} \Delta i &= (0, 0, \dots, \underbrace{-i_f'', 0, \dots, 0}_f)^T \\ \Delta u &= (\Delta u_1, \Delta u_2, \dots, \underbrace{-u_f, \dots, \Delta u_n}_f)^T \end{aligned} \quad (3.5)$$

trong đó i_f'' là dòng ngắn mạch siêu quá độ tại f : đó là dòng tổng cộng 3 pha, biểu diễn như một dòng đi ra khỏi lưới- dòng nút. Vì qui ước dòng đi ra khỏi lưới mang dấu âm nên đặt dấu trừ trước giá trị của nó. Dòng nút tại các nút khác không thay đổi sau sự cố.

Thay vào phương trình (3.4):

$$\begin{pmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1f} & \dots & Z_{1n} \\ \vdots & & & & \\ Z_{f1} & \dots & Z_{ff} & \dots & Z_{fn} \\ \vdots & & & & \\ Z_{n1} & \dots & Z_{nf} & \dots & Z_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ -i_f'' \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta u_1 \\ \vdots \\ -u_f \\ \vdots \\ \Delta u_n \end{pmatrix}$$



Hình 3.2

từ đó ta có:

$$\begin{pmatrix} \Delta u_1 \\ \vdots \\ -u_f \\ \vdots \\ \Delta u_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{1f} \\ \vdots \\ Z_{ff} \\ \vdots \\ Z_{nf} \end{pmatrix} (-i_f'') \quad (3.6)$$

cột f của Z

rút ra:

$$i_f'' = \frac{u_f}{Z_{ff}} \quad (3.7)$$

$$\Delta u_k = -Z_{kf} i_f'' = -\frac{Z_{kf}}{Z_{ff}} u_f \quad (\forall k \neq f)$$

và điện áp tại nút k sau ngắn mạch ở f là:

$$u_k = u_f - \frac{Z_{kf}}{Z_{ff}} u_f = u_f - Z_{kf} i_f'' \quad (3.8)$$

trong đó ta lấy gần đúng điện áp trước sự cố ở nút k (cũng như mọi nút trong lưới) đều bằng nhau và bằng u_f - điện áp trước ngắn mạch, như nhận xét đã nêu ở mục 3.1.

Biết điện áp các nút ta có thể tính các dòng nhánh siêu quá độ, chẳng hạn đối với nhánh $k-m$ nào đó có tổng trở z :

$$i_{km}'' = \frac{u_k - u_m}{z} = -\left(\frac{Z_{kf} - Z_{mf}}{z}\right) i_f'' = -\frac{u_f}{z} \left(\frac{Z_{kf} - Z_{mf}}{Z_{ff}}\right) \quad (3.9)$$

$(k, m \neq f)$

Còn dòng nhánh trong nhánh nối trực tiếp đến nút ngắn mạch (giả sử nhánh có tổng trở z) thì tính theo $i_{kf}'' = u_k / z$

Nhận xét rằng để tính toán sự cố ở nút f , chỉ cần biết cột f của ma trận Z . Tuy nhiên ta sẽ cần khảo sát ngắn mạch ở mọi nút trong lưới, do đó cần xác định và lưu trữ toàn bộ ma trận Z kích thước lớn và đầy (nói chính xác là phần tam giác trên hoặc dưới của ma trận này mà thôi, vì Z đối xứng). Để tính toán Z có thể dùng các thuật toán cho ở mục 2.5.

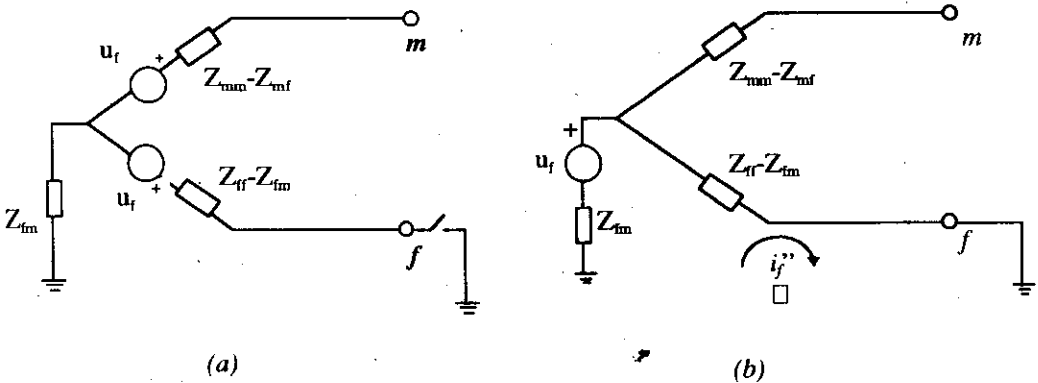
Phân trên chúng ta đã giả thiết ngắn mạch xảy ra ở một nút nào đó của lưới điện. Ta cũng sẽ khảo sát ngắn mạch tại một điểm trên đường dây truyền tải điện. Để sử dụng các phương trình trên, điểm này sẽ phải được đưa vào lưới điện và vào ma trận Z như là một nút. Để làm việc này, ta sẽ sử dụng các công thức cập nhật Z khi thay đổi một nhánh: cắt nhánh cũ ứng với đường dây và đóng vào nhánh mới nối tới nút mới (là điểm ngắn mạch).

Một trường hợp cũng đòi hỏi thay đổi Z - như đã nhận xét ở mục 3.1- liên quan đến việc khi ngắn mạch hệ thống bảo vệ có thể cắt các máy cắt không đồng thời. Máy cắt gần điểm sự cố cắt trước, sau đó ngắn mạch vẫn chưa được loại trừ và ta gặp bài toán ngắn mạch 'mới', với ma trận Z đã thay đổi do cấu trúc lưới đã thay đổi sau khi máy cắt ở gần cắt. Điển hình cho trường hợp này là khi ngắn mạch ở rất gần một đầu đường dây.

3.2.2 Sử dụng mạch tương đương Thevenin

Trong mục 2.5.2 chúng ta đã khảo sát mạch điện tương đương Thevenin thay thế cho lưới điện giữa một cặp nút bất kì. Từ mạch điện này ta có thể tính toán dòng ngắn mạch xảy ra tại một nút và điện áp tại nút kia trong cặp nút.

Hình 3.3a vẽ lại sơ đồ mạch tương đương đã cho ở hình 2.17 (mục 2.6.2) cho cặp nút f - m . Các đại lượng tổng trở cho trên sơ đồ đều là phần tử của ma trận Z .



Hình 3.3

Trên sơ đồ, điện áp trước sự cố ở các nút lấy gần đúng bằng điện áp nút sự cố u_f (trường hợp bỏ qua dòng phụ tải). Khi đó ta có thể ghép hai nguồn áp bằng nhau này lại như ở hình 3.3b. Trên hình này cũng biểu diễn đường ngắn mạch và dòng ngắn mạch tại nút f (ngắn mạch 3 pha được biểu diễn bởi nối đất (trung tính) trực tiếp điểm ngắn mạch). Lưu ý rằng mạch điện tương đương Thevenin cho phép tính toán dòng trên nhánh đóng thêm vào cặp nút và sự thay đổi áp nút do nhánh này. Nhánh nối đất đóng vào nút f biểu diễn sự xếp chồng chế độ ngắn mạch lên chế độ

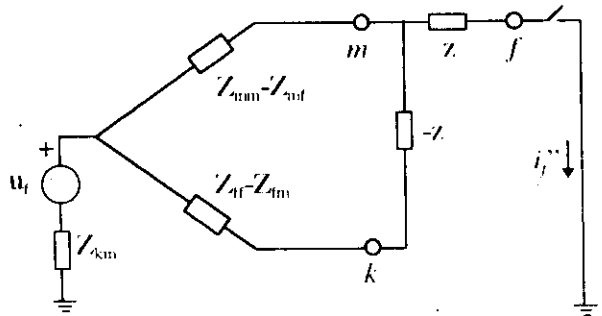
hình thường và dòng trong nhánh này sẽ biểu diễn dòng ngắn mạch.

Từ sơ đồ hình 3.3 rõ ràng ta có $i_f'' = u_f / Z_{ff}$. Dòng này gây ra một áp rơi trên tổng trở Z_{fm} bằng $(Z_{fm} / Z_{ff}) u_f$ do đó làm thay đổi điện áp nút m tới $u_f - (Z_{fm} / Z_{ff}) u_f$. Các công thức này trùng với các công thức đã dẫn ở phần trên.

Mạch tương đương Thevenin của cặp nút $k-m$ nào đó cũng cho phép tính toán dễ dàng ngắn mạch trên đường dây $k-m$. Giả sử xét ngắn mạch 3 pha ở đầu đường dây phía nút k và xét dòng ngắn mạch sau khi máy cắt đầu đường dây này đã cắt. Tình trạng này biểu diễn bởi việc đóng thêm hai nhánh sau đây vào cặp nút $k-m$:

- Đóng nhánh mới với tổng trở $-z$ vào cặp nút, trong đó z là tổng trở của đường dây $k-m$ (đường dây bị ngắn mạch). Thao tác này tương đương với việc ngắt bỏ nhánh $k-m$ khỏi lưới.

- Đóng nhánh mới với tổng trở z giữa nút m và một nút mới f . Nhánh này sẽ biểu diễn đường dây $k-m$ và điểm ngắn mạch f ở phía nút k nhưng đã cắt rời khỏi nút này.



Hình 3.4

Mạch tương đương ban đầu và hai nhánh mới đóng vào được vẽ trên hình 3.4. Dòng ngắn mạch ở f được cho bởi $i_f'' = u_f / Z_{ff}$ trong đó Z_{ff} là tổng trở riêng của nút f . Nó cũng là tổng trở Thevenin của nút f (tổng trở của lưới nhìn từ nút f). Do đó ta có thể viết từ sơ đồ:

$$\begin{aligned} Z_{ff} &= z + [(Z_{mm} - Z_{mk}) / (Z_{kk} - Z_{km} - z)] + Z_{km} \\ &= z + \frac{(Z_{mm} - Z_{mk})(Z_{kk} - Z_{km} - z)}{Z_{mm} - Z_{mk} + Z_{kk} - Z_{km} - z} + Z_{km} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Sử dụng đại lượng tổng trở Thevenin giữa k và m là $Z_{Th,km} = Z_{kk} + Z_{mm} - 2Z_{km}$ và chú ý $Z_{mk} = Z_{km}$, ta có thể biểu diễn:

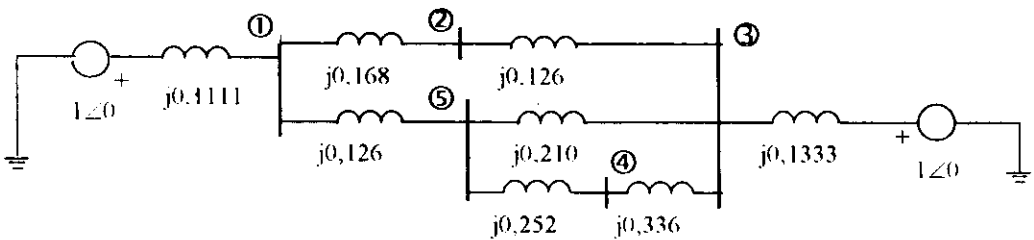
$$\begin{aligned} Z_{ff} &= z + \frac{(Z_{mm} - Z_{mk})[(Z_{Th,km} - z) - (Z_{mm} - Z_{mk})]}{Z_{Th,km} - z} + Z_{km} \\ &= Z_{mm} + z - \frac{(Z_{mm} - Z_{mk})^2}{Z_{Th,km} - z} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Chúng ta có thể kiểm tra rằng công thức trên trùng với kết quả tính toán tổng trở riêng của nút f sau khi đóng hai nhánh nối trên vào lưới (sử dụng công thức cập nhật ma trận Z).

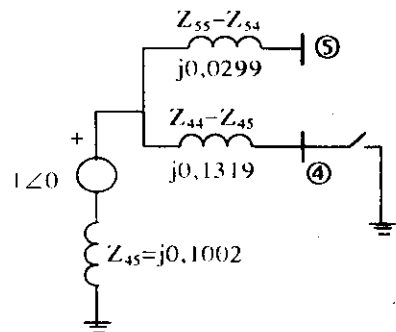
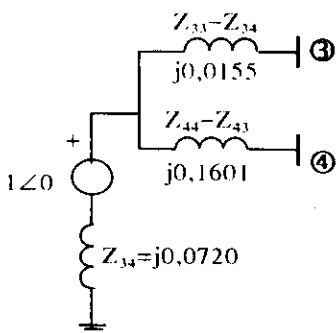
3.2.3 Thí dụ

Xét lưới điện 5 nút ⁽¹⁾ có sơ đồ thay thế như trên hình 3.5 trong đó tổng trở các đường dây được biểu diễn ở đơn vị tương đối với cơ sở 100 MVA (bỏ qua tổng dẫn). Máy phát điện nối ở nút 1 và 3 có công suất lần lượt là 270 và 225 MVA. Điện kháng siêu quá độ của mỗi máy phát cộng với điện kháng máy biến áp là 0,3 trong đơn vị tương đối cơ sở máy ⁽²⁾.

Tính toán sự cố ngắn mạch 3 pha ở nút 4 và trên đầu đường dây 1-2 ở phía nút 2 (sau khi máy cắt đường dây ở đầu này cắt), coi điện áp trước sự cố ở mọi nút bằng 1.



Hình 3.5



Hình 3.6

⁽¹⁾ Thí dụ này lấy từ [6]

⁽²⁾ Giả thiết các cơ sở điện áp (cho đơn vị tương đối của lưới và máy phát) có quan hệ đúng theo tỉ số biến áp của máy biến áp

Trên sơ đồ, điện kháng nhánh máy phát - máy biến áp đã được quy về cơ sở lưới 100 MVA:

$$\text{– Máy phát ở nút 1: } X_d'' = 0,3 (100/270) = 0,1111$$

$$\text{– Máy phát ở nút 3: } X_d'' = 0,3 (100/225) = 0,1333$$

Ma trận tổng trở nút đã được xác định như sau (theo đánh số nút như trên sơ đồ- ma trận đối xứng):

$$Z = j \begin{bmatrix} 0,0793 & 0,0558 & 0,0382 & 0,0511 & 0,0608 \\ & 0,1338 & 0,0664 & 0,0630 & 0,0605 \\ & & 0,0875 & 0,0720 & 0,0603 \\ & & & 0,2321 & 0,1002 \\ & & & & 0,1301 \end{bmatrix}$$

Để tính toán dòng ngắn mạch nút 4, các thành phần của nó trên nhánh 3-4 và 5-4 và điện áp ở hai nút kề 3 và 5, chúng ta lập sơ đồ Thevenin cho cặp nút 3-4 và 5-4 như ở hình 3.6. Từ các sơ đồ này:

$$\text{– Dòng ngắn mạch ở nút 4: } i_f'' = u_4 / j0,2321 = -j4,308$$

– Điện áp nút 3 và 5 trong ngắn mạch :

$$u_3 = u_f - Z_{34} i_f'' = 1 - j0,0720 (-j4,308) = 0,6898$$

$$u_5 = u_f - Z_{54} i_f'' = 1 - j0,1002 (-j4,308) = 0,5683$$

– Dòng ngắn mạch đóng góp bởi hai nhánh nối tới nút 4:

$$i_{34} = u_3 / z = 0,6898 / j0,336 = -j2,053$$

$$i_{54} = u_5 / z = 0,5683 / j0,252 = -j2,255$$

Để tính toán ngắn mạch 3 pha trên đường dây 1-2 phía đầu 2 (sau khi máy cắt đầu này đã cắt), chúng ta sử dụng sơ đồ dạng hình 3.4 cho cặp nút 1-2. Theo công thức (3.10) ta có:

$$Z_{11} - Z_{12} = j0,0793 - j0,0558 = j0,0235$$

$$Z_{22} - Z_{21} - z = j0,1338 - j0,0558 - j0,168 = -j0,09$$

$$Z_{22}^{mới} = j0,168 + [j0,0235 // (-j0,09)] + j0,0558 = j0,2556$$

Do đó dòng ngắn mạch đang xét là:

$$i_f'' = 1 / j0,2556 = -j3,912$$

3.3 Phân tích chế độ không đối xứng bởi phương pháp các thành phần đối xứng

Ngắn mạch không đối xứng, cũng như mọi chế độ làm việc với 3 pha không đối xứng, không còn cho phép tính toán lưới điện 3 pha trên sơ đồ mạch điện một pha, như chúng ta đã làm từ trước đến nay. Công cụ thường được sử dụng cho bài toán này là phương pháp phân tích hệ thống áp, dòng, nhiều pha không đối xứng ra các thành phần (nhiều pha) đối xứng, được đề xuất bởi C.L.Fortescue từ 1918.

Xét một hệ thống dòng, áp 3 pha không đối xứng, chẳng hạn hệ điện áp $U_{abc} = (u_a \ u_b \ u_c)^T$ trong đó mỗi thành phần là một số phức (vector) điện áp của một pha của lưới điện 3 pha.

Chúng ta sử dụng một phép biến đổi như sau mà ý nghĩa sẽ thấy ở dưới đây:

$$U_{abc} = \begin{pmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{pmatrix} = T U_{012} = T \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

trong đó ma trận biến đổi T được xác định bởi:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \quad \text{với } a = e^{j2\pi/3} = 1 \angle 120^\circ \quad (3.13)$$

là một *toán tử quay* (khi nhân với một số phức-vector, nó làm vector đó quay đi một góc $+120^\circ$)

Phép đổi biến (3.12) cho phép xác định một hệ vector U_{012} duy nhất đối với một hệ thống U_{abc} đã cho. Thật vậy ma trận biến đổi T là khả nghịch, với:

$$T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Do đó ta có thể xác định $U_{012} = T^{-1} \cdot U_{abc}$.

Khai triển các phương trình ma trận, ta có các công thức biến đổi sau đây:

$$\begin{cases} u_a = u_0 + u_1 + u_2 \\ u_b = u_0 + a^2 u_1 + a u_2 \\ u_c = u_0 + a u_1 + a^2 u_2 \end{cases} \quad (3.15)$$

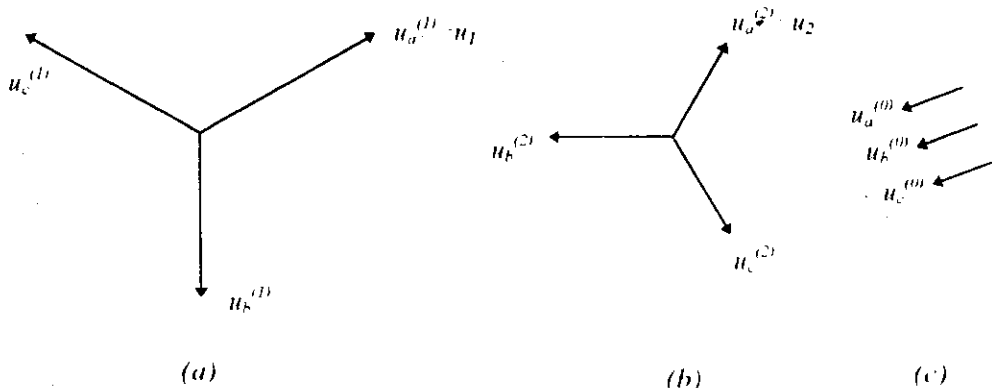
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{3}(u_a + u_b + u_c) \\ u_1 = \frac{1}{3}(u_a + au_b + a^2u_c) \\ u_2 = \frac{1}{3}(u_a + a^2u_b + au_c) \end{cases} \quad (3.16)$$

Bây giờ chúng ta sẽ để ý đến ý nghĩa của phép biến đổi trên. Phương trình (3.15) đã phân tích hệ thống 3 pha ra 3 thành phần:

$$\mathbf{U}_{abc} = \mathbf{U}_{abc}^{(0)} + \mathbf{U}_{abc}^{(1)} + \mathbf{U}_{abc}^{(2)} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{U}_{abc}^{(0)} = \begin{pmatrix} u_a^{(0)} \\ u_b^{(0)} \\ u_c^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ u_0 \\ u_0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{U}_{abc}^{(1)} = \begin{pmatrix} u_a^{(1)} \\ u_b^{(1)} \\ u_c^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ a^2u_1 \\ au_1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{U}_{abc}^{(2)} = \begin{pmatrix} u_a^{(2)} \\ u_b^{(2)} \\ u_c^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_2 \\ au_2 \\ a^2u_2 \end{pmatrix}$$

Theo ý nghĩa của toán tử quay a , ta có thể nhận xét rằng thành phần $\mathbf{U}_{abc}^{(1)}$ là một hệ thống điện áp 3 pha đối xứng (gồm 3 vectơ điện áp trên 3 pha, bằng nhau về độ lớn và lệch nhau 120° như minh họa trên hình 3.7a).



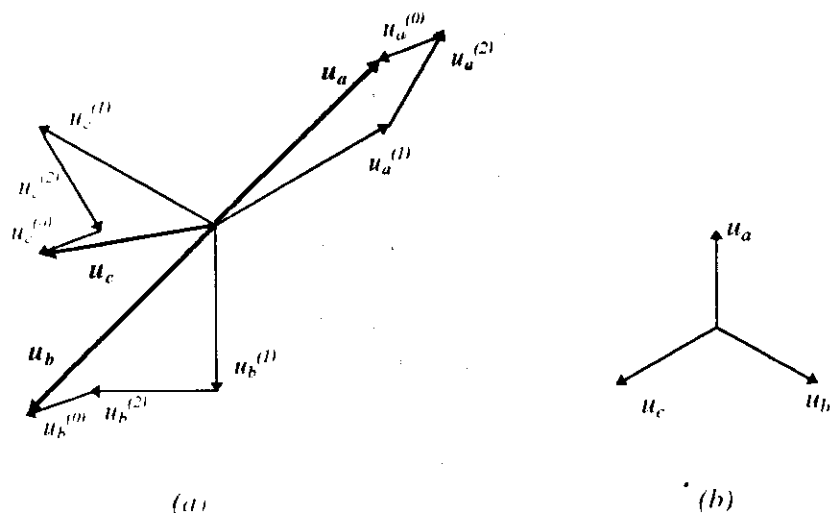
Hình 3.7

Tiếp theo, thành phần $\mathbf{U}_{abc}^{(2)}$ cũng là một hệ thống 3 pha đối xứng, nhưng thứ tự pha ngược với thành phần trước (hình 3.7b). Đối với dòng áp 3 pha ta qui ước đặt tên pha sao cho trên biểu đồ vectơ 3 pha, nếu đi vòng theo chiều kim đồng hồ thì thứ tự pha là abc. Thứ tự qui ước này trùng với thứ tự pha của thành phần $\mathbf{U}_{abc}^{(1)}$, do đó thành phần này được gọi là thành phần thứ tự thuận (Positive-Sequence Component). Cũng vậy thành phần $\mathbf{U}_{abc}^{(2)}$ sẽ được gọi là thành phần thứ tự nghịch (Negative-Sequence Component). Cuối cùng thành phần thứ ba $\mathbf{U}_{abc}^{(0)}$ cũng là một hệ điện áp đối xứng (gồm 3 vectơ áp hoàn toàn trùng nhau trên 3 pha).

Đặc điểm của thành phần này cho nó cái tên *thành phần thứ tự không* (*Zero-Sequence Component*). Như vậy hệ thống 3 pha bất kì (không đối xứng) đã được phân tích ra 3 thành phần đối xứng thuận, nghịch và không (đôi khi cũng gọi là thành phần đối xứng 1,2 và 0).

Phân tích trên cũng áp dụng cho dòng điện và cũng cho các công thức có dạng như trên.

Hình 3.8a minh hoạ hệ 3 pha không đối xứng được phân tích ra 3 thành phần như trên hình 3.7.



Hình 3.8

Chúng ta có một số nhận xét sau đây:

- Nếu hệ thống dòng (áp) là đối xứng, biểu diễn như trên hình 3.8b (chẳng hạn đối với áp) thì theo (3.16) ta sẽ có $u_0 = 0$, $u_1 = u_a$, $u_2 = 0$, có nghĩa là đại lượng 3 pha đối xứng trùng với thành phần thứ tự thuận của nó.
- Trên đường dây nối đến cuộn dây máy biến áp hay phụ tải nối sao hở mạch trung tính hoặc nối tam giác sẽ không thể có dòng điện thứ tự không. Thật vậy ở trường hợp này $i_0 = (i_a + i_b + i_c) / 3 = 0$ vì $i_a + i_b + i_c = 0$ đối với các sơ đồ nối dây nối trên, không phụ thuộc hệ thống dòng có đối xứng hay không.
- Cũng từ nhận xét trên ta suy ra rằng nếu điểm trung tính của sơ đồ nối sao được nối đất (trực tiếp hay qua một tổng trở) thì dòng điện chạy trên mạch trung tính này (được gọi là dòng trở về) sẽ chỉ có thành phần thứ tự không (xuất hiện trong chế độ không đối xứng) và có giá trị bằng $3i_0$ trong đó i_0 là thành phần thứ tự không trên mỗi pha. Nếu trung tính nối đất qua tổng trở z_n

thì xuất hiện điện áp thứ tự không $3i_0z_n$ trên tổng trở đó (không có điện áp rơi thuận hay nghịch).

- Hệ thống điện áp dây cũng luôn luôn *không* chứa thành phần thứ tự không, vì ta luôn có $u_{ab} + u_{bc} + u_{ca} = 0$.

3.4 Lưới điện của các thành phần đối xứng

Trong mục này chúng ta sẽ chỉ ra rằng việc nghiên cứu các chế độ không đối xứng trên các thành phần đối xứng của nó có thể tiến hành trên các *mạch điện riêng rẽ, thay thế cho mỗi thành phần đối xứng*. Như vậy thay cho tính toán thuận tuy dùng các công thức biến đổi toán học, chúng ta cũng có thể tính toán trên các mạch điện thay thế này, sử dụng các quy tắc tính toán mạch điện quen thuộc. Tuy nhiên điều kiện cho việc đưa vào khái niệm mới này là lưới điện 3 pha phải là *cân bằng*.

Trước tiên đi từ định nghĩa của dòng và áp thành phần, ta sẽ định nghĩa *công suất của thành phần đối xứng*.

Lấy lại định nghĩa các vector (cột) U_{abc} U_{012} như ở công thức (3.12). Tương tự gọi I_{abc} và I_{012} là vector (cột) dòng điện pha và dòng điện thành phần đối xứng. Ta có công suất 3 pha:

$$S_{abc} = i_a^* u_a + i_b^* u_b + i_c^* u_c = I_{abc}^{*T} U_{abc} \quad (3.18)$$

(dấu sao chỉ số phức liên hợp, dấu T chỉ chuyển vị vector-ma trận). Chuyển sang biến 0,1,2 ta có:

$$I_{abc}^{*T} U_{abc} = (T I_{012})^{*T} T U_{012} = I_{012}^{*T} T^{*T} T U_{012} = 3 I_{012}^{*T} U_{012}$$

vì tích ma trận $T^{*T} T = \begin{pmatrix} 3 & & \\ & 3 & \\ & & 3 \end{pmatrix}$

Gọi $S_{012} = I_{012}^{*T} U_{012}$ là *công suất tổng của dòng áp thuận, nghịch, không*, ta có quan hệ đơn giản:

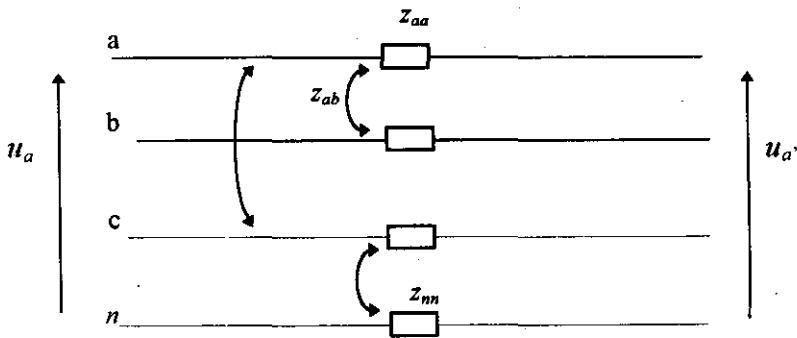
$$S_{abc} = 3 S_{012} \quad (3.19)$$

và ta nói rằng phép biến đổi thành phần đối xứng *bảo toàn công suất*. (Chú ý trong đơn vị tương đối thì hệ số 3 biến mất nếu ta lấy $S_{abc}^{cơ sở} = 3 S_{012}^{cơ sở}$).

3.4.1 Mạch điện thành phần đối xứng của đường dây

Bây giờ ta sẽ đưa vào khái niệm *tổng trở (thứ tự) thuận, tổng trở nghịch, tổng trở không* của đường dây điện lực 3 pha.

Trước hết nhận xét rằng quan hệ dòng áp trên đường dây 3 pha phụ thuộc vào tổng trở riêng của dây dẫn mỗi pha và tổng trở tương hỗ giữa các dây pha. Tổng trở riêng của các pha thường bằng nhau $z_{aa} = z_{bb} = z_{cc}$ còn tổng trở tương hỗ giữa chúng có thể khác nhau do vị trí đặt các pha thường là không đối xứng. Ví dụ khi 3 pha của đường dây trên không đặt nằm ngang thì tương hỗ giữa hai pha ngoài nhỏ hơn tương hỗ giữa pha ngoài và pha giữa, và ta có $z_{ab} \neq z_{ac} \dots$. Ngoài hệ thống pha thì đất hay dây chống sét nối đất- như là một *vật dẫn trở về* (do nối đất trung tính trong hệ thống)- cũng tham gia vào quan hệ dòng áp trên đường dây. Hình 3.9 vẽ hệ thống vật dẫn trên một đường dây 3 pha trong đó dây dẫn thứ 4 biểu diễn đường trở về đất (kí hiệu n).



Hình 3.9

Điện áp rơi trên pha a cho bởi:

$$z_{aa} i_a + z_{ab} i_b + z_{ac} i_c + z_{an} i_n$$

Điện áp rơi trên dây trở về cho bởi:

$$z_{nn} i_n + z_{an} i_a + z_{bn} i_b + z_{cn} i_c$$

Do đó độ lệch điện áp pha u_a giữa hai điểm trên đường dây được suy ra khi viết phương trình cân bằng áp cho mạch vòng pha a - dây trở về:

$$u_a - u_{a'} = (z_{aa} - z_{an}) i_a + (z_{ab} - z_{bn}) i_b + (z_{ac} - z_{cn}) i_c + (z_{an} - z_{nn}) i_n \quad (3.20)$$

Thay thế dòng trở về bởi:

$$i_n = -(i_a + i_b + i_c) \quad (3.21)$$

ta có:

$$u_a - u_n = (z_{aa} + z_{nn} - 2z_{an}) i_a + (z_{ab} + z_{nn} - z_{bn} - z_{an}) i_b + (z_{ac} + z_{nn} - z_{cn} - z_{an}) i_c \quad (3.22)$$

Các biểu thức tương tự có thể được viết cho các pha b và c , cho ta một hệ thống tương đương 3 pha đã khử dây đất. Hệ này biểu diễn quan hệ giữa điện áp (pha) rơi theo dòng điện pha, thông qua một ma trận tổng trở 3 pha tương đương mà ta kí hiệu bởi (ma trận đối xứng):

$$\mathbf{Z}_{abc} = \begin{pmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{cc} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

$$Z_{aa} = z_{aa} + z_{nn} - 2z_{an}$$

$$Z_{ab} = z_{ab} + z_{nn} - z_{an} - z_{bn}$$

Hệ phương trình ở dạng ma trận:

$$\Delta \mathbf{U}_{abc} = \mathbf{Z}_{abc} \mathbf{I}_{abc} \quad (3.24)$$

chuyển tới dòng áp thuận, nghịch, không bằng cách nhân trái với ma trận biến đổi nghịch đảo:

$$\mathbf{T}^{-1} \Delta \mathbf{U}_{abc} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}_{abc} \mathbf{I}_{abc}$$

hay:

$$\Delta \mathbf{U}_{012} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}_{abc} \mathbf{T} \mathbf{I}_{012} := \mathbf{Z}_{012} \mathbf{I}_{012} \quad (3.25)$$

trong đó gọi $\mathbf{Z}_{012} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}_{abc} \mathbf{T}$ là ma trận tổng trở thuận, nghịch, không.

Thông thường ta chấp nhận giả thiết rằng đường dây 3 pha là *cân bằng* (*balanced*), nghĩa là có mọi tổng trở riêng của các pha bằng nhau và mọi tổng trở tương hỗ giữa các pha bằng nhau, đồng thời các tổng trở tương hỗ pha-đất cũng bằng nhau. Chúng ta kí hiệu 3 đại lượng này lần lượt là z_{aa} , z_{ab} và z_{an} . Giả thiết xấp xỉ này rất thoả mãn đối với các đường dây trên không có chuyển vị pha. Tương ứng với nó ta có thể thấy rằng ma trận tổng trở pha (3.23) chỉ còn hai phần tử phân

biệt: tổng trở riêng kí hiệu Z_s và tổng trở tương hỗ kí hiệu Z_m :

$$\mathbf{Z}_{abc} = \begin{pmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

$$Z_s = z_{aa} + z_{nn} - 2z_{an}$$

$$Z_m = z_{ab} + z_{cn} - 2z_{ac}$$

Điều quan trọng của giả thiết trên là ở chỗ, đối với đường dây cân bằng có thể kiểm tra rằng:

$$\mathbf{Z}_{012} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}_{abc} \mathbf{T} = \begin{pmatrix} Z_s + 2Z_m & & \\ & Z_s - Z_m & \\ & & Z_s - Z_m \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

tức là $\mathbf{Z}_{012}$ trở thành ma trận đường chéo, và do đó hệ phương trình (3.25) sẽ tách được thành 3 phương trình độc lập:

$$\begin{aligned} \Delta U_0 &= (Z_s + 2Z_m) i_0 := Z_0 i_0 \\ \Delta U_1 &= (Z_s - Z_m) i_1 := Z_1 i_1 \\ \Delta U_2 &= (Z_s - Z_m) i_2 := Z_2 i_2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Như ta đã thấy, ma trận tổng trở $\mathbf{Z}_{012}$ chỉ còn lại 3 đại lượng Z_0, Z_1 và Z_2 được gọi lần lượt là *tổng trở thứ tự không*, *tổng trở thứ tự thuận* và *tổng trở thứ tự nghịch*. Viết lại các đại lượng này, ta có:

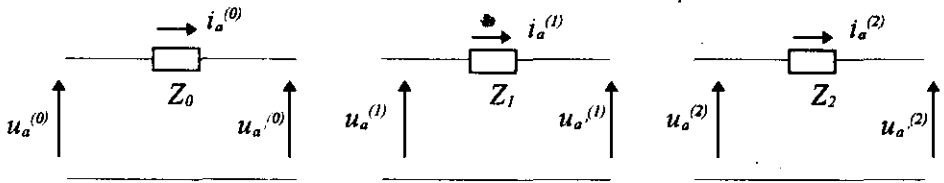
$$\begin{aligned} Z_0 &= Z_s + 2Z_m = z_{aa} + 2z_{ab} + 3z_{nn} - 6z_{an} \\ Z_1 &= Z_2 = Z_s - Z_m = z_{aa} - z_{ab} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Như vậy chỉ riêng tổng trở thứ tự 0 phụ thuộc vào đất- đường trở về. Tổng trở thuận và nghịch bằng nhau và không chịu ảnh hưởng của đất (đường trở về).

Trở lại kết luận quan trọng đã rút ra: Chế độ 3 pha không đối xứng trên đường dây cân bằng có thể được nghiên cứu trên các đại lượng thứ tự thuận, nghịch và không một cách độc lập với nhau, đồng thời ta có thể mô hình hoá bởi 3 mạch điện độc lập: *mạch thứ tự thuận*, *mạch thứ tự nghịch* và *mạch thứ tự không* (hình 3.10).

Nói tóm lại nhờ biến đổi các thành phần đối xứng, chế độ 3 pha không đối xứng có thể được nghiên cứu trên 3 lưới điện một dây. Trong đó lưới thuận và nghịch của đường dây truyền tải điện là đồng nhất $Z_1 = Z_2$. Riêng tổng trở thứ tự 0

có giá trị khác, cụ thể điện kháng X_0 của đường dây trên không thường lớn gấp 2-3 lần X_1 (X_2), điều đó là do dòng thứ tự 0 trùng pha nhau trong các pha và gây ra trường từ rất khác so với hai thành phần kia.



Hình 3.10

Chú ý rằng biến đổi các thành phần đối xứng cũng cho phép nghiên cứu hệ thống 3 pha trong trường hợp đối xứng như một hệ thống một pha. Như ta đã thấy khi hệ là đối xứng thì $u_a = u_1$ và $i_a = i_1$ đồng thời chỉ cần tính cho pha a . Do đó ta sẽ nghiên cứu hệ trên lưới điện thứ tự thuận, ứng với phương trình trong (3.28):

$$\Delta u_1 = Z_1 i_1 = (Z_s - Z_m) i_1$$

Công suất 3 pha $S_{abc} = 3i_1^* u_1$. Nhận xét rằng ta không để ý đến hồ cảm nữa, nó đã bao gồm trong tổng trở thứ tự thuận. Cũng có thể xét trường hợp đường dây không cân bằng, khi đó sẽ chỉ thay Z_1 trong phương trình trên (và lưới thứ tự thuận) bởi phần tử ứng với thành phần thuận trên đường chéo của ma trận Z_{012} ; có thể kiểm tra rằng nó chính bằng trung bình cộng các tổng trở riêng trong ma trận (3.23) trừ đi trung bình cộng các tổng trở tương hỗ, có nghĩa là về cơ bản giống với công thức của Z_1 .

Phương pháp nói trên phân tích chế độ bình thường (đối xứng) của lưới điện chính là phương pháp vẫn được sử dụng quen thuộc trong tính toán lưới điện.

3.4.2 Mạch điện thành phần đối xứng của máy biến áp và máy điện đồng bộ

Trước hết nhận xét rằng các pha trong máy biến áp và máy điện đồng bộ đều cân bằng (đối xứng) so với nhau, do đó ta cũng có các mạch điện thành phần độc lập nhau như đối với đường dây cân bằng, ứng với khái niệm về 3 tổng trở thứ tự.

Ta biết rằng mỗi cuộn dây của máy biến áp được nối vào đường dây 3 pha theo sơ đồ hình sao hoặc tam giác. Từ nhận xét ở cuối mục 3.3 ta thấy rằng thành phần thứ tự 0 có thể tồn tại hay không tồn tại tùy thuộc vào sơ đồ nối dây cụ thể của máy biến áp, do đó mạch thay thế thứ tự 0 cũng thay đổi theo. Về phần mạch thứ

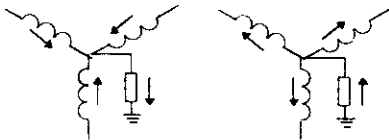
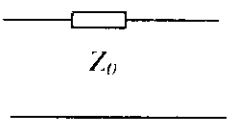
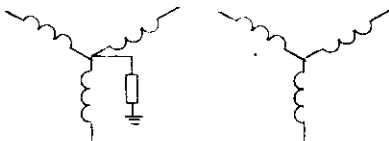
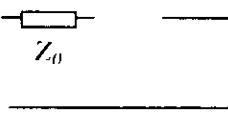
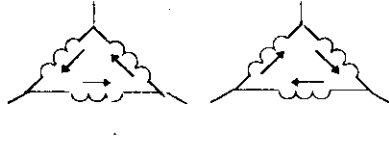
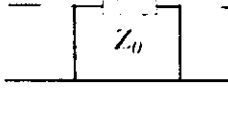
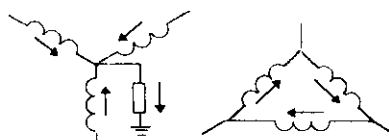
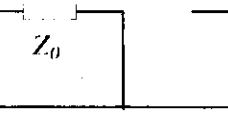
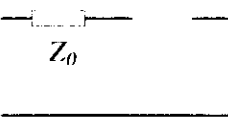
tự thuận và nghịch, ta có hai tổng trở Z_1 và Z_2 của máy biến áp là bằng nhau, cũng như đối với đường dây hay mọi thiết bị tĩnh khác. Do sự nối dây khác nhau của các cuộn dây sơ cấp và thứ cấp, thành phần thuận và nghịch của cuộn dây này có thể lệch pha so với cuộn dây kia.

Bảng dưới đây cho sơ đồ mạch thứ tự 0 ứng với các kiểu nối dây khác nhau của máy biến áp. Mũi tên chỉ dòng thứ tự 0 khi nó tồn tại.

Nhận xét:

- Không tồn tại dòng I_0 trong cuộn dây nối Y và trong mạch ngoài cuộn dây nối Δ .
- Nếu trong một cuộn dây không tồn tại đường cho I_0 thì dòng này cũng không thể tồn tại trong cuộn dây kia của máy biến áp (ví dụ trường hợp nối Y_0-Y)
- Trường hợp cuộn dây nối Y_0 với một tổng trở ở trung tính, tổng trở thứ tự 0 của nó phải bao gồm 3 lần giá trị tổng trở trung tính (như đã nêu trong nhận xét ở cuối mục 3.3). Điều này cũng đúng đối với mọi thiết bị có trung tính nối đất qua một tổng trở (ví dụ máy phát điện). Trái lại các mạch thứ tự thuận và nghịch không bao gồm các tổng trở trung tính.
- Về giá trị có thể lấy xấp xỉ bằng nhau cho cả 3 tổng trở thành phần thứ tự của máy biến áp.
- Trong sơ đồ nối $Y-\Delta$ hay $\Delta-Y$, dòng áp thứ tự thuận và nghịch sẽ dịch pha 30° giữa sơ cấp và thứ cấp của máy biến áp. Tùy theo chuẩn chế tạo máy biến áp, thường dòng áp thuận sẽ dịch pha $+30^\circ$ khi chuyển từ phía hạ áp tới phía cao áp và dòng áp nghịch sẽ dịch pha -30° .

Đối với máy điện đồng bộ bao gồm máy phát điện, ta có trung tính thường nối đất qua một điện kháng. Do đó có thể tồn tại thành phần thứ tự 0 trong máy. Tuy nhiên dòng điện thành phần này hoàn toàn trùng nhau trong các pha được đặt đối xứng quanh stator tạo nên một sức từ động tổng gần bằng 0 ở mọi điểm không gian, ứng với điện kháng thứ tự 0 nhỏ so với hai điện kháng kia (chưa kể sự tham gia của điện kháng trung tính vào mạch thứ tự 0). Ngoài ra không giống như ở thiết bị tĩnh, điện kháng thứ tự nghịch sẽ khác điện kháng thứ tự thuận trong các máy điện quay; điều đó là do từ trường quay sinh ra bởi dòng thứ tự nghịch là ngược chiều quay so với từ trường quay của cuộn dây rotor. Điều kiện này qui định giá trị X_2 gắn với điện kháng siêu quá độ của máy. Do đó trong tính toán ngắn mạch siêu quá độ, ta có thể lấy X_1 và X_2 đều xấp xỉ bằng điện kháng siêu quá độ.

Kí hiệu	Sơ đồ nối dây	Mạch thứ tự 0
$Y_0 - Y_0$		
$Y_0 - Y$		
$\Delta - \Delta$		
$Y_0 - \Delta$		
$Y - \Delta$		

Trong 3 mạch điện thành phần, riêng mạch thứ tự thuận của máy phát điện sẽ chứa nguồn s.d.d. của máy (vì s.d.d. này là đối xứng thứ tự thuận).

Như vậy chúng ta đã có mạch điện thành phần đối xứng của các phần tử của lưới điện. Bây giờ ta sẽ nối các mạch thứ tự thuận của các phần tử lưới lại với nhau để thu được lưới điện thứ tự thuận. Lưới điện thứ tự nghịch chỉ khác lưới thuận ở chỗ không có nguồn s.d.d. và điện kháng máy điện quay có thể có giá trị khác. Tương tự ta cũng ghép nối các phần tử thứ tự không để lập ra lưới điện thứ tự không.

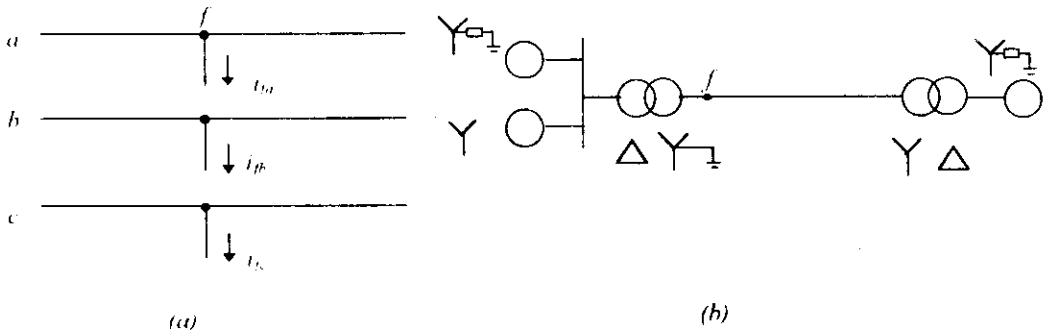
Việc sử dụng 3 lưới điện thành phần này để tính toán các chế độ không đối xứng sẽ được trình bày trong phần tiếp theo.

3.5 Tính toán hư hỏng không đối xứng

Tình trạng làm việc không đối xứng hay gặp trong các hư hỏng thông thường của lưới điện như ngắn mạch một pha chạm đất, ngắn mạch hai pha, hư hỏng đứt dây, hoặc trong các trường hợp thiết bị bảo vệ cắt riêng pha hay cắt 3 pha không đồng thời.

Xét một tình trạng ngắn mạch không đối xứng nào đó xảy ra tại điểm f trong lưới điện. Chúng ta sẽ quan tâm trước tiên đến dòng điện ngắn mạch tại f - tức là dòng đi ra khỏi lưới điện bình thường, xuất hiện do hư hỏng. Hình 3.11a biểu diễn điểm f trên lưới điện 3 pha và dòng ngắn mạch i_f .

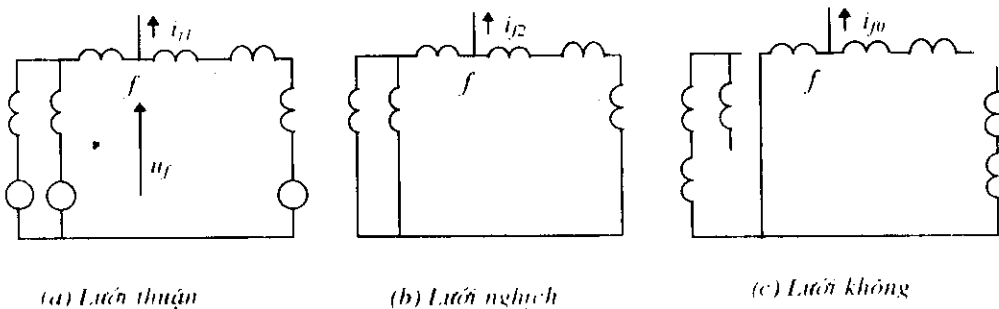
Theo các kết quả thu được trong hai mục trước, chúng ta sẽ tổng hợp dòng



Hình 3.11

ngắn mạch từ các dòng thành phần thuận, nghịch và không; mỗi dòng được xác định độc lập từ một lưới điện thành phần tương ứng.

Để minh họa cụ thể ta xét lưới điện hình 3.11b, các sơ đồ mạch thành phần đối xứng của nó được vẽ trên hình 3.12 theo qui tắc đã thiết lập ở mục trước.



Hình 3.12

U_f là điện áp trước ngắn mạch, chỉ tồn tại ở lưới thứ tự thuận.

3.5.1 Ngắn mạch một pha

Giả sử ngắn mạch tại điểm f là ngắn mạch một pha (chạm đất). Gọi pha chạm đất là pha a . Dòng áp tại điểm ngắn mạch thỏa mãn:

$$u_{fa} = 0 \quad \text{hay} \quad u_{fa} = 3 z_f i_{f0} \quad \text{nếu tổng trở chạm đất là } z_f \neq 0 \quad (3.30)$$

$$i_{fb} = i_{fc} = 0$$

Từ đó theo quan hệ giữa dòng pha và dòng thành phần đối xứng, có dạng biểu thức (3.16) nhưng viết cho dòng, ta có:

$$\begin{aligned} i_{f0} &= \frac{1}{3}(i_{fa} + i_{fb} + i_{fc}) = \frac{i_{fa}}{3} \\ i_{f1} &= \frac{1}{3}(i_{fa} + ai_{fb} + a^2 i_{fc}) = \frac{i_{fa}}{3} \\ i_{f2} &= \frac{1}{3}(i_{fa} + a^2 i_{fb} + ai_{fc}) = \frac{i_{fa}}{3} \end{aligned} \quad (3.31)$$

và theo (3.15):

$$u_{fa} = u_{f0} + u_{f1} + u_{f2} = 3 z_f i_{f0} \quad (\text{hoặc bằng } 0) \quad (6.32)$$

Như vậy 3 dòng ngắn mạch thành phần i_{f0} , i_{f1} và i_{f2} là bằng nhau còn tổng ba điện áp thành phần tại điểm ngắn mạch bằng điện áp rơi trên tổng trở ngắn mạch. Điều kiện này có thể được biểu diễn bằng cách *ghép nối tiếp 3 lưới điện thành phần*. Lấy thí dụ lưới điện hình 3.11, 3.12 ta có sơ đồ hình 3.13a.

Thay thế lưới điện giữa nút f và nút cơ sở-cân bằng bởi mạch tương đương Thevenin, ta đi tới sơ đồ hình 3.13b, trong đó $Z_{ff}^{(1)}$, $Z_{ff}^{(2)}$, $Z_{ff}^{(0)}$ là tổng trở tương đương của lưới điện thuận, nghịch, không khi nhìn từ nút f . Chúng cũng chính là phần tử ff của ma trận tổng trở nút của các lưới này. Từ đó ta có thể tính các dòng ngắn mạch thành phần:

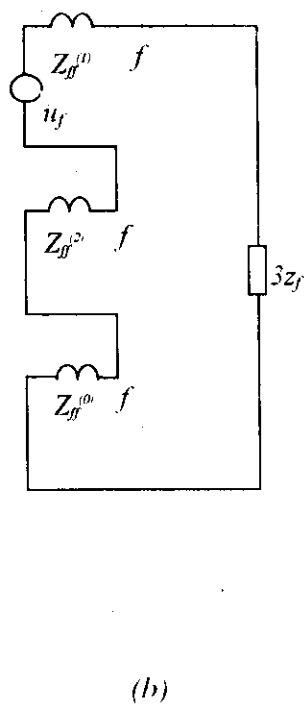
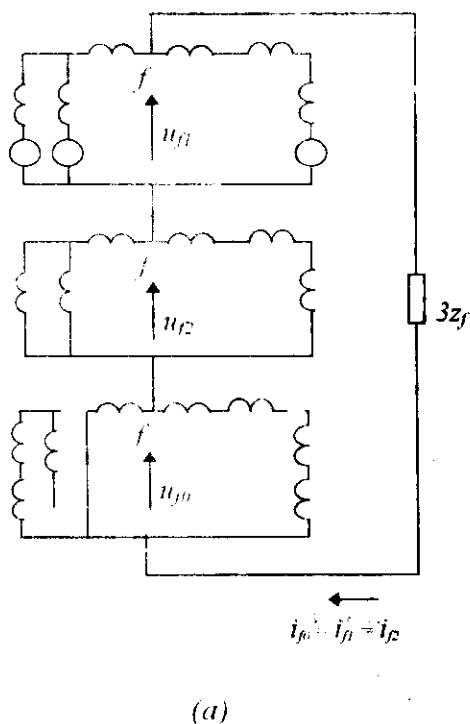
$$i_{f0} = i_{f1} = i_{f2} = \frac{u_f}{Z_{ff}^{(1)} + Z_{ff}^{(2)} + Z_{ff}^{(0)} + 3z_f} \quad (3.33)$$

và sau đó tính dòng ngắn mạch i_{fa} .

Biết các dòng ngắn mạch thành phần, ta lại có thể tính điện áp thành phần ở nút bất kì, cũng như dòng thành phần trên các nhánh, sử dụng các lưới điện thành phần như trên hình 3.12. Ta cũng có thể dùng các phần tử của các ma trận tổng trở nút $Z^{(1)}$, $Z^{(2)}$, $Z^{(0)}$ theo công thức tương tự như đã dẫn ở mục 3.2, chẳng hạn điện áp

thành phần ở nút k nào đó⁽¹⁾ :

$$\begin{aligned} u_{k0} &= -Z_{kf}^{(0)} i_{f0} \\ u_{kf} &= u_f - Z_{kf}^{(1)} i_{f1} \\ u_{k2} &= -Z_{kf}^{(2)} i_{f2} \end{aligned} \quad (3.34)$$



Hình 3.13

3.5.2 Ngắn mạch hai pha chạm đất

Xét sơ đồ ngắn mạch trên hình 3.14. Gọi hai pha sự cố là b và c , điểm sự cố là f (chạm đất qua một tổng trở z_f), ta có điều kiện đối với dòng áp ngắn mạch

⁽¹⁾ Chú ý điện áp thành phần qua máy biến áp nối Y-Δ phải dịch pha 30°

$$u_{fb} = u_{fc} = (i_{fb} + i_{fc}) z_f \quad (3.35)$$

$$i_{fa} = 0$$

Vì $i_{ta} = 0$ nên ta có $i_{f0} = (i_{ta} + i_{tb} + i_{tc})/3 = (i_{tb} + i_{tc})/3$. Do đó điều kiện điện áp trong (3.35) trở thành:

$$u_{fb} = u_{fc} = 3 z_f i_{f0} \quad (3.36)$$

Dùng biến đổi các thành phần đối xứng (3. 16) ta có

$$\begin{aligned} u_{f0} &= \frac{1}{3}(u_{fa} + u_{fb} + u_{fc}) \\ u_{f1} &= \frac{1}{3}(u_{fa} + au_{fb} + a^2 u_{fc}) \\ u_{f2} &= \frac{1}{3}(u_{fa} + a^2 u_{fb} + au_{fc}) \end{aligned} \quad (6.37)$$

Vì $u_{fb} = u_{fc}$ nên suy ra $u_{f1} = u_{f2}$, còn đối với thành phần thứ tự không ta có:

$$3 u_{f0} = u_{fa} + 2 u_{fb} = (u_{f0} + u_{f1} + u_{f2}) + 2 (3 z_f i_{f0})$$

trong đó đã sử dụng phương trình (3. 15) cho u_{fa} và (3.36) cho u_{fb} .

$$2 u_{f0} = 2 u_{f1} + 2 (3 z_f i_{f0});$$

$$u_{f1} = u_{f0} - 3 z_f i_{f0}$$

Tóm lại điều kiện ngắn mạch này dẫn đến điều kiện sau đối với các thành phần đối xứng:

$$u_{f1} = u_{f2} = u_{f0} - 3 z_f i_{f0} \quad (3.38)$$

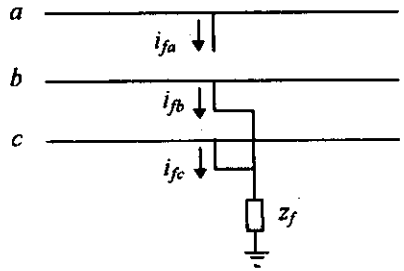
$$i_{f0} + i_{f1} + i_{f2} = 0$$

trong đó phương trình thứ hai thể hiện điều kiện $i_{fa} = 0$.

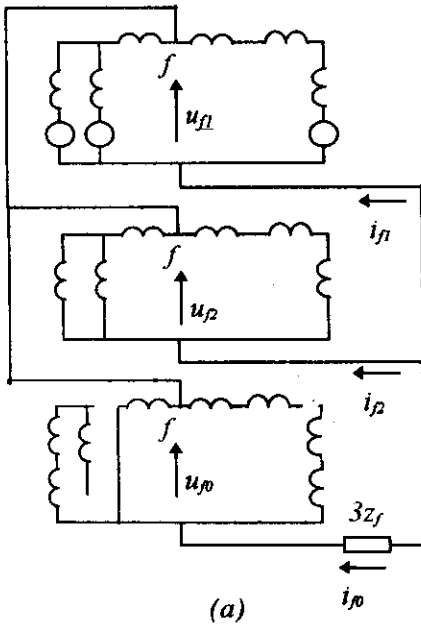
Như vậy trong ngắn mạch hai pha chạm đất, nếu tổng trở chạm đất $z_f = 0$ thì 3 điện áp thành phần tại điểm ngắn mạch bằng nhau và tổng 3 dòng ngắn mạch thành phần bằng 0. Điều kiện này có thể thực hiện bằng cách *ghép song song 3 lưới điện thành phần tại điểm ngắn mạch*. Trường hợp $z_f \neq 0$ sơ đồ thay đổi chút ít. Lấy thí dụ lưới điện hình 3.11, 3.12 ta có sơ đồ tính toán hình 3.15a.

Sử dụng mạch tương đương Thevenin tại điểm ngắn mạch ta có sơ đồ tương đương hình 3.15b. Sơ đồ này cũng mô tả cách tính toán dựa trên ma trận tổng trở nút.

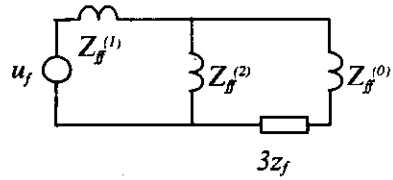
Từ các sơ đồ này chúng ta có thể tính dòng, áp thành phần tại điểm ngắn mạch cũng như tại các điểm khác trong lưới. Từ đó có thể suy ra các dòng pha.



Hình 3.14



(a)



(b)

Hình 3.15

3.5.3 Ngắn mạch hai pha

Điều kiện ngắn mạch hai pha- giả sử là pha *b* và *c*- biểu diễn bởi:

$$u_{fb} = u_{fc} \quad (3.39)$$

$$i_{fb} = -i_{fc}$$

$$i_{fa} = 0$$

Từ điều kiện $u_{fb} = u_{fc}$, suy ra $u_{f1} = u_{f2}$ - giống như ở mục trước (ngắn mạch hai pha chạm đất). Còn đối với dòng điện thành phần, ta có từ điều kiện trên:

$$i_{f0} = \frac{1}{3}(i_{fa} + i_{fb} + i_{fc}) = 0$$

$$i_{f1} = \frac{1}{3}(i_{fa} + ai_{fb} + a^2i_{fc}) = \frac{1}{3}(0 + ai_{fb} - a^2i_{fb})$$

$$i_{f2} = \frac{1}{3}(i_{fa} + a^2i_{fb} + ai_{fc}) = \frac{1}{3}(0 + a^2i_{fb} - ai_{fb}) = -i_{f1}$$

Tóm lại các điều kiện sau đây thoả mãn đối với dòng áp thành phần đối xứng:

$$u_{f1} = u_{f2}$$

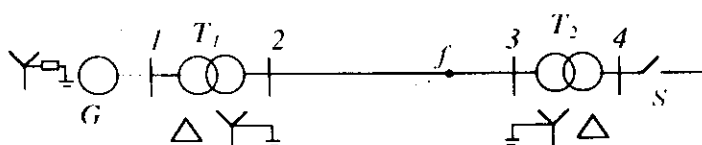
$$i_{f1} = -i_{f2} \quad (3.40)$$

$$i_{f0} = 0$$

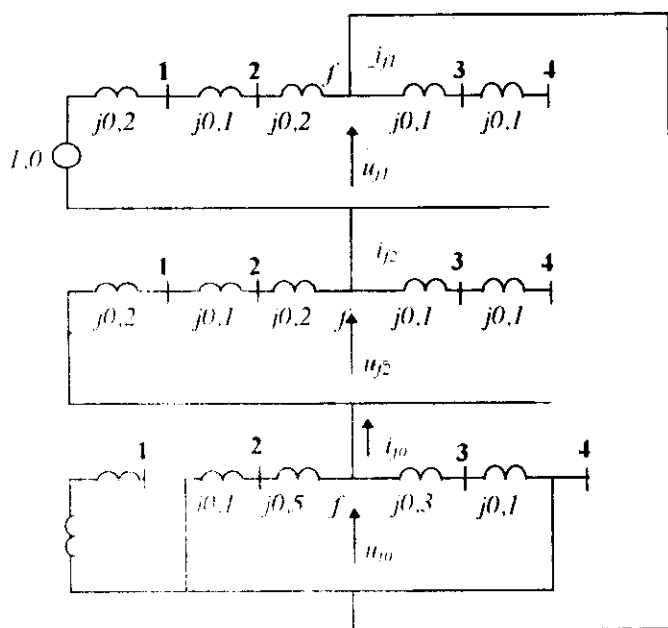
Điều kiện này tương ứng với việc bỏ qua lưới điện thứ tự không (do trong dạng ngắn mạch này không tồn tại dòng thứ tự không) và nối song song hai lưới điện thứ tự thuận và nghịch tại điểm ngắn mạch.

3.5.4 Thí dụ

Thí dụ sau đây⁽¹⁾ tính toán ngắn mạch một pha trực tiếp tại một điểm f trên đường dây ở hình 3.16a.



(a)



(b)

Hình 3.16

⁽¹⁾ Lấy từ [6].

Các thông số được cho như sau:

- Máy phát: 100 MVA; 20 kV
 $X'' = X_2 = 20\%$; $X_0 = 4\%$; $X_n = 5\%$ (điện kháng trung tính)
- Máy biến áp T_1 và T_2 : 100 MVA; $20\Delta / 345Y$ kV; $X = 10\%$
- Điện kháng đường dây trong đơn vị tương đối với cơ sở 100 MVA; 345 kV:
 Từ T_1 tới f : $X_1 = X_2 = 20\%$ $X_0 = 50\%$
 Từ T_2 tới f : $X_1 = X_2 = 10\%$ $X_0 = 30\%$

Sơ đồ tính toán dùng các giá trị điện kháng trong đơn vị tương đối đã cho tại mỗi cấp điện áp, với các đại lượng cơ sở bằng định mức.

Ghép nối tiếp các lưới điện thành phần đối xứng tại điểm f , ta có sơ đồ tính toán hình 3.16b. Điện áp trước ngắn mạch tại f lấy bằng 1 (khóa S mở, không có dòng trước sự cố).

Tổng trở nhìn từ điểm f của các lưới thành phần là:

$$Z_{\text{tt}}^{(0)} = j0,6 // j0,4 = j0,24 \text{ p.u}$$

$$Z_{\text{tt}}^{(1)} = Z_{\text{tt}}^{(2)} = j0,5 \text{ p.u}$$

Dòng ngắn mạch thành phần:

$$i_{f0} = i_{f1} = i_{f2} = 1 / (j0,5 + j0,5 + j0,24) = -j0,8065$$

Dòng ngắn mạch thực (ngắn mạch trên pha a):

$$i_{fA} = 3i_{f0} = -j2,4195$$

Dòng ngắn mạch trên hai pha lành (hiểu là dòng đi ra khỏi lưới) $i_{fB} = i_{fC} = 0$ tuy nhiên các thành phần đối xứng của chúng tồn tại, chẳng hạn tính theo công thức tương tự (3. 15) cho dòng điện pha b :

$$i_{fB}^{(0)} = i_{f0} = 0,8065 \angle -90^\circ$$

$$i_{fB}^{(1)} = a^2 i_{f1} = a^2 i_{f0} = 0,8065 \angle -90^\circ + 240^\circ = 0,8065 \angle 150^\circ$$

$$i_{fB}^{(2)} = a i_{f2} = a i_{f0} = 0,8065 \angle -90^\circ + 120^\circ = 0,8065 \angle 30^\circ$$

Tổng 3 thành phần này bằng 0.

Tiếp theo ta xác định dòng trên hai phía đường dây đi đến điểm ngắn mạch.

Dòng thành phần: Dòng ngắn mạch thứ tự không i_{f0} tính ở trên được phân phối ra hai mạch song song (xem lưới điện thứ tự 0):

$$i_{T1-f,0} = j0,4 / (j0,6 + j0,4) \cdot 0,8065 \angle -90^\circ = 0,3226 \angle -90^\circ$$

$$i_{T2-f,0} = j0,6 / (j0,6 + j0,4) \cdot 0,8065 \angle -90^\circ = 0,4839 \angle -90^\circ$$

Dòng thứ tự thuận và nghịch đi tới f chỉ từ phía T_1 vì phía T_2 hở mạch, do đó:

$$i_{T1-f,1} = i_{f1} = -j0,8065$$

$$i_{T1-f,2} = i_{f2} = -j0,8065$$

Dòng pha:

$$\begin{aligned} i_{T1-f,A} &= i_{T1-f,0} + i_{T1-f,1} + i_{T1-f,2} \\ &= 0,3226 \angle -90^\circ + 0,8065 \angle -90^\circ + 0,8065 \angle -90^\circ = -j1,9356 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_{T1-f,B} &= i_{T1-f,0} + a^2 i_{T1-f,1} + a i_{T1-f,2} \\ &= 0,3226 \angle -90^\circ + 0,8065 \angle 150^\circ + 0,8065 \angle 30^\circ = j0,4839 \end{aligned}$$

$$i_{T1-f,C} = 0,3226 \angle -90^\circ + 0,8065 \angle 30^\circ + 0,8065 \angle 150^\circ = j0,4839$$

Dòng đến từ phía T_2 là dòng thứ tự không:

$$i_{T2-f,A} = i_{T2-f,B} = i_{T2-f,C} = -j0,4839$$

Qua máy biến áp T_1 nối Y- Δ sang phía hạ áp, dòng điện thứ tự thuận và nghịch sẽ dịch pha -30° và $+30^\circ$ tương ứng. Do đó dòng trong máy phát G sẽ là:

$$i_{G,a} = i_{G0} + i_{G1} + i_{G2} = 0 + 0,8065 \angle -90^\circ - 30^\circ + 0,8065 \angle -90^\circ + 30^\circ = -j1,3969$$

$$i_{G,b} = i_{G0} + a^2 i_{G1} + a i_{G2} = 0 + 0,8065 \angle -120^\circ + 240^\circ + 0,8065 \angle -60^\circ + 120^\circ = j1,3969$$

$$i_{G,c} = i_{G0} + a i_{G1} + a^2 i_{G2} = 0 + 0,8065 \angle -120^\circ + 120^\circ + 0,8065 \angle -60^\circ + 240^\circ = 0$$

Dòng thứ tự 0 không thể ra khỏi cuộn dây Δ của T_1 do đó không xuất hiện trong mạch máy phát. Ta cũng nhận thấy dòng sự cố không xuất hiện trong pha c của máy phát.

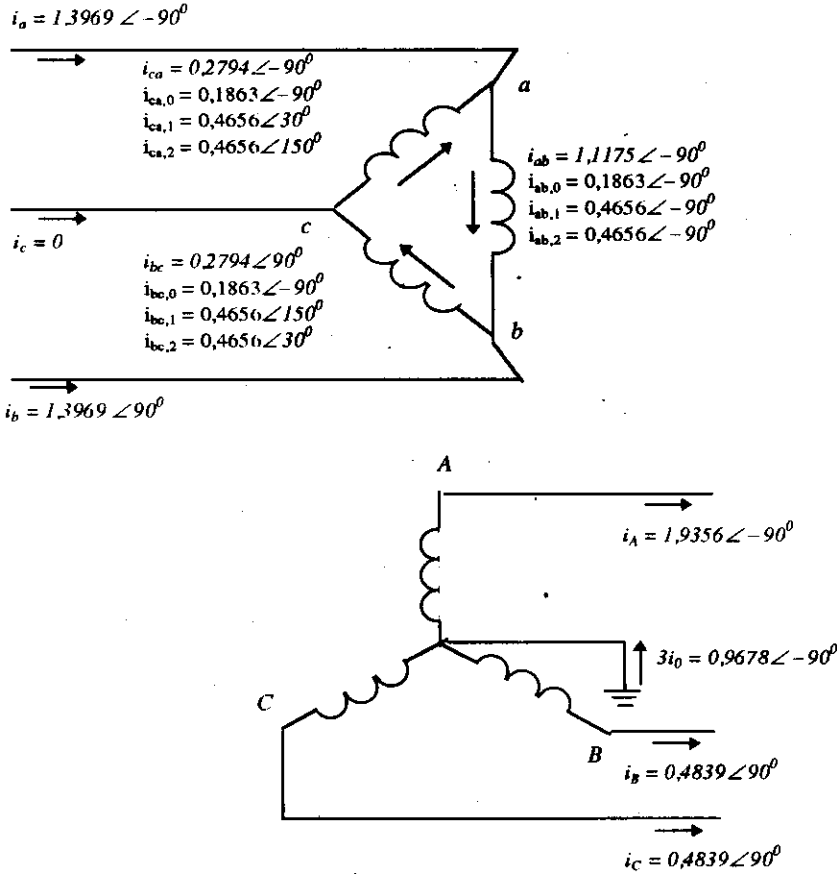
Cũng có thể xác định dòng trong các cuộn dây máy biến áp: Phía cao áp của T_1 có dòng bằng dòng trên đường dây mà ở trên ta đã tính. Dòng trong cuộn dây tam giác ở đơn vị tương đối định mức nhỏ hơn $\sqrt{3}$ lần so với dòng trong cuộn sao:

$$i_{ab} = i_A / \sqrt{3} = -j1,9356 / \sqrt{3} = -j1,1175$$

$$i_{bc} = i_B / \sqrt{3} = j0,4839 / \sqrt{3} = j0,2794$$

$$i_{ca} = i_C / \sqrt{3} = j0,2794$$

Theo tỉ lệ này cũng xác định các dòng thành phần nếu cần. Kết quả được cho trên hình 3.17 (chú ý các dòng thành phần trên 3 cuộn dây lập nên hệ vector đối xứng).



Hình 3.17

Nhận xét rằng trong cuộn dây tam giác của T_1 tồn tại dòng thứ tự không nhưng trong mạch ngoài không có dòng này. Còn trong cuộn tam giác của T_2 thì chỉ tồn tại dòng thứ tự không (giống như trong toàn bộ mạch bên phải điểm ngắn mạch).

3.5.5 Hở mạch không đối xứng

Hở mạch không đối xứng trên đường dây có thể xảy ra do gió bão làm đứt dây dẫn hay do thiết bị đóng cắt (cầu chì hay các thiết bị khác) chỉ cắt một hay hai pha. Như vậy hở mạch không đối xứng bao gồm các trường hợp một hay hai pha bị cắt tại một điểm nào đó trên đường dây.

Giả sử nhánh (đường dây) giữa hai nút $k-m$ bị đứt mạch pha a hoặc hai pha b và c tại điểm f . Gọi f và f' là hai điểm tạo nên do đứt mạch (hình 3.18).

Trường hợp hở mạch một pha a ta có các điều kiện tại điểm hở mạch- cặp nút $f-f'$:

$$i_a = 0 \quad (3.41)$$

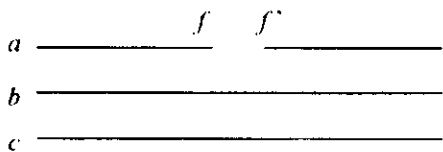
$$v_b = v_c = 0$$

trong đó kí hiệu v là điện áp rơi giữa $f-f'$. Vì chỉ pha a bị hở mạch nên chỉ có $v_a \neq 0$.

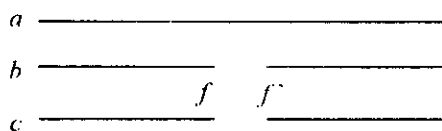
Điều kiện đó chuyển sang điều kiện đối với các thành phần đối xứng- sử dụng các công thức chuyển đổi dạng (3. 15),(3. 16)- cho ta:

$$i_0 + i_1 + i_2 = 0 \quad (3.42)$$

$$v_0 = v_1 = v_2 = v_a / 3$$



(a)



(b)

Hình 3.18

Như vậy để thực hiện điều kiện này, ta sẽ ghép song song 3 lưới điện thành phần tại cặp nút $f-f'$. Hình 3.19 vẽ các lưới điện đó, chúng được suy ra từ các lưới điện nhìn từ cặp nút $k-m$ trước sự cố (tức là bao gồm cả nhánh đường dây $k-m$) như sau:

Loại bỏ nhánh $k-m$ bằng cách ghép thêm nhánh tổng trở $-z$ giữa hai nút $k-m$, sau đó thêm hai nhánh $k-f$ có tổng trở z_{kf} và $m-f'$ có tổng trở $z_{mf'}$ biểu diễn hai nửa đường dây nối tới điểm hở mạch f . Trên hình 3.19 các lưới điện nhìn từ cặp nút $k-m$ đã được thay thế bởi mạch tương đương Thevenin.

Từ hình này ta có thể tính thông số mạch Thevenin cho cặp nút $f-f'$:

- Tổng trở Thevenin:

$$Z_{ff'}^{(1)} = z_{kf} + Z_{Th,km}^{(1)} / (-z) + z_{mf'} = \frac{-z^2}{Z_{Th,km}^{(1)} - z} \quad (3. 43)$$

(chú ý $z_{kf} + z_{mf'} = z$). Tương tự ta có công thức cho $Z_{ff'}^{(2)}$ và $Z_{ff'}^{(0)}$.

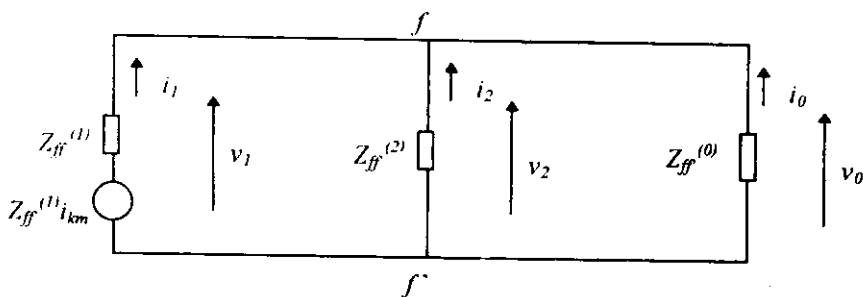
- Điện áp Thevenin giữa $f-f'$ tính như áp giáng trên tổng trở $-z$:

$$E = -z \frac{u_k - u_m}{Z_{Th,km}^{(1)} - z} = \frac{Z_{ff'}^{(1)}}{z} (u_k - u_m) = Z_{ff'}^{(1)} i_{km} \quad (3. 44)$$

$$i_1 = i_{km} \frac{Z_{ff'}^{(1)}}{Z_{ff'}^{(1)} + (Z_{ff'}^{(2)} // Z_{ff'}^{(0)})} \quad (3.45)$$

$$v_0 = v_1 = v_2 = i_1 (Z_{ff'}^{(2)} // Z_{ff'}^{(0)})$$

Nếu để ý rằng i_{km} và i_1 là các dòng điện thuận trên nhánh $k-m$ trước và sau khi hở mạch một pha, thì ta có thể nhận xét rằng sự cố này làm tăng tổng trở truyền thứ tự thuận qua đường dây lên một lượng bằng $(Z_{ff'}^{(2)} // Z_{ff'}^{(0)})$.



Hình 3.20

Tiếp theo chúng ta xem xét trường hợp hở mạch không đối xứng thứ hai là *hở mạch hai pha*, mà ta gọi là pha b và c . Bây giờ điều kiện là:

$$v_a = 0 \quad (3.46)$$

$$i_b = i_c = 0$$

suy ra:

$$v_0 + v_1 + v_2 = 0 \quad (3.47)$$

$$i_0 = i_1 = i_2 = i_d/3$$

tức là một *điều kiện đối ngẫu* so với trường hợp hở mạch một pha. Điều kiện này tương ứng việc ghép nối tiếp các lưới điện thành phân tại điểm $f-f'$ (hình 3.21).

Từ đó suy ra:

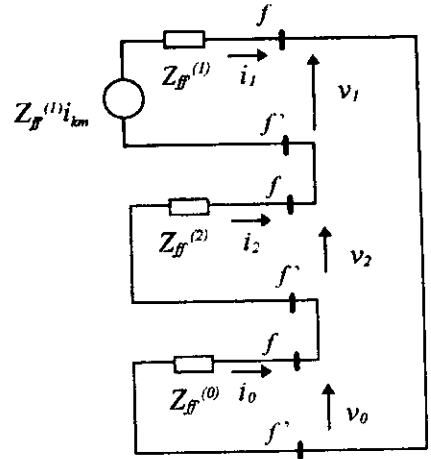
$$i_0 = i_1 = i_2 = i_{km} \frac{Z_{ff'}^{(1)}}{Z_{ff'}^{(1)} + Z_{ff'}^{(2)} + Z_{ff'}^{(0)}} \quad (3.48)$$

$$v_1 = i_1 (Z_{ff'}^{(2)} + Z_{ff'}^{(0)})$$

$$v_2 = -i_2 Z_{ff'}^{(2)}$$

$$v_0 = -i_0 Z_{ff'}^{(0)}$$

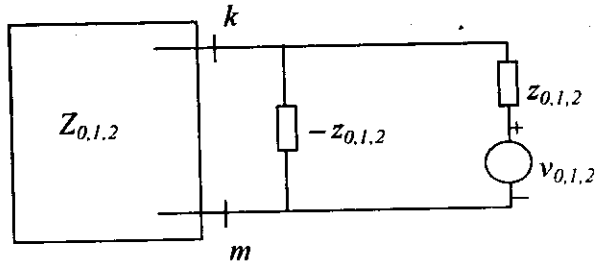
Như vậy nhận xét rằng sự cố hở mạch hai pha làm tăng tổng trở truyền thứ tự thuận qua đường dây lên một lượng bằng $(Z_{ff'}^{(2)} + Z_{ff'}^{(0)})$.



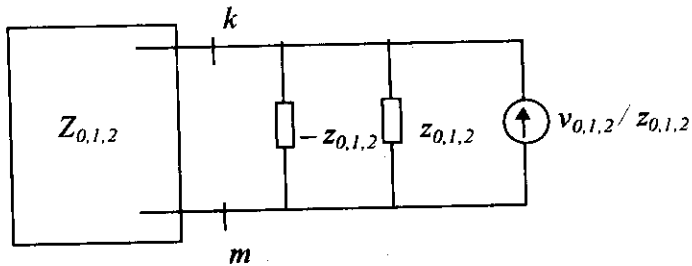
Hình 3.21

Cuối cùng chúng ta lưu ý rằng để xác định sự thay đổi điện áp tại một nút j bất kì trong lưới do sự cố hở mạch không đối xứng trên đường dây $k-m$, ta cũng có thể dựa trên ma trận tổng trở nút của lưới điện bình thường (trước sự cố).

Thật vậy các lưới điện thành phần trong sự cố như trên hình 3.19 có dạng hình 3.22a sau đây (trong đó kí hiệu tất các đại lượng có thể cùng là thành thứ tự không, hoặc cùng là thứ tự thuận hay cùng là thứ tự nghịch).



(a)



(b)

Nếu thay thế “nguồn áp” v ghép nối tiếp với tổng trở z bởi nguồn dòng ghép song song với tổng trở, ta có sơ đồ hình 3.22b, từ đó có thể loại bỏ hai nhánh z và $-z$ ghép song song, và chuyển nguồn dòng tới hai nút k, m . Do đó có thể

Hình 3.22

kết luận rằng: Sự cố hở mạch không đối xứng trên nhánh $k-m$ tác động đến các *lưới thành phần* giống như khi đặt thêm tới nút k nguồn dòng thành phần có giá trị bằng $v_{0,1,2} / Z_{0,1,2}$ và đặt thêm tới nút m nguồn dòng cùng giá trị nhưng trái dấu.

Việc biểu diễn tương đương này cho phép suy ra sự thay đổi áp (thành phần) tại một nút bất kì trong lưới do sự cố hở mạch không đối xứng tại một đường dây; nó chính bằng điện áp nút đó khi chỉ có riêng hai dòng nút cộng thêm nói trên, như vậy ta có thể tính bằng cách nhân ma trận tổng trở nút $Z^{(1)}, Z^{(2)}, Z^{(0)}$ của lưới trước sự cố (bao gồm đường dây $k-m$) với “dòng nút” vừa xác định. Từ đó suy ra rằng sự thay đổi điện áp thành phần ở nút j nào đó sẽ bằng:

$$\begin{aligned}\Delta u_{j1} &= \frac{Z_{jk}^{(1)} - Z_{jm}^{(1)}}{Z^{(1)}} v_1 \\ \Delta u_{j2} &= \frac{Z_{jk}^{(2)} - Z_{jm}^{(2)}}{Z^{(2)}} v_2 \\ \Delta u_{j0} &= \frac{Z_{jk}^{(0)} - Z_{jm}^{(0)}}{Z^{(0)}} v_0\end{aligned}\tag{3.49}$$

Nhắc lại rằng Z_{jk} là phần tử ma trận tổng trở nút thành phần tương ứng (trước sự cố); $Z^{(1)}, Z^{(2)}, Z^{(0)}$ là tổng trở thành phần của đường dây $k-m$; còn v_1, v_2, v_0 là áp thành phần rơi trên điểm hở mạch (giữa điểm f và điểm f' ở hình 3.18).

Giải tích chế độ xác lập

4.1 Định nghĩa bài toán

Giải tích (chế độ xác lập của) lưới điện (PF: Power Flow, Load Flow Calculation) là xuất phát từ các phương trình chế độ xác lập để xác định phân bố dòng, áp, công suất trong lưới, bằng cách giải các phương trình này. Bài toán giải tích lưới được thực hiện trong nghiên cứu *qui hoạch* (planning) chẳng hạn cho một đường dây hoặc trạm cung cấp điện mới, một trung tâm phụ tải mới hoặc sự tăng trưởng mới của phụ tải hệ thống điện. Khi đó tính toán giải tích lưới được thực hiện để xem xét khả năng đáp ứng của lưới điện, giúp cho việc lựa chọn vị trí, cấu trúc, thông số của các phần tử mới cho lưới điện.

PF cũng là một bộ phận của tính toán *tối ưu hóa* (optimization) chế độ làm việc, tính toán *ổn định* (stability) hay phân tích chế độ sự cố. Tính toán PF thuộc loại tính toán *nghiên cứu* (study), không sử dụng các dữ liệu thời thực (real time).

Các phương trình chế độ xác lập, đối tượng của PF, sử dụng mô hình toán học tuyến tính cho các phần tử lưới, nhưng phi tuyến cho nguồn và phụ tải điện. Sự phi tuyến này là do dạng phi tuyến của luật Kirchhoff cho dòng công suất, mà ở chế độ xác lập, thường phụ tải điện được cho bởi công suất thực P và phản kháng Q hằng số, còn các nguồn điện thường làm việc với công suất P xác định và ở một điện áp được điều chỉnh xác định. Điều này sẽ thấy rõ hơn dưới đây.

Nếu gọi điện áp phức (chế độ xác lập) ở một nút lưới k là $\dot{u}_k = v_k + jw_k$ và dòng điện (phức) phụ tải hay nguồn điện ở nút k là i_k thì như đã biết ở chương 2, ta có phương trình chế độ xác lập $i_k = \sum_m \dot{Y}_{km} \dot{u}_m$ với $\dot{Y}_{km}$ là phần tử (phức) ma trận tổng dẫn nút với nút cơ sở điện áp là nút trung tính (đất). Ma trận $\{\dot{Y}_{km}\}$ có thể bao gồm các tổng dẫn ở nút (bù tĩnh, kháng điện...). Ký hiệu $\sum_m$ chỉ tổng lấy theo mọi nút (kể cả nút k , nhưng trừ nút đất). Vì đây là ma trận hằng nên vế phải của phương trình (biểu diễn lưới điện) là tuyến tính với u_m , trong khi đó nếu công suất nút được cho chứ không phải dòng nút, ta có vế trái - đặc trưng nguồn và tải - cho bởi $(p_k - jq_k) / u_k^*$ là phi tuyến đối với điện áp (dấu * chỉ số phức liên hợp).

Biến đổi phương trình này ta có công suất nút (công suất pha ứng với áp pha hoặc công suất ba pha ứng với áp dây):

$$p_k + jq_k = \dot{u}_k i_k^* = \dot{u}_k \sum_m Y_{km}^* \dot{u}_m^* \quad (4.1)$$

trong đó giả sử số phức tổng dẫn biểu diễn bởi $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ trong đó Y_{kk} kể cả điện dung đường dây nếu có. Thế thì ta có:

$$p_k + jq_k = (v_k + jw_k) \sum_m [(v_m - jw_m)(G_{km} - jB_{km})]$$

Tách phần thực, ảo và đặt:

$$\begin{aligned} S(k) &= \sum_m (v_m G_{km} - w_m B_{km}) \\ Z(k) &= \sum_m (w_m G_{km} + v_m B_{km}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Ta sẽ có:

$$\begin{cases} p_k = v_k S(k) + w_k Z(k) \\ q_k = w_k S(k) - v_k Z(k) \end{cases} \quad (4.3)$$

Đó là phương trình nút ở dạng cân bằng công suất viết theo điện áp ở tọa độ vuông góc: $\dot{u}_k = v_k + jw_k$.

Ta cũng có thể sử dụng phương trình nút ở dạng cân bằng dòng:

$$\sum_m (v_m + jw_m)(G_{km} + jB_{km}) - i_k = 0$$

Có thể thấy rằng tổng trong phương trình này chính bằng $S(k) + jZ(k)$. Thay $i_k = (p_k - jq_k)/(v_k - jw_k)$ và tách thực ảo, ta rút ra 2 phương trình cho phần thực và phần ảo, ký hiệu tuần tự là α_k và β_k :

$$\begin{cases} \alpha_k = S(k) - \frac{p_k v_k + q_k w_k}{v_k^2 + w_k^2} = 0 \\ \beta_k = Z(k) - \frac{p_k w_k - q_k v_k}{v_k^2 + w_k^2} = 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

Công thức PF thường hay sử dụng điện áp viết ở tọa độ cực: $\dot{u}_k = u_k \exp(j\theta_k)$ (kí hiệu $\exp(j\theta) = e^{j\theta}$). Nếu tổng dẫn cũng viết ở tọa độ cực: $\dot{Y}_{km} = Y_{km} \exp(j\psi_{km})$ thì thay vào (4.1) ta có:

$$\begin{aligned}
 p_k + jq_k &= u_k \exp(j\theta_k) \sum_m u_m \exp(-j\theta_m) Y_{km} \exp(-j\psi_{km}) \\
 &= u_k \sum_m u_m Y_{km} \exp(j\theta_{km} - j\psi_{km})
 \end{aligned}$$

trong đó $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$. Tách thực ảo, ta được:

$$\begin{cases} p_k = u_k \sum_m u_m Y_{km} \cos(\theta_{km} - \psi_{km}) \\ q_k = u_k \sum_m u_m Y_{km} \sin(\theta_{km} - \psi_{km}) \end{cases} \quad (4.5)$$

Cũng có thể viết ở dạng:

$$\begin{cases} p_k = u_k \sum_m u_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ q_k = u_k \sum_m u_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{cases} \quad (4.6)$$

Các phương trình (4.3), (4.4) và (4.5), (4.6) là dạng tọa độ vuông góc và tọa độ cực của *phương trình chế độ xác lập*. Chú ý ký hiệu $\sum_m$ chỉ tổng lấy theo mọi

nút kể cả nút k và nút cân bằng. Các phương trình này mô tả cân bằng công suất (dòng) ở các nút và là phương trình (đại số) *phi tuyến* (đối với điện áp). Chú ý rằng các phương trình này không chứa biến thời gian vì ta đang xét chế độ xác lập. Cũng chú ý rằng ta đã tách thực ảo nên tất cả các đại lượng trong phương trình đều là số thực⁽¹⁾.

Bây giờ chúng ta sẽ xem xét việc giải các phương trình này. Trước hết nhận xét rằng vì phương trình là phi tuyến nên để giải nó ta không thể dùng phương pháp giải tích tường minh, mà phải dùng các *phương pháp số* (numerical methods).

Giả sử lưới điện có $n+1$ nút đánh số từ 0 tới n , không kể nút trung tính (đất)⁽²⁾. Tại mỗi nút có 4 biến thực p_k, q_k, u_k, θ_k hoặc p_k, q_k, v_k, w_k . Nếu cho trước $2(n+1)$ các đại lượng này, thì từ $2(n+1)$ phương trình chế độ xác lập ở trên, ta có thể xác định $2(n+1)$ biến còn lại. Giả thiết này được thỏa mãn, nếu như ta xem xét trường hợp biểu diễn nút phụ tải bởi công suất P, Q hằng số đã biết (bao gồm cả nút

⁽¹⁾ Cũng có thể sử dụng biến phức khi tính toán trên máy tính; vấn đề là hiệu quả tính toán.

⁽²⁾ Không viết phương trình cho nút này, đồng thời trong phương trình cho các nút, tổng không bao gồm nút đất vì tại đó $u_m = 0$.

nối dây có $P=0$, $Q=0$ hoặc $Q=Q_c$ với Q_c mô tả công suất trên diện dung của đường dây nối tới nút), còn ở nút nguồn điện cho trước công suất tác dụng P và môđun điện áp u (các nút loại sau này được gọi là *nút điều khiển điện áp*).

Tuy nhiên xem xét kĩ hơn ta có hai nhận xét sau đây:

- Phương trình dạng tọa độ cực (4.5), (4.6) chứa một biến số là góc pha của điện áp, tuy nhiên các phương trình này chỉ phụ thuộc vào góc *tương đối* giữa hai nút $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$, do đó nếu cộng thêm một đại lượng nào đó vào tất cả các góc thì không làm thay đổi phương trình. Đó là vì về vật lí góc điện áp được định nghĩa so với một "mốc" nào đó tùy chọn. Điều đó cũng có nghĩa rằng ta phải chọn trước góc cho một nút nào đó¹.
- Không thể xác định trước công suất P ở tất cả các nút của lưới điện, vì điều kiện cân bằng công suất qui định phải có một nút tại đó công suất phát vào lưới phụ thuộc tổng công suất phụ tải, tổn thất công suất trên lưới và công suất đã cho ở các nút nguồn khác. Nút này được gọi là *nút cân bằng công suất* (*swing bus*, *slack bus*) và được chọn trong số các nút nguồn. Vì thế không thể cho trước P ở tất cả các nguồn như giả thiết ở trên.

Như vậy từ nhận xét thứ nhất, số ẩn góc điện áp giảm đi một vì phải cho trước một góc, còn từ nhận xét thứ hai phải có một công suất P (ở nút cân bằng) là ẩn số (biến phụ thuộc). Để cho tiện ta chọn góc ở nút cân bằng $\theta = 0$, như vậy ở nút này (một nút nguồn) sẽ cho trước $u, 0$ thay vì cho u, P . Số ẩn còn lại vẫn bằng số phương trình.

Tóm lại, 3 loại nút thường được xử lí trong tính toán PF là:

1. Nút PV hay nút điều khiển điện áp: Công suất tác dụng P và biên độ điện áp u được cho trước. Đây thường là các nhà máy điện với u được duy trì bởi thiết bị điều chỉnh tự động điện áp (AVR- automatic voltage regulator) hay các trạm bù công suất phản kháng. Việc duy trì điện áp được thực hiện bởi điều chỉnh công suất phản kháng nguồn phát ra. Tất nhiên khoảng điều chỉnh này có giới hạn do giới hạn của dòng stator và giới hạn của dòng kích từ của máy điện đồng bộ, cũng như điều kiện làm việc ổn định ở chế độ thiếu kích thích. Do đó ở các nút loại này thường phải xét điều kiện ràng buộc:

$$Q_k^{\min} < q_k < Q_k^{\max} \quad (4.7)$$

2. Nút PQ: thường là nút phụ tải điện ở đó công suất tiêu thụ giả thiết là không bị biến động theo độ lệch nhỏ của điện áp trong chế độ xác lập.

¹ Điều này cũng đã được ghi nhận ở chương 2

3. **Nút cân bằng:** Phát sinh do tổn thất công suất trong lưới là không biết trước khi tính toán giải tích chế độ. Nút này thường được chọn trong số nút nguồn và ứng với nhà máy điện làm nhiệm vụ điều chỉnh tần số. Tại nút cân bằng cho trước u, θ . Thông thường các chương trình PF dùng một nút cân bằng, tuy nhiên cũng có thể xử lý bài toán giải tích trong hệ thống hợp nhất, bao gồm nhiều vùng, nhiều nút điều chỉnh tần số và công suất trao đổi (mua, bán) giữa các vùng.

Một trường hợp đặc biệt của bài toán giải tích lưới điện:

Một số điểm bổ sung trong mô tả bài toán PF sẽ được xem xét ở một phần sau, ở đây chỉ lưu ý một trường hợp đặc biệt hay gặp khi tính toán PF phục vụ cho nghiên cứu ổn định quá độ (Transient Stability)⁽¹⁾ hay nghiên cứu sự cố, trong đó cần dự đoán hậu quả của một thay đổi nào đó của cấu trúc lưới (gây ra do sự cố). Nếu giả thiết rằng công suất của tất cả các máy phát điện và phụ tải điện thay đổi rất ít sau sự cố (trong thời gian quá độ nhanh), thì việc xác định điện áp trên lưới sau sự cố trở thành bài toán PF trong đó *tất cả các nút cho trước P và Q, trừ nút cân bằng*. Chú ý rằng điều kiện cân bằng công suất trên lưới cũng áp dụng đối với công suất phản kháng, do đó cũng không thể cho trước Q ở tất cả các nút. Như vậy riêng nút cân bằng sẽ được cho điện áp, giống như đã xét ở trên.

Nhận xét sơ bộ về giải phương trình chế độ xác lập:

Ta nêu một nhận xét liên quan tới việc giải phương trình chế độ xác lập, tức là giải bài toán PF: *Mỗi ẩn công suất (p hoặc q) chỉ tham gia vào một phương trình (ở dạng cân bằng công suất), do đó không cần giải hệ phương trình để xác định chúng*. Công suất chưa biết sẽ được tính từ phương trình tương ứng sau khi xác định ẩn điện áp v, w hoặc u, θ bằng cách giải hệ phương trình.

Giả sử nút 0 là nút cân bằng, n nút còn lại bao gồm n_g nút nguồn (generators, hay nút PV) và n_c nút tải (charges, hay nút PQ). Từ $2(n+1)$ phương trình ta loại ra các phương trình ứng với công suất nút chưa biết, cụ thể là 2 phương trình đối với nút cân bằng, n_g phương trình cho q ở nút nguồn. Còn lại hệ $n+n_c$ phương trình đủ để giải ra n góc θ ở các nút và n_c ẩn điện áp u ở các nút phụ tải (trong trường hợp dùng tọa độ cực). Trường hợp dùng tọa độ vuông góc (4.3) ta có $2n$ ẩn v, w . Để giải chúng, ta sẽ bổ sung vào cho $n+n_c$ phương trình nói trên n_g phương trình sau đây viết cho các nút nguồn (đã biết u):

$$u_k^2 = v_k^2 + w_k^2 \quad k=1, \dots, n_g \quad (4.8)$$

⁽¹⁾ Cũng thường gọi là ổn định động

4.2 Phương pháp lặp Gauss- Seidel giải tích lưới điện

Để áp dụng phương pháp lặp Gauss-Seidel (xem chương 1) giải hệ phương trình chế độ xác lập, ta dùng phương trình cân bằng dòng nút viết cho n nút, trừ nút cân bằng đã biết điện áp u_0 :

$$\sum_m \dot{Y}_{km} \dot{u}_m = i_k \quad k=1, \dots, n$$

Tách riêng điện áp nút k từ tổng, ta có phương trình lặp sau đây:

$$\dot{u}_k^{(i+1)} = (\dot{u}_k^{(i)} - \sum_{m \neq k} \dot{Y}_{km} \dot{u}_m^{(i)}) / \dot{Y}_{kk} \quad (4.9)$$

trong đó dòng nút k xác định theo điện áp nút ở bước lặp trước⁽¹⁾

$$i_k^{(i)} = \frac{P_k - jQ_k}{u_k^{*(i)}} - \dot{Y}_k \dot{u}_k^{(i)} \quad (4.10)$$

Để ý rằng trong công thức này, ta đã gộp dòng trong các nhánh sun (nhánh ngang) của lưới vào dòng nút: $\dot{Y}_k$ là tổng dẫn nhánh sun nối với nút k . Nếu làm như vậy thì trong phần tử ma trận tổng dẫn nút trong (4.9) sẽ không tính đến tất cả các nhánh nối đất này.

Trong (4.10) công suất nút là đại lượng đã cho. Đối với các nút PV, công suất phản kháng trong (4.10) sẽ lấy xấp xỉ theo điện áp bước lặp cũ. Chẳng hạn từ công thức (4.5):

$$q_k^{(i)} = u_k \sum_m u_m^{(i)} Y_{km} \sin(\theta_{km}^{(i)} - \psi_{km}) \quad (4.11)$$

trong đó u_k là điện áp đã cho tại nút PV. Như vậy ở các nút PV, trong xấp xỉ điện áp mới tính theo (4.9) chỉ dùng đến góc pha $\theta_k^{(i)}$, không dùng môđun. Cũng nhắc lại rằng trong phương pháp GS, luôn luôn dùng giá trị mới nhất của điện áp khi tính vế phải của (4.9), tức là nếu tính toán theo thứ tự $k=1, 2, \dots$ thì (4.9) thay bởi:

⁽¹⁾ Cũng có thể xác định theo điện áp ở bước hiện tại: thay i_k tính theo $u_k^{(i+1)}$ vào (4.9) và giải ra $u_k^{(i+1)}$ nhưng không có hiệu quả đáng kể [1]

$$\dot{u}_k^{(i+1)} = \left(\sum_{m=0, k-1} \dot{Y}_{km} \dot{u}_m^{(i+1)} + \sum_{m=k+1, n} \dot{Y}_{km} \dot{u}_m^{(i)} \right) / \dot{Y}_{kk} \quad (4.12)$$

Ưu điểm của phương pháp GS là đơn giản, khối lượng tính toán nhỏ trên một bước lặp và yêu cầu lưu trữ nhỏ. Nhưng nhược điểm lớn của phương pháp này là hội tụ chậm, nhất là khi kích thước lưới điện tăng lên. Số lượng bước lặp yêu cầu tăng theo số biến, với lưới điện thực tế ví dụ có 500 nút, phương pháp GS đòi hỏi cỡ 500 bước lặp, thời gian tính lớn hơn nhiều so với phương pháp Newton-Raphson (sẽ được đề cập trong phần sau). Do đó trong thực tế thường GS chỉ sử dụng có lợi cho tính toán PF trong vài bài toán ổn định hay phân tích sự cố, trong đó yêu cầu *tính giải tích nhiều lần với chỉ một vài công suất nút thay đổi nhẹ*. Xấp xỉ ban đầu có thể lấy theo kết quả tính toán trước, tức là khá gần nghiệm. Cùng với yêu cầu về độ chính xác tương đối thấp, kết quả là lập GS có thể hội tụ nhanh.

Các chương trình giải tích lưới điện thực tế cũng có thể dùng GS cho 1,2 bước lặp đầu tiên, khi xấp xỉ còn xa nghiệm, tại đó phương pháp có tốc độ hội tụ cao như Newton-Raphson lại có khả năng hội tụ kém (xem phần sau). Bằng cách này có thể bảo đảm hơn cho sự hội tụ của tính toán, lại có thể giảm được một bước lặp Newton-Raphson, ứng với một khối lượng tính toán khá lớn.

4.3 Phương pháp Newton- Raphson

4.3.1 Phương trình lặp Newton- Raphson

Nếu ta viết hệ phương trình phi tuyến của chế độ xác lập ở dạng:

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = 0 \quad (4.13)$$

thì đối với dạng công suất (4.3), (4.5) hoặc (4.6) $\mathbf{r}$ là vector hàm biểu diễn *sai số công suất ở các nút*:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P} - \mathbf{p} \\ \mathbf{Q} - \mathbf{q} \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

trong đó $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ là công suất đã cho của nút, còn $\mathbf{p}, \mathbf{q}$ là hàm của điện áp nút (biến $\mathbf{x}$ trong (4.13)). Với dạng dòng điện (4.4) thì $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$, $\mathbf{x}$ bao gồm điện áp và công suất phản kháng.

Trong các phương pháp số giải phương trình phi tuyến, phương pháp Newton-Raphson có vị trí quan trọng. Hình 4-1 minh họa quá trình giải cho trường hợp một phương trình $f(x)=0$. Xuất phát từ điểm xấp xỉ thứ nhất (x_1, f_1) , hàm $f(x)$ được *tuyến tính hóa bởi đường tiếp tuyến* tại điểm này, từ đó xác định nghiệm của phương trình tuyến tính hóa, và ta được xấp xỉ thứ hai (x_2, f_2) tốt hơn. Quá trình được tiếp tục và hội tụ đến nghiệm của phương trình phi tuyến $f(x)=0$. Phương trình của đường tiếp tuyến tại x_1 là số hạng tuyến tính của khai triển Taylor của hàm $f(x)$ tại x_1 và có dạng:

$$f(x) \approx f(x_1) + \left(\frac{df}{dx} \right)_{x_1} (x - x_1)$$

Đặt bằng 0 ta có phương trình tuyến tính cho phép giải ra x_2 :

$$f'(x_1)(x_2 - x_1) + f_1 = 0$$

trong đó $f'(x_1)$ là đạo hàm f tại x_1 .

Áp dụng vào hệ phương trình cân bằng công suất nút dạng (4.13), (4.14) ta có phương trình tuyến tính hóa cần giải ở một bước lặp i là:

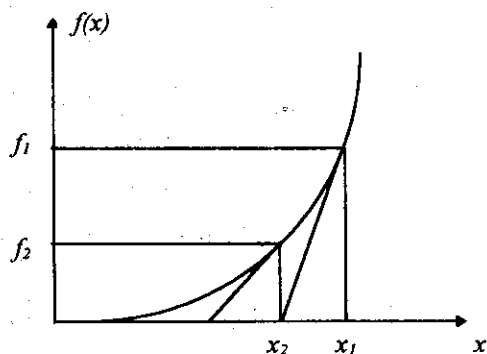
$$\mathbf{J}_i \cdot (\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i) = \mathbf{r}_i \quad (4.15)$$

trong đó $\mathbf{r}_i = (\mathbf{P} - \mathbf{p}_i, \mathbf{Q} - \mathbf{q}_i)$ còn $\mathbf{J}_i$ là ma trận *Jacobian* (chứa các đạo hàm riêng của $\mathbf{p}$ và $\mathbf{q}$; chúng ta sẽ khảo sát ma trận này trong mục sau):

$$\mathbf{J}_i = -\mathbf{r}'(\mathbf{x}_i) = \begin{pmatrix} \mathbf{p}'(\mathbf{x}_i) \\ \mathbf{q}'(\mathbf{x}_i) \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

4.3.1 *Jacobian của các phương trình chế độ xác lập*

Ma trận *Jacobian* có vai trò quan trọng trong thuật toán giải bằng phương pháp Newton-Raphson. Vì phương trình cho $\mathbf{p}$ và $\mathbf{q}$ là phi tuyến đối với ẩn $\mathbf{x}$ (điện áp) nên ma trận này, xác định theo (4.16), phụ thuộc chế độ làm việc (điện áp) và do đó thay đổi từ bước lặp này sang bước lặp khác. Sau đây dẫn ra biểu thức cho các phần tử của ma trận đạo hàm riêng này bằng cách lấy đạo hàm trực tiếp các phương trình chế độ xác lập.



Hình 4-1

Bắt đầu bằng phương trình ở tọa độ cực (4.5), (4.6) được dẫn lại ở đây :

$$\begin{aligned}
 p_k &= u_k \sum_{m \neq k} u_m Y_{km} \cos(\theta_{km} - \psi_{km}) + u_k^2 G_{kk} \\
 &= u_k \sum_{m \neq k} u_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) + u_k^2 G_{kk} \quad (n \text{ phương trình}) \\
 q_k &= u_k \sum_{m \neq k} u_m Y_{km} \sin(\theta_{km} - \psi_{km}) - u_k^2 B_{kk} \\
 &= u_k \sum_{m \neq k} u_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) - u_k^2 B_{kk} \quad (n_c \text{ phương trình})
 \end{aligned}$$

Từ các phương trình này dễ dàng tính các phần tử Jacobian:

(4.17):

$$\begin{aligned}
 \partial p_k / \partial \theta_m &= u_k u_m Y_{km} \sin(\theta_{km} - \psi_{km}) \\
 &= u_k u_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\
 \partial p_k / \partial \theta_k &= -u_k \sum_{m \neq k} u_m Y_{km} \sin(\theta_{km} - \psi_{km}) \\
 &= u_k \sum_{m \neq k} u_m (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) = -\sum_{m \neq k} \partial p_k / \partial \theta_m \\
 \partial p_k / \partial u_m &= u_k Y_{km} \cos(\theta_{km} - \psi_{km}) \\
 &= u_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\
 \partial p_k / \partial u_k &= 2u_k G_{kk} + \sum_{m \neq k} u_m Y_{km} \cos(\theta_{km} - \psi_{km}) \\
 &= 2u_k G_{kk} + \sum_{m \neq k} u_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 2u_k G_{kk} + \sum_{m \neq k} \partial p_k / \partial u_m \\
 \partial q_k / \partial \theta_m &= -u_k u_m Y_{km} \cos(\theta_{km} - \psi_{km}) \\
 &= -u_k u_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\
 \partial q_k / \partial \theta_k &= u_k \sum_{m \neq k} u_m Y_{km} \cos(\theta_{km} - \psi_{km}) \\
 &= u_k \sum_{m \neq k} u_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = -\sum_{m \neq k} \partial q_k / \partial \theta_m
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial q_k / \partial u_m &= u_k Y_{km} \sin(\theta_{km} - \psi_{km}) \\ &= u_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial q_k / \partial u_k &= -2u_k B_{kk} + \sum_{m \neq k} u_m Y_{km} \sin(\theta_{km} - \psi_{km}) \\ &= -2u_k B_{kk} + \sum_{m \neq k} u_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) = -2u_k B_{kk} + \sum_{m \neq k} \partial q_k / \partial u_m\end{aligned}$$

So sánh các biểu thức có thể rút ra:

$$\begin{aligned}\partial p_k / \partial \theta_k &= -\sum_{m \neq k} (\partial p_k / \partial \theta_m) = -q_k - u_k^2 B_{kk} \\ \partial q_k / \partial \theta_k &= -\sum_{m \neq k} (\partial q_k / \partial \theta_m) = p_k - u_k^2 G_{kk} \\ u_k (\partial p_k / \partial u_k) &= (\partial q_k / \partial \theta_k) + 2u_k^2 G_{kk} = p_k + u_k^2 G_{kk} \\ u_m (\partial p_k / \partial u_m) &= -(\partial q_k / \partial \theta_m) \\ u_k (\partial q_k / \partial u_k) &= -(\partial p_k / \partial \theta_k) - 2u_k^2 B_{kk} = q_k - u_k^2 B_{kk} \\ u_m (\partial q_k / \partial u_m) &= \partial p_k / \partial \theta_m\end{aligned} \quad (4.18)$$

Nhận xét rằng việc tính toán Jacobian sẽ đơn giản hơn nếu áp dụng các công thức trong (4.18). Như ta thấy, các phần tử đường chéo có thể tính theo p_k và q_k , và có thể đơn giản hóa nếu thay thế gần đúng p_k và q_k bởi P_k và Q_k (công suất nút đã cho). Nếu gần nghiệm xấp xỉ này là tốt [4].

Bây giờ ta biểu diễn ma trận $\mathbf{J}$ dưới dạng khối gồm 4 ma trận con:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial \mathbf{p} / \partial \boldsymbol{\theta} & \partial \mathbf{p} / \partial \mathbf{u} \\ \partial \mathbf{q} / \partial \boldsymbol{\theta} & \partial \mathbf{q} / \partial \mathbf{u} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Kích thước các ma trận như sau: $\mathbf{J}_1(n \times n)$, $\mathbf{J}_2(n \times n_c)$, $\mathbf{J}_3(n_c \times n)$, $\mathbf{J}_4(n_c \times n_c)$. Ta có từ (4.18) quan hệ giữa các khối con:

$$\begin{cases} u_k J_4(k, k) = 2q_k + J_1(k, k) \\ u_m J_4(k, m) = J_1(k, m) \end{cases} \quad (4.20)$$

$$\begin{cases} u_k J_2(k, k) = 2p_k - J_3(k, k) \\ u_m J_2(k, m) = -J_3(k, m) \end{cases} \quad (4.21)$$

Tiếp theo chúng ta xem xét phương trình chế độ xác lập ở tọa độ vuông góc (4.3), (4.8) được viết lại dưới đây:

$$\begin{aligned} p_k &= (v_k^2 + w_k^2)G_{kk} + v_k \sum_{m \neq k} (v_m G_{km} - w_m B_{km}) + w_k \sum_{m \neq k} (w_m G_{km} + v_m B_{km}) \\ &\quad (n \text{ phương trình}) \\ q_k &= -(v_k^2 + w_k^2)B_{kk} + w_k \sum_{m \neq k} (v_m G_{km} - w_m B_{km}) - v_k \sum_{m \neq k} (w_m G_{km} + v_m B_{km}) \\ &\quad (n_c \text{ phương trình}) \\ u_k^2 &= v_k^2 + w_k^2 \quad (n_g \text{ phương trình}) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Jacobian tương ứng có các phần tử sau:

$$\begin{aligned} \partial p_k / \partial v_k &= 2v_k G_{kk} + \sum_{m \neq k} (v_m G_{km} - w_m B_{km}) \\ \partial p_k / \partial v_m &= v_k G_{km} + w_k B_{km} \\ \partial p_k / \partial w_k &= 2w_k G_{kk} + \sum_{m \neq k} (w_m G_{km} + v_m B_{km}) \\ \partial p_k / \partial w_m &= -v_k B_{km} + w_k G_{km} \\ \partial q_k / \partial v_k &= -2v_k B_{kk} - \sum_{m \neq k} (w_m G_{km} + v_m B_{km}) \\ \partial q_k / \partial v_m &= \partial p_k / \partial w_m \\ \partial q_k / \partial w_k &= -2w_k B_{kk} + \sum_{m \neq k} (v_m G_{km} - w_m B_{km}) \\ \partial q_k / \partial w_m &= -\partial p_k / \partial v_m \\ \partial u_k^2 / \partial v_k &= 2v_k \\ \partial u_k^2 / \partial w_k &= 2w_k \end{aligned} \quad (4.23)$$

Kích thước của ma trận ở đây là $2n$, lớn hơn là khi dùng tọa độ cực, nhưng các phần tử không chứa hàm lượng giác là các đại lượng đòi hỏi nhiều thời gian tính toán.

Cũng dùng tọa độ vuông góc, nhưng với phương trình ở dạng dòng điện (4.4) thì Jacobian đơn giản hơn nhiều, đặc biệt các phần tử ngoài đường chéo của các khối đều là hằng số:

$$\begin{aligned}\partial \alpha_k / \partial v_k &= G_{kk} + \frac{2q_k v_k w_k + p_k (v_k^2 - w_k^2)}{u_k^4} \\ \partial \alpha_k / \partial w_k &= -B_{kk} + \frac{2p_k v_k w_k - q_k (v_k^2 - w_k^2)}{u_k^4} \\ \partial \beta_k / \partial v_k &= B_{kk} + \frac{2p_k v_k w_k - q_k (v_k^2 - w_k^2)}{u_k^4} \\ \partial \beta_k / \partial w_k &= G_{kk} + \frac{2q_k v_k w_k - p_k (v_k^2 - w_k^2)}{u_k^4} \\ \partial \alpha_k / \partial v_m &= \partial \beta_k / \partial w_m = G_{km} \\ \partial \alpha_k / \partial w_m &= -\partial \beta_k / \partial v_m = -B_{km}\end{aligned}\tag{4.24}$$

4.3.2 Đặc điểm phương pháp và áp dụng cho bài toán giải tích lưới điện

Như ta đã nhận xét, ma trận Jacobian thay đổi từ bước lặp này sang bước lặp khác. Sự phức tạp của phương pháp Newton- Raphson (NR) chính là ở chỗ phải giải hệ phương trình tuyến tính ở mỗi bước lặp với ma trận thay đổi. Thời gian máy cần cho lời giải này là phần chủ yếu trong thời gian tính toán của một bước lặp. Giải hệ tuyến tính đây m phương trình yêu cầu cỡ $2m^3/3$ phép tính; đối với lưới điện 500 nút, giải hệ khoảng 1000 phương trình sẽ cần 667 triệu phép tính !

May mắn là ma trận J cũng rất thưa như ma trận tổng dẫn nút Y : phần tử ngoài đường chéo của mỗi khối con chỉ khác 0 nếu tồn tại nhánh nối giữa hai nút tương ứng. Như ta đã biết, không phụ thuộc vào số nút, thường chỉ có trung bình 3 nhánh nối với mỗi nút, do đó ma trận càng thưa đối với lưới điện lớn⁽¹⁾. Phương pháp NR chỉ có hiệu quả nếu áp dụng kỹ thuật ma trận thưa trong việc giải phương

⁽¹⁾ Làm phép toán đơn giản chẳng hạn đối với khối con J_1 có n^2 phần tử. Nếu mỗi hàng chỉ có 1 phần tử đường chéo và 3 phần tử ngoài đường chéo khác 0 thì tổng cộng các phần tử khác 0 chỉ chiếm một tỉ số $4n/n^2 = 4/n$. Ví dụ $n=100$ nút, tỉ lệ này chỉ là 4%.

trình, như phương pháp khai triển tam giác theo thứ tự tối ưu (OOF) mà ta đã xem xét ở chương 2.

Một bất lợi khác của phương pháp NR là yêu cầu bộ nhớ nhiều hơn so với phương pháp Gauss - Seidel (GS). Bù lại, ưu điểm lớn của phương pháp NR là tốc độ hội tụ cao. Nếu phương pháp GS hội tụ tuyến tính, tức là có $\varepsilon_{i+1} = k_n \varepsilon_i$ với ε_i là sai số của xấp xỉ thứ i , thì phương pháp NR hội tụ bậc hai: $\varepsilon_{i+1} = k_q \varepsilon_i^2$. So sánh với $k_n = k_q < 1$ rõ ràng sai số của NR giảm nhanh hơn, nếu sai số ban đầu nhỏ. Trái lại nếu sai số của xấp xỉ đầu lớn, lặp NR có thể phân kì. Như vậy sự hội tụ bậc hai là tốt khi và chỉ khi xấp xỉ ban đầu tốt. Do đó để áp dụng thành công phương pháp NR, cần bảo đảm một xấp xỉ tốt của nghiệm.

Tuy thời gian yêu cầu cho một bước lặp ở phương pháp NR lớn hơn vài lần so với GS, nhưng số bước lặp yêu cầu của NR thường chỉ là 2-5 bước, hầu như không phụ thuộc vào kích thước lưới điện. Do đó sử dụng phương pháp NR rất có lợi cho tính toán lưới điện lớn.

Một số ưu điểm khác thường được nêu lên của phương pháp NR so với GS là:

- Có thể giải cho hệ thống nặng tải, với góc lệch pha tới 90° (đôi khi còn hội tụ cho cả một chế độ không ổn định)
- Có thể giải cho hệ thống chứa điện kháng âm như mô hình máy biến áp 3 cuộn dây hoặc tụ điện bù dọc cho đường dây
- Có thể giải cho hệ thống chứa những đường dây có độ dài rất lớn làm việc song song với đường dây ngắn, hoặc hệ thống truyền tải rất xa.

Áp dụng phương pháp cho phương trình công suất nút ở tọa độ cực, phương trình tuyến tính cần giải trên một bước lặp i là:

$$\begin{pmatrix} \Delta p \\ \Delta q \end{pmatrix}^i = \begin{pmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{pmatrix}^i \begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Delta u \end{pmatrix}^{i+1} \quad (4.25)$$

$$\Delta p^i = P - p^i; \Delta q^i = Q - q^i; \Delta u^{i+1} = u^{i+1} - u^i; \Delta \theta^{i+1} = \theta^{i+1} - \theta; J^i = J(\theta, u^i)$$

Thực tế hay sử dụng ẩn $\Delta u^{i+1} / u^i$ thay cho Δu^{i+1} , tương ứng trong các ma trận con J_2 và J_4 phần tử k, m cần được nhân thêm với u_m^i . Dạng này có lợi hơn trong tính toán, cả hai ẩn trở thành không thứ nguyên và các phần tử Jacobian có công thức đối xứng như sau:

- Phần tử ngoài đường chéo:

$$J_1(k, m) = \partial p_k / \partial \theta_m = u_k u_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$

$$J_3(k, m) = (\partial q_k / \partial \theta_m) = -u_k u_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km})$$

$$J_2(k, m) = u_m (\partial p_k / \partial u_m) = -J_3(k, m)$$

$$J_4(k, m) = u_m (\partial q_k / \partial u_m) = J_1(k, m)$$

- Phần tử đường chéo:

$$J_1(k, k) = -\sum_{m \neq k} J_1(k, m) = -q_k - u_k^2 B_{kk}$$

$$J_2(k, k) = J_3(k, k) + 2u_k^2 G_{kk} = p_k + u_k^2 G_{kk}$$

$$J_3(k, k) = -\sum_{m \neq k} J_3(k, m) = p_k - u_k^2 G_{kk}$$

$$J_4(k, k) = -J_1(k, k) - 2u_k^2 B_{kk} = q_k - u_k^2 B_{kk}$$

(4.26)

Chú ý rằng ma trận Jacobian không đối xứng, trừ khi mọi điện áp (phức) bằng nhau.

Quá trình lặp tiến hành theo thuật toán sau:

1. Tính toán sai số công suất nút Δp , Δq theo xấp xỉ hiện tại của ẩn điện áp (u, θ)
2. Nếu $\max_k |\Delta p_k| \leq \varepsilon_p$ và $\max_k |\Delta q_k| \leq \varepsilon_q$ thì dừng quá trình lặp. Xấp xỉ hiện tại là nghiệm bài toán. Nếu không thì tiếp tục bước (3).
3. Lập ma trận $\mathbf{J}$
4. Giải hệ tuyến tính (4.25) dạng $\mathbf{J} \Delta \mathbf{x} = \Delta \mathbf{r}$
5. Tính xấp xỉ mới của nghiệm $\mathbf{x} := \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}$. Riêng biến dạng $\Delta u^{i+1} / u^i$ sẽ cho xấp xỉ điện áp mới:

$$u^{(i+1)} = u^{(i)} + \Delta u^{(i+1)} = u^{(i)} \left(1 + \frac{\Delta u^{(i+1)}}{u^{(i)}} \right)$$

Trở lại bước (1).

Sau khi kết thúc quá trình lặp tìm được điện áp các nút, các đại lượng chế độ

xác lập khác như phân bố công suất trên lưới có thể xác định dễ dàng theo điện áp nút.

Đối với các nút PV cần thỏa mãn điều kiện ràng buộc (4.7). Do đó tại mỗi bước lặp cần tính công suất phản kháng của các nút PV để kiểm tra điều kiện này. Nếu giới hạn bị vi phạm thì nút tương ứng sẽ được *chuyển từ nút PV thành nút PQ* với Q đặt cố định ở giá trị giới hạn bị vi phạm. Khó khăn gặp phải ở đây là khi *chuyển loại nút* như vậy thì cấu trúc ma trận Jacobian cũng như cấu trúc phương trình và ẩn bị thay đổi.

Như đã nói, cần chú ý bắt đầu quá trình lặp NR không quá xa nghiệm để bảo đảm sự hội tụ. Nếu không biết một xấp xỉ nào tốt hơn thì có thể dùng *khởi tạo điện áp bằng phẳng*, tức là lấy điện áp các nút PQ bằng điện áp nút cân bằng, điện áp các nút PV lấy theo giá trị đã cho, còn góc pha lấy bằng 0 (bằng góc pha nút cân bằng).

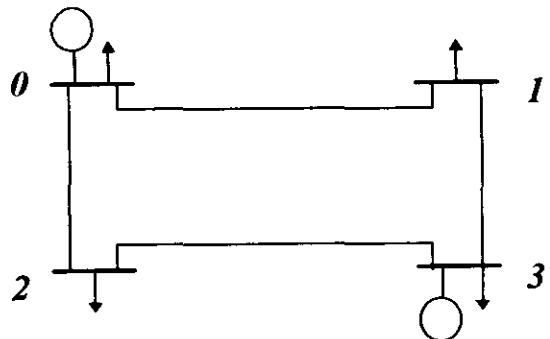
Kèm theo việc lựa chọn xấp xỉ đầu tiên như vậy, một hoặc hai bước lặp Gauss-Seidel có thể dùng để khởi tạo. Một biện pháp khác để tránh trường hợp không hội tụ là hạn chế độ lớn của hiệu chỉnh $\Delta\theta$ và Δu ở các bước lặp. Việc này tuy nhiên làm giảm tốc độ hội tụ.

Tất nhiên tính toán PF không thể hội tụ cho các chế độ không tồn tại về vật lí, như chế độ không ổn định, do phụ tải quá nặng hoặc dữ liệu sai.

Phương pháp NR cũng được áp dụng trong tọa độ vuông góc. Dạng phương trình dòng nút ít khi được sử dụng.

4.4 Thí dụ

Chúng ta minh họa phương pháp NR dùng tọa độ cực bằng một thí dụ dựa theo [6], giải bài toán PF cho lưới điện đơn giản 4 nút trên hình 4.2. Tại nút 0 và 3 có nguồn điện, ở tất cả các nút có phụ tải. Số liệu nhánh và nút cho trong bảng dưới đây với các đại lượng cơ sở là 100 MVA và 230 KV.



Hình 4.2

Số liệu các đường dây:

Nhánh	R (p.u)	X (p.u)	G (p.u)	B (p.u)	Q nạp (MVAR) ⁺	Tổng dân số Y/2 (p.u)
0-1	0,01008	0,05040	3,815629	-19,078144	10,25	0,05125
0-2	0,00744	0,03720	5,169561	-25,847809	7,75	0,03875
1-3	0,00744	0,03720	5,169561	-25,847809	7,75	0,03875
2-3	0,01272	0,06360	3,023705	-15,118528	12,75	0,06375

⁺ Xác định ở 230 KV.

Số liệu nút:

Nút	Công suất phát		Phụ tải		U (p.u)	Loại nút
	P (MW)	Q (MVAR)	P (MW)	Q(MVAR) ⁺		
0	-	-	50	30,99	1,00	cân bằng
1	0		170	105,35		PQ
2	0	0	200	123,94		PQ
3	318	-	80	49,58	1,02	PV

⁺ Hệ số công suất 0.85Ma trận tổng dẫn nút $G+jB$ tính được như sau (ma trận đối xứng):

Nút	0	1	2	3
0	8,985190 -j44,835953	-3,815629 +j19,078144	-5,169561 +j25,847809	0
1		8,985190 -j44,835953	0	-5,169561 +j25,847809
2			8,193267 -j40,863838	-3,023705 +j15,118528
3				8,193267 -j40,863838

Phương trình lập (4.25) có 5 phương trình ứng với P_1, P_2, P_3, Q_1, Q_2 và 5 ẩn $\theta_1, \theta_2, \theta_3, u_1, u_2$ (lấy $\theta_0=0$). Jacobian xác định theo (4.26), tại xấp xỉ đầu tiên (điện áp phẳng) $\theta_1=\theta_2=\theta_3=0, u_1=u_2=1$ p.u, ta có chẳng hạn khối J_1 :

- Phần tử ngoài đường chéo:

$$J_1(1,2) = \partial P_1 / \partial \theta_2 = J_1(2,1) = 0$$

$$\begin{aligned} J_1(1,3) &= \partial P_1 / \partial \theta_3 = u_1 u_3 (G_{13} \sin \theta_{13} - B_{13} \cos \theta_{13}) \\ &= 1 \times 1,02 (-5,169561 \sin 0 - 25,847809 \cos 0) = -26,364765 \end{aligned}$$

$$J_1(2,3) = 1 \times 1,02 (-15,118528 \cos 0) = -15,420899$$

$$J_1(3,1) = 1,02 \times 1 (-25,847809 \cos 0) = -26,364765$$

$$J_1(3,2) = 1,02 \times 1 (-15,118528 \cos 0) = -15,420899$$

- Phần tử đường chéo:

$$\begin{aligned} J_1(2,2) &= -J_1(2,0) - J_1(2,1) - J_1(2,3) = \\ &= -1 \times 1 \times (-25,847809 \cos 0) - 0 - (-15,420898) = 41,268707 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_1(2,2) &= -J_1(2,0) - J_1(2,1) - J_1(2,3) = \\ &= -1 \times 1 \times (-25,847809 \cos 0) - 0 - (-15,420899) = 41,268707 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_1(3,3) &= -J_1(3,0) - J_1(3,1) - J_1(3,2) = \\ &= 0 - (-26,364765) - (-15,420899) = 41,785664 \end{aligned}$$

Tính tiếp theo J_3, J_2 và J_4 , cuối cùng ta có phương trình lập dạng (4.25):

$$\begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|cc} 45,443 & 0 & -26,365 & 8,882 & 0 \\ 0 & 41,269 & -15,421 & 0 & 8,133 \\ -26,365 & -15,421 & 41,786 & -5,273 & -3,084 \end{array} \right) \begin{array}{l} \Delta \theta_1^{(1)} \\ \Delta \theta_2^{(1)} \\ \Delta \theta_3^{(1)} \\ \Delta u_1^{(1)} / u_1^{(0)} \\ \Delta u_2^{(1)} / u_2^{(0)} \end{array} = \begin{array}{l} -1,597 \\ -1,940 \\ 2,213 \\ -0,447 \\ -0,835 \end{array}$$

Giải hệ phương trình này được xấp xỉ mới của điện áp:

$$u_1 = 0,98335 \angle -0,93094^\circ$$

$$u_2 = 0,97095 \angle -1,78790^\circ$$

$$u_3 = 1,02 \angle -1,54383^\circ$$

Bảng dưới đây cho kết quả giải bài toán sau 3 bước lặp. Dòng nhánh được tính sau khi biết điện áp nút. Các đại lượng khác như tổn thất công suất tổng trong lưới có thể tính bằng cách so sánh công suất phát và thu, còn tổn thất trên nhánh xác định như hiệu số giữa công suất đầu và cuối nhánh.

Nút	U (kV)	Góc (độ)	Công suất phát		Phụ tải		Loại nút	Tới nút	Dòng nhánh	
			(MW)	(MVAR)	(MW)	(MVAR)			(MW)	(MVAR)
0	1,0	0,0	186,8	114,5	50,0	30,99	CB	1	38,69	22,30
								2	98,12	61,21
1	0,982	-0,976	0	0	170,0	105,35	PQ	2	-38,46	-31,24
								3	-131,54	-74,11
2	0,969	-1,872	0	0	200,0	123,94	PQ	0	-97,09	-63,57
								3	-102,91	-60,37
3	1,02	1,523	318,0	181,4	80	49,58	PV	1	133,25	74,92
								2	104,75	56,93
Tổng cộng			504,8	295,9	500,0	309,86				

4.5 Phương pháp PF bậc hai

Xem xét phương trình PF ở tọa độ vuông góc (4.22) ta nhận thấy rằng vế phải là các hàm *toàn phương* của phần thực và phần ảo của điện áp, tức là chỉ bao gồm toàn số hạng bậc hai của các biến này. Mỗi hàm này có thể biểu diễn dưới dạng:

$$f_k(\mathbf{x}) = (1/2)\mathbf{x}^T \mathbf{A}_k \mathbf{x}$$

trong đó $\mathbf{x}=(v,w)$ và $\mathbf{A}_k$ là ma trận hàng đối xứng, xác định từ ma trận tổng dẫn nút. Như vậy khai triển Taylor của các hàm này sẽ kết thúc ở số hạng bậc hai mà không có sai số chặt cắt. Khai triển hàm f_k trong phương trình $F_k - f_k(\mathbf{x}) = 0$, ta có:

$$F_k = f_k(\mathbf{x}^0) + \mathbf{J}_k^0 \Delta \mathbf{x} + f_k(\Delta \mathbf{x}) \quad (4.27)$$

trong đó F_k là đại lượng đã cho; $f_k = (1/2)\mathbf{x}^T \mathbf{A}_k \mathbf{x}$ đúng cho công suất tác dụng, phản kháng hay biên độ điện áp ở nút k ; $\mathbf{x}^0$ là xấp xỉ đầu; $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^0$

$$\mathbf{J}_k^0 = (\partial f_k / \partial \mathbf{x})_{\mathbf{x}^0} = (\mathbf{x}^0)^T \mathbf{A}_k \quad (4.28)$$

là hàng k của ma trận Jacobian. Số hạng bậc hai của chuỗi Taylor chính là $f_k(\Delta x)$. Như vậy cho tất cả phương trình (4.22) ta có hệ:

$$\mathbf{J}^0 \Delta \mathbf{x} = \mathbf{F} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^0) - \mathbf{f}(\Delta \mathbf{x}) \quad (4.29)$$

Chú ý rằng phương trình này là chính xác, không phải xấp xỉ của phương trình phi tuyến ban đầu. Ta có thể giải nó bằng công thức lặp sau đây:

$$\mathbf{J}^0 \Delta \mathbf{x}^{i+1} = \mathbf{F} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^0) - \mathbf{f}(\Delta \mathbf{x}^i) \quad (4.30)$$

với $\Delta \mathbf{x} = 0$ tại bước $i=0$. Bây giờ Jacobian $\mathbf{J}^0$ là ma trận hằng, do đó chỉ cần tính một lần tại xấp xỉ đầu tiên; đồng thời lưu ý rằng $\Delta \mathbf{x}$ luôn luôn đo từ xấp xỉ này. Xấp xỉ mới $\mathbf{x}^{i+1} = \mathbf{x}^0 + \Delta \mathbf{x}^{i+1}$. Quá trình lặp dừng khi $\max_k |\Delta x_k^{i+1} - \Delta x_k^i| \leq \varepsilon$. Ta có thể nhận xét rằng công thức lặp (4.30) tương đương với công thức truy hồi sau đây:

$$\mathbf{J}^0 (\mathbf{x}^{i+1} - \mathbf{x}^i) = \mathbf{F} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^i) \quad (4.31)$$

tức là *phương trình lặp NR của (4.22) với ma trận hằng*. Bởi vậy có thể nói tốc độ hội tụ của sơ đồ lặp này là *tuyến tính* chứ không phải bậc hai như lặp NR chuẩn. Tuy nhiên tốc độ hội tụ có thể được cải thiện bằng cách khởi tạo lại quá trình lặp, chẳng hạn sau mỗi 3 bước, và dùng Jacobian mới cập nhật. Giá phải trả là ma trận có thể có cấu trúc khác và phải làm lại khai triển tam giác.

Nhận xét từ (4.22) rằng phương trình đối với biên độ điện áp của các nút PV là độc lập với các phương trình đối với p, q , do đó phương trình (4.31) có thể tách dễ dàng ra 2 hệ, một hệ đơn giản dùng để cập nhật n_g biến, và một hệ với ma trận Jacobian đối xứng, cùng cấp với Jacobian trường hợp tọa độ cực và là ma trận hằng.

Biểu diễn tọa độ vuông góc còn một ưu điểm đã nói trước đây là việc cập nhật sai số công suất nút ở mỗi bước lặp là nhanh vì không đòi hỏi tính toán hàm lượng giác. Phương pháp này có thể tốt hơn phương pháp NR chuẩn trong tọa độ cực về cả tốc độ và yêu cầu bộ nhớ [11].

4.6 Thay đổi trong công thức Newton- Raphson. Phương pháp tách biến

Chúng ta đã có dịp nhận xét rằng, phương pháp NR không thể có hiệu quả nếu không khai thác tính chất thưa của ma trận Jacobian. Cơ sở của kỹ thuật giải hệ phương trình tuyến tính bởi khai triển tam giác theo thứ tự tối ưu (OOF) đã trình

bày ở chương 2. Nhiều thay đổi trong công thức NR cũng được tìm kiếm để cải thiện hiệu quả tính toán. Cần nhớ rằng do kích thước lớn của bài toán PF thực tế, nên những cải tiến dù nhỏ cũng tác động có ý nghĩa đến thời gian máy và dung lượng bộ nhớ yêu cầu cho bài toán. Một số thay đổi này đã được đề cập trong các mục trước, trong mục này tập trung chú ý đến phương pháp tách biến P-Q, một cải tiến đã trở thành cơ bản trong tính toán PF.

Trở lại thuật toán NR, ta thấy rằng việc cập nhật ma trận Jacobian ở mỗi bước lặp là công việc nặng nề, bởi nó đòi hỏi không những tính lại các phần tử Jacobian, mà tiếp theo phải khai triển LU lại ma trận này. Phần tử của J phụ thuộc biến điện áp u, θ trong lưới điện, tuy nhiên các biến này sau vài bước lặp sẽ ít thay đổi so với giá trị cuối cùng của chúng. Từ nhận xét này, ta có thể chỉ cập nhật Jacobian ở 2,3 bước lặp đầu, rồi dùng ma trận hàng cho các bước sau. Một cách khác là chỉ cập nhật Jacobian sau mọi 2 hay 3 bước lặp. Những thay đổi này không tác động lớn đến tốc độ hội tụ nhưng sẽ cho phép tiết kiệm nhiều thời gian tính toán.

Một sự thay đổi lớn công thức NR ở tọa độ cực đến từ việc xem xét *sự độc lập tương đối giữa cặp biến $p-\theta$ và cặp biến $q-u$* , một thực tế đã được biết từ lâu trong lưới điện truyền tải cao áp (đối tượng chủ yếu của tính toán PF). Đó là cơ sở của *phương pháp tách biến (decoupled load flow)*, đôi khi cũng gọi là phương pháp *Stott*, được đề xuất từ những năm 1972-1974 [39, 40], sẽ được giải thích dưới đây.

Trong công thức Jacobian ở tọa độ cực (4.26) hay (4.17), ta để ý rằng góc lệch pha θ_{km} giữa các nút thường không lớn và lưới điện cao áp thường trội điện kháng $X \gg R$, tức là $B \gg G$. Điều này kéo theo:

$$|G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}| \gg |G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}|$$

và $\partial p / \partial \theta \gg \partial p / \partial u, \partial q / \partial u \gg \partial q / \partial \theta$. Như vậy các ma trận con ngoài đường chéo là nhỏ so với ma trận trên đường chéo. Nếu coi $\mathbf{J}_2 \approx \mathbf{0}, \mathbf{J}_3 \approx \mathbf{0}$ thì hệ tuyến tính (4.25) được tách ra hai hệ:

$$\Delta p = \mathbf{J}_1 \Delta \theta \quad (4.32)$$

$$\Delta q = \mathbf{J}_4 (\Delta u / u)$$

trong đó kí hiệu $\Delta u / u$ là vectơ có phần tử bằng $\Delta u_m / u_m$. Chú ý thuật ngữ “tách biến” được hiểu rằng $\Delta \theta$ được tính toán chỉ theo Δp và Δu chỉ theo Δq , còn thật ra hai phương trình trên vẫn phụ thuộc lẫn nhau vì $\Delta p, \Delta q$ và $\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_4$ đều phụ thuộc cả $\Delta \theta$ và Δu .

Nếu hơn nữa ta chấp nhận rằng:

$$\cos \theta_{km} \approx 1 \quad \sin \theta_{km} \approx \theta_{km} \quad \text{nhỏ}$$

$$G_{km} \sin \theta_{km} \ll B_{km} \quad q_k \ll B_{kk} u_k^2$$

thì có thể đơn giản hoá hai ma trận J_1, J_4 của hệ, bây giờ theo (4.26):

$$\begin{aligned} J_1(k, m) &= J_4(k, m) \approx -u_k u_m B_{km} \\ J_1(k, k) &= J_4(k, k) \approx -u_k^2 B_{kk} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Thay vào các phương trình (4.32) và chia phương trình thứ k cho u_k , ta có hai hệ sau đây:

$$\Delta p_k / u_k = - \sum_m B_{km} u_m \Delta \theta_m \quad (4.34)$$

$$\Delta q_k / u_k = - \sum_m B_{km} \Delta u_m$$

(hệ thứ nhất có n phương trình và ẩn, hệ thứ hai có n_c phương trình và ẩn)

Nếu dùng đơn vị tương đối và coi điện áp còn lại ở vế phải $u_m \approx 1$ thì Jacobian sẽ bao gồm các phần tử của ma trận tổng dẫn nút, và là hằng số. Như vậy với xấp xỉ này, đồng thời với việc tách hệ lớn ra hai hệ nhỏ sẽ cho phép giảm số lượng phép tính khi giải, các ma trận trở thành không đổi và do đó chỉ phải khai triển tam giác một lần ở đầu quá trình lặp, trừ khi một giới hạn Q hoặc P bị vi phạm đòi hỏi phải thay đổi kiểu nút.

Chú ý dạng các phương trình công suất nút với xấp xỉ này: Giả sử cùng với các xấp xỉ như trên đối với $\cos \theta_{km}$ và $\sin \theta_{km}$, ta coi $G_{km} = 0$ tức là bỏ qua tổn thất (năng lượng) trên các nhánh, thì các phương trình nút (4.6) trở thành:

$$\begin{aligned} p_k &\approx \sum_m B_{km} u_k u_m (\theta_k - \theta_m) \\ q_k &\approx - \sum_m B_{km} u_k u_m \end{aligned} \quad (4.35)$$

Nếu trong phương trình công suất tác dụng lại xem xét điện áp các nút (ở đơn vị tương đối) xấp xỉ bằng 1 trong chế độ làm việc bình thường $u_k \approx u_m \approx 1$, thì ta có phương trình thường được gọi là *xấp xỉ phân bố dòng một chiều* sau đây:

$$p_k \approx \sum_m B_{km} (\theta_k - \theta_m) \quad (4.36)$$

Phương trình này có dạng phương trình nút của lưới điện một chiều với p coi là dòng điện và θ coi là điện áp. Rõ ràng với giả thiết trên thì trong đơn vị tương đối $p \equiv i$:

$$\begin{aligned}
i_k &= \sum_m (\dot{u}_k - \dot{u}_m) jB_{km} \\
&= \sum_m [(\cos \theta_k + j \sin \theta_k) - (\cos \theta_m + j \sin \theta_m)] jB_{km} \\
&= \sum_m [\cos \theta_k - \cos \theta_m + j(\sin \theta_k - \sin \theta_m)] jB_{km} \\
&\approx \sum_m B_{km}(\theta_k - \theta_m) \equiv p_k
\end{aligned}$$

$$i_{km} \equiv p_{km}$$

còn phương trình với q không cần dùng đến nữa. Mô hình xấp xỉ này có thể chấp nhận được trong *phân tích sự cố* (contingency analysis).

Trong phương pháp được gọi là *tách biến nhanh* (FDLF: fast decoupled load flow)⁽¹⁾, một số đơn giản hóa còn được dùng khi tính toán Jacobian: Ma trận trong phương trình P- θ được bỏ qua các phần tử lưới tác động chủ yếu đến dòng Q, như điện kháng sun hay tỉ số biến áp ngoài định mức. Còn ma trận trong phương trình Q-u được tính toán bỏ qua các thiết bị điều chỉnh góc pha (Phase Shifter) (nếu có) trong lưới. Cuối cùng ta có biểu diễn các phương trình ở dạng:

$$\begin{aligned}
[\Delta \mathbf{p} / \mathbf{u}] &= \mathbf{B}' \Delta \theta \\
[\Delta \mathbf{q} / \mathbf{u}] &= \mathbf{B}'' \Delta \mathbf{u}_q
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Các ma trận trong các hệ trên vẫn luôn luôn rất thưa, trong đó $\mathbf{B}''$ (vuông) đối xứng, làm giảm nhẹ yêu cầu bộ nhớ khi khai triển tam giác ($\mathbf{B}'$ cũng đối xứng nếu không có thiết bị điều chỉnh góc pha hoặc sử dụng một phương pháp khác để tính đến các thiết bị này).

Một ưu điểm quan trọng khác của phương pháp là ma trận $\mathbf{B}$ không những đối xứng mà còn xác định dương (hoặc ít nhất xác định không âm). Do đó ta có thể áp dụng phương pháp khai triển $\mathbf{LL}^T$ (Cholesky) để giải hệ phương trình bảo đảm ổn định số và cho phép dùng thuật toán tối ưu OOF cho ma trận thưa (xem chương 3).

Hai phương trình trong (4.37) nên giải xen kẽ trong quá trình lặp: mỗi bước lặp bao gồm giải cho θ và giải cho $\mathbf{u}$. Luôn luôn dùng giá trị điện áp mới nhất.

Một điều cần chú ý là các giả thiết gần đúng trong phương pháp tách biến (nhanh) không ảnh hưởng tới độ chính xác của lời giải cuối cùng, độ chính xác này được điều khiển bởi sai số cân bằng công suất nút cho phép, dùng làm tiêu chuẩn

⁽¹⁾ B. Stott and O. Alsac, "Fast Decoupled Load Flow", *IEEE Trans. Power Apparatus and System*, PAS-93, 5-6/1974.

dùng phép lặp. Các giả thiết gần đúng có thể đưa sai số vào hiệu chỉnh $\Delta\theta$, Δu ở mỗi bước trung gian, nhưng chỉ làm tăng ít số bước lặp NR yêu cầu (ít khi hơn quá một bước). Phương pháp tách biến vẫn nhanh hơn nhiều so với NR chuẩn, đồng thời sử dụng ít bộ nhớ và cũng tin cậy. Đối với trường hợp lưới có tỉ số R/X lớn, có thể đưa vào một số thay đổi để đảm bảo hội tụ hoặc sử dụng một phương pháp bù cho nhánh có R/X lớn. Ý tưởng của phương pháp là tăng nhân tạo B của nhánh rồi bù lại bằng một vài nút và nhánh giả nối song song.

Tóm lại phương pháp tách biến (nhánh) có nhiều ưu điểm so với NR chuẩn khi dùng cho lưới điện thực tế.

4.7 Tính toán công suất nhánh

Dưới đây cho công thức tính công suất và tổn thất công suất trên các nhánh của graph lưới điện (đường dây, máy biến áp...), biến điện áp ở hai đầu nhánh.

Xét nhánh $k-m$ có tổng dẫn (dọc) $\hat{Y} = \frac{1}{Z} = G + jB$.

Dòng nhánh và công suất nhánh tại đầu k và đi từ k tới m là:

$$i_{km} = \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{Y}(u_k - u_m)$$

$$\begin{aligned} s_{km} &= p_{km} + jq_{km} = \sqrt{3} \hat{u}_k \hat{i}_{km} = \hat{Y} \hat{u}_k (\hat{u}_k - \hat{u}_m) = \hat{Y} (u_k^2 - u_k u_m \angle \theta_k - \theta_m) \\ &= (G - jB)(u_k^2 - u_k u_m \cos \theta_{km} - ju_k u_m \sin \theta_{km}) \end{aligned}$$

Chú ý nếu tất cả các đại lượng dùng đơn vị tương đối thì bỏ các hệ số $\sqrt{3}$, công thức cuối không thay đổi. Từ đó:

$$p_{km} = u_k^2 G - u_k u_m (G \cos \theta_{km} + B \sin \theta_{km}) \quad (4.38)$$

$$q_{km} = -u_k^2 B - u_k u_m (G \sin \theta_{km} - B \cos \theta_{km})$$

$$\text{Hay } p_{km} = G(u_k^2 - u_k u_m \cos \theta_{km}) - B u_k u_m \sin \theta_{km}$$

$$q_{km} = -G u_k u_m \sin \theta_{km} - B(u_k^2 - u_k u_m \cos \theta_{km}) \quad (4.38a)$$

Nếu viết theo các phần tử ma trận tổng dẫn nút $G_{km} = -G$, $B_{km} = -B$ thì ta có công thức:

$$p_{km} = -G_{km}(u_k^2 - u_k u_m \cos \theta_{km}) + B_{km} u_k u_m \sin \theta_{km} \quad (4.39)$$

$$q_{km} = G_{km} u_k u_m \sin \theta_{km} + B_{km}(u_k^2 - u_k u_m \cos \theta_{km})$$

Để xác định tổn thất công suất trên nhánh, ta có thể tính công suất ở đầu m (đi từ m tới k) dùng công thức tương tự, và ta có tổn thất công suất:

$$\Delta p_{km} = p_{km} + p_{mk} = -G_{km}(u_k^2 + u_m^2 - 2u_k u_m \cos \theta_{km})$$

$$\Delta q_{km} = q_{km} + q_{mk} = B_{km}(u_k^2 + u_m^2 - 2u_k u_m \cos \theta_{km}) = -\Delta p_{km} \frac{B_{km}}{G_{km}} \quad (4.40)$$

4.8. Giải tích chế độ có điều chỉnh và các bài toán PF đặc biệt

Trong mục này ta ghi nhận một số yêu cầu tính toán giải tích đặc biệt có thể gặp trong thực tế. Trước tiên là khả năng tính đến một số tác động điều chỉnh trong hệ thống.

Ta đã biết đối với nút điều khiển điện áp (nút PV), trong quá trình tính giải tích chế độ có thể kiểm tra điều kiện giới hạn phát VAR. Chương trình PF có thể cho phép thay đổi kiểu nút trong quá trình lặp, chẳng hạn nếu công suất Q tính ra vi phạm giới hạn, có thể chuyển nút PV sang loại nút PQ với Q đặt bằng giá trị giới hạn.

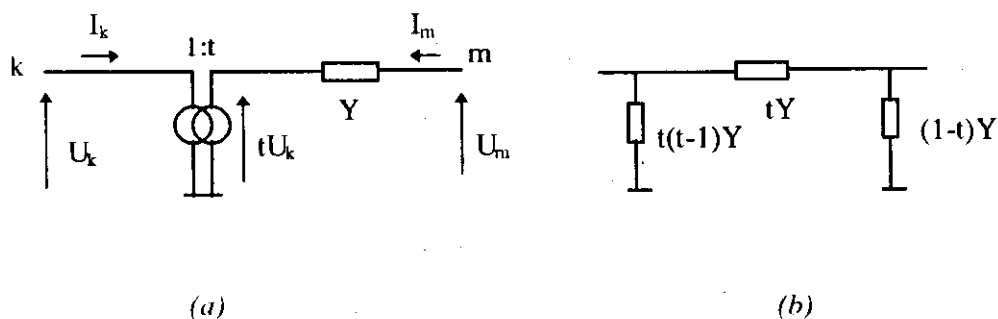
Điện áp nút PV cũng có thể được điều khiển bởi một nguồn VAR ở nơi khác trong lưới. Ngược lại cũng có thể sử dụng loại nút điều khiển có P xác định và Q biến thiên để duy trì điện áp ở một nút khác.

Chương trình PF cũng có thể chấp nhận loại *nút cân bằng vùng*, công suất P của nó biến thiên để duy trì điều kiện trao đổi công suất giữa các vùng tần số, còn điện áp giữ cố định trong giới hạn Q đã cho.

Hai loại tác động điều chỉnh khác trong lưới cũng có thể được tính đến bởi chương trình PF. Đó là máy biến áp điều chỉnh điện áp dưới tải và máy biến áp điều chỉnh pha (Phase Shifter). Trong loại thứ nhất, đầu phân áp (thường giả thiết điều chỉnh tròn) được tìm ra cùng với kết quả tính PF sao cho bảo đảm duy trì điện áp cho trước ở nút điều chỉnh (gọi là *nút PQV*). Trong loại thứ hai, tác động điều chỉnh góc pha trong lưới (điều chỉnh công suất tác dụng P) được thực hiện bằng cách đặt nối tiếp vào pha một điện áp khác góc pha (thường lấy từ điện áp pha khác). Độ dịch chuyển pha cần thiết để duy trì dòng công suất tác dụng đã cho tại điểm điều chỉnh được xác định bởi chương trình giải tích chế độ.

Để hiểu cách đưa các biến điều khiển này vào chương trình chế độ xác lập, ta dẫn ra ma trận tổng dẫn nút của máy biến áp điều chỉnh.

Máy biến áp với tỉ số biến đổi $1:t$ được biểu diễn trên *hình 4.3a* dưới đây bởi một máy biến áp lí tưởng nối với một tổng dẫn Y (bằng nghịch đảo tổng trở máy biến áp). Tổng dẫn giả thiết đặt ở phía có đầu phân áp điều chỉnh.



Hình 4.3.

Hệ số biến áp t có thể là số thực hoặc phức. Công suất đi vào máy biến áp lí tưởng từ hai nút k và m là:

$$\dot{S}_k = \dot{U}_k \dot{I}_k^* ; \dot{S}_m = t \dot{U}_k \dot{I}_m^*$$

Máy biến áp lí tưởng không có tổn thất, do đó $\dot{S}_k = -\dot{S}_m$, suy ra :

$$\dot{I}_k = -t^* \dot{I}_m$$

trong đó dòng $\dot{I}_m$ có thể biểu diễn bởi: $\dot{I}_m = (\dot{U}_m - t \dot{U}_k)Y = tY \dot{U}_k + Y \dot{U}_m$

$$\text{Do đó: } \dot{I}_k = -t^* \dot{I}_m = |t|^2 Y \dot{U}_k - t^* Y \dot{U}_m$$

$$\text{Như vậy ta có phương trình tổng dẫn nút: } \begin{pmatrix} |t|^2 Y & -t^* Y \\ -tY & Y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_k \\ U_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_k \\ I_m \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

Nhận xét rằng ma trận chỉ đối xứng (và không làm cho ma trận Y của toàn lưới mất đối xứng) khi t là thực (không có quay pha); khi đó máy biến áp có sơ đồ mạch tương đương như trên hình 4.3b.

Bây giờ để mô hình hóa máy biến áp điều chỉnh được nối giữa hai nút k, m của lưới, ta xếp chồng ma trận tổng dẫn của máy biến áp trong (4.38) lên ma trận tổng dẫn nút của toàn lưới: thay đổi 4 phần tử kk, km, mk và mm . Biến t có thể tham gia vào các phương trình lập NR như ẩn số, thay cho $|U_m|$ bây giờ được gán giá trị mong muốn (trường hợp chỉ điều chỉnh modul điện áp - t thực). Trường hợp khác, biến góc quay pha ϕ (với $t = 1 \angle \phi$) tham gia vào ẩn số, ứng với phương trình phụ thêm mô tả dòng công suất P mong muốn (trường hợp máy biến áp điều chỉnh pha).

Một số chương trình PF chấp nhận nhánh L-C sun đóng cắt tự động từng bậc theo điều kiện điện áp tại nút (thiết bị bù).

Để tiện lợi cho tính toán nghiên cứu, qui hoạch, chương trình PF có thể được thiết kế phù hợp cho việc tính nhiều lần kèm đối thoại người-máy tính. Các điều kiện giới hạn về dòng, công suất trong các phần tử lưới, điện áp tại các nút... được kiểm tra, các vi phạm được thông báo. Người sử dụng chương trình có thể thay đổi dữ liệu và tiến hành tính toán lại, chương trình tự động tận dụng các kết quả tính toán trước trong lần giải mới.

Về các loại bài toán PF đặc biệt, có thể kể ra yêu cầu tính toán 3 pha, tính phân bố dòng hài, tính phân bố dòng trong hệ thống AC-DC (xoay chiều - một chiều hỗn hợp). Phân bố dòng 3 pha được dùng để phân tích hệ thống làm việc rất không đối xứng, như vài trường hợp đường dây truyền tải cao áp không chuyển vị pha hay lưới điện phân phối hỗn hợp 3 pha và 1 pha. Tuy nhiên tính toán 3 pha phức tạp và công kênh hơn nhiều nên ít được sử dụng.

Trường hợp tồn tại các phụ tải phi tuyến trong hệ thống điện như các thiết bị điện tử công suất lớn, dòng áp trong hệ thống trở nên không sin, có thể khai triển ra nhiều thành phần hài tần số khác nhau. Khi cần đánh giá ảnh hưởng của các thành phần tần số cao này, hay khi thiết kế các bộ lọc hài..., yêu cầu tính toán giải tích dòng hài trong hệ thống điện.

Đánh giá trạng thái

5.1 Nhập đề

Trạng thái của hệ thống được đặc trưng bởi *vector trạng thái* là một tập hợp đủ các biến xác định duy nhất một chế độ (xác lập) của hệ thống điện. Như đã thấy khi xem xét bài toán giải tích chế độ, ta có thể lấy tập hợp điện áp và góc pha tương ứng ở các nút trong hệ thống làm vector trạng thái. Tất cả các thông số chế độ khác có thể xác định duy nhất từ điện áp nút.

Trong vận hành hệ thống điện hiện đại, cần phải nắm bắt được trạng thái của hệ thống trong *thời thực (real time)*. Các thông số trạng thái này sẽ lập nên một cơ sở dữ liệu thời thực cần thiết cho việc đánh giá và điều khiển độ an toàn cung cấp điện (security) cũng như tính kinh tế của hệ thống, liên tục trong quá trình vận hành nó. Yêu cầu nói trên được thực hiện bởi bài toán *đánh giá trạng thái (SE: State Estimation)* của hệ thống điện, thuộc loại bài toán *trực tuyến (on line)*, hơn nữa thời thực, và là một nhiệm vụ chính của các trung tâm điều độ, điều khiển hệ thống điện.

Để đánh giá trạng thái thực tại một thời điểm vận hành, tất nhiên không thể chỉ dựa trên các thông số qui hoạch, nhân tạo (ví dụ các thông số cấu trúc lưới, thông số qui hoạch nguồn và tải...), mà phải dựa trên các dữ liệu đo trực tiếp trong hệ thống. Tuy nhiên ở đây gặp phải vấn đề là các số đo này không hoàn thiện: chúng không chính xác, thậm chí sai, hoặc thiếu (thiếu điểm đo hoặc hư hỏng hệ thống đo và truyền số liệu).

Sai số của các số đo là không thể tránh khỏi và do nhiều nguyên nhân như:

- Sai số của thiết bị đo và máy biến áp/dòng đo lường,
- Sai số của khâu biến đổi tương tự - số (dữ liệu thường được truyền bằng tín hiệu số; nếu truyền bằng tín hiệu tương tự sai số còn cao hơn nhiều),
- Nhiều trong kênh truyền,
- Bộ dữ liệu không đồng nhất về thời điểm đo. Do hàng số thời gian của thiết bị đo, của việc truyền số liệu và do phương pháp hỏi-đáp tuần tự giữa trung tâm

điều khiển và các điểm thu thập dữ liệu trong lưới (RTU: Remote Terminal Unit), mà độ lệch thời gian này (time skew) thường tới vài giây. Sai lệch còn nặng hơn trong trường hợp nhiều hệ thống thu thập dữ liệu tham gia đóng góp cho một cơ sở dữ liệu của hệ thống điện hợp nhất.

Sự không hoàn thiện của dữ liệu là một lí do khiến ta không thể dùng phương pháp của bài toán giải tích chế độ (load flow) cho đánh giá trạng thái: tiếp cận giải hệ phương trình tất định chế độ xác lập là không có hiệu quả đối với dữ liệu có sai số, lời giải của nó rất nhạy đối với sự thay đổi trong dữ liệu công suất nút, đồng thời không cho phép sử dụng sự dư thừa dữ liệu để hạn chế ảnh hưởng của sai số do.

Quả thật số liệu đo trong lưới điện ở nhiều chế độ làm việc là dư thừa, chẳng hạn điện áp tại cùng một trạm được đo ở nhiều phía máy biến áp, đường dây... trên ba pha; đo công suất W và VAR kèm theo đo dòng điện trên ba pha... Mặt khác lại có những thông số không thể đo được, như góc điện áp. Nhiệm vụ của đánh giá trạng thái là từ tất cả các dữ liệu thời thực nắm được (bao gồm số liệu đo và các dữ liệu khác) dư thừa và không hoàn hảo, lọc ra trạng thái thực của hệ thống, tính toán những thông số còn thiếu, phát hiện và nhận diện những dữ liệu xấu (bao gồm cả thông số chế độ và thông số cấu trúc lưới).

Tiếp cận đánh giá trạng thái, được áp dụng vào hệ thống điện bởi F.C. Schweppe ở Viện công nghệ Massachusetts (MIT) năm 1968, đã trở thành một công cụ chuẩn trong vận hành hệ thống và ngày càng được phát triển để cho phép quản lí các hệ thống lớn hơn, bao gồm từ lưới điện cao áp đến trung áp, một cách tin cậy và chính xác.

5.2 Tiêu chuẩn xác suất cực đại

Gọi x là vector trạng thái. Đối với hệ thống điện $n+1$ nút, nó là vector $2n+1$ phần tử, bao gồm $n+1$ điện áp nút- trị hiệu dụng (hay phần thực của điện áp phức) và n góc điện áp nút (hay phần ảo của điện áp phức). Góc (hay phần ảo) điện áp của nút cân bằng được cho trước, như đã phân tích khi nghiên cứu bài toán giải tích chế độ. Biến trạng thái cũng có thể bao gồm vị trí đầu phân áp của các máy biến áp điều chỉnh tự động dưới tải.

Giả sử z là vector các đại lượng được đo, như dòng/công suất đường dây hoặc nút, điện áp nút... Các đại lượng này có thể biểu diễn qua biến trạng thái bởi phương trình $z = h(x)$ với h thường là hàm phi tuyến bậc hai.

Khi đo z , ta gặp phải sai số e nào đó và ta biểu diễn số đo nhận được bởi:

$$z = h(x) + e \quad (5.1)$$

Chú ý rằng ở đây ta giả thiết loại trừ những số đo sai hiển nhiên. Những số đo này có thể được loại ra bởi một quá trình *lọc sơ bộ* tại các RTU, chẳng hạn bằng phương pháp kiểm tra giới hạn... Tuy nhiên sau đó vẫn có thể tồn tại những *dữ liệu xấu*- dữ liệu có độ lệch lớn hơn độ lệch chuẩn- ở đầu vào SE. Chương trình đánh giá trạng thái, như đã nói ở trên, phải có khả năng *phát hiện* sự tồn tại của dữ liệu xấu, *nhận diện* chúng và nếu có thể, loại bỏ chúng.

Trở lại với biểu diễn (5.1), sai số e là một đại lượng ngẫu nhiên, và nếu quá trình thu thập dữ liệu không có sai số hệ thống, thì thường giả thiết e tuân theo luật phân bố chuẩn (Gauss) với giá trị trung bình bằng không.

Hàm mật độ phân phối xác suất chuẩn của một đại lượng ngẫu nhiên e với giá trị trung bình $E[e]=\mu$ có dạng *hình 5.1* và cho bởi:

$$\varphi(e) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{e-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (5.2)$$

với σ^2 là phương sai (variance) của biến ngẫu nhiên e , tức là giá trị trung bình của bình phương độ lệch giữa e và trị trung bình μ của nó:

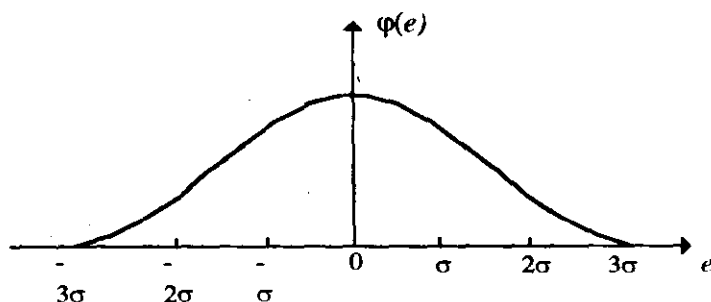
$$\sigma^2 = E[(e-\mu)^2]$$

còn căn dương của phương sai σ là độ lệch trung bình bình phương của e so với μ . Diện tích dưới đường cong $\varphi(e)$ cho xác suất xảy ra các giá trị nào đó của e , ví dụ

xác suất để e lấy giá trị nằm giữa a và b bằng

$$\int_a^b \varphi(e) de.$$

Vì sự kiện e lấy giá trị nằm giữa $-\infty$ và $+\infty$ là chắc chắn (xác suất 1) nên diện tích toàn bộ dưới



Hình 5-1

đường cong mật độ phân phối bằng 1. Ta thấy rằng biến ngẫu nhiên Gauss có xác suất lớn nhất ở quanh giá trị trung bình (trường hợp hình vẽ là bằng 0) và phân bố đối xứng qua giá trị này. Giá trị σ đặc trưng cho độ phân tán của nó: e lấy giá trị trong khoảng $\mu \pm 3\sigma$ với xác suất 99% tức là bao gồm hầu hết các khả năng và lấy

giá trị trong khoảng $\mu \pm 2\sigma$ với xác suất 95%.

Ta thường sử dụng đại lượng mẫu (hay chuẩn hóa- normalized) cho bởi:

$$e^N = (e - \mu) / \sigma \quad (5.3)$$

Nhận xét rằng với e biểu diễn sai số của số đo, giả thiết tuân theo luật phân bố chuẩn với $\mu=0$, đại lượng σ đặc trưng cho độ chính xác của thiết bị đo và giả thiết đã biết; σ lớn đối với thiết bị có chất lượng kém.

Đối với biến ngẫu nhiên z , hàm mật độ xác suất có cùng phương sai:

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[z - h(x)]^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5.4)$$

Để hiểu nguyên lí đánh giá trạng thái, chúng ta bắt đầu bằng việc xét trường hợp đơn giản một biến x (5.4): *Hãy đánh giá trạng thái x theo số đo nhận được z_1 nào đó.*

Xuất phát từ giả thiết rằng z_1 không chứa sai số hệ thống và giá trị trung bình của nó chính là giá trị thực của đại lượng, một cách hợp lí ta sẽ tìm một đánh giá $\hat{x}$ "phù hợp nhất" với z_1 tức là làm cho xác suất xuất hiện số đo đó là xác suất cực đại. Xác suất này sẽ cực đại khi hàm mật độ (5.4) cực đại, và ở đây $\max_x \varphi(z_1)$ đơn giản xảy ra với điều kiện $z_1 = h(\hat{x})$.

Bây giờ giả sử ta đánh giá biến x từ hai phép đo hai đại lượng $z_1 = h_1(x)$; $z_2 = h_2(x)$. Lưu ý rằng ở đây ta có thừa số đo để xác định x . Tuy nhiên sự dư thừa sẽ cho phép ta đánh giá x tốt hơn, có xét đến sai số của các số đo. Cũng gọi z_1, z_2 là hai số đo nhận được, ta sẽ tìm đánh giá $\hat{x}$ sao cho sự kiện tích $z_1 \times z_2$ có xác suất cực đại. Nếu xem các đại lượng ngẫu nhiên này là độc lập, thì xác suất nhận được đồng thời z_1 và z_2 bằng tích các xác suất nhận được z_1 và xác suất nhận được z_2 . Cực đại của nó sẽ trùng với cực đại của tích các hàm mật độ sau đây:

$$\begin{aligned} \varphi_1(z_1) &= \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[z_1 - h_1(x)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \\ \varphi_2(z_2) &= \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[z_2 - h_2(x)]^2}{2\sigma_2^2}\right) \end{aligned}$$

Ta có:

$$\begin{aligned}\max_x (\varphi_1 \varphi_2) &= \max_x [\ln(\varphi_1 \varphi_2)] = \\ &= \max_x \left[-\ln(\sigma_1 \sqrt{2\pi}) - \frac{[z_1 - h_1(x)]^2}{2\sigma_1^2} - \ln(\sigma_2 \sqrt{2\pi}) - \frac{[z_2 - h_2(x)]^2}{2\sigma_2^2} \right]\end{aligned}$$

Vì số hạng thứ nhất và thứ ba là hằng số, ta có bài toán tương đương sau đây (thay cực đại hóa bằng cực tiểu hóa sau khi bỏ dấu trừ trong hàm mục tiêu):

$$\min_x \left[\frac{[z_1 - h_1(x)]^2}{2\sigma_1^2} + \frac{[z_2 - h_2(x)]^2}{2\sigma_2^2} \right] \quad (5.5)$$

Rõ ràng đánh giá $\hat{x}$ theo (5.5) phụ thuộc vào độ chính xác đã cho của các phép đo. Theo (5.5), nếu phép đo z_j chính xác cao, tức là ta có σ_j nhỏ, thì rõ ràng cực tiểu sẽ đạt được với đánh giá $\hat{x}$ sao cho $[z_1 - h_1(\hat{x})]^2 < [z_2 - h_2(\hat{x})]^2$ tức là "coi trọng" z_j hơn.

Tổng quát cho trường hợp dùng m số đo $z_1, z_2, \dots, z_m$ để đánh giá vector trạng thái $\mathbf{x}$, tiêu chuẩn xác suất cực đại dẫn đến điều kiện tương tự (5.5):

$$\min_{\mathbf{x}} \left\{ J(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^m \frac{[z_k - h_k(\mathbf{x})]^2}{2\sigma_k^2} \right\} \quad (5.6)$$

Theo dạng toán học của (5.6), đánh giá theo điều kiện này được gọi là theo phương pháp *bình phương cực tiểu trọng số* (WLS: *Weighted Least Squares*).

Để tìm $\mathbf{x}$ làm cực tiểu hàm $J(\mathbf{x})$, ta giải hệ phương trình $\partial J(\mathbf{x}) / \partial x_j = 0$ $j=1, \dots, s$ với s là số biến trạng thái cần đánh giá. Lấy đạo hàm (5.6) ta có hệ s phương trình cho s biến:

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^m \frac{1}{\sigma_k^2} [z_k - h_k(\mathbf{x})] \frac{\partial h_k}{\partial x_j} &= 0 \\ j &= 1, \dots, s\end{aligned} \quad (5.7)$$

Như có thể thấy rõ từ (5.6), nếu số phép đo m chỉ bằng số biến trạng thái s , thì điều kiện cực tiểu đơn giản là $z_k = h_k(\mathbf{x})$ $k=1, \dots, m$; tức là có m phương trình cho $m=s$ ẩn, cho phép giải ra $\mathbf{x}$ nếu hệ này có nghiệm duy nhất. Trường hợp này không loại được số đo có sai số lớn. Nếu $m < s$ thì phương trình không xác định duy nhất s biến trạng thái. Trường hợp chuẩn của bài toán do đó phải là $m > s$ (thừa số đo), trạng thái $\mathbf{x}$ rút ra từ (5.7) nếu hệ này có nghiệm duy nhất.

5.3 Đánh giá bình phương cực tiểu trọng số (WLS Estimator)

5.3.1 Phương trình chuẩn

Ta trình bày lại bài toán bình phương cực tiểu trọng số (WLS) ở dạng ma trận:

Gọi $\mathbf{x}$ là vector gồm s trạng thái cần đánh giá, $\mathbf{z}$ là vector gồm m số đo và $\mathbf{R}$ là ma trận tương quan (covariance matrix) của sai số do:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{e}\mathbf{e}^T] = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_m^2 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

Chú ý $\mathbf{e}$ là vector (cột) sai số đo, phần tử đường chéo của $\mathbf{R}$ bằng $E[e_i e_i] = \sigma_i^2$, còn phần tử ngoài đường chéo bằng $E[e_i e_j] = 0$ vì giả thiết e_i và e_j là các biến ngẫu nhiên độc lập.

Bài toán (5.6) viết lại là:

$$\min_{\mathbf{x}} \{J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})]^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})]\} \quad (5.9)$$

Bài toán cực tiểu hóa dẫn tới điều kiện (5.7) có dạng:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})] = 0 \quad (5.10)$$

với ma trận Jacobian $\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{x}$ (kích thước $m \times s$), có các phần tử $H_{kj} = \partial h_k / \partial x_j$. Vì thường $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ phi tuyến nên $\mathbf{H}$ phụ thuộc $\mathbf{x}$.

Ta có thể giải phương trình phi tuyến (5.10) dạng $\mathbf{r}(\mathbf{x}) = 0$ bằng phương pháp lặp Newton- Raphson dùng sơ đồ lặp tại bước i là $\mathbf{r}'(\mathbf{x}^i) \Delta \mathbf{x}^i = -\mathbf{r}(\mathbf{x}^i)$ với $\Delta \mathbf{x}^i = \mathbf{x}^{i+1} - \mathbf{x}^i$, và ma trận đạo hàm riêng $\mathbf{r}'$ có các phần tử có thể xác định từ (5.10):

$$\frac{\partial r_k}{\partial x_j} = \left[\frac{\partial^2 \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial x_k \partial x_j} \right]^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})] - \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x_j} \right)^T \mathbf{R}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x_k} \right) \quad (5.11)$$

Cần chú ý rằng, ta cũng có thể dùng sơ đồ lặp với một ma trận khác, cụ thể dùng mọi phương trình lặp có dạng:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}^i)\Delta\mathbf{x}^i = -\mathbf{r}(\mathbf{x}^i) \quad (5.12)$$

trong đó $\mathbf{A}(\mathbf{x}^i)$ là một ma trận không suy biến. Thực vậy nếu dãy xấp xỉ $\{\mathbf{x}^i\}$ sinh ra bởi (5.12) hội tụ (tức là $\Delta\mathbf{x}^i$ tiến đến 0), thì rõ ràng nó sẽ hội tụ tới nghiệm của phương trình $\mathbf{r}(\mathbf{x}) = 0$, chừng nào $\mathbf{A}(\mathbf{x}^i)$ là không suy biến.

Trong phương pháp WLS chuẩn, người ta sử dụng ma trận với phần tử kj xác định theo (5.11) trong đó bỏ qua số hạng với đạo hàm bậc hai, tức là dùng:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = -\mathbf{H}(\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{x}) \quad (5.13)$$

Phương trình lặp sẽ là:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}^i)\Delta\mathbf{x}^i = \mathbf{H}^T(\mathbf{x}^i)\mathbf{R}^{-1}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^i)] \quad (5.14)$$

trong đó ma trận :

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}^i) = \mathbf{H}^T(\mathbf{x}^i)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{x}^i) \quad (5.15)$$

được gọi là *ma trận lợi suất (gain matrix)*. Đây là một ma trận vuông đối xứng cấp s . Phương trình (5.14) gọi là *phương trình chuẩn (normal)* của bài toán WLS.

Nhận xét rằng (5.14), (5.15) chính là lời giải của bài toán tuyến tính hóa: Thật vậy nếu ta xấp xỉ tuyến tính $\mathbf{h}(\mathbf{x}^{i+1}) = \mathbf{h}(\mathbf{x}^i) + \mathbf{H}(\mathbf{x}^i)\Delta\mathbf{x}^i$ thì bài toán (5.9) trở thành:

$$\min_{\Delta\mathbf{x}^i} [\Delta\mathbf{z}^i - \mathbf{H}(\mathbf{x}^i)\Delta\mathbf{x}^i]^T \mathbf{R}^{-1} [\Delta\mathbf{z}^i - \mathbf{H}(\mathbf{x}^i)\Delta\mathbf{x}^i] \quad (5.16)$$

trong đó $\Delta\mathbf{z}^i := \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^i)$ và $\mathbf{x}^i$ đã biết. Điều kiện cực tiểu hóa (5.10) có dạng phương trình tuyến tính $\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} [\Delta\mathbf{z} - \mathbf{H}\Delta\mathbf{x}] = 0$. Đây chính là phương trình (5.14). Nếu $\Delta\mathbf{x}$ đủ nhỏ để xấp xỉ tuyến tính của $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ là chính xác, thì $\mathbf{x}^{i+1}$ có thể xem là đánh giá cần tìm. Trái lại phải tiến hành lặp theo (5.14) để tìm một dãy đánh giá dần đúng.

5.3.2 Thí dụ

Chúng ta minh họa phương pháp bằng một thí dụ đơn giản⁽¹⁾: Xem xét lưới điện hình 5.2a với xấp xỉ phân bố dòng một chiều (4.36); dòng trong nhánh km là:

$$p_{km} = B_{km}(\theta_k - \theta_m)$$

Vectơ trạng thái gồm góc pha các nút, trừ nút cân bằng $x = (\theta_1, \theta_2)^T$; $\theta_3 = 0$. Đánh giá trạng thái dựa trên số liệu đo dòng công suất ở 3 nhánh M_{12} , M_{13} , M_{32} .

Biểu diễn theo biến trạng thái, ta có:

$$\begin{aligned} M_{12} &= h_{12} = \frac{1}{0,2}(\theta_1 - \theta_2) = 5\theta_1 - 5\theta_2 \\ M_{13} &= h_{13} = \frac{1}{0,4}(\theta_1 - \theta_3) = 2,5\theta_1 \\ M_{32} &= h_{32} = \frac{1}{0,25}(\theta_3 - \theta_2) = -4\theta_2 \end{aligned} \quad (5.17)$$

Do đó Jacobian $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 2,5 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \text{ (p.u)}$

Giả sử thiết bị đo có đặc tính sau:

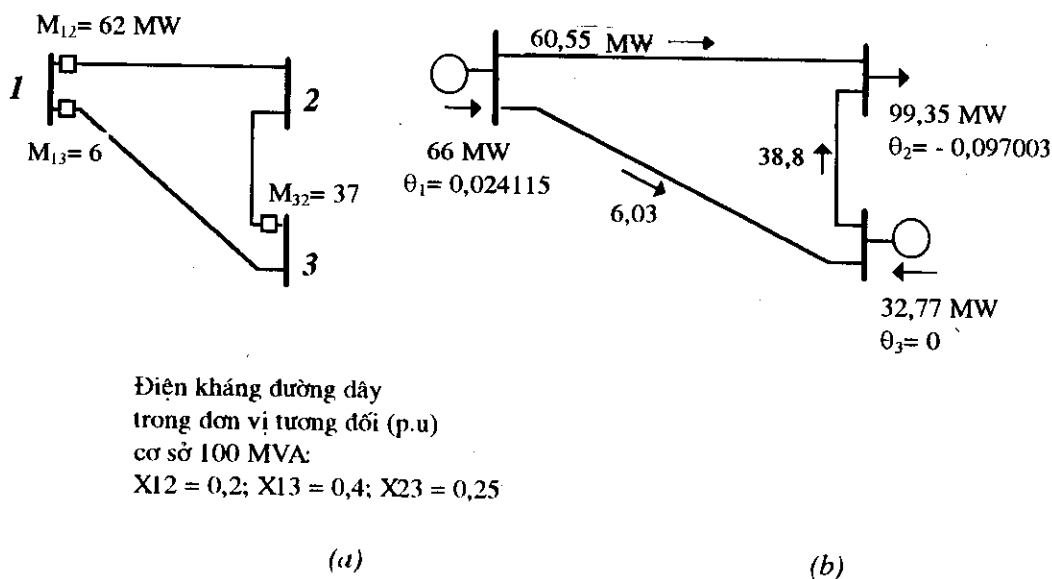
M_{12} và M_{32} :	Thang đo 100 MW
	Sai số $\pm 3 \text{ MW}$
M_{13} :	Thang đo 100 MW
	Sai số $\pm 0,3 \text{ MW}$

Với giả thiết sai số tuân theo luật phân bố xác suất chuẩn (Hình 5.1), ta có sai số đo trong hầu hết các trường hợp nằm trong khoảng $\pm 3\sigma$; trong trường hợp của ta tương ứng với $\pm 3 \text{ MW}$ và $\pm 0,3 \text{ MW}$. Do đó phương sai của phép đo M_{12} và M_{32} là $\sigma = 1 \text{ MW} = 0,01 \text{ p.u}$ (đơn vị tương đối cơ sở 100 MVA), còn của phép đo M_{13} $\sigma = 0,1 \text{ MW} = 0,001 \text{ p.u}$.

Do đó ma trận trọng số:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \sigma_{M12}^2 & & \\ & \sigma_{M13}^2 & \\ & & \sigma_{M32}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10^{-4} & & \\ & 10^{-6} & \\ & & 10^{-4} \end{pmatrix} \text{ (p.u)}$$

⁽¹⁾ Lấy từ [5]



Hình. 5.2

Bây giờ ta chú ý rằng các hàm $h(x)$ trong thí dụ này là tuyến tính: $h(x) = Hx$ với $H = \text{const}$, do đó phương trình WLS (5.10) là tuyến tính và có lời giải giải tích:

$$H^T R^{-1} [z - h(x)] = H^T R^{-1} [z - Hx] = 0$$

Từ đó rút ra:

$$Gx = H^T R^{-1} z; \quad \text{hay} \quad x = G^{-1} H^T R^{-1} z \quad (5.18)$$

Với $G = H^T R^{-1} H$

Thay số của thí dụ này:

$$G = \begin{pmatrix} 5 & 2,5 & 0 \\ -5 & 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10^{-4} & & \\ & 10^{-6} & \\ & & 10^{-4} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 2,5 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6,5 \cdot 10^6 & -2,5 \cdot 10^5 \\ -2,5 \cdot 10^5 & 4,1 \cdot 10^5 \end{pmatrix}$$

Giả sử số đo thu được ở 3 điểm đo là $z = \begin{pmatrix} 0,62 \\ 0,06 \\ 0,37 \end{pmatrix}$ p.u. Thế thì trạng thái sẽ được

đánh giá bởi:

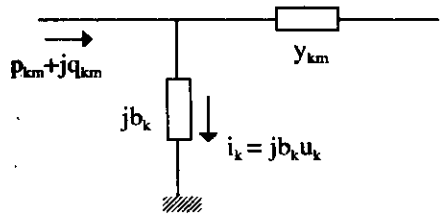
$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 6,5 \cdot 10^6 & -2,5 \cdot 10^5 \\ -2,5 \cdot 10^5 & 4,1 \cdot 10^5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 5 & 2,5 & 0 \\ -5 & 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10^{-4} & & \\ & 10^{-6} & \\ & & 10^{-4} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0,62 \\ 0,06 \\ 0,37 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,024115 \\ -0,097003 \end{pmatrix}$$

Từ hai góc θ_1, θ_2 tính trở lại dòng công suất trong lưới theo (5.17) và dòng nút, kết quả trình bày trên hình 5.2b. So sánh dòng công suất được đánh giá với các số liệu đo (H 5.2a) ta thấy dòng đánh giá của nhánh 1-3 gần với số đo hơn nhiều so với dòng đánh giá của hai nhánh kia. Điều đó hợp lí vì thiết bị đo trên nhánh 1-3 là chính xác hơn và kết quả thu được như vậy do số đo này được đặt trọng số lớn hơn.

5.3.3 Jacobian

Các đại lượng được đo trong lưới điện bao gồm chủ yếu công suất nút, công suất nhánh, điện áp nút. Các phần tử của ma trận Jacobian $\mathbf{H}$ biểu diễn đạo hàm của các đại lượng này theo biến trạng thái là điện áp nút. Đạo hàm của công suất nút theo điện áp nút đã được cho khi nghiên cứu bài toán giải tích chế độ. Còn công suất (pha) nhánh km (ở đầu k) biểu diễn theo điện áp nút như sau:



$$p_{km} + jq_{km} = \dot{u}_k i_{km}^* = \dot{u}_k [(\dot{u}_k - \dot{u}_m) \dot{y}_{km} + \dot{u}_k j b_k]^*$$

$$= \dot{u}_k (u_k^* - u_m^*) y_{km}^* - j u_k^2 b_k$$

trong đó $y_{km} = g_{km} + j b_{km}$ là tổng dẫn nhánh km , $j b_k$ là tổng dẫn ngang tại nút k , dấu sao chỉ số phức liên hợp. Thay y_{km} bằng phần tử ma trận tổng dẫn nút:

$$Y_{km} = -y_{km} = G_{km} + j B_{km} = |Y_{km}| \angle \psi_{km}, \text{ ta có:}$$

$$p_{km} + jq_{km} = -\dot{u}_k (u_k^* - u_m^*) Y_{km}^* - j u_k^2 b_k$$

$$= -u_k^2 Y_{km} \angle -\psi_{km} + u_k u_m Y_{km} \angle (\theta_{km} - \psi_{km}) - j u_k^2 b_k$$

từ đó:

$$\begin{aligned} p_{km} &= -u_k^2 G_{km} + u_k u_m Y_{km} \cos(\theta_{km} - \psi_{km}) \\ q_{km} &= u_k^2 (B_{km} - b_k) + u_k u_m Y_{km} \sin(\theta_{km} - \psi_{km}) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Các phần tử tương ứng của Jacobian là:

$$\begin{aligned} \hat{p}_{km} / \partial \theta_k &= -u_k u_m Y_{km} \sin(\theta_{km} - \psi_{km}) \\ \hat{p}_{km} / \partial u_k &= -2u_k G_{km} + u_m Y_{km} \cos(\theta_{km} - \psi_{km}) \\ \hat{p}_{km} / \partial \theta_m &= -\hat{p}_{km} / \partial \theta_k \\ \hat{p}_{km} / \partial u_m &= u_k Y_{km} \cos(\theta_{km} - \psi_{km}) \\ \hat{q}_{km} / \partial \theta_k &= u_k u_m Y_{km} \cos(\theta_{km} - \psi_{km}) \\ \hat{q}_{km} / \partial u_k &= 2u_k (B_{km} - b_k) + u_m Y_{km} \sin(\theta_{km} - \psi_{km}) \\ \hat{q}_{km} / \partial \theta_m &= -\hat{q}_{km} / \partial \theta_k \\ \hat{q}_{km} / \partial u_m &= u_k Y_{km} \sin(\theta_{km} - \psi_{km}) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Nếu dùng biến thực và ảo của điện áp thì:

$$p_{km} + jq_{km} = -(v_k + jw_k)[(v_k - v_m) - j(w_k - w_m)](G_{km} - jB_{km}) - j(v_k^2 + w_k^2)b_k \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} p_{km} &= -[v_k(v_k - v_m) + w_k(w_k - w_m)]G_{km} + [v_k(w_k - w_m) - w_k(v_k - v_m)]B_{km} \\ q_{km} &= [v_k(v_k - v_m) + w_k(w_k - w_m)]B_{km} + [v_k(w_k - w_m) - w_k(v_k - v_m)]G_{km} \\ &\quad - (v_k^2 + w_k^2)b_k \end{aligned}$$

Do đó các phần tử tương ứng của Jacobian **H** là:

$$\begin{aligned} \hat{p}_{km} / \partial v_k &= (v_m - 2v_k)G_{km} - w_m B_{km} \\ \hat{p}_{km} / \partial w_k &= (w_m - 2w_k)G_{km} + v_m B_{km} \\ \hat{p}_{km} / \partial v_m &= v_k G_{km} + w_k B_{km} \\ \hat{p}_{km} / \partial w_m &= w_k G_{km} - v_k B_{km} \\ \hat{q}_{km} / \partial v_k &= (2v_k - v_m)B_{km} - w_m G_{km} - 2v_k b_k \\ \hat{q}_{km} / \partial w_k &= (2w_k - w_m)B_{km} + v_m G_{km} - 2w_k b_k \\ \hat{q}_{km} / \partial v_m &= \hat{p}_{km} / \partial w_m \\ \hat{q}_{km} / \partial w_m &= -\hat{p}_{km} / \partial v_m \end{aligned} \quad (5.22)$$

Jacobian bao gồm các khối đạo hàm của công suất nút, của công suất nhánh và của điện áp nút, theo môđun và góc pha điện áp nút. Khối đạo hàm của công suất nút tương tự Jacobian trong phương trình giải tích lưới bằng phương pháp Newton- Raphson, như ta biết là rất thưa. Khối đạo hàm của công suất nhánh cũng rất thưa vì rất nhiều nhánh không tồn tại. Còn khối đạo hàm của điện áp nút sẽ bằng 0 với đạo hàm theo góc và bằng ma trận đơn vị với đạo hàm theo môđun điện áp. Tóm lại ma trận H rất thưa, tính chất này cần phải được khai thác để giảm nhẹ tính toán.

5.4 Tính quan sát được của hệ thống và số đo giả

Để phương trình lập đánh giá trạng thái (5.14) có nghiệm duy nhất, ma trận lợi suất $G(x^1)$ phải không suy biến. Điều này được thỏa mãn nếu ma trận Jacobian $H(x^1)$ (kích thước $m \times s$) có hạng đầy, tức là hạng s ($s < m$). Khi đó lưới điện được gọi là *quan sát được (observable)*.

Với một cấu hình làm việc nào đó, tính quan sát được của lưới điện phụ thuộc vào sự phân bố thiết bị đo trong lưới cũng như loại số đo. Để nhận thấy rằng các thiết bị đo phải được phân bố đồng đều trên các nút. Ta cũng đã nhận xét rằng, để cho trạng thái đánh giá là tin cậy, cần có không những đủ, mà phải dư thừa số đo thời thực. Với lưới điện n nút, cần tối thiểu $2n-1$ số đo để quan sát được (xem bài toán giải tích chế độ). Nếu ta đo điện áp và công suất (P và Q) ở mọi nút, công suất nhánh (P và Q) ở hai đầu mỗi đường dây, thì tổng cộng có $3n+4l$ số đo, trong đó l là số nhánh.

Ta gọi *hệ số dư thừa (redundancy factor)* là tỉ số $m/s = (3n+4l)/(2n-1)$. Nếu lấy trung bình đối với hệ thống lớn số nhánh bằng 1,5 số nút ($l/n=1,5$) thì hệ số dư thừa xấp xỉ 4,5 đối với bộ số đo đầy đủ nói trên. Thực tế số số đo thường ít hơn, nhưng thường yêu cầu hệ số dư thừa tối thiểu bằng 3 [14]. Các số đo thừa cũng nên được phân bố đồng đều trong lưới.

Để minh họa tình trạng *không quan sát được* trong lưới điện 3 nút thí dụ ở mục trên, ta giả thiết chỉ tồn tại một số đo $M12$. Khi đó ta chỉ biết được, từ phương trình thứ nhất trong (5.17), hiệu số góc pha $\theta_1 - \theta_2$, nhưng không biết giá trị của từng biến trạng thái này. Do đó ta cũng không xác định được dòng công suất trên các đường dây và công suất nút. Bây giờ thử tính ma trận lợi suất. Ta có Jacobian $H=(5 \ -5)$ và

$$G = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} 10^4 (5 \ -5) = \begin{pmatrix} 25 & -25 \\ -25 & 25 \end{pmatrix} 10^4$$

là ma trận suy biến, do đó lưới điện là không quan sát được.

Thực tế, hệ thống đo thường được thiết kế sao cho lưới điện là quan sát được, và hơn nữa, dư thừa số đo. Nhưng trong vận hành, do hư hỏng RTU hoặc kênh truyền, có thể một số số đo không nhận được, hoặc do cấu hình lưới thay đổi mà nó trở nên không quan sát được. Do đó mỗi khi xảy ra các thay đổi nói trên, cần phải tiến hành *kiểm tra tính quan sát được*.

Hiện nay được sử dụng hai loại thuật toán kiểm tra, dựa trên phân tích cấu hình (topology) của lưới hoặc dùng phương pháp số. Tiếp theo nếu hệ thống là quan sát được thì có thể tiến hành đánh giá trạng thái. Trong trường hợp ngược lại, cần xác định những nút nào là không quan sát được. Những nút này hoặc được loại khỏi tính toán SE, khi đó SE phải có khả năng tính toán cho hệ thống gồm nhiều "đảo" quan sát được, hoặc khả năng thứ hai là sử dụng cái gọi là *số đo giả* (*pseudomeasurements*) thay cho những số đo thiếu.

Thường số đo giả là công suất các nút phụ tải. Để dự đoán được giá trị của chúng tại thời điểm bất kì, các đại lượng này được ghi lại trong suốt quá trình vận hành. Ta biết rằng đánh giá trạng thái được thực hiện rất thường xuyên, sau mọi 5-10 phút. Phụ tải MW và $\cos\phi$ của mỗi nút được ghi lại, tương ứng theo từng thời gian trong ngày, ngày trong tuần hoặc tháng trong năm. Công suất MW phụ tải thường được ghi dưới dạng tỉ số so với tổng phụ tải của hệ thống. Bộ dữ liệu này được cập nhật thường xuyên, nhất là khi đặc điểm của hệ thống thay đổi, và sẵn sàng được dùng để ước lượng phụ tải nút đối với một phụ tải tổng đã cho và tại một thời gian, ngày, tháng đã cho. Ngoài việc dùng làm số đo giả khi cần, chúng còn phục vụ cho các tính toán nghiên cứu hay phân tích ngoại tuyến (off line).

5.5 Phân tích sai số của đánh giá WLS

Trong mục này ta sẽ dẫn ra các *quan hệ nhạy* (*sensitivity*) giữa số đo và kết quả đánh giá trạng thái thu được. Các quan hệ này được dùng để phân tích sai số.

Gọi $\hat{x}$ là đánh giá trạng thái thu được sau thủ tục lặp (5.14) và vectơ *số dư* (*residual*):

$$r = z - h(\hat{x}) \quad (5.23)$$

Giá trị r cho ta một đánh giá của sai số do (không biết) e trong (5.1). Giả sử có một *nhieu* nhỏ Δz đặt vào số đo z , ta sẽ tính toán sự thay đổi tương ứng $\Delta \hat{x}$ và Δr .

Trạng thái đánh giá $\hat{x}$ thỏa mãn điều kiện tối ưu (5.10):

$$H(\hat{x})^T R^{-1} [z - h(\hat{x})] = 0 \quad (5.24)$$

Sau khi có nhiều ta có:

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}} + \Delta\hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} + \Delta\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}} + \Delta\hat{\mathbf{x}})] = 0 \quad (5.25)$$

với sự thay đổi nhỏ ta có thể viết:

$$\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}} + \Delta\hat{\mathbf{x}}) \approx \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})\Delta\hat{\mathbf{x}} \quad (5.26)$$

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}} + \Delta\hat{\mathbf{x}}) \approx \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) \quad (5.27)$$

(như đã làm để thu được phương trình lặp (5.14)). Thay vào (5.25):

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} + \Delta\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}) - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})\Delta\hat{\mathbf{x}}] \approx 0$$

Kết hợp với (5.24) suy ra: $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{R}^{-1} [\Delta\mathbf{z} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})\Delta\hat{\mathbf{x}}] \approx 0$

Từ đó rút ra:

$$\Delta\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}})^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{R}^{-1}] \Delta\mathbf{z} \quad (5.28)$$

trong đó ta có *ma trận nhảy*:

$$\partial\hat{\mathbf{x}} / \partial\mathbf{z} = \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}})^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{R}^{-1} \quad (5.29)$$

Đối với số dư $\mathbf{r}$ trong (5.23), sau khi có nhiều ta có:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{\text{mới}} &= \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r} = \mathbf{z} + \Delta\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}} + \Delta\hat{\mathbf{x}}) \\ &\approx \mathbf{z} + \Delta\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}) - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) \Delta\hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

suy ra:

$$\Delta\mathbf{r} = \Delta\mathbf{z} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) \Delta\hat{\mathbf{x}} \quad (5.30)$$

Thay $\Delta\hat{\mathbf{x}}$ tính theo (5.28) ta đi tới:

$$\Delta\mathbf{r} = [\mathbf{I} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}})^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{R}^{-1}] \Delta\mathbf{z}$$

với $\mathbf{I}$ là ma trận đơn vị. Đặt:

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R} - \mathbf{H}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}^T \quad (5.31)$$

ta có:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{R} \mathbf{R}^{-1} \Delta \mathbf{z} \quad (5.32)$$

trong đó ma trận nhảy:

$$\hat{\mathbf{r}} / \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{R} \mathbf{R}^{-1} \quad (5.33)$$

Nếu ta đặt $\Delta \mathbf{z} = \mathbf{z}_{\text{thực}} - \mathbf{z} = -\mathbf{e}$ là sai số đo và giả thiết sai số này đủ nhỏ, thì (5.28) biểu diễn quan hệ nhảy giữa sai số đo và $\Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_{\text{thực}} - \hat{\mathbf{x}} := -\mathbf{e}_{\hat{\mathbf{x}}}$ là sai số đánh giá trạng thái, còn (5.32) cho quan hệ giữa sai số đo và đánh giá $\mathbf{r}$ của nó:

$$\mathbf{e}_{\hat{\mathbf{x}}} = [\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}})^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{R}^{-1}] \mathbf{e} \quad (5.34)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e} \quad (5.35)$$

Nếu sai số đo $\mathbf{e}$ có phân bố xác suất chuẩn thì sai số đánh giá trạng thái $\mathbf{e}_{\hat{\mathbf{x}}}$ và số dư $\mathbf{r}$ cũng có phân bố chuẩn với cùng trị trung bình bằng 0.

Tiếp theo để phân tích giá trị trung bình bình phương của sai số, cũng như *hệ số tương quan* giữa các sai số, ta xem xét *ma trận tương quan* của các vectơ biến ngẫu nhiên $\mathbf{e}_{\hat{\mathbf{x}}}$ và $\mathbf{r}$.

Biết rằng nếu ta có hai vectơ ngẫu nhiên $\mathbf{u}$ và $\mathbf{v}$ sao cho $\mathbf{u} = \mathbf{A} \mathbf{v}$ với $\mathbf{A}$ là ma trận xác định, thì ma trận tương quan của vectơ $\mathbf{u}$:

$$\text{cov}(\mathbf{u}) = E[\mathbf{u} \mathbf{u}^T] = E[\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^T \mathbf{A}^T] = \mathbf{A} E[\mathbf{v} \mathbf{v}^T] \mathbf{A}^T = \mathbf{A} \text{cov}(\mathbf{v}) \mathbf{A}^T$$

Áp dụng vào (5.34), biết $E[\mathbf{e} \mathbf{e}^T] = \mathbf{R}$ ta có:

$$\begin{aligned} \text{cov}(\mathbf{e}_{\hat{\mathbf{x}}}) &= E[\mathbf{e}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{e}_{\hat{\mathbf{x}}}^T] = (\mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}) \mathbf{R} (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1}) \\ &= \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} = \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}})^{-1} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Như vậy ma trận $\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}})^{-1}$ có ý nghĩa quan trọng, nó cho ước lượng độ chính xác của đánh giá $\hat{\mathbf{x}}$ trong trường hợp sai số nhỏ. Phần tử đường chéo của nó là phương sai của sai số đánh giá trạng thái $\hat{\mathbf{x}}$, tức là $E[e_{x_j}^2] = E[(x_j - \hat{x}_j)^2]$.

Tương tự từ (5.35): $\mathbf{r} = [\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}] \mathbf{e}$ ta có:

$$\begin{aligned} \text{cov}(\mathbf{r}) &= E[\mathbf{r} \mathbf{r}^T] = (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}) \mathbf{R} (\mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}) (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}) \mathbf{R} \end{aligned}$$

Để thấy ma trận trong ngoặc không đổi khi nhân với chính nó, từ đó:

$$\text{cov}(\mathbf{r}) = (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1})\mathbf{R} = \mathbf{R} - \mathbf{H}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}^T = \mathbf{R}' \quad (5.37)$$

Phần tử đường chéo của $\mathbf{R}'$ cho ta phương sai của số dư r_j tức là $E[r_j^2]$.

Ta thường sử dụng số dư chuẩn hóa (normalized) $\mathbf{r}^N$, là giá trị mẫu (hay chuẩn hóa) của vector biến ngẫu nhiên $\mathbf{r}$, định nghĩa bởi (5.3) :

$$\mathbf{r}^N = [\text{diag}(\mathbf{R}')]^{-1/2} \mathbf{r} \quad (5.38)$$

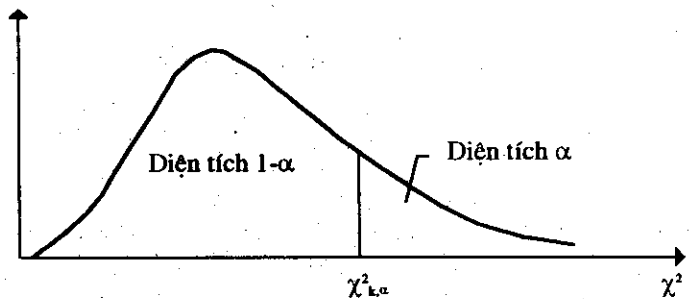
với $\text{diag}(\mathbf{R}')$ là ma trận lập bởi các phần tử đường chéo của ma trận tương quan $\mathbf{R}'$. Vector $\mathbf{r}^N$ có các phần tử $r_i^N = r_i / \sqrt{R'_{ii}}$ là đại lượng ngẫu nhiên có trung bình 0 và phương sai 1.

5.6 Dữ liệu xấu

Mô hình toán học của đánh giá trạng thái WLS như đã trình bày giả thiết sai số do có phân bố xác suất chuẩn (Gauss) với trung bình bằng 0 và phương sai đã biết. Nhưng trong thực tế, mặc dù có thể áp dụng một thủ tục lọc sơ bộ, vẫn có thể "lọt lưới" những dữ liệu xấu (bad data) với sai số lớn vượt ra ngoài giả thiết, tại đầu vào khâu đánh giá trạng thái. Dữ liệu xấu nhận được có thể do hư hỏng thiết bị đo và đường truyền hoặc đơn giản do đặt sai cực tính hay chỉnh định sai thiết bị. Dữ liệu xấu cũng có thể là các số đo giả, lạc hậu so với sự thay đổi của hệ thống v.v... Dù do nguyên nhân nào thì sự có mặt của dữ liệu xấu làm sai giả thiết ban đầu khi thiết lập bài toán SE và dẫn đến lời giải sai.

Như đã rút ra bởi phân tích tuyến tính ở mục trước, nếu không có dữ liệu xấu thì vector số dư $\mathbf{r} = \mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})$ (giá trị đánh giá của sai số đo) có phân bố xác suất Gauss với trung bình bằng 0 và ma trận tương quan là

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R} - \mathbf{H}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}^T.$$



Hình 5-3

Trong trường hợp này, đại lượng $J(\hat{x}) = \sum_{j=1}^m r_j^2 / \sigma_j^2$ (hàm mục tiêu cực tiểu hóa của bài toán WLS), như đã chỉ ra bởi lý thuyết xác suất thống kê, sẽ là biến ngẫu nhiên có phân bố xác suất χ^2 (*Chi-Square distribution*) với $m-s$ bậc tự do (m là số số đo, s là số biến trạng thái) (hình 5.3).

Phân bố χ^2 với K bậc tự do là một phân bố xác suất không đối xứng khi K nhỏ. Nhưng khi K là lớn ($K > 30$) thì nó trở nên rất gần với phân bố chuẩn Gauss. Đây là trường hợp thường gặp trong bài toán SE thực tế ($m-s > 30$). Nếu $J(\hat{x})$ có phân bố χ^2 với K bậc tự do thì $J(\hat{x}) < \chi_{K,\alpha}^2$ với xác suất $(1-\alpha)$, trong đó α là diện tích dưới đường cong về bên phải giá trị $\chi_{K,\alpha}^2$, còn $(1-\alpha)$ bằng diện tích phần bên trái giá trị này (hình 5.3). Bảng dưới đây cho một số giá trị của $\chi_{K,\alpha}^2$ (xem bảng đầy đủ hơn trong các sổ tay toán học).

Từ bảng ta biết được chẳng hạn với $K=20$ thì, khi không có dữ liệu xấu, sẽ phải có (với $\alpha = 0.01$) $J(\hat{x}) < 37.57$ với xác suất $1-\alpha = 0.99$ (tức là với độ tin cậy 99%).

K	α			K	α		
	0.05	0.02	0.01		0.05	0.02	0.01
1	3.84	5.41	6.64	11	19.68	22.62	24.73
2	5.99	7.82	9.21	12	21.03	24.05	26.22
3	7.82	9.84	11.34	13	22.36	25.47	27.69
4	9.49	11.67	13.28	14	23.69	26.87	29.14
5	11.07	13.39	15.09	15	25.00	28.26	30.58
6	12.59	15.03	16.81	16	26.30	29.63	32.00
7	14.07	16.62	18.48	17	27.59	31.00	33.41
8	15.51	18.17	20.09	18	28.87	32.35	34.81
9	16.92	19.68	21.67	19	30.14	33.69	36.19
10	18.31	21.16	23.21	20	31.41	35.02	37.57

Giá trị trung bình của $J(\hat{x})$ chính bằng $K=m-s$, còn phương sai là $2K$. Như đã nói, khi K lớn thì $J(\hat{x})$ tiến tới phân bố Gauss, ta thường dùng giá trị chuẩn hóa:

$$\zeta = \frac{J(\hat{x}) - K}{\sqrt{2K}} \quad (5.39)$$

Như vậy khi không có dữ liệu xấu thì ta đã biết qui luật phân bố thống kê của các đại lượng như $r, J, \dots$. Trái lại nếu qua kiểm tra thấy chúng không tuân theo luật phân bố đã biết, thì có thể nhận định rằng đã có dữ liệu xấu, và lời giải SE là không tin cậy. Đó chính là phương pháp để phát hiện và nhận diện dữ liệu xấu, được gọi là phương pháp *thử nghiệm giả thuyết thống kê* (hypothesis testing). Kết luận rút ra từ các thử nghiệm này là các kết luận thống kê, luôn gắn với một xác suất tin cậy. Chẳng hạn kết luận về sự tồn tại dữ liệu xấu sẽ gắn với một *xác suất báo động sai* và một *xác suất không phát hiện được*.

Thử nghiệm trên đại lượng số dư r_j ($j=1,2,\dots,m$) được thực tế cho thấy là khá tin cậy. Như đã nêu ở mục trước, số dư chuẩn hóa r_j^N có phân bố xác suất Gauss (trung bình 0, phương sai 1) nếu không có dữ liệu xấu. Như vậy $r_j^N < 2$ với xác suất 0.95. Nếu r_j^N vượt quá giá trị này, ta kết luận rằng có dữ liệu xấu với xác suất báo động sai là 0.05.

Thử nghiệm trên số dư có khó khăn do phải tính toán phương sai R_j' (công thức (5.37)). Ta có thể ban đầu thử nghiệm trên đại lượng $J(\hat{x})$ hoặc ζ đơn giản hơn (theo điều kiện phân bố χ^2 hoặc Gauss). Tuy nhiên thử nghiệm này chỉ phát hiện được sự tồn tại dữ liệu xấu. Để nhận diện nó, một khi có kết quả thử nghiệm J "dương tính", cần tính toán các số dư chuẩn hóa r_j^N . Với vài đơn giản hóa thì dữ liệu ứng với số dư chuẩn hóa lớn nhất chính là dữ liệu xấu [25,26]. Dữ liệu này hay một nhóm dữ liệu ứng với các số dư lớn nhất sau đó được bỏ đi và tiến hành lại đánh giá trạng thái và thử nghiệm giả thuyết. Sau một số vòng tính toán ta có thể xác định chính xác dữ liệu xấu.

Phương pháp thử nghiệm J đơn giản nhưng không tin cậy lắm đối với lưới điện lớn; nếu dùng ngưỡng lớn thì xác suất không phát hiện được tăng, còn nếu giảm ngưỡng làm tăng nhiều khả năng báo động sai [26].

Một số trường hợp làm phức tạp bài toán tách dữ liệu xấu là trường hợp tồn tại nhiều dữ liệu như vậy, hoặc các dữ liệu xấu có tương tác (interacting bad data), hoặc khi mức độ dư thừa cục bộ dữ liệu không đủ. Trong trường hợp sau cùng, một số đo nào đó có thể là số đo tới hạn (critical measurement), có nghĩa rằng nếu bỏ nó đi từ tập số đo thì hệ thống trở nên không quan sát được. Trong trường hợp này việc kiểm tra số dư chuẩn hóa ứng với số đo tới hạn sẽ không có ý nghĩa, vì số dư và phương sai tương ứng tiến tới 0; sai số lớn của số đo tới hạn sẽ không nhận biết được. Còn khi tồn tại các dữ liệu xấu có tương tác (tức là sai số của các số đo này cùng tác động đến số dư của một số đo khác) thì ta không còn có thể phán đoán dữ

liệu xấu dựa vào giá trị lớn của số dư.

Một tiếp cận khác cho bài toán dữ liệu xấu là từ bỏ phương pháp đánh giá bình phương cực tiểu. Phương pháp WLS cực tiểu hóa tổng (trọng số) các bình phương của các số dư, dẫn đến việc *lời giải rất nhạy đối với dữ liệu xấu*, tức là các vi phạm giả thiết của thuật toán. Đánh giá WLS do đó được gọi là *không vững (not robust)*. Các phương pháp đánh giá vững, trong đó cực tiểu hóa hàm không bình phương (bậc thấp hơn 2), cực tiểu hóa hàm giá trị tuyệt đối... đã được nghiên cứu nhưng chưa được áp dụng nhiều.

Để kết thúc phần này ta lưu ý rằng các thảo luận về đánh giá trạng thái và dữ liệu xấu ở trên đều dựa trên *giả thiết không có sai lệch lớn trong mô hình cấu trúc lưới điện dùng cho bài toán*. Mô hình này giống như mô hình dùng cho tính toán giải tích lưới điện, bao gồm thông số các phần tử (thông số tĩnh, không thay đổi) và cấu hình lưới (thông số động, xác định bởi tình trạng đóng/mở của các thiết bị cắt, vị trí đầu phân áp máy biến áp...). Thông số cấu hình lưới được thu nhận- cũng như các số đo chế độ- bởi *hệ thống điều khiển giám sát và thu thập số liệu (SCADA: Supervisory Control And Data Acquisition)*, thông qua các thiết bị đo xa. Chính thông tin sai so với thực tế hiện tại về vị trí các thiết bị đóng cắt là nguồn chủ yếu của *sai số cấu hình (topological error)* gặp phải trong các hệ thống quản lý năng lượng thời thực (EMS: Energy Management System). Sai số loại này dẫn đến kết quả sai cho đánh giá trạng thái và cả phân tích dữ liệu xấu, thậm chí làm cho tính toán SE không thực hiện được (phép lặp không hội tụ...); nói chung nó thuộc loại sai số nặng nề cho việc phân tích thời thực hệ thống điện. Vì thế nhiều thuật toán và thủ tục tách sai số cấu hình đã được nghiên cứu.

5.7 Thí dụ ⁽¹⁾

Các số đo xa nhận được từ lưới điện *hình 5.4* như sau (trong đơn vị tương đối):

$$\begin{aligned} z_1 = u_2 &= 0,92 & z_2 = u_1 &= 1,02 \\ z_3 = Q_1 &= 0,605 & z_4 = P_{12} &= 0,598 & z_5 = Q_{21} &= 0,305 \end{aligned}$$

Phương sai của các sai số đo trong đơn vị tương đối là:

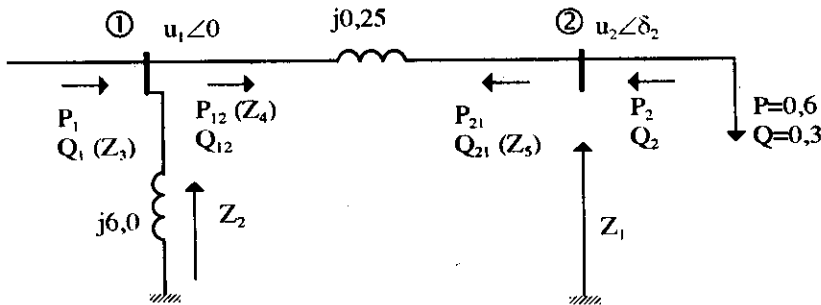
$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 0,01^2 \quad \sigma_3^2 = \sigma_5^2 = 0,02^2 \quad \sigma_4^2 = 0,015^2$$

Hãy đánh giá WLS các biến trạng thái $x_1 = \theta_2$, $x_2 = u_2$ và $x_3 = u_1$. Kiểm tra dữ

⁽¹⁾ Thí dụ lấy từ [6].

liệu xấu dùng thử nghiệm giả thuyết thống kê.

Vì phải chọn tùy ý một góc điện áp lưới nên ta đã chọn $\theta_1 = 0$, còn môđun điện áp nút nào đó đủ có thể đã được qui định trong vận hành nhưng muốn đánh giá lại theo dữ liệu do.



Hình 5-4

Biểu diễn các đại lượng đo theo biến trạng thái ta có:

$$z_1 = h_1(\mathbf{x}) = x_2$$

$$z_2 = h_2(\mathbf{x}) = x_3$$

$$z_3 = h_3(\mathbf{x}) = Q_1 = u_1^2 \left(\frac{1}{6} + 4 \right) - 4u_1 u_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) = \frac{25}{6} x_3^2 - 4x_3 x_2 \cos x_1$$

$$z_4 = h_4(\mathbf{x}) = P_{12} = -P_2 = -4u_1 u_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) = -4x_3 x_2 \sin x_1$$

$$z_5 = h_5(\mathbf{x}) = Q_{21} = Q_2 = 4[u_2^2 - u_1 u_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)] = 4(x_2^2 - x_3 x_2 \cos x_1)$$

Tính toán đạo hàm của các hàm $z = h(\mathbf{x})$ trên, ta có Jacobian:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4x_3 x_2 \sin x_1 & -4x_3 \cos x_1 & \frac{25}{3} x_3 - 4x_2 \cos x_1 \\ -4x_3 x_2 \cos x_1 & -4x_3 \sin x_1 & -4x_2 \sin x_1 \\ 4x_3 x_2 \sin x_1 & 8x_2 - 4x_3 \cos x_1 & -4x_2 \cos x_1 \end{pmatrix}$$

Chúng ta bắt đầu phép lặp bằng giá trị khởi tạo phẳng $\mathbf{x}^{(0)} = (0; 1; 1)$, từ đó tính được vector $\mathbf{e}$ và ma trận $\mathbf{H}$:

$$\mathbf{e}^{(0)} = \mathbf{z} - \mathbf{x}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0,92 - 1,00 \\ 1,02 - 1,00 \\ 0,605 - \frac{1}{6} \\ 0,598 - 0,0 \\ 0,305 - 0,0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,08 \\ 0,02 \\ 0,4383 \\ 0,5980 \\ 0,3050 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{H}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & \frac{13}{3} \\ -4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -4 \end{pmatrix}.$$

Ma trận trọng số là ma trận đường chéo:

$$\mathbf{R}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{0,01^2} & & & & \\ & \frac{1}{0,01^2} & & & \\ & & \frac{1}{0,02^2} & & \\ & & & \frac{1}{0,015^2} & \\ & & & & \frac{1}{0,02^2} \end{pmatrix}_{diag}$$

và ma trận lợi suất (đối xứng):

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^{(0)} &= (\mathbf{H}^{(0)T} \mathbf{R}^{-1}) (\mathbf{H}^{(0)}) = 10^4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1,7778 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1,0833 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & \frac{13}{3} \\ -4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -4 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 7,1111 & 0 & 0 \\ & 9,0000 & -8,3333 \\ & & 9,6944 \end{pmatrix} \times 10^4 \end{aligned}$$

Tính bước lặp thứ nhất $\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} + (\mathbf{G}^{(0)})^{-1} \mathbf{H}^{(0)T} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}^{(0)}$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{(1)} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + (\mathbf{G}^{(0)})^{-1} \times 10^4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1,7778 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1,0833 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,0800 \\ 0,0200 \\ 0,4383 \\ 0,5980 \\ 0,3050 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7,1111 & 0 & 0 \\ & 9,0000 & -8,3333 \\ & & 9,6944 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -1,0631 \\ -0,2133 \\ 0,1898 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,1495 \\ 0,9727 \\ 0,9961 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Tiếp tục quá trình lặp và đi tới giá trị hội tụ là đánh giá của x:

$$\hat{x}_1 = \theta_2 = -0,1762 \text{ rad} = -10,0955^\circ$$

$$\hat{x}_2 = u_2 = 0,9578 p.u$$

$$\hat{x}_3 = u_1 = 0,9843 p.u$$

Tiếp theo để kiểm tra sự tồn tại dữ liệu xấu, ta tính toán số dư $\mathbf{r} = \mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})$.

Thay $\hat{\mathbf{x}}$ vào các hàm $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ đã xác định ở trên, ta tính ra:

$$\hat{r}_1 = 0,92 - 0,9578 = -0,0378$$

$$\hat{r}_2 = 1,02 - 0,9843 = 0,0357$$

$$\hat{r}_3 = 0,605 - 0,3240 = 0,2810$$

$$\hat{r}_4 = 0,598 - 0,6610 = -0,0630$$

$$\hat{r}_5 = 0,305 - (-0,0430) = 0,3480$$

từ đó:

$$J(\hat{\mathbf{x}}) = \sum_{k=1}^5 r_k^2 / \sigma_k^2 = \frac{-0,0378^2}{0,01^2} + \frac{0,0357^2}{0,01^2} + \frac{0,2810^2}{0,02^2} + \frac{-0,0630^2}{0,015^2} + \frac{0,348^2}{0,02^2} = 545$$

Ta làm thử nghiệm trên J xem có thỏa mãn phân bố xác suất χ^2 hay không. Với số bậc tự do $K = m - s = 5 - 3 = 2$ và lấy $\alpha = 0,01$, tra bảng ở mục 5.6 ta có $\chi_{2,0.01}^2 = 9,21$, tức là $J(\hat{\mathbf{x}}) < 9,21$ với xác suất 0,99. Ở đây J vượt quá rất nhiều chứng tỏ sự tồn tại của dữ liệu xấu và kết quả đánh giá trạng thái không thể chấp nhận được.

Để nhận dạng dữ liệu xấu, ta thử áp dụng thủ tục đã nêu trong mục trước; đầu tiên cần tính các số dư chuẩn hóa. Ta xác định phương sai của của các số dư này như phần tử đường chéo của ma trận $\mathbf{R}' = \mathbf{R} - \mathbf{H}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}^T = (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}^T)\mathbf{R}$ tại giá trị $\hat{\mathbf{x}}$.

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4\hat{x}_3\hat{x}_2 \sin \hat{x}_1 & -4\hat{x}_3 \cos \hat{x}_1 & \frac{25}{3}\hat{x}_3 - 4\hat{x}_2 \cos \hat{x}_1 \\ -4\hat{x}_3\hat{x}_2 \cos \hat{x}_1 & -4\hat{x}_3 \sin \hat{x}_1 & -4\hat{x}_2 \sin \hat{x}_1 \\ 4\hat{x}_3\hat{x}_2 \sin \hat{x} & 8\hat{x}_2 - 4\hat{x}_3 \cos \hat{x}_1 & -4\hat{x}_2 \cos \hat{x}_1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,6610 & -3,8761 & 4,4303 \\ -3,7125 & 0,6901 & 0,6716 \\ -0,6610 & 3,7863 & -3,7719 \end{pmatrix}$$

Từ đó tính được:

$$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 6,3442 & -1,1239 & -1,2169 \\ -1,1239 & 8,5518 & -7,6575 \\ -1,2169 & -7,6575 & 9,6641 \end{pmatrix} \times 10^4$$

Tiếp theo ta xác định $\mathbf{G}^{-1}$ rồi $\mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}$ như thường làm trong các bước lập và sau đó nhân trái với $\mathbf{H}$. Chú ý phép nhân này chỉ cần lấy kết quả các phần tử trên đường chéo:

$$\mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5618 & \times & \times & \times & \times \\ \times & 0,4976 & \times & \times & \times \\ \times & \times & 0,5307 & \times & \times \\ \times & \times & \times & 0,9656 & \times \\ \times & \times & \times & \times & 0,4443 \end{pmatrix}$$

Cuối cùng ta có thể tính được các phần tử đường chéo của $\mathbf{R}'$:

$$\mathbf{R}' = (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}) \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0,4382 & & & & \\ & 0,5024 & & & \\ & & 1,8772 & & \\ & & & 0,0773 & \\ & & & & 2,2229 \end{pmatrix} \times 10^{-4}$$

từ đó các số dư chuẩn hóa là $r_i^N = r_i / \sqrt{R'_{ii}}$, $j=1,2,\dots,5$. Chẳng hạn ta tính:

$$r_1^N = -0,0378 / \sqrt{0,4382 \times 10^{-4}} = -5,7106$$

Kết quả tính toán sẽ thu được:

$$\mathbf{r}^N = (-5,7106 \quad 5,0419 \quad 20,5079 \quad -22,6559 \quad 23,3403)$$

Chúng ta nhận thấy số dư chuẩn hóa lớn nhất ứng với số đo 3,4 và 5. Để duy trì sự dư thừa ($m > s$), ta chỉ có thể bỏ đi một số đo, mà ta chọn là z_5 , ứng với số dư chuẩn hóa lớn nhất.

Lập lại đánh giá trạng thái dùng các số đo còn lại, ta đi tới đánh giá mới:

$$\hat{x}_1 = \theta_2 = -0,1600 \text{ rad} = -9,1673^\circ$$

$$\hat{x}_2 = u_2 = 0,9223 \text{ p.u}$$

$$\hat{x}_3 = u_1 = 1,0174 \text{ p.u}$$

ứng với số dư:

$$\hat{r}_1 = 0,92 - 0,9223 = -0,0023$$

$$\hat{r}_2 = 1,02 - 1,0174 = 0,0026$$

$$\hat{r}_3 = 0,605 - 0,6072 = -0,0022$$

$$\hat{r}_4 = 0,598 - 0,5978 = -0,0002$$

và tổng bình phương trọng số tính được là $J(\hat{\mathbf{x}}) = 0,1355 < \chi^2_{1,0,01} = 6,64$, tức là đánh giá trạng thái mới có thể tin cậy được với xác suất 0,99. Như vậy z_5 là dữ liệu xấu duy nhất. Trong thí dụ này có thể lí do đơn giản do lấy sai cực tính số đo 5: nếu ta sửa lại $z_5 = -0,305$ thì kết quả đánh giá trạng thái với 5 số đo cho ta 3 giá trị trạng thái là $-9,1616$ độ, $0,9222$ p.u và $1,0175$ p.u ứng với $J(\hat{\mathbf{x}}) = 0,1421$.

5.8 Giải bài toán WLS

Trên mỗi bước lặp, xấp xỉ mới của trạng thái có thể xác định bằng cách giải phương trình chuẩn (5.14). Ma trận của hệ tuyến tính này là ma trận lợi suất $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ đối xứng, xác định dương và tương đối thưa. Thật vậy, khai triển (5.14) ta có:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^m \frac{\mathbf{H}_k^T(\mathbf{x}) \mathbf{H}_k(\mathbf{x})}{\sigma_k^2} \quad (5.40)$$

trong đó $\mathbf{H}_k(\mathbf{x})$ là hàng k của $\mathbf{H}(\mathbf{x})$. Ma trận $\mathbf{H}$ rất thưa, nhưng $\mathbf{G}$ ít thưa hơn, vì nếu hàng k của $\mathbf{H}$ có chẳng hạn 3 phần tử khác 0, thì theo (5.40) nó sẽ đưa vào $\mathbf{G}$ 9 phần tử khác 0. Kỹ thuật ma trận thưa được sử dụng trong khi lập ma trận lợi suất và tiếp theo trong khai triển tam giác $\mathbf{G} = \mathbf{U}^T \mathbf{U}$ (với $\mathbf{U}$ là một ma trận tam giác trên).

Sau đó hệ (5.14) được giải bởi quá trình thay thế thuận và ngược.

Phương pháp này được sử dụng nhiều trong đánh giá trạng thái, tuy nhiên trong một số trường hợp, hay khi kích thước hệ thống tăng lên, nó có thể là *có điều kiện số xấu (numerically ill-conditioned)* gây khó khăn cho sự hội tụ của lời giải lặp, thậm chí mất ổn định số. Ta biết rằng mức độ không ổn định số của việc giải hệ phương trình tuyến tính có thể đánh giá bởi *số điều kiện (condition number)* của ma trận hệ số. Số này của ma trận $G = H^T R^{-1} H$ bằng bình phương số điều kiện của H .

Một phương pháp để giảm độ nhạy đối với sai số qui tròn trong tính toán, tăng độ chính xác của lời giải và tránh mất ổn định số là không sử dụng ma trận lợi suất, chỉ dùng ma trận Jacobian. Chẳng hạn phương pháp dùng *biến đổi trực giao* ma trận H , như tóm lược sau đây.

Xét lại bài toán WLS tuyến tính (5.15). Giả sử Q là một ma trận trực giao ($m \times m$, $Q^T = Q^{-1}$) thì ta có thể viết lại hàm mục tiêu của bài toán trên như sau (bỏ qua các chỉ số i cho đơn giản):

$$\begin{aligned} J(\Delta x) &= (\Delta \bar{z} - \bar{H} \Delta x)^T Q^T Q (\Delta \bar{z} - \bar{H} \Delta x) \\ &= (Q \Delta \bar{z} - Q \bar{H} \Delta x)^T (Q \Delta \bar{z} - Q \bar{H} \Delta x) \end{aligned} \quad (5.41)$$

trong đó $\Delta \bar{z} = R^{-1/2} \Delta z$ và $\bar{H} = R^{-1/2} H$

Bây giờ nếu ta tìm được "biến đổi trực giao" trên ma trận $\bar{H}$, tức là chọn được Q trực giao sao cho:

$$Q \bar{H} = \begin{pmatrix} R_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

với R_1 là một ma trận tam giác trên (cấp s) và giả sử $Q \Delta \bar{z} = \begin{pmatrix} \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \end{pmatrix}$ thì:

$$J(\Delta x) = (\Delta y_1 - R_1 \Delta x)^T (\Delta y_1 - R_1 \Delta x) + \Delta y_2^T \Delta y_2 \quad (5.43)$$

Cực tiểu của (5.43) xảy ra khi:

$$R_1 \Delta x = \Delta y_1 \quad (5.44)$$

Như vậy phương pháp bắt đầu bằng việc tìm biến đổi trực giao (5.42), sau đó giải hệ tam giác (5.44) bằng thay thế ngược. Biến đổi trực giao cũng có thể sử dụng tính thừa của ma trận.

Một tiếp cận khác dựa trên nhận xét rằng biến đổi trực giao trên $\mathbf{H}$ (5.42) cũng cho phép khai triển tam giác ma trận lợi suất $\mathbf{G}$ để giải phương trình chuẩn. Thật vậy:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{H} = \overline{\mathbf{H}}^T \overline{\mathbf{H}} = (\mathbf{Q}\overline{\mathbf{H}})^T (\mathbf{Q}\overline{\mathbf{H}}) = \mathbf{R}_1^T \mathbf{R}_1 \quad (5.45)$$

Tiếp cận này được gọi là *phương pháp lai (hybrid method)*. Phương pháp này kém ổn định hơn phương pháp biến đổi trực giao [13].

5.9 Phương pháp WLS với ràng buộc

Bên cạnh những số liệu cung cấp bởi các thiết bị đo, thông tin về trạng thái hệ thống còn bao gồm các dữ liệu đặc biệt không đòi hỏi các thiết bị này, chúng được gọi là *số đo ảo (virtual measurements)*. Một ví dụ là công suất zero của các nút nối dây trong lưới, tại đó không có nguồn điện, cũng không có phụ tải. Những "số đo" này có thể được xử lý như số đo bình thường, nhưng để tính đến "độ chính xác cao" của chúng, cần phải gán chúng với hệ số trọng lớn khi lập bài toán WLS. Trái lại, các số đo giả ít tin cậy cần gán với hệ số trọng nhỏ. Tuy nhiên điều rắc rối là sự chênh lệch lớn giữa các hệ số trọng sẽ gây khó khăn cho sự hội tụ của lời giải lặp. Ở đây ta lại gặp phải vấn đề ổn định số trong tính toán, có thể gây đổ vỡ hoàn toàn quá trình đánh giá trạng thái⁽¹⁾.

Để khắc phục khó khăn này, các số đo ảo được chuyển sang dạng điều kiện ràng buộc đối với bài toán WLS, nói đúng hơn thì như vậy chúng được xem xét trực tiếp như các điều kiện chính xác mà không bị liệt vào loại số đo (với sai số...).

Để giải bài toán WLS (5.9) với vector ràng buộc $\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ nào đó, có thể dùng phương pháp nhân tử Lagrange với hàm (Lagrangian) sau đây:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{2} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})] - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{c}(\mathbf{x})$$

trong đó $\boldsymbol{\lambda}$ là vector nhân tử Lagrange. Điều kiện cho lời giải của bài toán tối ưu hóa với ràng buộc là đạo hàm của Lagrangian đối với $\mathbf{x}$ và $\boldsymbol{\lambda}$ triệt tiêu, tức là:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^T(\mathbf{x}) \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})] - \mathbf{C}^T(\mathbf{x}) \boldsymbol{\lambda} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{c}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (5.46)$$

⁽¹⁾ Vấn đề ổn định cũng được ghi nhận trong trường hợp có mặt một số lượng lớn các số đo công suất nút hoặc khi nối một đường dây dài (tổng trở lớn) với một đường dây ngắn (tổng trở nhỏ).

trong đó $\mathbf{C}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{c}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x}$, ma trận Jacobian của hệ phương trình ràng buộc.

Với xấp xỉ tuyến tính $\mathbf{h}(\mathbf{x}^{i+1}) = \mathbf{h}(\mathbf{x}^i) + \mathbf{H}(\mathbf{x}^i)\Delta\mathbf{x}^i$ và $\mathbf{c}(\mathbf{x}^{i+1}) = \mathbf{c}(\mathbf{x}^i) + \mathbf{C}(\mathbf{x}^i)\Delta\mathbf{x}^i$, ta đi tới thuật toán lặp giải (5.46); trên mỗi bước lặp giải hệ tuyến tính sau cho $\Delta\mathbf{x}$ và λ :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{x}) & \mathbf{C}^T(\mathbf{x}) \\ \mathbf{C}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}^T(\mathbf{x}) \mathbf{R}^{-1} \Delta\mathbf{z} \\ -\mathbf{c}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (5.47)$$

với $\Delta\mathbf{z} = \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})$.

Ma trận hệ số của phương trình (5.47) đối xứng, nhưng không còn là xác định dương như $\mathbf{G}$; khi khai triển tam giác theo thứ tự tối ưu phải dùng phương pháp phức tạp hơn để bảo đảm ổn định số.

Một phương pháp khác cho bài toán WLS, không yêu cầu ma trận lợi suất, được gọi là *phương pháp ma trận mở rộng Hachtel*. Trong phương pháp này, số dư:

$$\Delta\mathbf{r} := \Delta\mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x})\Delta\mathbf{x} \quad (5.48)$$

được coi là một ẩn, cùng với $\Delta\mathbf{x}$. Do đó kích thước của hệ phương trình tăng lên. Áp dụng cho trường hợp bài toán với ràng buộc, ta viết phương trình thứ nhất trong (5.47) ở dạng:

$$\mathbf{H}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}\Delta\mathbf{r} - \mathbf{C}^T(\mathbf{x})\lambda = 0$$

Kết hợp với phương trình thứ hai của (5.47) và phương trình (5.48) ta có hệ với 3 ẩn $\Delta\mathbf{x}$, $\Delta\mathbf{r}$, λ :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} & \mathbf{H}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{C}^T(\mathbf{x}) & \mathbf{H}^T(\mathbf{x}) & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\lambda \\ \mathbf{R}^{-1}\Delta\mathbf{r} \\ \Delta\mathbf{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{c} \\ \Delta\mathbf{z} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (5.49)$$

Ma trận hệ số đối xứng nhưng cũng không xác định dương, giống như hệ (5.47). Ma trận mở rộng lớn hơn nhưng thưa hơn, do đó khối lượng tính toán vẫn so sánh được với hệ (5.47) khi sử dụng kĩ thuật ma trận thưa. Về khả năng ổn định số, phương pháp Hachtel lại tốt hơn, do đó phương pháp này có triển vọng hơn [13].

5.10 Phương pháp tách biến trong đánh giá trạng thái

Giống như ở bài toán giải tích chế độ giải bằng phương pháp Newton, đánh giá trạng thái tách biến cũng được sử dụng để giảm kích thước phương trình và khối lượng tính toán.

Các số đo trong lưới điện được tách ra hai loại: (1) công suất thực nhánh và nút và (2) công suất phản kháng nhánh và nút và biên độ điện áp. Ta biết rằng quan hệ giữa các đại lượng này và biến trạng thái (gồm biên độ áp nút và góc pha của nó) thể hiện trội bởi tác động của công suất thực trên góc pha (quan hệ P- θ) và công suất phản kháng trên biên độ điện áp (quan hệ Q-U).

Tách biến $\mathbf{z} = (\mathbf{z}_p, \mathbf{z}_q)$ và biến trạng thái $\mathbf{x} = (\boldsymbol{\theta}, \mathbf{u})$, ta có ma trận Jacobian được phân khối với các khối trên đường chéo chính là trội:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{p\theta}(\mathbf{x}) & \mathbf{H}_{pu}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{H}_{q\theta}(\mathbf{x}) & \mathbf{H}_{qu}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial \mathbf{z}_p / \partial \boldsymbol{\theta} & \partial \mathbf{z}_p / \partial \mathbf{u} \\ \partial \mathbf{z}_q / \partial \boldsymbol{\theta} & \partial \mathbf{z}_q / \partial \mathbf{u} \end{pmatrix} \quad (5.50)$$

Tương ứng ma trận lợi suất $\mathbf{G} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ cũng được phân khối với các khối đường chéo chính là trội:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{p\theta}(\mathbf{x}) & \mathbf{G}_{pu}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{G}_{q\theta}(\mathbf{x}) & \mathbf{G}_{qu}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (5.51)$$

Nếu bỏ qua các khối ngoài đường chéo của $\mathbf{H}$, ta có tương ứng:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} (\partial \mathbf{z}_p / \partial \boldsymbol{\theta})^T \mathbf{R}_p^{-1} (\partial \mathbf{z}_p / \partial \boldsymbol{\theta}) & 0 \\ 0 & (\partial \mathbf{z}_q / \partial \mathbf{u})^T \mathbf{R}_q^{-1} (\partial \mathbf{z}_q / \partial \mathbf{u}) \end{pmatrix}$$

Với xấp xỉ này, phương trình chuẩn của đánh giá trạng thái được tách làm hai:

$$\mathbf{G}_{p\theta} \Delta \boldsymbol{\theta} = \mathbf{H}_{p\theta}^T \mathbf{R}_p^{-1} \Delta \mathbf{z}_p \quad (5.52)$$

$$\mathbf{G}_{qu} \Delta \mathbf{u} = \mathbf{H}_{qu}^T \mathbf{R}_q^{-1} \Delta \mathbf{z}_q \quad (5.53)$$

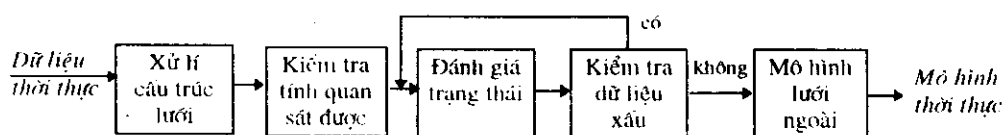
Đồng thời với việc tách biến, $\mathbf{H}$ được xấp xỉ rất tốt là ma trận hàng (không phụ thuộc $\mathbf{x}$) nếu các số đo thực và phản kháng được *chuẩn hóa* bởi điện áp tương ứng, tức là thay các số đo P_{km} , Q_{km} và P_k , Q_k bởi P_{km}/U_{km} , Q_{km}/U_{km} , P_k/U_k và Q_k/U_k . Ma trận hàng này là ma trận $\mathbf{H}$ xác định ở *điện áp phẳng* ($U=1$, $\theta=0$). Dùng Jacobian không đổi qua các bước lặp cho phép giảm nhiều khối lượng tính toán.

Việc sử dụng thuật toán tách biến và ma trận hàng số là rất có hiệu quả trong đánh giá trạng thái và chúng được áp dụng tốt đối với các phương pháp Hachtel và phương pháp lai, nhưng ít phát huy tác dụng đối với phương pháp biến đổi trực giao là phương pháp có tính chất số tốt nhất [13,12]. Nghiên cứu trong [13,12] chỉ ra rằng phương pháp Hachtel và phương pháp lai là một thỏa hiệp tốt nhất giữa khả năng ổn định số và hiệu quả tính toán, đồng thời hai phương pháp này cũng không quá phức tạp trong việc triển khai. Ngoài ra khả năng xử lý các số đo ảo như ràng buộc đẳng thức cho phép loại bỏ một nguồn mất ổn định số quan trọng, đó là ưu điểm của phương pháp Hachtel.

5.11 Mô hình hoá thời thực hệ thống điện

Trên đây đã nghiên cứu bài toán đánh giá trạng thái là một nội dung cốt lõi trong việc *lập mô hình thời thực (real-time modeling)* của hệ thống điện. Mô hình này- lập nên từ tập hợp các thông số cấu trúc và thông số trạng thái của hệ thống tại một thời điểm đã cho- sẽ được dùng để nghiên cứu trực tuyến (on line) hệ thống điện tại các trung tâm điều khiển. Các nghiên cứu trong đó sử dụng mô hình này như dữ liệu vào bao gồm các bài toán *phân tích sự cố và điều khiển tối ưu*, sẽ được đề cập trong các chương sau.

Các bước của quá trình xây dựng mô hình thời thực được biểu diễn trong sơ đồ hình 5.5 [14].



Hình 5.5

Bộ xử lý cấu trúc lưới (Topology Processor) có nhiệm vụ nhận dạng cấu trúc lưới điện tại thời điểm xét, dựa trên các số liệu thời thực nhận được về vị trí (đóng/mở) của các máy cắt, kết hợp với sử dụng một cơ sở dữ liệu chứa các thông số nhánh và thông số kết nối.

Ba khối tiếp theo đã được khảo sát chi tiết ở phần trên. Khối còn lại liên quan đến việc *mô hình hoá lưới điện ngoài* được nghiên cứu trong mục này, tuy nhiên chỉ giới thiệu khái quát các vấn đề đặt ra mà không đi sâu vào chi tiết⁽¹⁾.

⁽¹⁾ Một vài tài liệu về bài toán này cho ở [27]-[32]

5.11.1 Vấn đề mô hình hoá lưới điện ngoài

Như đã biết ở phần trước, đánh giá trạng thái chỉ thực hiện được trong phần quan sát được của hệ thống. Trong hệ thống điện lớn, hợp nhất, rõ ràng một trung tâm điều khiển hay một công ti điện lực chỉ quản lí một phần lưới điện, được gọi là *lưới trong*. Lưới này sẽ được trang bị các thiết bị đo sao cho nó là quan sát được, nghĩa là trên cơ sở các số đo thời thực ở phần lưới này có thể nhận dạng được cấu trúc và đánh giá trạng thái hiện thời của nó *không cần có hiểu biết về phần còn lại của hệ thống*. Phần còn lại này được gọi là *lưới ngoài*. Bước kiểm tra tính quan sát được vẽ ở hình 5.5 chỉ kiểm tra lại tính chất này đối với lưới trong (tức là phần lưới bình thường là quan sát được) mà thôi. Như đã biết, một sự hư hỏng thiết bị đo hoặc đường truyền số liệu có thể làm cho một số nút của lưới trong trở nên tạm thời không quan sát được. Các nút này sẽ được làm cho trở lại quan sát được bằng cách dùng các số đo giả, hoặc trái lại sẽ bị loại ra khỏi đánh giá trạng thái và ghép vào lưới ngoài, tức là phần không quan sát được.

Để xây dựng mô hình hệ thống dùng cho các tính toán nghiên cứu khác thì yêu cầu trở nên phức tạp hơn, cụ thể ta sẽ cần tính đến việc mô tả lưới điện ngoài. Lấy thí dụ bài toán phân tích sự cố trực tuyến (on line) đòi hỏi nghiên cứu các sự cố *có thể xảy ra* tại chế độ làm việc hiện thời. Các sự cố này có thể được mô phỏng nếu ta biết trạng thái và cấu trúc hệ thống ở chế độ trước sự cố, gọi là *chế độ gốc* (*base case*) (xem chương 6. Lưu ý rằng ta không có số liệu đo sau sự cố, vì các sự cố này chỉ được giả thiết có thể xảy ra). Như vậy sự hiểu biết về lưới trong sau khi thực hiện đánh giá trạng thái là không đủ, mà ta còn cần mô hình hoá lưới ngoài để đánh giá *ảnh hưởng của nó đến lưới trong khi sự cố xảy ra trong lưới này*. Cần nhấn mạnh rằng điều ta quan tâm chỉ là chế độ làm việc của lưới trong, đồng thời cũng thường chỉ xem xét những sự cố (có thể xảy ra) ở lưới trong hay lân cận nó.

Như vậy mục đích duy nhất của việc lập mô hình lưới ngoài là để đánh giá ảnh hưởng của nó đến lưới trong. Do đó mô hình này không cần chi tiết như mô hình lưới trong, đồng thời các phần ở càng xa lưới trong càng ít cần quan tâm đến vì ảnh hưởng của chúng là nhỏ. Nói chung lưới ngoài được chia ra 3 phần:

- Phần ở xa không có ảnh hưởng đến lưới trong và có thể được bỏ qua,
- Phần ở gần hơn có ảnh hưởng nhỏ đến lưới trong, có thể được biểu diễn dưới dạng rút gọn,
- Phần lân cận lưới trong cần được mô hình hoá chi tiết.

Ranh giới giữa 3 phần này thường được xác định trước bởi các đánh giá khả trực giác kết hợp với *phân tích độ nhạy* (của lưới trong đối với các thay đổi trong lưới ngoài).

Trong thực tế điều độ hệ thống điện, bài toán nhận dạng cấu trúc lưới trong và đánh giá trạng thái lưới trong thường được thực hiện sau mỗi ít phút (chẳng hạn 5-10 phút). Bài toán lập mô hình lưới ngoài, chủ yếu phục vụ cho phân tích sự cố, có thể được tiến hành trước mỗi lần thực hiện sự phân tích này (khoảng mỗi 15-30

phút). Tính toán điều khiển máy phát điện, điều khiển công suất trao đổi hệ thống... cũng được cập nhật từ mô hình thời thực, và với tần suất thấp hơn. Như vậy mô hình lưới trong thường được cập nhật thường xuyên hơn mô hình lưới ngoài, điều đó cho phép phát hiện sớm sự thiếu hụt hay sai hỏng của số đo thời thực.

Ta có thể hiểu rằng tính thích đáng của mô hình lưới ngoài được đánh giá bởi độ chính xác phản ánh tác động thực của nó đến lưới trong ở các điều kiện sự cố. Công cụ giải tích lưới điện sẽ được dùng trong phân tích sự cố, và điều kiện đầu tiên đối với mô hình lưới ngoài là nó không làm thay đổi thông số trạng thái lưới trong đã xác định bởi đánh giá trạng thái, khi đặt toàn bộ mô hình dưới cái nhìn giải tích lưới điện ở chế độ gốc. Ngoài ra mô hình lưới ngoài mong muốn đạt được những tính chất sau:

- Sử dụng được mọi dữ kiện có thể có về lưới ngoài để cập nhật mô hình. Ta biết rằng lưới ngoài sẽ được quản lý như là lưới trong đối với một công ti điện lực khác, và thường có ít nhiều thông tin trao đổi giữa các cơ quan này.
- Tương thích với dữ liệu đòi hỏi bởi công cụ giải tích lưới điện, để có thể sử dụng được trong các tính toán nghiên cứu đã nêu. Ngoài ra các thông số phải là "tốt" cho tính toán giải tích lưới, ví dụ tỉ số X/R lớn, điện áp gần định mức v.v..
- Tôn trọng các giới hạn Q đối với máy phát ngoài, U đối với phụ tải có tính tác động điều chỉnh.
- Thuận tiện cho việc nhận biết, sửa chữa các sai số lớn trong dữ liệu lưới ngoài được sử dụng.

Hai tiếp cận chủ yếu cho bài toán mô hình hoá lưới ngoài được khảo sát vắn tắt dưới đây.

5.11.2 Mô hình tương đương cho lưới ngoài

Một phương pháp rút gọn tương đương lưới điện ngoài được áp dụng nhiều nhất là phương pháp rút gọn Kron, đã được đề cập ở mục 2.5, trong đó lưới ngoài được thay thế bởi:

- Một thành phần thụ động Y_{eq} ứng với lưới tương đương liên hệ mọi nút biên (nút nằm ở biên giới giữa lưới trong và lưới ngoài),
- Một thành phần nguồn I_{eq} phụ thuộc chế độ làm việc của lưới ngoài, đặt tại các nút biên.

Để áp dụng thời thực và đặc biệt cho bài toán phân tích sự cố thời thực, có hai vấn đề như đã biết cần quan tâm giải quyết:

1. Vấn đề cập nhật mô hình tương đương,
2. Vấn đề độ chính xác của mô hình phản ánh đáp ứng của lưới ngoài đối với các sự cố.

Thành phần thụ động Y_{eq} (không phụ thuộc chế độ) được xây dựng ngoại tuyến (off line) đối với mỗi cấu trúc của lưới ngoài. Vì thông tin về cấu trúc lưới ngoài có thể không chính xác, đồng thời cấu trúc này có thể thay đổi, nên cần có các tiêu chuẩn để phát hiện *sai số cấu trúc* (giữa cấu trúc thật và cấu trúc biểu diễn bởi Y_{eq}). Chẳng hạn một sự thay đổi cấu trúc quan trọng ở lưới ngoài có thể được phát hiện qua sự thay đổi các luồng công suất liên lạc hệ thống. Trong các trường hợp như vậy, các tổng dẫn tương đương có thể được chỉnh định lại nhờ một phương pháp *đánh giá thông số (parameter estimation)*. Mặt khác, nhờ trao đổi thông tin với các công ti điện lực lân cận, có thể nắm được cấu hình chi tiết thời thực của phần lưới ngoài ở gần, là phần mà sai số ở đó có ảnh hưởng nghiêm trọng, từ đó cho phép cập nhật mô hình tương đương bằng cách tính toán lại rút gọn tương đương của phần này.

Thành phần nguồn của mô hình tương đương I_{eq} , trái lại cần cập nhật theo sự thay đổi chế độ làm việc của lưới ngoài. Đồng thời do sai số trong dữ liệu về lưới này mà sau khi đặt I_{eq} vào các nút biên, sẽ xuất hiện tại đó sự không cân bằng công suất, giữa:

- Công suất truyền đến từ lưới trong, tính toán bởi đánh giá trạng thái trong,
- Công suất truyền trên các nhánh tương đương ngoài, xác định bởi điện áp các nút biên (kết quả đánh giá trạng thái trong) và các tổng dẫn tương đương,
- Công suất nút I_{eq} .

Sai lệch này cần phải được loại bỏ và một số nghiên cứu đã chỉ ra rằng có thể chấp nhận cách rất đơn giản là không cần xác định I_{eq} từ dữ liệu ngoài nữa, mà xác định trực tiếp theo cân bằng công suất nút biên như trên ! Việc cân bằng công suất nút biên này sẽ được cập nhật thời thực.

Về vấn đề thứ hai cần quan tâm nêu ở trên, tức là độ chính xác của mô hình tương đương ngoài phản ánh đáp ứng của lưới ngoài đối với các sự cố trong giả thiết xảy ra ở chế độ gốc, chúng ta sẽ cân tính đến hai yếu tố sau đây:

- Đáp ứng công suất phản kháng của các máy phát ngoài đối với sự cố được xét. Khi sự cố xảy ra, các máy phát ngoài có điều chỉnh điện áp (nút PV) sẽ thay đổi công suất Q phát ra. Điều này thường được tính đến khi phân tích sự cố bằng cách đặt một nguồn Q giả tưởng ở các nút biên, có công suất phụ thuộc điện áp các nút này.
- Đáp ứng công suất tác dụng của máy phát ngoài đối với một *sự cố máy phát trong*: Khi xem xét sự cố một máy phát lớn của lưới trong thì cần tính đến tác động điều chỉnh tự động tốc độ của các máy phát khác, kể cả các máy phát ngoài. Đáp ứng này thường được xác định theo đường đặc tính tuyến tính hoá của máy phát và cũng được qui đổi về nút biên.

5.11.3 Mô hình đầy đủ của lưới ngoài

Trong phương pháp này cấu hình của lưới ngoài được giữ lại đầy đủ, nhất là đối với những phần được coi là có tác động lớn đến lưới trong khi xảy ra một sự cố. Phương pháp bao gồm các bước sau:

1. Giả thiết các dữ liệu thời thực cho lưới ngoài,
2. Tính toán giải tích hoặc đánh giá trạng thái cho lưới ngoài với điều kiện duy trì trạng thái nút biên theo các giá trị xác định bởi đánh giá trạng thái trong (giá trị đúng),
3. Kiểm tra và sửa chữa sự không cân bằng công suất ở nút biên.

Tại bước 1 do thiếu số liệu thời thực đối với lưới ngoài nên các dữ kiện cấu trúc và chế độ phải dựa theo giá trị qui hoạch hay ngoại suy, chẳng hạn phụ tải tổng của lưới ngoài được giả thiết tỉ lệ với phụ tải lưới trong, còn phụ tải mỗi nút xác định theo một hệ số phân bố phụ tải; công suất các nhà máy điện có thể coi như tuân theo một chủ tiêu phân bố kinh tế..

Tại bước 2, lưới ngoài cần được giải trên cơ sở các dữ liệu giả thiết, dùng một trong hai phương pháp giải tích hay đánh giá trạng thái. Với phương pháp giải tích chế độ, các nút biên được xem như các nút cơ sở-cân bằng với điện áp và góc pha giữ bằng giá trị xác định bởi đánh giá trạng thái trong. Mục đích của bước này là xác định công suất ảo phải đặt vào nút biên để duy trì cân bằng công suất tại đây: Điều này được giải thích rằng, cũng như xảy ra đối với tiếp cận tương đương hoá, do dữ kiện có sai số nên dẫn đến công suất nút biên tính ra không đúng như thực tế- công suất tính toán này xác định bởi việc cân bằng giữa công suất đến từ lưới trong đã biết bởi đánh giá trạng thái trong và công suất đến từ lưới ngoài (kết quả của lời giải lưới ngoài). Để sai số ngoài không tác động đến lưới trong ở các phân tích về sau, độ lệch công suất ở nút biên phải được loại bỏ bằng một nguồn ảo. Phương pháp khác dùng ở bước này có thể cho phép tránh tập trung sai số như vậy về nút biên là sử dụng đánh giá trạng thái thay cho giải tích để giải cho lưới ngoài. Rõ ràng bằng cách thao tác các hệ số trọng, ta có thể ấn định với độ tin cậy tùy ý công suất nút biên hay bất cứ dữ liệu nào về chế độ lưới ngoài. Phương pháp này cho lời giải lưới ngoài "mềm dẻo" hơn và có thể sử dụng mọi dữ kiện có thể có được từ lưới này.

Phân tích sự cố

6.1 An toàn cung cấp điện và bài toán phân tích sự cố thời thực

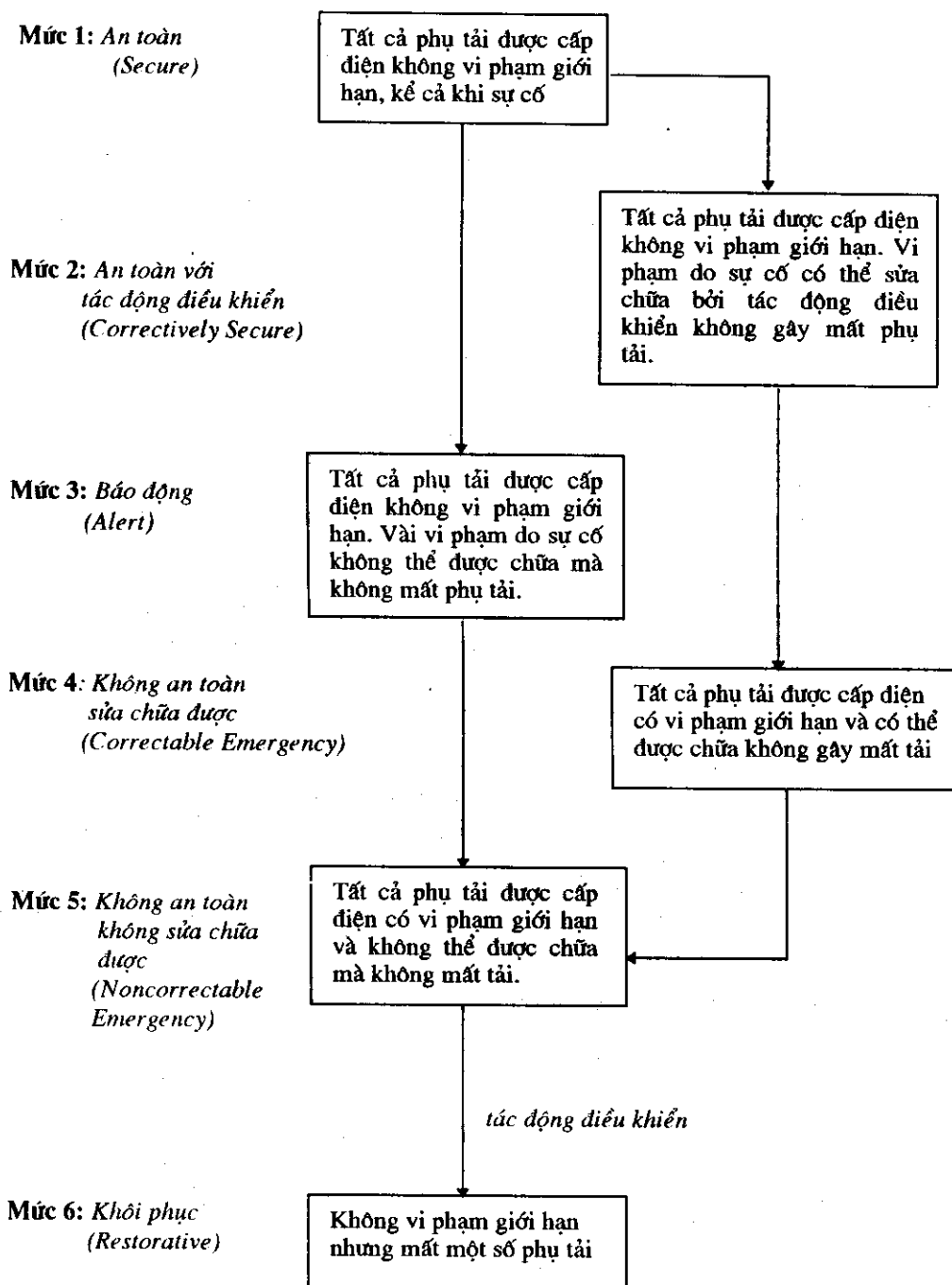
Điều kiện làm việc *an toàn* (*security*) của hệ thống điện được đánh giá bởi việc tất cả các phụ tải được cung cấp điện và không có thiết bị điện nào bị đặt ra ngoài *giới hạn làm việc cho phép*. Hai thông số chế độ thường dùng làm tiêu chuẩn là điện áp tại các nút và dòng trên các thiết bị lưới điện. Vì điều kiện làm việc nguy hiểm nhất thường xuất hiện do *sự cố* (hư hỏng thiết bị, ngắn mạch v.v..) và vì một sự cố có thể xảy ra bất cứ lúc nào trong hệ thống, do đó một chế độ làm việc để được coi là an toàn phải có khả năng chống đỡ với sự cố, có nghĩa là giữ được các thông số điện áp và dòng điện nói trên không vượt quá giới hạn cho phép ngay cả trong các điều kiện sự cố, tuy nhiên có thể với sự trợ giúp của các *tác động điều chỉnh, điều khiển*.

Chú ý rằng ở đây chỉ nói đến các điều kiện tĩnh, các chế độ làm việc xác lập tương ứng với *bài toán đánh giá an toàn tĩnh* (*Steady-State Security Assessment*).

Khái niệm về an toàn cung cấp điện và phương pháp đánh giá an toàn của một chế độ hệ thống dựa trên việc phân tích một tập hợp chọn lọc các sự cố được đặt cơ sở bởi Dy Liacco [41] và lập nên nền tảng cho một trong những nhiệm vụ quan trọng và phức tạp nhất của hệ thống quản lý năng lượng (EMS) trong các trung tâm điều khiển hiện nay. Sơ đồ dưới đây là một phân loại các mức an toàn trong hệ thống có thể dùng cho việc xác định các chức năng EMS [33]. Mũi tên trong sơ đồ chỉ sự chuyển tiếp không mong muốn do sự cố giữa các mức an toàn.

Để loại bỏ các vi phạm giới hạn ở mức 4, nói chung yêu cầu thực hiện các *tác động điều khiển chữa* (*Corrective Rescheduling*) để đưa về mức 3. Sau đó sử dụng các *điều khiển phòng ngừa* (*Preventive Rescheduling*) để trở về mức 1 hay mức 2. Chú ý các vi phạm ở mức 4 chỉ là vi phạm *giới hạn làm việc dài hạn* và *trung hạn*, không vi phạm *giới hạn làm việc ngắn hạn*.

Nếu hệ thống đã rơi vào mức 5, phụ tải sẽ bị sa thải bởi tự động cắt tại chỗ hoặc do lệnh từ trung tâm điều khiển. Đôi khi có thể tính toán "sa thải phụ tải tối ưu".



Mức 1 và 2 là chế độ làm việc bình thường. Mức 1 là an toàn lý tưởng trong khi mức 2 kinh tế hơn, nhưng lệ thuộc vào chức năng điều khiển chữa sau sự cố của EMS, để loại bỏ các vi phạm giới hạn sau một khoảng thời gian xác định.

Đánh giá an toàn (Security Assessment) của hệ thống điện có thể được thực hiện theo *phương thức thời thực hay phương thức nghiên cứu (real-time or study mode)*. Phương thức thời thực sẽ dựa trên *mô hình thời thực* của hệ thống (xem mục 5.11), trong khi phương thức nghiên cứu khảo sát *điều kiện làm việc dự báo*, được xác lập từ các chế độ có trước và các thông tin về hướng tiến triển hoặc các điều kiện giả thiết. Nói chung mục tiêu của đánh giá an toàn là xác định mức độ an toàn của chế độ làm việc của hệ thống, làm cơ sở cho chức năng *điều khiển an toàn (Security Control)* tức là tính toán các tác động điều khiển cần thiết nhằm đưa hệ thống tới một mức an toàn mong muốn. Chức năng EMS này có thể bao gồm tính năng tối ưu hoá, sẽ được xem xét sau.

Như ta đã biết, các mức không an toàn của hệ thống đặc trưng bởi sự xuất hiện *điều kiện làm việc nguy hiểm (emergency)* với sự vi phạm các giới hạn của thông số, trong thời điểm hiện tại hoặc sau sự cố. Vì thế bài toán *phân tích sự cố (CA: Contingency Analysis)* được nghiên cứu trong chương này là nội dung lớn nhất của đánh giá an toàn. Trong trường hợp một sự cố (hư hỏng đơn hoặc xếp chồng thiết bị) nếu xảy ra sẽ lập nên chế độ nguy hiểm, thì điều độ viên hay hệ thống điều khiển an toàn có thể dự trừ các tác động sau đây, tùy theo mức độ nguy hiểm:

- a) Thay đổi chế độ trước sự cố để khử hay giảm nhẹ sự nguy hiểm của sự cố,
- b) Xây dựng một chiến lược điều khiển sau sự cố để loại trừ nguy hiểm,
- c) Không cần quan tâm, nếu sự nguy hiểm sẽ là nhỏ.

Phân tích sự cố sẽ mô phỏng mỗi chế độ sự cố tiềm tàng (có khả năng xảy ra) trên *chế độ gốc (base case)*, chế độ làm việc trước sự cố đang xem xét về an toàn) và kiểm tra các vi phạm giới hạn làm việc. Về nguyên tắc, tính toán giải tích lưới điện (Power Flow Calculation) có thể được tiến hành cho mỗi trường hợp sự cố. Thực tế có ba nhiệm vụ khó khăn phải giải quyết cho vấn đề phân tích sự cố thời thực:

- Lập mô hình thời thực thích hợp cho hệ thống cần nghiên cứu (xem mục 5.11),
- Xác định các sự cố cần xem xét,
- Phát triển các phương pháp cho phép tính toán một số lớn sự cố trong thời gian ngắn.

Tiếp cận chung cho bài toán phân tích sự cố thời thực thường phân tách ra ba giai đoạn: *Xác định sự cố, chọn lọc sự cố và đánh giá sự cố*.

Trong giai đoạn thứ nhất, có thể dựa trên xác suất xảy ra để lập danh sách sự cố cần xem xét. Danh sách này thay đổi theo chế độ phụ tải và cấu hình của hệ thống, và có thể bao gồm cả *sự cố thứ cấp* (sự cố sinh ra do sự cố). Mỗi sự cố sẽ được mô tả bởi hư hỏng nhánh hay nguồn phát trong graph lưới điện.

Chọn lọc sự cố là quá trình cho phép giảm nhẹ nhiều nhất công sức tính toán, do đó đã được nghiên cứu rất nhiều. Mục tiêu là gạt bỏ khỏi danh sách phần lớn các sự cố không gây nguy hiểm. Nó sử dụng một mô hình xấp xỉ của hệ thống và kỹ thuật tính toán thích hợp để rút ra kết luận một cách nhanh chóng. Sau đó danh

sách sự cố sẽ được xếp thứ tự theo “mức nguy hiểm” giảm dần (sử dụng một chỉ số chất lượng để đo mức này).

Cuối cùng *đánh giá sự cố* sẽ dùng công cụ chính xác hơn của giải tích lưới điện để mô phỏng các sự cố theo thứ tự đã xếp. Quá trình được tiếp tục cho đến sự cố không còn gây ra vi phạm giới hạn an toàn, hoặc cho đến khi đã xem xét đủ một số lượng nào đó sự cố hay đã hết thời gian tính toán cho phép.

Giai đoạn 2 và 3 cũng có thể được phối hợp vào một quá trình.

6.2 Vài nét về công cụ phân tích sự cố

6.2.1 Mô hình cho tính toán sự cố

Các nghiên cứu trong thời kì đầu đã tập trung vào việc phân tích quá tải do sự cố hơn là phân tích vi phạm giới hạn điện áp. Trong hệ thống cao áp có thể giả thiết tính toán phân bố $P-\theta$ độc lập với điện áp và công suất phản kháng, với sự thừa nhận rằng sau nhiều sự cố, điện áp và công suất phản kháng thay đổi rất ít, và rằng dòng Q trong lưới là nhỏ. Phương trình phân bố dòng một chiều (xem chương 4) có thể được sử dụng cho tính toán, hay tin cậy hơn sử dụng dạng sai phân ở phương pháp tách biến nhanh (4.37):

$$\mathbf{B}' \Delta \theta = \Delta p \quad (6.1)$$

Trong khi tính toán ma trận hằng $\mathbf{B}'$ cũng có thể bỏ qua điện trở đường dây và cả điện dung của đường dây, điều cho phép cải thiện tốc độ hội tụ và thường chỉ thực hiện một phép lặp khi áp dụng cho giai đoạn chọn lọc sự cố. Nhiều kĩ thuật cũng được nghiên cứu để sử dụng tính chất thừa của các ma trận, để tính toán nhanh sự thay đổi lưới điện do sự cố mà không cần xây dựng lại, khai triển tam giác lại hay nghịch đảo lại ma trận. Thời gian tính toán cũng được giảm nhờ kĩ thuật hạn chế tính toán ở “lân cận sự cố”, kĩ thuật xác định “vùng an toàn” của biến góc θ cho phép loại trừ nhanh các sự cố không gây quá tải. Nói chung các kĩ thuật này được phát triển để hợp lí hoá việc tính toán rất nhiều trường hợp hư hỏng trên một chế độ góc đã biết, với mục tiêu ưu tiên tốc độ tính toán mà không đòi hỏi nhiều sự chính xác.

Một phương pháp cho phép đánh giá sơ bộ sự thay đổi dòng nhánh gây bởi một thay đổi cắt nhánh (hư hỏng đường dây, máy biến áp...) hay thay đổi dòng nút (hư hỏng máy phát điện) trên cơ sở chấp nhận *mô hình tuyến tính* (phụ tải mô tả như tổng trở hằng hay dòng điện hằng, máy phát mô tả như nguồn dòng điện hằng), là phương pháp sử dụng các *hệ số phân bố*. Phương pháp này có thể rất không tin cậy và cũng ít được dùng trong thực tế, tuy nhiên việc hiểu nó rất có ích về mặt sự phạm, vì thế sẽ được trình bày kĩ trong mục sau.

Đối với trường hợp sự cố nặng như hư hỏng máy phát/phụ tải hay hư hỏng gây phân tách lưới, có thể tính toán điều kiện ngay sau sự cố với đáp ứng theo quán tính của hệ thống hoặc tính toán trạng thái xuất hiện muộn hơn, sau tác động điều

khuyến tự động (điều khiển tốc độ, AGC hay điều độ kinh tế). Tùy theo các trường hợp sẽ cần sử dụng các hệ số phân bố lại công suất thiếu cho các nguồn. Hơn nữa các sự cố nặng loại này có thể đặt ra vấn đề về tính chính xác của mô hình công suất tác dụng.

Bài toán phân tích điện áp sự cố được nghiên cứu muộn hơn, một phần do tính phức tạp của nó. Tuy nhiên khảo sát điện áp là cần thiết đối với nhiều hệ thống có sự căng thẳng về $U-Q$. Bài toán công suất phản kháng có tính phi tuyến nhiều hơn. Ngoài ra điện áp cũng phụ thuộc mạnh vào sự thay đổi dòng công suất tác dụng, do đó phương trình $U-Q$ tương ứng với (6. 1) sau đây:

$$B'' \Delta u = \Delta q / u \quad (6. 2)$$

hiếm khi có thể được dùng riêng rẽ cho bài toán này; thường cần thiết tính toán Δq theo cả góc pha điện áp thu được từ mô hình công suất tác dụng. Nói cách khác, dù là trong phân tích gần đúng vẫn cần tính đến sự thay đổi điều kiện công suất tác dụng khi xác định sự thay đổi điện áp do sự cố. Như vậy *tính toán điện áp sau sự cố sẽ luôn đi kèm với tính toán quá tải sự cố*; góc điện áp cập nhật từ mô hình tính toán quá tải sự cố, chẳng hạn từ (6. 1), sẽ dùng để tính toán $\Delta q/u$ trong (6. 2). Các kĩ thuật cho bài toán trước cũng được dùng cho ma trận B'' của bài toán này, tuy nhiên do tính phi tuyến lớn của nó, lời giải sau một bước lặp có thể không tin cậy. Ngoài ra cần tính đến tác động tự động điều chỉnh $U-Q$ trong hệ thống, đặc biệt phải tính đến các điều kiện về giới hạn phát công suất phản kháng.

Vấn đề phân tích sự cố có thể là nhiệm vụ nặng nề nhất, là chỗ thất cổ chai trong hệ thống EMS. Hơn nữa nó cũng cần được xem xét đến trong chức năng tối ưu hoá chế độ. Hướng phát triển trong lĩnh vực này phải là cải thiện độ chính xác mô phỏng sự cố, bằng việc cải thiện các phương pháp máy tính cũng như năng lực phần cứng (như khả năng xử lí phân tán).

6.2.2 Xếp hạng sự cố nhờ chỉ số nguy hiểm

Chỉ số nguy hiểm (Severity Index, Performance Index) là một phương tiện cho phép lượng hoá độ nguy hiểm / mất an toàn của một sự cố. Nó biểu diễn chế độ sau sự cố của lưới điện về mặt an toàn cung cấp điện bởi một con số, từ đó cho phép xếp thứ tự các sự cố.

Một tiếp cận chủ yếu trong xác định chỉ số nguy hiểm là sử dụng trực tiếp các thông số chế độ bị ràng buộc theo điều kiện an toàn là dòng nhánh và áp nút, được gọi là *phương pháp trực tiếp*.

Chỉ số nguy hiểm có thể có dạng:

$$\pi = \sum_k w_k (x_k / X_k)^{2m} \quad (6.3)$$

trong đó x là thông số được kiểm soát như dòng hay áp, X là giới hạn (trên) của nó,

w là hệ số trọng, m là số nguyên dương. Vi phạm lớn giới hạn an toàn sẽ đóng góp giá trị lớn vào π . Giá trị của m có thể được dùng để tránh hiệu ứng mặt nạ (*masking effect*), trong đó trường hợp sự cố gây ra một vi phạm lớn lại xếp sau (π nhỏ hơn) sự cố gây ra nhiều vi phạm nhỏ, trong khi trường hợp đầu thường được coi là nguy hiểm hơn. Việc chọn giá trị của m bằng 2 hoặc cao hơn sẽ cải thiện được tình trạng này. Tổng trong (6.3) cũng có thể chỉ lấy đối với những vi phạm mà thôi.

Một công thức đưa vào các yếu tố này được viết như sau đối với dòng công suất [42]:

$$\pi = p \sum_{k \in J} w_k \left(\frac{S_k}{S_{k \max}} - \gamma \right)^m \quad (6.4)$$

trong đó:

p là xác suất xảy ra sự cố,

$S_k, S_{k \max}$ là công suất toàn phần trên đường dây k sau sự cố và công suất giới hạn,

J là tập chọn lọc các đường dây thoả mãn:

$$P_k > P_k(0) \quad \text{với } P_k(0) \text{ là công suất ở chế độ gốc}$$

$$S_k / S_{k \max} > \alpha; \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

γ là một số sao cho $0 \leq \gamma \leq \alpha$

Các giá trị m, α, γ xác định từ thực nghiệm cho phép chọn một xếp hạng "tốt" cho các sự cố (chú ý rằng giá trị tuyệt đối của π không có ý nghĩa, mà quan trọng là so sánh tương đối giá trị của nó đối với các sự cố khác nhau). Một chọn lựa được khuyến là $0,8 \leq \alpha \leq 1; \gamma = \alpha$ và $m=10$.

Đối với điện áp công thức sau đây [43] cho chỉ số nguy hiểm sử dụng cả giới hạn công suất phản kháng của nút nguồn:

$$\pi_U = \sum w_k^2 dU_k^2 + \sum w_{Q_i}^2 dQ_i^2 \quad (6.5)$$

trong đó độ lệch điện áp chuẩn hoá ở nút k :

$$dU_k = \frac{2U_k - (U_{k \max} + U_{k \min})}{U_{k \max} - U_{k \min}}$$

và độ lệch công suất phản kháng chuẩn hoá ở máy phát i :

$$dQ_k = \frac{2Q_i - (Q_{i \max} + Q_{i \min})}{Q_{i \max} - Q_{i \min}}$$

Tuy nhiên việc đưa các vi phạm giới hạn Q (không trực tiếp liên quan đến an toàn cung cấp điện) vào chỉ số nguy hiểm có thể không cho kết quả tốt [35].

6.3 Mô hình tuyến tính: Phương pháp dòng bù

Như đã nói, trong các khảo sát sơ bộ, gần đúng, đôi khi có thể sử dụng *mô hình tuyến tính* với giả thiết dòng điện nút (dòng tải hay nguồn) là không đổi. Điều đó có nghĩa là giả thiết rằng mọi thay đổi trong lưới điện được xét không tác động đáng kể đến điện áp trong lưới. Khi đó chế độ lưới điện được mô tả bằng quan hệ tuyến tính dòng-áp nút $YU=i$ hay $u=Zi$.

Với mô hình tuyến tính này ta có thể áp dụng phương pháp xếp chồng: nếu dòng nút thay đổi một lượng Δi thì điện áp nút thay đổi một lượng Δu thỏa mãn $Y \cdot \Delta u = \Delta i$.

Một ứng dụng là *phương pháp dòng bù*, trong đó sự đóng cắt các nhánh của lưới (có thể do hư hỏng thiết bị) được biểu diễn bởi dòng nút bù Δi và chế độ mới được suy ra mà không xem xét sự thay đổi các ma trận cấu trúc Y, Z do đóng cắt các nhánh này. Phương pháp đã được sử dụng đôi lần trong các chương trước: Nhánh $k-m$ với dòng nhánh i_{km} có thể thay bởi hai dòng nút (bù) $\Delta i_k = -i_{km}$ và $\Delta i_m = i_{km}$ mà không làm thay đổi chế độ của lưới điện.

Tổng quát, một số nhánh nào đó của lưới có thể được thay thế bởi dòng nút theo công thức (3.29):

$$\Delta i = A_c^T i_L \quad (6.6)$$

trong đó i_L là vectơ dòng các nhánh nối trên mà ta qui ước gọi là vectơ *dòng nhánh mới* (vì thường áp dụng thay thế các nhánh mới đóng vào lưới), Δi là vectơ dòng nút (bao gồm tất cả các nút lưới- xét trường hợp không xuất hiện nút mới khi đóng nhánh mới), A_c là ma trận nối nút-nhánh đối với nhánh mới (gồm các hàng ứng với các nhánh mới và các cột ứng với mọi nút trong lưới; như thế các cột ứng với nút không nối với nhánh mới sẽ đều bằng 0).

Điện áp nút sau khi đóng nhánh mới, kí hiệu là u' sẽ thỏa mãn phương trình :

$$Y u' = i + \Delta i = i + A_c^T i_L \quad (6.7)$$

Chú ý trường hợp cắt nhánh chỉ khác là dòng bù Δi mang dấu âm trong phương trình trên (để thay thế cho việc cắt nhánh). Y là ma trận tổng dẫn nút *trước* khi có thay đổi (đóng/cắt nhánh).

Trong phương trình này i là đã biết: dòng nút trước khi có thay đổi, tức là dòng chế độ gốc, có thể suy ra từ kết quả đánh giá trạng thái và coi là không đổi sau khi đóng/cắt nhánh. Nếu xác định được i_L (dòng nhánh mới sau khi đóng) thì có thể giải ra u' .

Ta cũng biết điện áp nút u' liên hệ với áp nhánh mới u_L theo công thức (3.38):

$$u_L = Z_L i_L = A_c u' \quad (6.8)$$

Hai phương trình trên viết lại trong hệ sau đây, cho phép giải ra ẩn u' và i_L :

$$\begin{pmatrix} Y & -A_c^T \\ -A_c & Z_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u' \\ i_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

Rút u' từ phương trình thứ nhất thay vào phương trình thứ hai ta có:

$$\begin{aligned} -A_c Y^{-1} i - A_c Y^{-1} A_c^T i_L + Z_L i_L &= 0 \\ (Z_L - A_c Y^{-1} A_c^T) i_L &= A_c Y^{-1} i \end{aligned} \quad (6.10)$$

$$u' = Y^{-1} i + Y^{-1} A_c^T i_L \quad (6.11)$$

Phương trình (6.10) cho phép giải ra i_L , sau đó tính điện áp mới u' từ (6.11). Như vậy ta có thể xác định chế độ sau khi đóng một số nhánh mà không cần tính toán lại ma trận nút Y hoặc $Z=Y^{-1}$.

Phương pháp có thể dùng để mô phỏng nhanh biến động điện áp trong các sự cố hư hỏng một hoặc nhiều thiết bị lưới điện, ứng với việc một hay nhiều nhánh của graph lưới điện bị cắt. Sử dụng các phương trình trên nếu cắt nhánh được coi là đóng thêm nhánh song song có tổng trở âm cùng giá trị.

Sau đây là vài thảo luận về việc tính toán, sử dụng các phương trình (6.10)-(6.11).

Trong các phương trình trên, sự có mặt của Y^{-1} không có nghĩa là ta nghịch đảo ma trận này (để được ma trận tổng trở nút Z). Nếu điện áp trước khi thay đổi (đóng nhánh) là đã biết- ví dụ điện áp ở chế độ gốc- thì điện áp đó chính là $u=Y^{-1}i$ trong (6.10) và (6.11). Nếu đã biết khai triển tam giác của ma trận tổng dẫn nút $Y=LU$ thì có thể tính toán ma trận $F := Y^{-1} A_c^T$ trong cả hai phương trình trên từ:

$$Y F = A_c^T \quad \text{hay} \quad LU \cdot F = A_c^T \quad (6.12)$$

Để ý rằng mỗi cột của A_c^T ứng với một nhánh mới và chỉ có hai phần tử khác 0 và bằng ± 1 : ví dụ cột j ứng với nhánh mới đóng vào hai nút k, m (hướng từ k tới m) có tất cả các phần tử bằng 0, trừ phần tử k bằng 1 và phần tử m bằng -1. Như vậy cột j của F (gọi là F_j) là lời giải của $LU F_j = (A_c^T)_j$, sẽ chính bằng hiệu hai cột k và cột m của Z , tức là:

$$F_j = Z_k - Z_m \quad (6.13)$$

Bây giờ ta có thể lập ma trận $Z_L - A_c Y^{-1} A_c^T = Z_L - A_c F$ cấp bằng số nhánh

mới và giải phương trình (6.10) với ma trận này. Điều kiện áp dụng được thuật toán là ma trận này không suy biến. Dạng của nó có thể suy ra từ dạng của $\mathbf{F}$ và $\mathbf{A}_c$. Thí dụ cho trường hợp đóng 3 nhánh mới là $m-n$, $p-q$ và $r-s$, thế thì ta có:

$$\mathbf{Z}_L - \mathbf{A}_c \mathbf{F} =$$

$$\begin{matrix} m-n \\ p-q \\ r-s \end{matrix} \begin{pmatrix} Z_{Th,nn} & (Z_{np} - Z_{nq}) - (Z_{np} - Z_{nq}) & (Z_{nr} - Z_{ns}) - (Z_{nr} - Z_{ns}) \\ (Z_{pm} - Z_{pn}) - (Z_{qm} - Z_{qn}) & Z_{Th,pq} & (Z_{pr} - Z_{ps}) - (Z_{qr} - Z_{qs}) \\ (Z_{rm} - Z_{rn}) - (Z_{sm} - Z_{sn}) & (Z_{rp} - Z_{rq}) - (Z_{sp} - Z_{sq}) & Z_{Th,rs} \end{pmatrix}$$

$m-n$
 $p-q$
 $r-s$

(6.14)

Ghi nhận rằng các phần tử đường chéo bằng tổng trở Thevenin của cặp nút ứng với nhánh mới, chẳng hạn:

$$Z_{Th,nn} = Z_{mm} + Z_{nn} - Z_{mn} - Z_{nm}$$

Thật vậy liên hệ với công thức (3.65) cho cách tính dòng phụ tải đóng vào mạch tương đương Thevenin của cặp nút $m-n$:

$$i_L = (u_m - u_n) / (Z_{Th,nn} + Z_L)$$

chúng ta thấy công thức (6.10) cho trường hợp đóng thêm một nhánh trở nên trùng với công thức trên.

Cuối cùng điện áp mới tính theo (6.11):

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u} + \mathbf{F} \mathbf{i}_L \quad (6.15)$$

Một áp dụng khác của phương pháp dòng bù là để đơn giản hoá việc giải phương trình nút tuyến tính $\mathbf{Y}\mathbf{u}=\mathbf{i}$. Cách đặt vấn đề ở đây là nhiều khi ma trận $\mathbf{Y}$ sẽ trở nên đơn giản cho việc giải phương trình nếu ta bỏ bớt đi một số nhánh của lưới (và bù lại bằng dòng nút, tất nhiên). Chẳng hạn sau khi bỏ một số ít nhánh, ứng với việc bỏ đi một số ít phần tử ngoài đường chéo, ma trận $\mathbf{Y}$ có thể được đưa về dạng khối đường chéo, ví dụ gồm ba khối:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_I & & \\ & \mathbf{Y}_{II} & \\ & & \mathbf{Y}_{III} \end{pmatrix}$$

với $\mathbf{Y}_I$, $\mathbf{Y}_{II}$, $\mathbf{Y}_{III}$ là các ma trận vuông, ngoài ra là các phần tử 0. Điều này tương ứng với việc tách lưới điện ra ba lưới con riêng rẽ (chung nút cơ sở) sau khi bỏ đi một vài đường dây liên lạc giữa ba phần này. Một số lưới điện lớn, hợp nhất có thể có tính chất như vậy, và cho phép áp dụng phương pháp nói trên, được gọi là phương pháp xé nhỏ (diacoptic).

Như ta đã có thể thấy, với $\mathbf{Y}$ có dạng khối đường chéo, có thể tách ra các phương

trình độc lập ứng với mỗi lưới con, với thí dụ ba khối trên phương trình $Y u = i$ tách ra ba hệ độc lập:

$$Y_I u_I = i_I$$

$$Y_{II} u_{II} = i_{II}$$

$$Y_{III} u_{III} = i_{III}$$

Điều này cho phép tìm lời giải điện áp dễ hơn. Nếu xét cả các đường dây liên lạc bằng phương pháp bù, ta sẽ có hệ (6.9) ở dạng BBD (Bordered Block Diagonal):

$$\begin{pmatrix} Y_I & & & -A_{cl}^T \\ & Y_{II} & & -A_{cII}^T \\ & & Y_{III} & -A_{cIII}^T \\ -A_{cl} & -A_{cII} & -A_{cIII} & Z_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u'_I \\ u'_{II} \\ u'_{III} \\ i_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_I \\ i_{II} \\ i_{III} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

trong đó ma trận nối của các nhánh liên lạc hệ thống A_c tách ra 3 ma trận con có các cột ứng với các nút thuộc mỗi lưới con:

$$A_c = (A_{cl} \ A_{cII} \ A_{cIII})$$

Thuật toán giải hệ BBD (6.16) tương tự như cho hệ (6.9):

1. Khai triển tam giác

$$Y_r = L_r U_r \quad r = I, II, III$$

2. Giải cho điện áp “cũ” (khi chưa tính đến các nhánh liên lạc):

$$Y_r u_r = i_r \quad r = I, II, III$$

3. Giải cho $F = Y^{-1} A_c^T$ theo cùng cách:

$$\text{Phương trình} \quad Y F = A_c^T$$

$$\text{tách ra:} \quad Y_r F_r = A_{cr}^T \quad r = I, II, III$$

$$F = \begin{pmatrix} F_I \\ F_{II} \\ F_{III} \end{pmatrix}$$

4. Giải cho i_L từ phương trình:

$$(Z_L + A_c F) i_L = A_c u$$

$$\text{hay} \quad (Z_L + A_{cl} F_I + A_{cII} F_{II} + A_{cIII} F_{III}) i_L = A_{cl} u_I + A_{cII} u_{II} + A_{cIII} u_{III}$$

5. Tính điện áp “mới” (điện áp của hệ thống hợp nhất):

$$u' = u - F i_L$$

$$\text{hay} \quad u'_r = u_r - F_r i_L \quad r = I, II, III$$

6.4 Mô hình tuyến tính: Hệ số phân bố dòng

Vẫn sử dụng mô hình tuyến tính, bây giờ ta nghiên cứu sự thay đổi dòng nhánh bất kì trong lưới điện khi có hư hỏng máy phát điện dẫn đến thay đổi dòng nút, hay hư hỏng đường dây, máy biến áp dẫn đến thay đổi dòng nhánh (cắt nhánh). Ta sẽ chỉ ra rằng sự thay đổi này là tỉ lệ với dòng mất mát thông qua một hệ số nhân phụ thuộc thông số lưới điện.

6.4.1 Hệ số phân bố dòng nút

Dòng điện nhánh $p-q$ nào đó với tổng dẫn y_{pq} :

$$i_{pq} = (u_p - u_q) y_{pq}$$

Biểu diễn điện áp theo dòng nút ta có:

$$u_p = Z_{p1} i_1 + \dots + Z_{pn} i_n$$

$$u_q = Z_{q1} i_1 + \dots + Z_{qn} i_n$$

Do đó:

$$i_{pq} = (Z_{p1} - Z_{q1}) y_{pq} i_1 + \dots + (Z_{pn} - Z_{qn}) y_{pq} i_n \quad (6.17)$$

Phương trình này cho quan hệ giữa dòng nhánh và các dòng nút; các hệ số của nó được gọi là *hệ số phân bố dòng nút* (Current- Injection-Distribution Factor), chẳng hạn gọi:

$$K_{pq,k} := \Delta i_{pq} / \Delta i_k = (Z_{pk} - Z_{qk}) y_{pq} \quad (6.18)$$

là *hệ số phân bố dòng nút k đối với nhánh pq*. Khi dòng nút k thay đổi một lượng Δi_k thì dòng nhánh $p-q$ thay đổi một lượng tỉ lệ $\Delta i_{pq} = K_{pq,k} \Delta i_k$.

Các công thức trên cũng có thể viết ở dạng ma trận như sau:

– Dòng nhánh viết theo áp nhánh (công thức (3.34)):

$$i_L = Z_L^{-1} u_L \quad \bigcirc$$

– Điện áp nhánh viết theo áp nút và dòng nút:

$$u_L = A u = A Z i$$

Do đó:

Chúng ta có thể biểu diễn lượng thay đổi dòng trong nhánh $p-q$ theo tỉ lệ với dòng nhánh bị cắt $k-m$; dòng này trước khi cắt nhánh bằng $i_{km} = (u_k - u_m) / z_{km}$. Đưa vào công thức trên ta viết được:

$$\Delta i_{pq} = i'_{pq} - i_{pq} = \frac{z_{km}}{z_{pq}} \cdot \left[\frac{(Z_{pm} - Z_{qm}) - (Z_{pk} - Z_{qk})}{Z_{Th,km} - z_{km}} \right] i_{km}$$

Hệ số tỉ lệ này được gọi là *hệ số phân bố dòng nhánh hư hỏng (Line-Outage Distribution Factor)*:

$$L_{pq,km} = \frac{\Delta i_{pq}}{i_{km}} = - \frac{z_{km}}{z_{pq}} \left[\frac{(Z_{pk} - Z_{qk}) - (Z_{pm} - Z_{qm})}{Z_{Th,km} - z_{km}} \right] \quad (6.21)$$

Như vậy nếu dòng đường dây $k-m$ đã được đánh giá trước sự cố, thì sau khi hư hỏng đường dây này, có thể kiểm tra sự quá tải dòng trên nhánh $p-q$ bất kì theo công thức gần đúng:

$$i'_{pq} = i_{pq} + L_{pq,km} i_{km} \quad (6.22)$$

6.4.3 Hệ số phân bố dòng cho sự cố xếp chồng

Các hệ số phân bố dòng (nút/nhánh) đã xác định trên cho phép tính toán rất nhanh dòng các nhánh trong lưới sau một sự cố hư hỏng một đường dây hay sau một sự cố phân bố lại dòng nút của hệ thống (chuyển tải giữa các nhà máy điện).

Chú ý rằng với các hệ số phân bố dòng, ta có thể xét sự thay đổi đồng thời dòng mọi nút, nhưng trái lại chỉ xét sự hư hỏng *một* đường dây. Đó là vì các hệ số này phụ thuộc thông số tổng trở nút, ứng với một cấu hình lưới xác định của chế độ gốc đang xét. Sau khi một nhánh nào đó bị cắt, tất cả các tổng trở nút về nguyên tắc sẽ thay đổi làm cho các hệ số phân bố dòng thay đổi theo. Đó là điều cần lưu ý khi đặt vấn đề xem xét sự cố bội (hay sự cố xếp chồng).

Giả sử xảy ra hư hỏng cắt đường dây $k-m$ gây ra quá tải vài đường dây khác. Điều độ viên có thể thay đổi phân phối phụ tải giữa các nguồn điện để loại trừ sự quá tải này. Như vậy đặt ra vấn đề tính toán dòng trên các nhánh sau sự cố bội: cắt đường dây $k-m$ và phân bố lại dòng nút giữa các nguồn.

Xét một nhánh $p-q$ nào đó:

– Cắt nhánh $k-m$, ta có:

$$i'_{pq} = i_{pq} + L_{pq,km} i_{km} \quad (6.23)$$

– Thay đổi dòng nút chẳng hạn ở hai nút r, s dẫn đến:

$$i''_{pq} = i'_{pq} + \Delta i'_{pq} = i'_{pq} + K'_{pq,r} \Delta i_r + K'_{pq,s} \Delta i_s \quad (6.24)$$

Chúng ta thêm dấu nháy trên các hệ số K để chỉ rằng chúng được tính cho cấu hình lưới mới (đã cắt nhánh $k-m$), không còn giữ giá trị như ở chế độ gốc.

Không khó dự đoán rằng các hệ số phân bố mới sau một sự cố sẽ có thể được biểu diễn giải tích theo các hệ số của chế độ gốc, đó là vì các phương trình chế độ đang xét là tuyến tính, thoả mãn nguyên tắc xếp chồng. Chúng ta khảo sát chi tiết trường hợp sự cố hội này để làm thí dụ.

Cũng chính do mô hình tuyến tính nên ta có thể thay đổi trình tự xảy ra các sự cố; ta tiện giả thiết là xảy ra trước sự phân bố dòng nút ở hai nút r, s . Khi đó dòng sẽ thay đổi trên nhánh $p-q$ và $k-m$ như sau:

$$\begin{aligned} i_{pq}' &= i_{pq} + \Delta i_{pq} & \Delta i_{pq} &= K_{pq,r} \Delta i_r + K_{pq,s} \Delta i_s \\ i_{km}' &= i_{km} + \Delta i_{km} & \Delta i_{km} &= K_{km,r} \Delta i_r + K_{km,s} \Delta i_s \end{aligned} \quad (6.25)$$

Tiếp theo cắt nhánh $k-m$ sẽ gây nên sự thay đổi tới:

$$i_{pq}'' = i_{pq}' + \Delta i_{pq}', \quad \text{với} \quad \Delta i_{pq}' = L_{pq,km} i_{km}'$$

(lưu ý hệ số L vẫn là giá trị tính cho cấu hình lưới gốc vì thay đổi dòng nút không làm thay đổi tổng trở nút của lưới).

$$\begin{aligned} i_{pq}'' &= (i_{pq} + \Delta i_{pq}) + (L_{pq,km} i_{km}' + L_{pq,km} \Delta i_{km}) \\ &= (i_{pq} + L_{pq,km} i_{km}') + \Delta i_{pq} + L_{pq,km} \Delta i_{km} \end{aligned} \quad (6.26)$$

So sánh với công thức (6.24) ta thấy: Phần trong ngoặc chính là dòng nhánh $p-q$ do riêng sự cố cắt nhánh $k-m$ gây ra- đại lượng i_{pq}' trong (6.23)(6.24). Thay thế $\Delta i_{pq}, \Delta i_{km}$ trong phần còn lại của (6.26) theo (6.25) và cân bằng với (6.24) ta rút ra:

$$K_{pq,r}' = K_{pq,r} + L_{pq,km} K_{km,r} \quad (6.27)$$

$$K_{pq,s}' = K_{pq,s} + L_{pq,km} K_{km,s}$$

Đó chính là các hệ số phân bố dòng nút của nút r và s sau sự cố cắt nhánh $k-m$.

Trường hợp sự cố hội thứ hai có thể cần xem xét là sự cố đồng thời hai đường dây, giả sử là $k-m$ và $r-s$. Sự thay đổi dòng nhánh $p-q$ sau sự cố kép này có thể viết:

$$\Delta i_{pq} = L'_{pq,km} i_{km} + L'_{pq,rs} i_{rs} \quad (6.28)$$

trong đó i_{km} và i_{rs} là dòng ở chế độ gốc. Sử dụng tiếp cận dòng bù ở mục 6.3: tính toán theo các công thức (6.10)(6.11) cho trường hợp hai nhánh. Sau khi xác định điện áp nút mới u_p', u_q' sẽ tính được dòng mới i_{pq}' . Dưới đây chỉ cho kết quả tính

toán này [6], cho các hệ số trong (6.28):

$$L'_{pq,km} = \frac{L_{pq,km} + L_{pq,rs}L_{rs,km}}{1 - L_{rs,km}L_{km,rs}} \quad (6.29)$$

Tương tự cho $L'_{pq,rs}$.

Tối ưu hoá chế độ làm việc

Phân tích tính kinh tế của hệ thống điện là một nhiệm vụ hết sức quan trọng trong tất cả các khâu qui hoạch, thiết kế và vận hành hệ thống. Cùng thoả mãn nhu cầu cung cấp điện cho các phụ tải trong những giới hạn đòi hỏi về kĩ thuật, nhưng tồn tại những lựa chọn rất khác nhau có thể ảnh hưởng lớn đến hiệu quả kinh tế của hệ thống. Trong phần này chúng ta chỉ giới hạn xem xét tính kinh tế trong vận hành. Thật vậy ngay trong vận hành hệ thống điện đã có, sau khi thoả mãn những ràng buộc kĩ thuật như chất lượng điện năng và mức an toàn cung cấp điện, ta vẫn còn khá nhiều bậc tự do để lựa chọn chế độ làm việc tối ưu về kinh tế. Hệ thống điện càng lớn thì càng có nhiều khả năng lựa chọn và hiệu quả kinh tế của việc lựa chọn này càng lớn.

Bài toán cơ bản và cổ điển trong lĩnh vực này được biết dưới tên gọi *điều độ kinh tế* (ED: *Economic Dispatch*), khảo sát sự phân bố phụ tải *tối ưu* giữa các nhà máy điện thoả mãn ràng buộc về cân bằng công suất trong hệ thống. Sự tối ưu được đánh giá bởi chi phí sản xuất điện đạt cực tiểu. Tiền đề của nó là ở chỗ các nhà máy điện có thể có hiệu quả kinh tế rất khác nhau tùy theo công nghệ được sử dụng.

Bài toán *tối ưu hoá chế độ làm việc* tổng quát hơn sử dụng thuật ngữ *Optimal Power Flow (OPF)* bao hàm cả công suất tác dụng, công suất phản kháng... cũng như các ràng buộc về giới hạn làm việc...

Những công trình đầu tiên nghiên cứu lĩnh vực này (OPF) đã có từ những năm 1960 tiên phong bởi Carpentier [44] và Dommel & Tinney [45]. Sự phát triển của nó gắn với sự phát triển và áp dụng của những công cụ toán học tối ưu hoá. Do tính phức tạp lớn của bài toán, đặc biệt trong việc áp dụng cho điều độ trực tuyến, đòi hỏi sự thoả hiệp tốt giữa yêu cầu về độ tin cậy và tốc độ tính toán, mà áp dụng thực tế của nó trong các trung tâm điều khiển hệ thống điện còn ở các mức độ rất khác nhau.

Trong chương này sẽ giới thiệu vài nét chung [33,36] về bài toán OPF *tĩnh*, trong đó không xét đến ràng buộc về giới hạn nguồn năng lượng của các nhà máy thủy điện có điều tiết nước. Tiếp theo sẽ khảo sát chi tiết hơn bài toán điều độ kinh tế cổ điển, như là những khái niệm cơ sở.

7.1 Khái quát về bài toán OPF

Như đã nói, OPF thuộc loại *bài toán tối ưu hoá*, trong đó tìm cực tiểu của một *hàm mục tiêu* nào đó, ở đây gắn với chi phí sản xuất điện và vận hành hệ thống điện. Nó có dạng tổng quát của một bài toán *tối ưu hoá với ràng buộc* sau đây:

Tìm vectơ z làm cực tiểu hàm:

$$f(z, x) \quad (7.1)$$

với các điều kiện ràng buộc:

$$g(z, x) = 0 \quad (7.2)$$

$$h(z, x) \geq 0 \quad (7.3)$$

trong đó z là tập hợp các đại lượng điều khiển được trong hệ thống điện, còn x là một tập các biến phụ thuộc. g và h là các vectơ hàm, còn f là (một) hàm mục tiêu. Đẳng thức (7.2) sẽ biểu diễn các phương trình chế độ xác lập (như khảo sát ở chương 4), ngoài ra có thể bao gồm thêm vài điều kiện ràng buộc đặc biệt. Bất đẳng thức (7.3) biểu diễn điều kiện giới hạn của các biến điều khiển z cũng như giới hạn làm việc của hệ thống. Như đã biết, các giới hạn làm việc này xuất phát từ điều kiện chất lượng điện và an toàn cung cấp điện, và có thể cho phép xê dịch đôi chút. Do đó chúng được gọi là ràng buộc "mềm", trong khi các ràng buộc đối với giới hạn giá trị biến điều khiển thường là ràng buộc "cứng".

Dạng tổng quát trên của bài toán OPF thường có thể được phân ra các bài toán con, liên quan chủ yếu đến công suất tác dụng, liên quan chủ yếu đến công suất phản kháng, hoặc liên quan đến cả hai. Điều này tương ứng với loại biến điều khiển được xem xét.

7.1.1 Phân loại biến điều khiển

Ba loại biến điều khiển sẽ ứng với ba bài toán con sau đây:

a) Bài toán con công suất tác dụng:

Biến điều khiển z sẽ bao gồm:

- Công suất MW phát bởi các máy phát điện
- Nấc điều chỉnh của các máy biến pha (điều chỉnh pha)
- Công suất MW trao đổi, mua bán giữa các vùng
- Công suất MW trên đường liên lạc dùng điện một chiều (HVDC)

b) *Bài toán con công suất phản kháng:*

Biến điều khiển có thể là:

- Công suất MVAR hay điện áp của các máy phát điện
- Đầu phân áp của các máy biến áp
- Tự hay kháng bù ngang

c) *Bài toán con liên quan đến cả P và Q:*

Loại này ứng với các biến điều khiển sau:

- Tỷ số biến áp phức của các máy biến áp
- Đóng, cắt (khởi động/ngừng) các máy phát điện
- Giảm hay sa thải phụ tải
- Đóng cắt đường dây truyền tải điện.

7.1.2 Phân loại ràng buộc chế độ

Tuỳ theo bài toán con nào được xem xét mà cần tính đến các ràng buộc khác nhau trên chế độ làm việc.

a) *Bài toán con công suất tác dụng:*

- Ràng buộc về dòng MW trên các nhánh
- Ràng buộc về dự trữ quay công suất tác dụng
- Ràng buộc về công suất MW trao đổi liên vùng
- Ràng buộc về độ lệch góc điện áp nút

b) *Bài toán con công suất phản kháng:*

- Ràng buộc điện áp nút
- Ràng buộc dòng MVAR nhánh
- Ràng buộc về dự trữ quay công suất phản kháng

c) *Bài toán con P-Q:*

- Ràng buộc dòng MVA nhánh

Ngoài ràng buộc chế độ, sẽ có các ràng buộc giới hạn biến điều khiển và có thể có ràng buộc về thời gian cực đại lấy tác động điều khiển. Ràng buộc sau này có thể được chuyển về giới hạn biến điều khiển, biết tốc độ thay đổi của các đại lượng đó.

Cần nhấn mạnh rằng việc liên kết mỗi biến điều khiển và mỗi ràng buộc với mỗi loại bài toán con công suất P, công suất Q hoặc cả hai, ứng với một hàm mục tiêu cũng phải tương ứng với loại đang xét, là rất quan trọng để đạt bài toán tối ưu

hoá một cách hợp lí. Sự hợp lí này gắn với đặc điểm làm việc của hệ thống điện bình thường có một sự phân tách tương đối giữa P và Q . Không để ý đến điều này có thể dẫn tới bài toán tối ưu hoá được đặt không chính. Những trường hợp đặc biệt chẳng hạn như xem xét ràng buộc điện áp khi điều khiển công suất tác dụng cần phải được khảo sát cẩn thận. Một lí do khác làm cho việc điều khiển phối hợp đồng thời cả P và Q ít thích đáng là thực tế khó có thể tác động cùng một lúc đến một số lớn các đại lượng điều khiển.

7.1.3 Hàm mục tiêu

a) Cực tiểu chi phí nhiên liệu sản xuất điện năng

Chi phí này có thể được cộng thêm mọi chi phí do trao đổi công suất giữa các vùng nếu có. Tất cả các biến điều khiển kể trên có thể tham gia làm cực tiểu hàm mục tiêu này, lập nên bài toán *OPF đầy đủ*, bao gồm cả điều khiển công suất tác dụng và công suất phản kháng. Nếu chỉ điều khiển công suất tác dụng thì có thể xếp vào loại bài toán *điều độ kinh tế với ràng buộc an toàn (SCED: Security-Constrained Economic Dispatch)*.

Yếu tố quyết định ở đây cho hiệu quả của bài toán cũng như độ phức tạp của phương pháp giải là việc biểu diễn đường cong chi phí sản xuất P của các máy phát điện. Chúng thường *không trơn và không lồi* như yêu cầu đối với hàm mục tiêu của các phương pháp toán tối ưu hoá. Giải pháp là xử lí xấp xỉ (từng đoạn) các đường cong chi phí trước khi giải bài toán.

b) Cực tiểu tổn thất công suất tác dụng trên lưới điện

Bài toán này được dùng để bổ trợ thêm cho mục tiêu tối ưu hoá chế độ hệ thống điện. Nó sử dụng các biến điều khiển không liên quan trực tiếp đến chi phí sản xuất điện, tức là sử dụng bậc tự do còn lại sau lời giải bài toán trên. Thường cực tiểu hoá tổn thất được gắn với điều khiển điện áp / công suất phản kháng. Lời giải bài toán này cũng cho phép cải thiện độ bằng phẳng điện áp trên lưới điện, vì nó hướng tới giảm dòng VAR trên lưới. Hơn nữa điều khiển điện áp có thể là mục đích chính, còn giảm tổn thất truyền tải chỉ là "sản phẩm" phụ kèm theo. Lưu ý rằng ở một số hệ thống nào đó, hạn chế điện áp và công suất phản kháng là rất quan trọng vì chúng làm giới hạn việc truyền P kinh tế.

c) Cực tiểu độ lệch từ một điểm làm việc đặc biệt

Loại mục tiêu này có thể được dùng cho tác động điều khiển chữa (xem chương 6). Điểm làm việc nói ở đây có thể là chế độ tối ưu ban đầu hay một chế độ đích xác định trước. Thí dụ sự phối hợp giữa một *tính toán nghiên cứu* xác định phân bố U - Q tối ưu và một *tính toán thời thực* duy trì sự làm việc không vi phạm giới hạn an toàn và ở gần nhất chế độ tối ưu. Hiển nhiên rằng điều khiển thời thực luôn luôn là quá trình đuổi bắt một mục tiêu động, do đó lời giải tối ưu chính xác là không quan trọng bằng việc tuân thủ các giới hạn

làm việc. Liên quan tới điều khiển chữa, có thể phải xem xét điều kiện giới hạn cho thời gian yêu cầu bằng việc lập mô hình (đơn giản hoá) động học của quá trình điều khiển.

Loại mục tiêu này về thực chất cho ta loại bài toán *tối ưu đa mục tiêu*, hướng tới duy trì nhiều biến điều khiển có bản chất khác nhau. Hàm mục tiêu cực tiểu hoá thường được viết ở dạng tổng bình phương có trọng số của các độ lệch của biến điều khiển so với giá trị đích. Việc chọn các hệ số trọng k_i trong hàm mục tiêu dạng:

$$f = k_1 (\Delta z_1)^2 + k_2 (\Delta z_2)^2 + \dots$$

sao cho hợp lí là rất khó khăn trong trường hợp các đại lượng $z_1, z_2 \dots$ có bản chất khác nhau, ví dụ công suất tác dụng và điện áp v.v.. Trong trường hợp này ta sẽ phải "định giá" một đơn vị P so sánh với một đơn vị U ?. Vì thế thường tách rời hai bài toán con công suất tác dụng và công suất phản kháng; các biến điều khiển trong hàm mục tiêu đều liên quan chặt với P trong bài toán thứ nhất và với Q trong bài toán thứ hai. Như vậy các hệ số trọng trong bài toán thứ nhất có thể xác định theo lượng công suất tác dụng mà mỗi đơn vị biến điều khiển sinh ra, còn trong bài toán thứ hai xác định theo độ thay đổi điện áp gây ra bởi mỗi biến điều khiển.

d) *Cực tiểu số lượng điều khiển phải thực hiện*

Mục tiêu này thường dùng cho các điều khiển thời thực, khi không thể hay không mong muốn thực hiện một số lớn các điều khiển đồng thời. Một áp dụng là trong điều khiển thời thực U-Q. Chữ "cực tiểu" ở đây không có nghĩa chặt chẽ mà hiểu là hạn chế ở một số nhỏ các điều khiển có thể thực hiện được.

Một vấn đề có liên quan là sự cần thiết loại bỏ các điều khiển có hiệu quả nhỏ (trên hàm mục tiêu hay trên các ràng buộc).

Trên đây là các nhóm chủ yếu của nhiệm vụ tối ưu hoá chế độ. Ngoài ra đôi khi cũng thực hiện những nhiệm vụ đặc biệt khác, chẳng hạn trong chế độ sau sự cố có thể tìm *cực tiểu các vi phạm* thông số an toàn, hay trong điều kiện làm việc nguy hiểm có thể tìm *sa thải tối ưu phụ tải* (*Optimal Load Shedding*) (Xem thêm mục 7.2).

Phương pháp giải các bài toán OPF sẽ không được đề cập đến. Như đã nói, các phương pháp này liên quan đến toán học tối ưu hoá, một lĩnh vực riêng mà các công cụ của nó vượt quá giới hạn của sách này. Hơn nữa, mặc dù đã đạt được nhiều tiến bộ qua hơn 30 năm phát triển với rất nhiều hướng nghiên cứu, nhưng việc giải bài toán và áp dụng trong thực tế hệ thống điện vẫn còn bị giới hạn bởi những điểm hạn chế của công cụ toán học. Đó là vì OPF ở dạng chặt chẽ là bài toán khó trong các loại bài toán tối ưu hoá với hàm mục tiêu và ràng buộc có thể không khả vi và lồi, ràng buộc phi tuyến cả hai loại đẳng thức và bất đẳng thức, biến điều khiển có thể thay đổi không liên tục... Điều đó đã dẫn tới việc nghiên cứu một số lượng khổng lồ các phương pháp nhằm vượt qua được những trở ngại trên, sao cho có thể

đi tới lời giải đủ tin cậy với thuật toán đủ nhanh và mềm mại để có thể triển khai cho các áp dụng trực tuyến. Chính ở lĩnh vực áp dụng trực tuyến mà các áp dụng OPF còn nhiều điểm hạn chế.

Mặt khác chúng ta lưu ý rằng mọi thông số mô hình hoá toán học của bài toán đều có sai số, kể từ hàm mục tiêu đến các ràng buộc và mô hình lưới điện. Do đó một phương pháp giải quá chặt chẽ có thể không có nhiều ý nghĩa. Nhưng ngược lại cũng phải thấy rằng do chi phí sản xuất của hệ thống điện là cực kì lớn, vượt qua mọi chi phí cho tính toán, điều khiển; do đó một sai số có thể có ảnh hưởng lớn đến hiệu quả kinh tế thật sự thu được.

7.2 Xử lí trường hợp không giải được

Nhiều trường hợp bài toán OPF được đặt ra là *không giải được*, tức là về toán học không thể thoả mãn tất cả các ràng buộc được xem xét, chủ yếu là các ràng buộc dạng (7.3). Trong trường hợp này hiển nhiên là không nên từ bỏ chức năng OPF, mà nên xem xét việc tìm một lời giải *tốt nhất có thể*.

Hai tiếp cận có thể được sử dụng:

a) Thay đổi các điều khiển và ràng buộc :

Thứ tự ưu tiên cho các thay đổi có thể là như sau:

- Bổ sung thêm biến điều khiển
- Mở rộng giới hạn cho phép đối với các thông số chế độ bị ràng buộc
- Thay đổi cấu hình lưới điện
- Giảm hay sa thải phụ tải

b) Xem xét bài toán gọi là "vi phạm cực tiểu" (minimal violation):

Vi phạm đối với mỗi loại ràng buộc sẽ được đặt trọng số. Mục tiêu sẽ là cực tiểu của tổng bình phương có trọng số các vi phạm giới hạn. Hàm mục tiêu phụ này sẽ được cộng thêm vào hàm mục tiêu đang xét của bài toán OPF.

Cả hai tiếp cận trên có thể được sử dụng kết hợp hay luân phiên. Lưu ý rằng lời giải thu được có thể rất khác nhau đối với mỗi loại tiếp cận.

Trong áp dụng điều khiển trực tuyến, cần thiết kế một hệ thống cho phép đưa vào các hiệu chỉnh nói trên một cách tự động hoặc thông qua đối thoại người - máy tính. Các hiệu chỉnh sẽ được đưa vào theo một thứ tự ưu tiên được qui định sẵn, cho đến khi thu được lời giải "tốt nhất có thể". Thứ tự ưu tiên này có khả năng được thay đổi một cách mềm dẻo để phù hợp với các yêu cầu làm việc khác nhau của các hệ thống điện khác nhau, cũng như khi giải các bài toán OPF khác nhau.

Về đại thể, tập hợp các điều khiển và các ràng buộc sẽ được xác định trước theo các mức ưu tiên. Các mức này sẽ được xếp thứ tự theo hai cách:

- 1) Cho khả năng giải được tăng lên,
- 2) Cho khả năng giải được giảm đi.

Theo cách thứ nhất thì bắt đầu bằng việc thử giải bài toán OPF gốc, đầy đủ; theo cách thứ hai thì khởi tạo chức năng OPF bằng việc giải bài toán chỉ với tập hợp cực tiểu những ràng buộc quan trọng nhất. Trong cả hai cách này, một vòng lặp sẽ được thiết kế phối hợp hai tiếp cận a) và b) nói trên, thường bắt đầu từ a) rồi đến b). Thực tế thực hiện theo thứ tự khả năng giải được tăng lên là thông thường hơn, xuất phát từ giả định rằng tập các ràng buộc chế độ được đặt ra là có tính khả thi, và như vậy bài toán sẽ sớm giải được trong vòng lặp ưu tiên. Hiển nhiên yếu tố thời gian luôn luôn là quyết định trong điều khiển thời thực; chỉ riêng thời gian cần thiết cho việc lấy quyết định (tức là giải bài toán tối ưu) đã có thể tăng lên nhiều trong trường hợp gặp điều kiện không giải được như xét ở đây. Thời gian này sẽ phụ thuộc vào:

- Tốc độ giải mỗi trường hợp của thuật toán OPF,
- Khả năng thuật toán tối ưu hoá phát hiện nhanh tình trạng không giải được,
- Số các mức ưu tiên phải xem xét trước khi đạt được lời giải. Rõ ràng khi hệ thống điện làm việc trong điều kiện căng thẳng thì số này tăng lên.

Tất cả các yếu tố trên cần phải được xem xét cẩn thận khi thiết kế chức năng OPF thời thực để có được sự tương thích với yêu cầu về thời gian tác động điều khiển.

7.3 Tối ưu hoá chế độ với ràng buộc an toàn sự cố

Việc đưa các ràng buộc an toàn sự cố (như phân tích ở chương 6) vào quá trình tối ưu hoá chế độ là bước tiến quan trọng trong sự phát triển của kỹ thuật OPF. Tuy nhiên việc ghép nối hai nhiệm vụ này là một thách thức rất lớn vì nếu như phân tích sự cố thời thực là một nhiệm vụ đã rất phức tạp thì OPF chắc chắn là chức năng EMS phức tạp nhất. Vì thế, tuy việc kết hợp hai nhiệm vụ này là cần thiết để thỏa mãn điều kiện an toàn - kinh tế cho hệ thống điện, nhưng nó sẽ đòi hỏi những năng lực rất lớn về phần mềm và phần cứng tính toán ở các trung tâm điều khiển hệ thống điện.

Bài toán được biết dưới tên gọi *SCOPF (Security/Contingency-Constrained OPF)* xác định một chế độ tối ưu đồng thời thỏa mãn tiêu chuẩn an toàn mức 1 hoặc 2 như định nghĩa ở mục 6.1. Thuật toán có thể là như sau [33]:

- 1) Bước chọn lọc sự cố được thực hiện tại điểm làm việc hiện tại để xác định N_c trường hợp sự cố gây vi phạm giới hạn làm việc cho phép.
- 2) Các ràng buộc an toàn sau sự cố được xác định từ các sự cố này sẽ được đưa vào bài toán OPF cùng với các ràng buộc trước sự cố (chế độ gốc). Bài toán mở rộng sẽ có dạng sau đây:

Cực tiểu hoá hàm:

$$f(z^0, x^0) \quad (7.4)$$

thoả mãn:

$$g^k(z^k, x^k) = 0 \quad k = 0, 1, \dots, N_c \quad (7.5)$$

$$h^k(z^k, x^k) \geq 0 \quad k = 0, 1, \dots, N_c \quad (7.6)$$

trong đó chỉ số "0" chỉ chế độ gốc được tối ưu hoá, chỉ số "k" ($k > 0$) chỉ chế độ sau sự cố cho N_c sự cố đã xác định. Chú ý rằng ràng buộc bất đẳng thức h^k ($k > 0$) không có quan hệ với h^0 , biểu diễn các đối tượng được kiểm soát khác nhau hay các giới hạn khác nhau. Còn g^k ($k > 0$) cũng khác g^0 do có hư hỏng thiết bị.

Bài toán nói trên sẽ được giải ở bước này (xem thêm dưới đây).

- 3) Điểm làm việc xác định mới có thể lập nên các điều kiện không an toàn sự cố mới. Do đó phải lập lại quá trình từ bước 1 cho tới khi không còn tồn tại vi phạm giới hạn an toàn sau sự cố.

Nhận xét rằng việc giải bài toán OPF mở rộng ở bước 2 tốn rất nhiều công sức hơn giải bài toán OPF thường (7.1)-(7.3). Các ràng buộc bổ sung bởi mỗi sự cố có thể rất lớn; số sự cố nguy hiểm cũng lớn đối với hệ thống lớn. May mắn là có rất ít các ràng buộc này là hiệu dụng (đạt giới hạn cho phép) tại lời giải. Điều đó cho phép sử dụng các kĩ thuật giảm nhẹ tính toán.

Khối lượng tính toán yêu cầu lại còn lớn gấp bội nếu thực hiện lặp như nói ở bước 3.

Sau đây là vài phân tích thêm về bài toán (7.4)-(7.6).

Sự thay đổi của biến điều khiển từ z^0 tới z^k phụ thuộc vào phản ứng của hệ thống đối với sự cố. Trong trường hợp xét điều kiện an toàn mức 1 thì yêu cầu là không có vi phạm sau sự cố trong khi không có tác động điều khiển chữa. Trường hợp này chỉ có đáp ứng tự nhiên hay của hệ thống điều khiển tự động (thay đổi công suất máy phát điện do quán tính, điều chỉnh tự động tốc độ hay AGC) làm thay đổi biến điều khiển tới:

$$z^k = z^0 + \Delta z^k \quad (7.7)$$

Trong trường hợp xét điều kiện an toàn mức 2 (kinh tế hơn), hệ thống EMS sẽ có tác động điều khiển chữa sau sự cố δz^k để loại trừ vi phạm giới hạn an toàn và ta có:

$$z^k = z^0 + \Delta z^k + \delta z^k \quad (7.8)$$

Để giải bài toán cho trường hợp an toàn mức 1, ta sẽ sử dụng (7.7), trong đó vấn đề đặt ra là biểu diễn giải tích đáp ứng Δz^k theo (z^0, x^0) . Đối với loại biến điều khiển như điện áp máy phát thì có thể $z^k = z^0$.

Đối với bài toán kiểm soát an toàn mức 2 thì tác động chữa có thể được chọn theo một hàm mục tiêu nào đó. Hàm này sẽ được cộng thêm vào mục tiêu (7.4) như một hàm của (z^k, x^k) ; như vậy z^k trở thành biến độc lập. Ngoài ra giá trị chữa δz^k lệ thuộc vào thời gian chữa cho phép. Phối hợp với tốc độ thay đổi của biến điều khiển, ta có thể chuyển tới điều kiện ràng buộc sau:

$$b_{\min} \leq z^k - z^0 - \Delta z^k \leq b_{\max} \quad (7.9)$$

Điều kiện này sẽ được bổ sung vào bài toán tối ưu hoá.

Trong các mục tiếp theo chúng ta sẽ giới hạn ở việc xem xét chi tiết bài toán điều độ kinh tế cổ điển.

7.4 Phân bố tối ưu công suất cho các máy phát điện

Trong mục này sẽ nêu qui tắc phân bố kinh tế phụ tải cho các máy phát điện trong trường hợp đơn giản nhất khi không có lưới điện. Chẳng hạn xét trường hợp một nhà máy điện có công suất phát theo yêu cầu đã cho, chúng ta cần phân phối công suất này cho các máy phát điện có đặc tính kinh tế khác nhau sao cho chi phí nhiên liệu tổng cộng là nhỏ nhất.

Xuất phát điểm ở đây chính là sự khác nhau về hiệu quả kinh tế của các máy phát điện sử dụng công nghệ khác nhau hay có thông số kỹ thuật khác nhau. Hiệu quả kinh tế này được đo bằng chi phí nhiên liệu cho việc phát một giá trị công suất MW. Trong phạm vi giới hạn kỹ thuật về công suất của mỗi máy phát thì mỗi điểm làm việc có thể có chi phí đơn vị khác nhau, do đó mỗi máy phát điện có một *đường cong biểu diễn chi phí nhiên liệu theo công suất phát* (còn gọi là *đặc tính vào-ra*). Dạng của đường cong này có thể như trên hình 7.1a bao gồm một số đoạn đặc tính khác nhau.

Chi phí nhiên liệu ở đây đã được qui ra tiền trong một giờ làm việc (kí hiệu \$/h). Giá đơn vị sẽ là \$/h đối với 1 MW biểu diễn bởi \$/MWh.

Khi xem xét việc phân bố kinh tế phụ tải, cái mà chúng ta quan tâm là mức *tăng* chi phí của một tổ máy khi tăng công suất của nó, so sánh với mức giảm chi phí của tổ máy khác khi giảm công suất (bởi vì phụ tải tổng là đã cho). Do đó thay cho chi phí $f(P)$ ta thường quan tâm đến đại lượng đạo hàm df/dP , được gọi là *suất tăng chi phí (incremental cost)*. Hình 7.1b biểu diễn đường cong suất tăng chi phí theo điểm làm việc. Như vậy suất tăng chi phí biểu diễn độ dốc của đường cong chi phí và có thể xem gần đúng bằng lượng tăng chi phí nhiên liệu khi tăng 1 KW công suất của tổ máy.

Thông thường $f(P)$ có dạng xấp xỉ đường cong bậc hai:

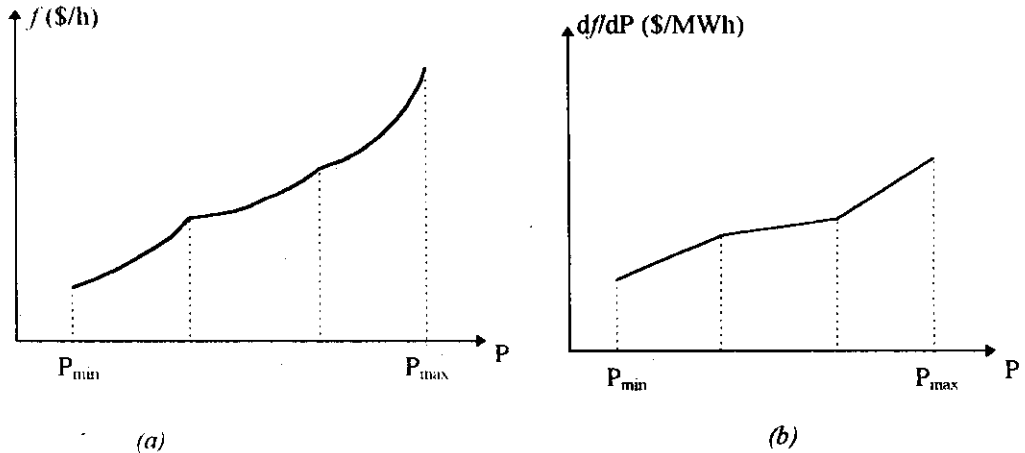
$$f_k = \frac{1}{2} a_k P_k^2 + b_k P_k + c_k \quad (7.10)$$

trong đó ta thêm chỉ số k để nhấn mạnh rằng mỗi nguồn điện k có một đặc tính

vào-ra khác nhau, đặc trưng bởi các hệ số a_k , b_k , c_k . Do đó hàm suất tăng có dạng đường thẳng:

$$\lambda_k = \frac{df_k}{dP_k} = a_k P_k + b_k \quad (\$/MWh) \quad (7.11)$$

Hệ số c_k không cần dùng đến khi chỉ xem xét suất tăng chi phí.



Hình 7.1

Như trên hình 7.1, để tăng độ chính xác ta xấp xỉ $f(P)$ bởi nhiều đoạn đường cong bậc hai. Khi đó sẽ ứng với đường cong $\lambda(P)$ được xấp xỉ tuyến tính từng đoạn, và có thể có những điểm gián đoạn. Chúng ta mở ngoặc ở đây để nhắc lại rằng dạng đường cong này sẽ có ảnh hưởng đến phương pháp toán học phải sử dụng cho bài toán OPF tổng quát.

Sau khi đã có đường cong suất tăng chi phí của mỗi tổ máy chúng ta có thể dễ dàng thiết lập qui tắc cho việc phân bố công suất tối ưu. Giả sử hai tổ máy đang làm việc với công suất nào đó và tại các điểm làm việc riêng này chúng có suất tăng chi phí λ khác nhau, chẳng hạn $\lambda_1 > \lambda_2$. Thế thì rõ ràng nếu ta chuyển bớt tải của máy 1 sang máy 2 thì sẽ giảm được chi phí tổng, bởi vì do λ_1 lớn hơn nên giảm tải máy 1 sẽ làm giảm chi phí nhiều hơn là sự tăng chi phí khi tăng tải máy 2 cùng một lượng công suất. Lập luận này sẽ nhanh chóng dẫn đến qui tắc cho vận hành tối ưu là mọi tổ máy phải được phân tải sao cho tại điểm làm việc chúng có cùng suất tăng chi phí.

Từ qui tắc này ta có thể xác định đơn giản tải cho mỗi tổ máy xuất phát từ đường đặc tính *tuyến tính* của suất tăng chi phí. Gọi suất tăng chung tối ưu cho các tổ máy là λ , từ (7.11) rút ra:

$$P_k = \frac{\lambda - b_k}{a_k} \quad (7.12)$$

$$P_\Sigma := \sum P_k = \lambda \sum \frac{1}{a_k} - \sum \frac{b_k}{a_k}$$

trong đó P_Σ là công suất tổng của nhà máy đã cho. Từ đó rút ra:

$$\lambda = a P_\Sigma + b$$

$$a = \left(\sum \frac{1}{a_k} \right)^{-1} \quad (7.13)$$

$$b = a \sum \frac{b_k}{a_k}$$

Phụ tải tối ưu của tổ máy thứ k là P_k xác định theo (7.12). Nếu một số giá trị này vượt ra ngoài giới hạn công suất cho phép của tổ máy, ta có thể xử lý như sau: Cố định công suất của các tổ máy này tại giới hạn mà chúng đã vượt qua (min hay max), xác định phụ tải tổng còn lại cho các tổ máy khác và tính toán lại như trên phân bố tối ưu công suất giữa các tổ máy này.

Chúng ta minh hoạ bằng thí dụ⁽¹⁾ nhà máy gồm hai tổ máy có đặc tính suất tăng chi phí là:

$$\lambda_1 = 0,0080 P_1 + 8,0 \quad (\text{USD/MWh})$$

$$\lambda_2 = 0,0096 P_2 + 6,4 \quad (\text{USD/MWh})$$

Phụ tải tổng của nhà máy thay đổi từ 250 đến 1250 MW, giới hạn làm việc của tổ máy là từ 100 đến 625 MW.

Khi ở phụ tải nhẹ $\lambda_1 > \lambda_2$, chẳng hạn khi làm việc ở công suất $P_{\min} = 100$ MW ta có $\lambda_1 = 8,8$ USD/MWh và $\lambda_2 = 7,36$ USD/MWh. Do đó nên giữ $P_1 = 100$ MW công suất tối thiểu, phần lớn hơn giao cho tổ máy 2 cho tới khi λ_2 đạt đến 8,8, đó là khi $P_2 = (8,8 - 6,4)/0,0096 = 250$ MW. Từ điểm này trở đi ($P_\Sigma = 350$) công suất sẽ phân bố theo luật cân bằng suất tăng. Kết quả tính toán cho ở bảng sau. Khi $\lambda = 12,4$ tổ máy 2 đạt tới giới hạn trên, do đó sẽ được duy trì tại giới hạn đó.

⁽¹⁾ Thí dụ lấy từ [6]

P_E (MW)	λ (USD/MWh)	P_1 (MW)	P_2 (MW)
250	7,84	100 (giới hạn)	150
350	8,80	100 (giới hạn)	250
500	9,45	182	318
700	10,33	291	409
900	11,20	400	500
1100	12,07	509	591
1175	12,40	550	625 (giới hạn)
1250	13,00	625	625 (giới hạn)

Chúng ta thử so sánh hiệu quả kinh tế so với khi phân tải đều giữa hai tổ máy, chẳng hạn tại $P_E=900$ MW như sau. So với phân bố tối ưu $P_1=400$, $P_2=500$, nếu hai tổ máy được phân tải đều có nghĩa là tổ máy 1 phát 450 thì lượng tăng chi phí tại tổ máy này sẽ là:

$$\int_{400}^{450} (0,008P_1 + 8)dP_1 = (0,004P_1^2 + 8P_1 + c_1) \Big|_{400}^{450} = 570 \text{ USD/h}$$

Nếu tổ máy 2 phát 450 MW, lượng tăng chi phí cho tổ máy là:

$$\int_{500}^{450} (0,0096P_2 + 6,4)dP_2 = (0,0048P_2^2 + 6,4P_2 + c_2) \Big|_{500}^{450} = -548 \text{ USD/h}$$

Lượng tăng chi phí tổng cộng là $570 - 548 = 22$ USD/MWh. Ta kết luận rằng lượng tiết kiệm được khi phân bố tối ưu, nếu tính theo con số này cho cả năm sẽ là 192 720 USD.

7.5 Phân bố tối ưu công suất giữa các nhà máy điện

Mục trước đã xét phân bố công suất tối ưu giữa các tổ máy phát của một nhà máy điện, có nghĩa là giữa các nguồn điện nối trực tiếp vào một nút, không thông qua lưới điện. Trong mục này, khi xét đến tập hợp các nhà máy điện, ta sẽ phải tính đến lưới điện làm nhiệm vụ truyền tải điện đến các hộ tiêu thụ. Sự truyền tải này sẽ dẫn đến tổn thất công suất trên lưới cần phải tính đến. Bởi vì một nhà máy điện nếu có chi phí sản xuất nhỏ ta biết rằng sẽ nên được phân tải nhiều hơn, nhưng nếu nhà máy này ở xa phụ tải thì tổn thất truyền tải lại lớn, dẫn đến chi phí sản

xuất điện phụ thêm để bù vào công suất mất mát trên lưới.

Nói một cách tổng quát, tính đến lưới điện có nghĩa là làm thoả mãn các phương trình chế độ xác lập, như trong tính toán giải tích lưới điện ở chương 4. Điều kiện này đã nêu dưới dạng ràng buộc đẳng thức (7.2) cho bài toán OPF tổng quát; ta viết lại ở đây:

$$\mathbf{g}(\mathbf{z}, \mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (7.14)$$

trong các phương trình chế độ xác lập (7.14) có chứa vectơ biến điều khiển $\mathbf{z}$ (ví dụ công suất P_g các nhà máy điện), vectơ các biến trạng thái $\mathbf{x}$.

Một phương pháp xét đến ràng buộc (7.14) khi tìm cực tiểu hàm mục tiêu $f(\mathbf{z}, \mathbf{x})$ là *phương pháp nhân tử Lagrange (Lagrange Multiplier Method)*, trong đó thay bài toán cực tiểu hoá với ràng buộc bằng bài toán tìm điểm dừng của hàm *Lagrange (Lagrangian)*:

$$L(\mathbf{z}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{z}, \mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{z}, \mathbf{x}) \quad (7.15)$$

trong đó $\boldsymbol{\lambda}$ là vectơ *nhân tử Lagrange*, chứa các biến độc lập bổ sung, gắn với mỗi ràng buộc trong vectơ $\mathbf{g}$. Như vậy số biến-kích thước bài toán tăng lên.

Điểm dừng của Lagrangian thoả mãn phương trình :

$$\begin{aligned} \partial L / \partial \mathbf{x} &= \partial f / \partial \mathbf{x} + [\partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{x}]^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \\ \partial L / \partial \mathbf{z} &= \partial f / \partial \mathbf{z} + [\partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{z}]^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \\ \partial L / \partial \boldsymbol{\lambda} &= \mathbf{g} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (7.16)$$

Chú ý trong hệ này $\mathbf{J} = [\partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{x}]$ là ma trận Jacobian của phương trình chế độ xác lập giải bởi phương pháp Newton-Raphson.

Sau đây chúng ta khảo sát chi tiết hơn bài toán ở dạng rút gọn về các biến điều khiển là công suất P_g của các nhà máy điện, thường gọi là bài toán *điều độ kinh tế cổ điển (ED)* [46] [47]. Hơn nữa chỉ xem xét công suất tác dụng và ràng buộc duy nhất liên quan đến lưới là phương trình cân bằng công suất tác dụng

Cực tiểu hoá hàm chi phí nhiên liệu tổng ở các nhà máy điện:

$$f = \sum_{k=1}^{N_g} f_k(P_{gk}) \quad (7.17)$$

thoả mãn điều kiện cân bằng công suất trong hệ thống :

$$P_C + P_L - \Sigma P_{gk} = 0 \quad (7.18)$$

trong đó P_C là tổng phụ tải trong hệ thống còn P_L là tổn thất trên lưới điện, phụ thuộc vào phân bố công suất lựa chọn.

Để giải bài toán, ta tìm điểm dừng của hàm Lagrange:

$$L = \sum f_k + \lambda (P_C + P_L - \sum P_{gk}) \quad (7.19)$$

đối với biến P_{gk} , tức là thoả mãn:

$$\frac{\partial L}{\partial P_{gk}} = \frac{df_k}{dP_{gk}} + \lambda \left(\frac{\partial P_L}{\partial P_{gk}} - 1 \right) = 0 \quad (7.20)$$

ở đây phụ tải tổng P_C là hằng số đã cho, tổn thất truyền tải phụ thuộc phân bố công suất, tức là phụ thuộc tất cả công suất các nhà máy điện P_{gk} , còn chi phí f_k chỉ phụ thuộc P_{gk} , do đó đạo hàm được kí hiệu bởi d thay cho kí hiệu đạo hàm riêng ∂ .

Nếu bỏ qua tổn thất truyền tải P_L trong ràng buộc cân bằng công suất, ta trở lại bài toán khảo sát ở mục trước, và (7.20) dẫn đến điều kiện cân bằng suất tăng chi phí nhiên liệu $\lambda = df_k / dP_{gk} = \text{const} \forall k$.

Trong (7.19) và (7.20) λ là nhân tử Lagrange, đặc trưng cho *suất tăng chi phí của hệ thống*⁽¹⁾ khi có xét đến tổn thất. Điều kiện tối ưu suy từ (7.20) là:

$$\lambda = \left(\frac{1}{1 - \partial P_L / \partial P_{gk}} \right) \frac{df_k}{dP_{gk}} \quad k = 1, 2, \dots, Ng \quad (7.21)$$

hay:
$$\lambda = L_k \frac{df_k}{dP_{gk}} \quad k = 1, 2, \dots, Ng$$

trong đó gọi đại lượng L_k là *hệ số phạt (penalty factor) của nhà máy k*:

$$L_k = \frac{1}{1 - \partial P_L / \partial P_{gk}} \quad (7.22)$$

Ta thấy rõ ý nghĩa của tên gọi này khi quan sát công thức: Đạo hàm riêng $\partial P_L / \partial P_{gk}$ biểu diễn *suất tăng tổn thất truyền tải theo công suất phát của nhà máy k*, do đó có giá trị nằm giữa 0 và 1. Nếu việc truyền tải điện từ nhà máy k cho phụ tải gây ra nhiều tổn thất, thì $\partial P_L / \partial P_{gk} \rightarrow 1$ và L_k sẽ tăng lên. Khi đó từ điều kiện tối ưu (7.21):

⁽¹⁾ Tại lời giải, nhân tử Lagrange λ_k biểu diễn độ nhạy của hàm mục tiêu đối với ràng buộc k (ở đây bài toán chỉ có một ràng buộc)

$$L_1 \frac{df_1}{dP_{g1}} = L_2 \frac{df_2}{dP_{g2}} = L_3 \frac{df_3}{dP_{g3}} = \dots$$

với df_k/dP_{gk} có dạng $a_k P_{gk} + b_k$, ta suy ra L_k lớn sẽ dẫn đến P_{gk} nhỏ.

Các nhà máy điện đặt tại cùng một nút của lưới điện hiển nhiên sẽ có L_k bằng nhau. Nếu tất cả các hệ số phát bằng nhau ta sẽ trở lại điều kiện tối ưu như trường hợp phân bố công suất giữa các tổ máy của cùng một nhà máy.

Tóm lại bài toán điều độ kinh tế dẫn đến việc giải hệ $Ng+1$ phương trình cho (λ, P_{gk}) bao gồm Ng phương trình (7.21) và phương trình cân bằng công suất (7.18). Điều cốt yếu và khó khăn ở đây là phải biểu diễn tổn thất truyền tải P_L như một hàm của công suất các nhà máy điện P_{gk} để từ đó tính toán các suất tăng tổn thất. Hàm này hay giá trị suất tăng tổn thất chỉ có thể xác định số hay giải tích gần đúng phụ thuộc vào mỗi điểm làm việc của hệ thống (xem mục sau). Khó khăn này là giá phải trả khi giảm bài toán (7.16) tới bài toán (7.17)-(7.18).

Thí dụ⁽¹⁾:

Hai nhà máy điện làm việc trong hệ thống có phụ tải $P_C=1,561$ (đơn vị tương đối cơ sở 100 MW). Đặc tính chi phí nhiệt của hai nhà máy cho bởi:

$$f_1 = 864,4 P_1 + 1070,7 P_1^2 \text{ (MBTU/h)} \quad 0 \leq P_1 \leq 0,5$$

$$f_2 = 755,2 P_2 + 141,6 P_2^2 \text{ (MBTU/h)} \quad 0 \leq P_2 \leq 1,5$$

trong đó BTU (British Thermal Unit) là đơn vị nhiệt tương đương 1055,06 J hay 0,2931 Wh và biết rằng giá \$/BTU của hai nhà máy là như nhau.

Tổn thất truyền tải được cho bởi phương trình bậc hai:

$$P_L = 0,01065 P_1^2 + 0,01415 P_1 P_2 + 0,0181 P_2^2$$

xác định tại điểm làm việc hiện tại (xem thêm mục sau):

$$P_1 = 0,3952 \quad P_2 = 1,2 \quad P_C = 1,561$$

Yêu cầu phân bố lại công suất theo điều kiện tối ưu.

Lời giải:

Các phương trình (7.21):

⁽¹⁾ Thí dụ lấy từ [2]

$$\lambda = \frac{df_1 / dP_1}{1 - \partial P_L / \partial P_1} = \frac{864,4 + 2141,4P_1}{1 - 0,0213P_1 - 0,01415P_2}$$

$$\lambda = \frac{df_2 / dP_2}{1 - \partial P_L / \partial P_2} = \frac{755,2 + 283,2P_2}{1 - 0,01415P_1 - 0,0362P_2}$$

Tại điểm làm việc hiện tại hai giá trị này không bằng nhau $\lambda_1 = 1766$ MBTU/h và $\lambda_2 = 1152$ MBTU/h.

Phương trình cân bằng công suất :

$$P_1 + P_2 - 1,561 - P_L = 0$$

Ba phương trình này lập nên hệ đủ phương trình (phi tuyến) đối với λ, P_1, P_2 . Sử dụng phương pháp lặp Newton-Raphson để giải, chúng ta thu được:

$$P_1 = 0,1517 \quad P_2 = 1,445 \quad \lambda = 1231$$

Đó là phân bố công suất tối ưu. So với điểm làm việc cũ, một lượng phụ tải được chuyển từ nhà máy 1 sang nhà máy 2:

– Chế độ làm việc cũ:

$$P_g = P_1 + P_2 = 0,3952 + 1,2 = 1,5952$$

$$P_L = 0,0342$$

$$f_1 = 509 \text{ MBTU/h}$$

$$f_2 = 1110 \text{ MBTU/h}$$

$$\Sigma f = 1619$$

– Chế độ tối ưu:

$$P_g = 0,1577 + 1,445 = 1,6027$$

$$P_L = 0,0417$$

$$f_1 = 163$$

$$f_2 = 1386$$

$$\Sigma f = 1549$$

Tổn thất truyền tải tăng so với chế độ làm việc cũ, tuy nhiên chi phí tổng giảm một lượng $1619 - 1549 = 70$ MBTU/h. Nếu giá nhiệt chung của hai nhà máy là 1,30 USD/MBTU thì tiết kiệm được 91 USD/h.

Trong thí dụ trên, phương pháp Newton-Raphson được dùng để giải hệ phương trình điều độ kinh tế (7.21)-(7.18). Một thuật toán lặp khác có thể sử dụng như sau:

1) Chọn một giá trị cho λ . Giá trị xấp xỉ ban đầu này có thể được lấy theo tiêu

chuẩn cân bằng suất tăng chi phí nhiên liệu của trường hợp bỏ qua tổn thất truyền tải, tức là xác định theo (7.13). Nhận xét rằng khi λ đã cho thì các phương trình (7.21) trở thành tuyến tính đối với các ẩn số còn lại, tức là công suất các nút nguồn P_{gk} nếu như ta đã xấp xỉ các hàm chi phí f_k và tổn thất P_L như hàm bậc hai, do đó đạo hàm của chúng tức là hàm suất tăng đều là hàm tuyến tính đối với P_{gk} .

Từ nhận xét vừa nêu ta thực hiện bước sau giải hệ tuyến tính này tương đối dễ dàng.

- 2) Giải hệ tuyến tính (7.21) cho các giá trị P_{gk}
- 3) Tính toán P_L theo P_{gk} từ quan hệ đã xấp xỉ (hàm bậc 2). Từ đó kiểm tra phương trình cân bằng công suất (7.18):

$$P_C = \sum P_{gk} - P_L$$

Nếu thoả mãn tức là đã thu được lời giải, nếu không thực hiện bước tiếp theo.

- 4) Hiệu chỉnh giá trị của λ :

$$\lambda^{(r+1)} = \lambda^{(r)} + \Delta\lambda^{(r)}$$

chẳng hạn dùng công thức [6]:

$$\Delta\lambda^{(r)} = \frac{\lambda^{(r)} - \lambda^{(r-1)}}{\sum P_{gk}^{(r)} - \sum P_{gk}^{(r-1)}} \left[P_C + P_L^{(r)} - \sum P_{gk}^{(r)} \right]$$

Quay trở lại bước 2.

Một ưu điểm của thuật toán này là sau mỗi lần thực hiện bước 2, các giá trị P_{gk} thu được tuy chưa phải là phân bố tối ưu đối với phụ tải P_C đã cho, nhưng chúng cũng là phân bố tối ưu đối với một mức phụ tải khác, chính bằng $\sum P_{gk} - P_L$ tức giá trị tính được ở bước 3 (vế phải của phương trình cân bằng công suất). Do đó kết quả này có thể được sử dụng về sau.

Thí dụ ở mục 7.7 sẽ sử dụng thuật toán này.

7.6 Phương pháp các hệ số tổn thất B

Như phân tích ở trên, bài toán điều độ kinh tế cổ điển là kết quả của việc mô hình hoá tổn thất truyền tải công suất tác dụng. Công việc này đã được thực hiện với nhiều công trình nghiên cứu trong những năm 1950. Trong đó mô hình sử dụng

các đại lượng quen gọi là các *hệ số tổn thất B* (*Loss Coefficients, B-coefficients*) [47] [49] cho phép biểu diễn tổn thất này như *hàm toàn phương* của công suất tác dụng của các nhà máy điện, dựa trên một số giả thiết gần đúng. Mô hình này đã và vẫn còn được áp dụng rộng rãi, đồng thời có nhiều sự phát triển và cải thiện khác trong việc lập mô hình tổn thất trên lưới.

7.6.1 Công thức tổn thất công suất

Trước hết chúng ta sẽ dẫn ra công thức cơ bản biểu diễn tổn thất trên lưới theo dòng điện nút ở tất cả các nút trong lưới. Gọi vector áp và dòng ở tất cả các nút của lưới điện, trừ nút trung tính (đất) là $\mathbf{U}$ và $\mathbf{I}$; ma trận tổng trở nút với *nút cơ sở điện áp là trung tính* là $\mathbf{Z}$. Khi đó ta có thể xác định tổn thất công suất toàn phần trên lưới như là tổng đại số của công suất các nút. Tức là ta có thể viết công thức ma trận sau đây:

$$S_L = P_L + jQ_L = \mathbf{U}^T \mathbf{I}^* \quad (7.23)$$

trong đó T và $*$ lần lượt kí hiệu chuyển vị và liên hợp phức. Từ đó:

$$S_L = P_L + jQ_L = \mathbf{U}^T \mathbf{I}^* = (\mathbf{Z} \mathbf{I})^T \mathbf{I}^* = \mathbf{I}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{I}^*$$

Nếu lấy liên hợp và chuyển vị hai vế của biểu thức trên ta có:

$$(\mathbf{S}_L^*)^T = \mathbf{S}_L^* = P_L - jQ_L = (\mathbf{U}^{T*} \mathbf{I})^T = \mathbf{I}^T \mathbf{U}^* = \mathbf{I}^T \mathbf{Z}^* \mathbf{I}^*$$

Cộng hai biểu thức này ta rút ra phần tổn thất công suất tác dụng trên lưới là đại lượng được quan tâm:

$$P_L = \frac{1}{2} \mathbf{I}^T (\mathbf{Z} + \mathbf{Z}^*) \mathbf{I}^*$$

Nếu khai triển $\mathbf{Z}$ ra hai ma trận điện trở và điện kháng $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\mathbf{X}$ thì ta có $\mathbf{Z} + \mathbf{Z}^* = (\mathbf{R} + j\mathbf{X}) + (\mathbf{R} - j\mathbf{X}) = 2\mathbf{R}$. Do đó ta đi đến công thức:

$$P_L = \mathbf{I}^T \mathbf{R} \mathbf{I}^* \quad (7.24)$$

Chú ý rằng các vector dòng điện ở vế phải là phức, nhưng kết quả vế trái P_L là đại lượng (vô hướng) thực. Thật vậy nếu đặt $\mathbf{I} = \mathbf{I}' + j\mathbf{I}''$ thay vào công thức trên và tiến hành các phép nhân, ta thu được biểu thức thực:

$$P_L = (\mathbf{I}')^T \mathbf{R} \mathbf{I}' + (\mathbf{I}'')^T \mathbf{R} \mathbf{I}'' \quad (7.25)$$

○ $\mathbf{I}'$ và $\mathbf{I}''$ lần lượt là vector dòng thực và dòng phản kháng tại nút.

7.6.2 Tính toán các hệ số B

Ta đã có công thức tính tổn thất công suất theo mọi dòng nút bao gồm cả nút tải và nút nguồn. Bây giờ ta sẽ chuyển công thức này (7.24) tới dạng hàm của riêng công suất các nhà máy điện, như yêu cầu của mô hình bài toán đang xét. Không mất tính tổng quát, giả thiết hệ thống điện gồm 4 nút và nút đất, trong đó hai nút số 1 và 2 là nhà máy điện.

Xét một điểm làm việc nào đó của hệ thống. Chúng ta sẽ biểu diễn dòng ở nút tải 3 và 4 theo dòng nút nguồn.

Trước hết mỗi dòng nút tải sẽ được viết như một tỉ số của dòng tải tổng $I_C = I_3 + I_4$, tức là:

$$I_3 = c_3 I_C \quad I_4 = c_4 I_C \quad (7.26)$$

Các hệ số tỉ lệ c_3, c_4 có thể là phức và phụ thuộc điểm làm việc. Ta cũng có $\sum c_k = 1$.

Từ phương trình $U=ZI$ với nút cơ sở điện áp chọn là nút trung tính (đất) ta xét một phương trình, chẳng hạn đối với nút điều khiển điện áp 1:

$$\begin{aligned} u_1 &= Z_{11} i_1 + Z_{12} i_2 + Z_{13} i_3 + Z_{14} i_4 \\ &= Z_{11} i_1 + Z_{12} i_2 + c_3 Z_{13} I_C + c_4 Z_{14} I_C \end{aligned}$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} I_C &= \frac{-Z_{11}}{c_3 Z_{13} + c_4 Z_{14}} i_1 + \frac{-Z_{12}}{c_3 Z_{13} + c_4 Z_{14}} i_2 + \frac{-Z_{11}}{c_3 Z_{13} + c_4 Z_{14}} I_{C0} \\ &= -t_1 i_1 - t_2 i_2 - t_1 I_{C0} \end{aligned}$$

trong đó $I_{C0} = -u_1 / Z_{11}$

$$t_1 := Z_{11} / (c_3 Z_{13} + c_4 Z_{14}); \quad t_2 := Z_{12} / (c_3 Z_{13} + c_4 Z_{14})$$

Bây giờ ta viết được:

$$i_3 = c_3 I_C = -c_3 t_1 i_1 - c_3 t_2 i_2 - c_3 t_1 I_{C0}$$

$$i_4 = c_4 I_C = -c_4 t_1 i_1 - c_4 t_2 i_2 - c_4 t_1 I_{C0}$$

Các phương trình này đã biểu diễn dòng tải theo dòng nguồn và dòng I_{C0} phụ thuộc điện áp. Ta viết lại dưới dạng ma trận như một phép đổi biến dòng nút:

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -c_3 t_1 & -c_3 t_2 & -c_3 t_1 \\ -c_4 t_1 & -c_4 t_2 & -c_4 t_1 \end{array} \right) \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \frac{i_2}{I_{C0}} \end{pmatrix} := (C_1 \quad C_0) \begin{pmatrix} i_1 \\ \frac{i_2}{I_{C0}} \end{pmatrix} \quad (7.27)$$

trong đó C_0 là cột cuối của ma trận, C_1 là các cột đầu ứng với các nút nguồn. Phép biến đổi với ma trận $C := (C_1 \ C_0)$ này đã giảm kích thước vector dòng nút tới số nhỏ các nhà máy điện. Tiếp theo ta cần thay thế dòng bởi công suất tác dụng, là các biến điều khiển của bài toán tối ưu hoá.

Để biểu diễn dòng nút nguồn theo P_g chúng ta sẽ phải sử dụng hai thông số chế độ mới là điện áp và công suất phản kháng tại nút này, bởi vì ta có: $i_g = (P_g - jQ_g) / u_g^*$. Hai thông số này không phải là biến điều khiển của bài toán ED, do đó ta sẽ giả thiết điện áp không đổi quanh điểm làm việc P_g được tối ưu hoá (nhờ phương tiện điều chỉnh điện áp của nhà máy điện), còn Q_g sẽ biểu diễn theo P_g bởi một hàm tuyến tính đơn giản $Q_{gk} = s_k P_{gk} + Q_{0k}$, hoặc đơn giản hơn- tỉ lệ với P_{gk} , tức là xem hệ số công suất $\cos \varphi$ của nhà máy điện là không đổi: $Q_{gk} = P_{gk} \tan \varphi_k$. Trong trường hợp thứ nhất sẽ cần biết hai điểm làm việc để xác định hai tham số s_k và Q_{0k} đối với mỗi nhà máy điện. Vì trong điều độ kinh tế thời thực, chế độ hiện tại (cần tối ưu hoá) của hệ thống được biết sau khi tiến hành đánh giá trạng thái, do đó sẽ phải thực hiện đánh giá trạng thái hai lần để được hai điểm lân cận.

Tóm lại ta có thể xác định:

$$i_{gk} = \frac{(1 - js_k)}{u_{gk}^*} P_{gk} - j \frac{Q_{0k}}{u_{gk}^*} := \alpha_k P_{gk} + \beta_k \quad (7.28)$$

Biểu diễn ở dạng ma trận đối với lưới điện đang xét:

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \\ & \alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} \quad (7.29)$$

Viết gọn: $\mathbf{i}_g = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{P}_g + \boldsymbol{\beta}$

Như vậy kết hợp với (7.27) ta có:

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha} \mathbf{P}_g + \boldsymbol{\beta} \\ I_{C0} \end{pmatrix} \quad (7.30)$$

Nhắc lại rằng $\boldsymbol{\alpha}$ và $\boldsymbol{\beta}$ là ma trận và vector như ở công thức (7.29), $\mathbf{P}_g$ là vector công suất tác dụng của các nút nguồn.

Cuối cùng thay vào công thức tổn thất công suất (7.24) và thực hiện lần lượt các phép nhân ma trận, ta có:

$$\begin{aligned}
 P_L &= \begin{pmatrix} \alpha \mathbf{P}_g + \beta \\ I_{C_0} \end{pmatrix}^T \mathbf{C}^T \mathbf{R} \mathbf{C}^* \begin{pmatrix} \alpha \mathbf{P}_g + \beta \\ I_{C_0} \end{pmatrix}^* \\
 &= (\mathbf{P}_g^T \alpha + \beta^T \quad I_{C_0}) \begin{pmatrix} \mathbf{C}_1^T \\ \mathbf{C}_0^T \end{pmatrix} \mathbf{R} (\mathbf{C}_1^* \quad \mathbf{C}_0^*) \begin{pmatrix} \alpha^* \mathbf{P}_g + \beta^* \\ I_{C_0}^* \end{pmatrix} \\
 &= [(\mathbf{P}_g^T \alpha + \beta^T) \mathbf{C}_1^T + I_{C_0} \mathbf{C}_0^T] \mathbf{R} [\mathbf{C}_1^* (\alpha^* \mathbf{P}_g + \beta^*) + \mathbf{C}_0^* I_{C_0}^*] \\
 &= [\mathbf{P}_g^T \alpha \mathbf{C}_1^T + (\beta^T \mathbf{C}_1^T + I_{C_0} \mathbf{C}_0^T)] \mathbf{R} [\mathbf{C}_1^* \alpha^* \mathbf{P}_g + (\mathbf{C}_1^* \beta^* + \mathbf{C}_0^* I_{C_0}^*)] \\
 &= \mathbf{P}_g^T \alpha \mathbf{C}_1^T \mathbf{R} \mathbf{C}_1^* \alpha^* \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_g^T \alpha \mathbf{C}_1^T \mathbf{R} (\mathbf{C}_1^* \beta^* + \mathbf{C}_0^* I_{C_0}^*) + \\
 &\quad + (\beta^T \mathbf{C}_1^T + I_{C_0} \mathbf{C}_0^T) \mathbf{R} \mathbf{C}_1^* \alpha^* \mathbf{P}_g + (\beta^T \mathbf{C}_1^T + I_{C_0} \mathbf{C}_0^T) \mathbf{R} (\mathbf{C}_1^* \beta^* + \mathbf{C}_0^* I_{C_0}^*)
 \end{aligned}$$

Nếu đặt các đại lượng phức:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H} &= \alpha \mathbf{C}_1^T \mathbf{R} \mathbf{C}_1^* \alpha^* && \text{(ma trận vuông)} \\
 \mathbf{h} &= \alpha \mathbf{C}_1^T \mathbf{R} (\mathbf{C}_1^* \beta^* + \mathbf{C}_0^* I_{C_0}^*) && \text{(vectơ cột)} \\
 H_{00} &= (\beta^T \mathbf{C}_1^T + I_{C_0} \mathbf{C}_0^T) \mathbf{R} (\mathbf{C}_1^* \beta^* + \mathbf{C}_0^* I_{C_0}^*) && \text{(một số)}
 \end{aligned} \tag{7.31}$$

ta viết được:

$$P_L = \mathbf{P}_g^T \mathbf{H} \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_g^T \mathbf{h} + (\mathbf{h}^*)^T \mathbf{P}_g + H_{00} \tag{7.32}$$

Để đi đến phương trình của $\mathbf{P}_g$ với các hệ số thực, ta lấy liên hợp phức của biểu thức trên:

$$P_L^* = P_L = \mathbf{P}_g^T \mathbf{H}^* \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_g^T \mathbf{h}^* + \mathbf{h}^T \mathbf{P}_g + H_{00}^*$$

Cộng hai biểu thức này ta rút ra:

$$P_L = \frac{1}{2} [\mathbf{P}_g^T (\mathbf{H} + \mathbf{H}^*) \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_g^T (\mathbf{h} + \mathbf{h}^*) + (\mathbf{h} + \mathbf{h}^*)^T \mathbf{P}_g + (H_{00} + H_{00}^*)]$$

Bây giờ ta sẽ đặt các đại lượng thực:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B} &= (\mathbf{H} + \mathbf{H}^*) / 2 = (\text{Re } \mathbf{H}) / 2 = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \\
 \mathbf{b} &= (\mathbf{h} + \mathbf{h}^*) / 2 = (\text{Re } \mathbf{h}) / 2 = \begin{pmatrix} B_{10} \\ B_{20} \end{pmatrix} \\
 B_{00} &= (H_{00} + H_{00}^*) / 2 = \text{Re } H_{00} / 2
 \end{aligned} \tag{7.33}$$

“Re” kí hiệu phần thực của đại lượng phức. Các ma trận viết ở tận cùng bên

phải của công thức B và b là ứng với trường hợp lưới điện có 2 nhà máy điện như đang xét. Công thức trên đã cho các đại lượng được gọi là các *hệ số tổn thất B*. Sử dụng các đại lượng này ta viết được:

$$P_L = \mathbf{P}_g^T \mathbf{B} \mathbf{P}_g + 2 \mathbf{b}^T \mathbf{P}_g + B_{00} \quad (7.34)$$

Cũng cần nhận xét rằng $\mathbf{H}$ là một ma trận Hermit, tức là $\mathbf{H} = \mathbf{H}^{*T}$ (ma trận không đổi khi lấy liên hợp và chuyển vị), Tính chất này có thể kiểm tra bằng cách lấy chuyển vị liên hợp của biểu thức của $\mathbf{H}$ theo (7.31), lưu ý rằng α là ma trận đường chéo và $\mathbf{R}$ là ma trận thực đối xứng. Do tính chất này ta sẽ có $Re(H_{ij}) = Re(H_{ji})$ dẫn đến $\mathbf{B}$ là ma trận đối xứng: $B_{12} = B_{21} \dots$

Khai triển (7.34) cho lưới điện đang xét:

$$P_L = B_{11}P_1^2 + 2 B_{12}P_1P_2 + B_{22}P_2^2 + 2 B_{10}P_1 + 2 B_{20}P_2 + B_{00}$$

Như vậy (7.34) cho ta tổn thất truyền tải được biểu diễn như hàm toàn phương của công suất tác dụng của các nguồn. Các hệ số tổn thất B thật ra phụ thuộc điểm làm việc, do đó khi lấy là hằng số trong quan hệ hàm $P_L(P_g)$ sẽ phạm sai số. Vì thế trong các hệ thống EMS thời thực, xu hướng sẽ là xác định thời thực các hệ số B sau bước lập mô hình thời thực của hệ thống (xem mục 5.11). Trước đây các hệ số này được tính toán ngoại tuyến (off-line) cho nhiều mức phụ tải và được lưu trữ như một cơ sở dữ liệu cho tính toán ED. Ngoài ra mỗi sự kiện đặc biệt như thay đổi của cấu trúc lưới điện hay hư hỏng máy phát điện hoặc thay đổi trong công suất trao đổi liên vùng- trao đổi giữa các hệ thống điện... cũng yêu cầu bộ hệ số B riêng. Do đó khối lượng lưu trữ sẽ là khá nặng nề để bảo đảm hệ số sử dụng phản ánh đúng điều kiện vận hành hiện tại.

Từ hàm toàn phương biểu diễn tổn thất truyền tải sẽ dễ dàng xác định các suất tăng tổn thất và các hệ số phạt đối với mỗi nút nguồn.

7.6.3 Sử dụng lưới điện tương đương REI để tính các hệ số B

Một tiếp cận khác để xác định các hệ số B sử dụng một trong các phép biến đổi tương đương lưới điện được biết dưới tên gọi *tương đương REI* [50]. Phương pháp này chuyển đổi tương đương một số dòng nút trong lưới đến một nút giả duy nhất. Lưới tương đương được xây dựng như sau:

1. Chuyển dòng / công suất nút của các nút muốn rút gọn đến một nút giả R (gọi là nút REI), tức là nút này có công suất:

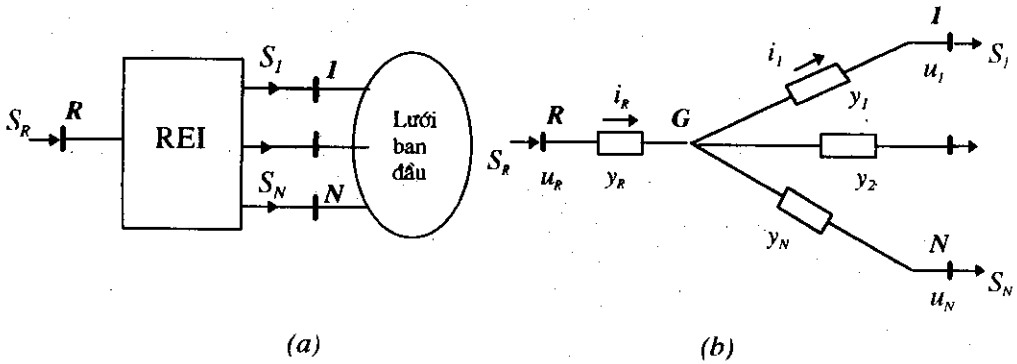
$$S_R = S_1 + S_2 + \dots + S_N \quad (7.35)$$

N là số nút muốn khử (ở đây ta sẽ lấy toàn bộ nút tải).

2. Trạng thái ban đầu của N nút này được bảo toàn bởi việc đưa vào giữa chúng và nút R một lưới thụ động giả, gọi là lưới REI (hình 7.2a).

Đến đây ta có thể nhận xét rằng trên lưới REI tổn thất công suất tổng bằng 0; đó là do điều kiện (7.35) và hình 7.2a. Do đó tổn thất tổng trên toàn bộ lưới tương đương vẫn bằng tổn thất trên lưới điện ban đầu (và sẽ tính bằng tổng công suất nút theo công thức (7.23)(7.24)).

Giả sử S_k, u_k là trạng thái ban đầu (giả thiết đã biết) ở các nút cần khử, thế thì lưới điện hình sao ở hình 7.2b sẽ thoả mãn điều kiện của một lưới REI với hằng điện áp nút G $u_G=0$ (ta cũng có thể gán một điện áp nào đó cho nút giả G) và các tổng dẫn nhánh cho bởi:



Hình 7.2

$$\begin{aligned} y_k &= -i_k / u_k = -S_k^* / |u_k|^2 \quad k = 1, \dots, N \\ y_R &= i_R / u_R = S_R^* / |u_R|^2 \end{aligned} \quad (7.36)$$

trong đó điện áp nút R :

$$u_R = S_R / i_R^* = \sum_k S_k / \sum_k i_k^* = \sum_k u_k i_k^* / \sum_k i_k^* \quad (7.37)$$

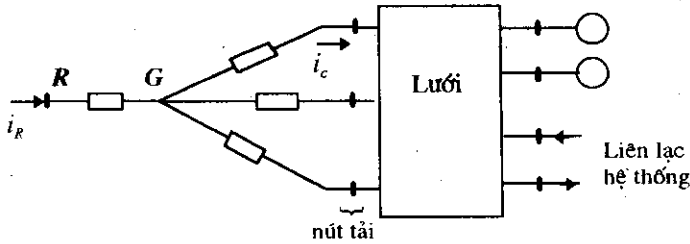
Các công thức (7.35) (7.37) cho ta thấy ý nghĩa vật lí của nút giả R .

Bây giờ trên lưới điện tương đương, N nút nối trên có dòng nút bằng 0 có thể được khử bởi phương pháp khử Gauss.

Để áp dụng cho bài toán đang xét (tính toán các hệ số B), ta sẽ xây dựng tương đương REI cho tất cả các nút phụ tải (kí hiệu i_c) để khử các nút này. Các nút giữ lại

gồm nhà máy điện hoặc nút trao đổi công suất với hệ thống điện ngoài (kí hiệu i_g). Quá trình gồm các giai đoạn như sau.

Lưới REI được ghép vào các nút tải cho ta lưới mới như hình 7.3. Lưới này ứng với một điểm làm việc đã biết của hệ thống. Phương trình nút của lưới được phân khối như sau:



Hình 7.3

$$\begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_c \\ u_G \\ u_g \\ u_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ i_g \\ i_R \end{pmatrix} \quad (7.38)$$

Khử các nút tải và nút G có dòng bằng 0 (như ở mục 2.5), ta có:

$$\underbrace{(Y_{22} - Y_{21} Y_{11}^{-1} Y_{12})}_{Y_r} \begin{pmatrix} u_g \\ u_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_g \\ i_R \end{pmatrix} \quad (7.39)$$

trong đó đã gọi Y_r là ma trận tổng dẫn nút của lưới tương đương gồm các nút g và nút REI.

Như đã nhận xét tổn thất trong lưới này vẫn bằng tổn thất trong lưới ban đầu, do đó ta tính theo các công thức (7.23), (7.24):

$$P_L = \text{Re} \left[\begin{pmatrix} u_g^T & u_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_g^* \\ i_R^* \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} i_g^T & i_R \end{pmatrix} R_r \begin{pmatrix} i_g^* \\ i_R^* \end{pmatrix} \quad (7.40)$$

với R_r là phần thực của ma trận $Z_r = Y_r^{-1}$. Từ công thức này dễ dàng suy ra các hệ

số B theo các phần tử của ma trận R_r . Trước hết ta có thể xác định Y_r theo (7.39) trong đó phải nghịch đảo ma trận Y_{11} có kích thước bằng số nút tải (lớn) nhưng rất thưa. Tiếp theo phải nghịch đảo ma trận (đầy) Y_r có kích thước nhỏ để xác định Z_r và R_r . Mặt khác nếu gọi Z là ma trận tổng trở nút của lưới điện hình 7.3, được phân khối tương tự như Y trong (7.38), thì ta có thể chứng minh được ma trận con Z_{22} của Z chính bằng Z_r :

$$Z_{22} = Y_r^{-1} = Z_r \quad (7.41)$$

Do đó nếu tính được ma trận tổng trở nút của lưới mở rộng hình 7.3 thì ma trận con ứng với các nút nguồn và nút R sẽ chính bằng ma trận tổng trở nút của lưới điện rút gọn.

Cuối cùng cần nhắc lại rằng lưới điện rút gọn tương đương phụ thuộc vào điểm làm việc của hệ thống.

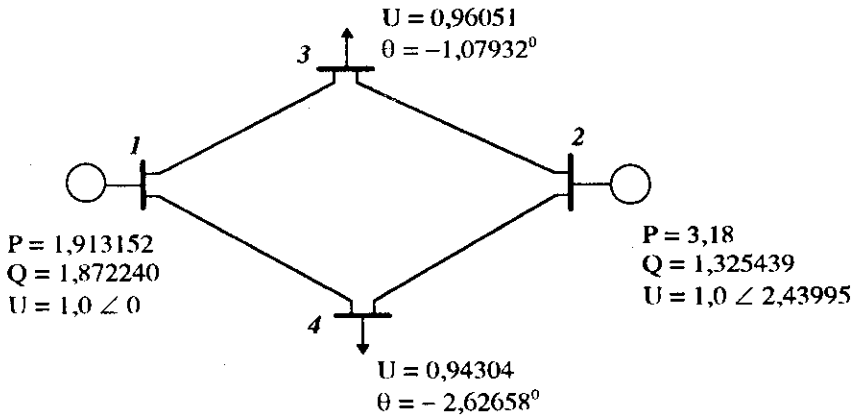
7.7 Thí dụ ⁽¹⁾

Hệ thống điện 4 nút (hình 7.4) có thông số nút - nhánh cho ở bảng sau đây trong đơn vị tương đối với cơ sở 230 KV, 100 MVA.

Đường dây	R	X	Sun B	Nút	Phát		Tải	
					P	$U \angle \theta$	P	Q
1 - 3	0,01008	0,0504	0,1025	1		$1 \angle 0$		
1 - 4	0,00744	0,0372	0,0775	2	3,18	1		
2 - 3	0,00744	0,0372	0,0775	3			2,20	1,3634
2 - 4	0,01272	0,0636	0,1275	4			2,80	1,7352

Kết quả giải tích chế độ cho trên hình 7.4 gồm điện áp và công suất nút (trong đơn vị tương đối nói trên).

⁽¹⁾ Thí dụ dựa theo [6]



Hình 7.4

Tính toán các hệ số B:

Ta sẽ dùng phương pháp ở mục 7.6.2 để tính các hệ số này.

Biểu diễn mỗi đường dây bởi sơ đồ hình Pi với tổng trở dọc và sun điện dung nối đất, ta lập được ma trận tổng trở nút với nút cơ sở là đất:

$$R = \begin{pmatrix} 2,911963 & -1,786620 & -0,795044 & -0,072159 \\ & 2,932995 & -0,072159 & -1,300878 \\ & & 2,911963 & -1,786620 \\ \text{đối xứng} & & & 2,932995 \end{pmatrix} 10^{-3}$$

$$X = \begin{pmatrix} -2,582884 & -2,606321 & -2,601379 & -2,597783 \\ & -2,582784 & -2,597783 & -2,603899 \\ & & -2,582884 & -2,606321 \\ & & & -2,582784 \end{pmatrix}$$

Chế độ làm việc đang xét có:

$$I_3 = \frac{P_3 - jQ_3}{U_3^*} = \frac{-2,2 + j1,3634}{0,9605 \angle 1,07932} = 2,694641 \angle 147,1331^\circ$$

$$I_4 = \frac{P_4 - jQ_4}{U_4^*} = \frac{-2,8 + j1,7352}{0,94304 \angle 2,62658} = 3,493043 \angle 145,5863$$

Từ đó xác định các hệ số tải và các đại lượng t_1 t_2 :

$$c_3 = I_3 / (I_3 + I_4) = 0,435473 + j0,006637$$

$$c_4 = I_4 / (I_3 + I_4) = 0,564527 - j0,006637$$

$$t_1 = Z_{11} / (c_3 Z_{13} + c_4 Z_{14}) = 0,993664 + j0,001259$$

$$t_2 = Z_{12} / (c_3 Z_{13} + c_4 Z_{14}) = 1,002681 - j0,000547$$

Ma trận **C** theo (7.27):

$$C = (C_1 \ C_0) =$$

$$= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,432705 - j0,007143 & -0,436644 - j0,006416 & -0,432705 - j0,007143 & \\ -0,560958 + j0,005884 & -0,566037 + j0,006964 & -0,560958 + j0,005884 & \end{array} \right)$$

(C_1 là ma trận kích thước 4×2 , cột ứng với nhà máy điện, C_0 là cột 4 phân tử).

$$I_{C0} = -U_1 / Z_{11} = (1,0 + j0,0) / (0,002912 - j2,582884) = -0,000436 - j0,387164$$

Giả thiết rằng $\cos \varphi$ của các nhà máy điện là không đổi, ta tính các hệ số α theo (7.28) còn $\beta=0$:

$$s_1 = \tan \varphi_1 = Q_1 / P_1 = 1,872240 / 1,913152 = 0,978615$$

$$s_2 = \tan \varphi_2 = Q_2 / P_2 = 1,325439 / 3,18 = 0,416805$$

$$\alpha_1 = (1 - js_1) / U_1^* = 1,0 - j0,978615$$

$$\alpha_2 = (1 - js_2) / U_2^* = 1,016836 - j0,373855$$

Bây giờ ta có thể tính ma trận **H** như sau: Trước tiên thực hiện các phép nhân ma trận để có:

$$C_1^T R C_1^* = \begin{pmatrix} 4,282185 & -0,030982 - j0,010638 \\ -0,030982 + j0,010638 & 5,080886 \end{pmatrix} 10^{-3}$$

(ma trận Hermit, do đó chỉ cần tính toán một phần tam giác trên hoặc dưới).

$$\mathbf{C}_1^T \mathbf{R} \mathbf{C}_0^* = \begin{pmatrix} 0,985724 - j0,005255 \\ 1,367642 + j0,006039 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C}_0^T \mathbf{R} \mathbf{C}_0^* = 0,601225$$

Từ đó $\mathbf{H}$ tính theo (7.31):

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} \mathbf{C}_1^T \mathbf{R} \mathbf{C}_1^* \begin{pmatrix} \alpha_1^* \\ \alpha_2^* \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 8,383183 & -0,049448 + j0,004538 \\ -0,049448 - j0,004538 & 5,963568 \end{pmatrix} 10^{-3} \end{aligned}$$

(ma trận Hermit)

Vectơ $\mathbf{h}$ và phần tử H_{00} tính theo công thức:

$$\mathbf{h} = \alpha (\mathbf{C}_1^T \mathbf{R} \mathbf{C}_0^*) I_{C_0}^* = \begin{pmatrix} 0,375082 + j0,380069 \\ 0,194971 + j0,539511 \end{pmatrix} 10^{-3}$$

$$H_{00} = I_{C_0} (\mathbf{C}_0^T \mathbf{R} \mathbf{C}_0^*) I_{C_0}^* = 0,090121$$

Sau cùng các hệ số tổn thất $\mathbf{B}$ xác định theo phần thực của $\mathbf{H}$, $\mathbf{h}$ và H_{00} bởi (7.33). Ta xếp các hệ số này trong ma trận đối xứng sau:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{b} \\ \mathbf{b}^T & B_{00} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8,383183 & -0,049448 & 0,375082 \\ & 5,963568 & 0,194971 \\ & & 0,090121 \end{pmatrix} 10^{-3}$$

Các hệ số này là chính xác đối với điểm làm việc đang xét; ta có thể kiểm tra bằng cách tính tổn thất truyền tải theo (7.34) và so sánh với kết quả giải tích chế độ (hay đánh giá trạng thái) đã cho:

$$P_L = (1,913152 \quad 3,18) \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1,913152 \\ 3,18 \end{pmatrix} + 2(B_{10} \quad B_{20}) \begin{pmatrix} 1,913152 \\ 3,18 \end{pmatrix} + B_{00} = 0,09315$$

Giá trị này trùng với giá trị tổn thất tính theo công suất nút $P_L = \sum P_k = P_1 + P_2 - P_3 - P_4$ trong đó P_3, P_4 đã cho, P_1, P_2 là kết quả của giải tích chế độ.

Tính toán phân bố tối ưu công suất :

Bây giờ sử dụng thuật toán đã cho ở cuối mục 7.5, chúng ta sẽ xác định phân bố công suất tối ưu tại điểm làm việc đang xét, tức là với phụ tải tổng $P_C = 2,20 +$

2,80 = 5,00 = 500 MW. Biết rằng đặc tính suất tăng chi phí nhiên liệu của hai nhà máy điện được cho như sau:

$$\lambda_1 = df_1/dP_1 = 0,0080 P_1 + 8,0 \quad (\text{USD/MWh})$$

$$\lambda_2 = df_2/dP_2 = 0,0096 P_2 + 6,4 \quad (\text{USD/MWh})$$

tức là như trong thí dụ ở cuối mục 7.4.

Bước 1: Lấy một xấp xỉ cho λ : Dựa theo tính toán phân bố tối ưu khi không xét tổn thất truyền tải ở cuối mục 7.4 tại giá trị $P_C = 500$ MW, ta lấy $\lambda^{(1)} = 9,454545$.

Bước 2: Lập hệ phương trình tuyến tính (7. 21):

$$\frac{df_k / dP_k}{\lambda} = 1 - \partial P_L / \partial P_k \quad k = 1, 2$$

$$\partial P_L / \partial P_1 = 2B_{11}P_1 + 2B_{12}P_2 + 2B_{10}$$

$$\partial P_L / \partial P_2 = 2B_{22}P_2 + 2B_{21}P_1 + 2B_{20}$$

$$df_1/dP_1 = a_1P_1 + b_1$$

$$df_2/dP_2 = a_2P_2 + b_2$$

do đó phương trình đối với nhà máy 1 có dạng:

$$(a_1P_1 + b_1) / \lambda = 1 - 2B_{11}P_1 - 2B_{12}P_2 - 2B_{10}$$

hay:

$$\left(\frac{a_1}{\lambda} + 2B_{11} \right) P_1 + 2B_{12}P_2 = 1 - 2B_{10} - \frac{b_1}{\lambda} \quad (7.42)$$

Tương tự có phương trình cho nhà máy 2.

Thay số chú ý rằng nếu P tính theo đơn vị tương đối thì a_1 và a_2 cũng phải qui đổi theo:

$$\begin{aligned} \left(\frac{0,8}{\lambda} + 2 \times 8,383183 \times 10^{-3} \right) P_1 - 2 \times 0,049448 \times 10^{-3} P_2 &= 1 - 2 \times 0,375082 \times 10^{-3} - \frac{8}{\lambda}; \\ -2 \times 0,049448 \times 10^{-3} P_1 + \left(\frac{0,96}{\lambda} + 2 \times 5,963568 \times 10^{-3} \right) P_2 &= 1 - 2 \times 0,194971 \times 10^{-3} - \frac{6,4}{\lambda} \end{aligned}$$

Lưu ý rằng hệ phương trình tuyến tính (7.42) có ma trận đối xứng và chỉ có λ thay đổi trong quá trình lặp:

$$\begin{pmatrix} \frac{0,8}{\lambda} + 16,766366 \times 10^{-3} & -0,098896 \times 10^{-3} \\ -0,098896 \times 10^{-3} & \frac{0,96}{\lambda} + 11,927136 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,999250 - \frac{8}{\lambda} \\ 0,999610 - \frac{6,4}{\lambda} \end{pmatrix} \quad (7.43)$$

Giải hệ phương trình này dẫn đến:

$$P_1^{(1)} = 1,512870 \quad P_2^{(1)} = 2,845238$$

Bước 3: Thay xấp xỉ vừa tính của P_1 và P_2 vào hàm toàn phương của P_L , tính được $P_L^{(1)} = 0,069373$

Kiểm tra điều kiện cân bằng công suất:

$$P_C + P_L^{(1)} - (P_1^{(1)} + P_2^{(1)}) = 5,069373 - 4,358108 = 0,711265 > \varepsilon = 10^{-6}$$

Bước 4: Hiệu chỉnh λ theo:

$$\Delta\lambda^{(1)} = \frac{\lambda^{(1)} - \lambda^{(0)}}{(P_1^{(1)} + P_2^{(1)}) - (P_1^{(0)} + P_2^{(0)})} [P_C + P_L^{(1)} - P_1^{(1)} - P_2^{(1)}]$$

Tại bước lặp đầu tiên này xem $\lambda^{(0)} = 0$ và $P_1^{(0)} = P_2^{(0)} = 0$ ta có:

$$\Delta\lambda^{(1)} = \frac{9,454545}{4,358108} 0,711265 = 1,543035$$

$$\lambda^{(2)} = \lambda^{(1)} + \Delta\lambda^{(1)} = 10,99758$$

Trở lại giải hệ phương trình (7.43) với $\lambda^{(2)}$.

Quá trình lặp hội tụ với độ chính xác yêu cầu rất cao $\varepsilon = 10^{-6}$, kết quả là:

$$\lambda = 9,839863 \quad \text{USD/MWh}$$

$$P_1 = 190,2204 \quad \text{MW}$$

$$P_2 = 319,1015 \quad \text{MW}$$

$$P_L = 9,321914 \quad \text{MW}$$

Tại chế độ tối ưu ta có thể tính suất tăng chi phí riêng của mỗi nhà máy là:

$$\lambda_1 = df_1/dP_1 = 9,521763 \quad \text{USD/MWh}$$

$$\lambda_2 = df_2/dP_2 = 9,463374 \quad \text{USD/MWh}$$

Suất tăng tổn thất truyền tải:

$$\partial P_L / \partial P_1 = 0,032328$$

$$\partial P_L / \partial P_2 = 0,038261$$

Tuy suất tăng chi phí ở nhà máy 2 vẫn còn nhỏ hơn, nhưng suất tăng tổn thất truyền tải đối với nhà máy này lại lớn hơn, tức là hệ số phạt L_2 lớn, do đó nó không được chia thêm phụ tải nữa (ta có tại điểm tối ưu $L_1\lambda_1 = L_2\lambda_2$).

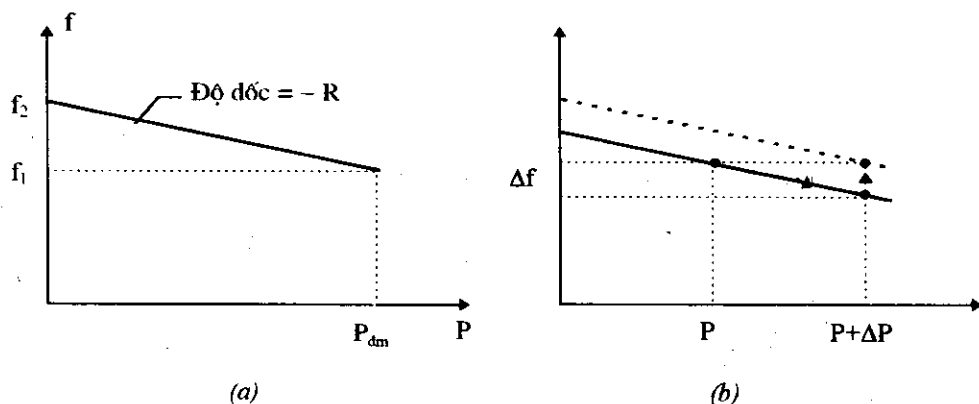
Như đã nhận xét về thuật toán này, giá trị phân bố công suất xác định ở giai đoạn 2 của mỗi bước lặp là phân bố tối ưu đối với một mức tải nào đó, có thể xác định từ phương trình cân bằng công suất. Cụ thể ở bước lặp đầu tiên, phân bố công suất $P_1 = 151,287$ MW và $P_2 = 284,5238$ MW là tối ưu đối với mức tải $P_C = P_1 + P_2 - P_L = 428,8735$ MW.

7.8 Hệ thống tự động điều khiển phát điện (AGC)

Chức năng điều độ kinh tế hay OPF sẽ được thực hiện thông qua *hệ thống tự động điều khiển phát điện (AGC: Automatic Generation Control)*. Trong mục này sẽ giới thiệu về các cấp độ điều khiển công suất phát trong hệ thống này.

7.8.1 Đặc tính điều tốc của các máy phát điện

Mức điều khiển công suất sơ cấp nhất được thực hiện riêng rẽ đối với mỗi tổ máy phát điện bởi *thiết bị điều tốc (Speed Governor)* gắn với turbine-máy phát.



Hình 7.5

Thiết bị này điều chỉnh liên tục cửa hơi hoặc nước cung cấp cho turbine để điều chỉnh công suất tổ máy theo sự thay đổi tốc độ-tần số của hệ thống. Mục tiêu là giữ tốc độ-tần số ở một mức ổn định nào đó khi có sự thay đổi phụ tải điện. Đặc tính điều chỉnh tốc độ-công suất của bộ điều tốc tổ máy như ở trên hình 7.5a, tức là có một sự sụt tốc độ-tần số nào đó khi phụ tải tăng.

Độ dốc của đường đặc tính đo bởi độ sụt tần số khi phụ tải tăng từ 0 tới định mức:

$$R = \frac{f_2 - f_1}{P_{dm}} \quad (\text{Hz} / \text{MW}) \quad (7.44)$$

Nếu sử dụng đơn vị tương đối cho tần số và công suất, ta có độ dốc đặc tính điều chỉnh trong đơn vị tương đối:

$$R_u = \frac{(f_2 - f_1) / f_R}{P_{dm} / S_R} \quad (\text{p.u}) \quad (7.45)$$

trong đó kí hiệu f_R và S_R là tần số cơ sở và công suất cơ sở.

Với giả thiết độ dốc của đặc tính điều chỉnh là không đổi, ta có thể xác định số gia tần số Δf đối với một số gia công suất ΔP :

$$\Delta f = -R \cdot \Delta P = -\left(R_u \frac{f_R}{S_R}\right) \Delta P \quad (\text{Hz}) \quad (7.46)$$

Khi có nhiều máy phát làm việc song song, một số gia phụ tải tổng ΔP sẽ dẫn đến một số gia tần số duy nhất trong hệ thống và độ dốc đặc tính điều tốc của mỗi máy phát k sẽ xác định phần đóng góp của nó vào ΔP :

$$\Delta P_k = -\frac{\Delta f}{R_k} = -\frac{S_{Rk}}{R_{uk}} \cdot \frac{\Delta f}{f_R} \quad (7.47)$$

Để xác định Δf theo ΔP , ta viết:

$$\Delta P = \sum \Delta P_k = -\left(\sum \frac{1}{R_k}\right) \Delta f = -\left(\frac{S_{Rk}}{R_{uk}}\right) \frac{\Delta f}{f_R}$$

do đó độ thay đổi tần số hệ thống là:

$$\Delta f = - \frac{\Delta P}{\sum \frac{1}{R_k}} \quad (\text{Hz})$$

$$\frac{\Delta f}{f_R} = - \frac{\Delta P}{\sum \frac{S_{Rk}}{R_{uk}}} \quad (p.u.) \quad (7.48)$$

và ta có từ (7.47):

$$\Delta P_k = \frac{1/R_k}{\sum 1/R_k} \Delta P$$

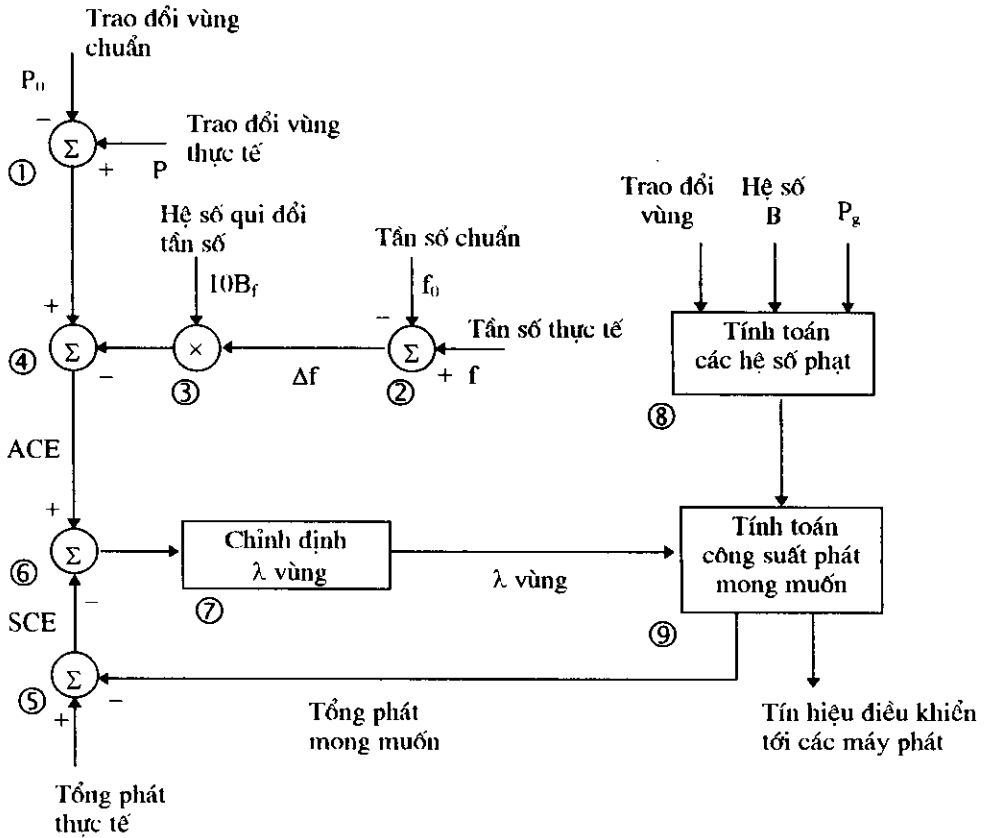
$$\Delta P_k = \frac{S_{Rk} / R_{uk}}{\sum S_{Rk} / R_{uk}} \Delta P \quad (7.49)$$

Như vậy bộ điều tốc của các máy phát giúp ổn định tần số hệ thống, tuy nhiên không thể duy trì được tần số không đổi khi phụ tải thay đổi. Để làm việc này, một tác động *điều khiển phối hợp* sẽ được cung cấp bởi hệ thống AGC từ trung tâm điều khiển hệ thống tối thiểu cả hay một số máy phát để *thay đổi điểm đặt* của bộ điều tốc, do đó tiếp tục thay đổi công suất các tổ máy. Việc thay đổi này có thể minh họa như việc dịch chuyển đường đặc tính tốc độ-công suất như trên hình 7.5b. Thông qua tác động điều khiển của AGC, tần số trong hệ thống sẽ được khôi phục, đồng thời các máy phát cũng được phân tải theo mong muốn.

7.8.2 Hệ thống AGC

Ta biết rằng các hệ thống điện thường được hợp nhất thông qua các đường dây liên lạc, gọi là đường dây liên vùng hay liên hệ thống (tie-line interconnections). Vai trò của các đường dây này là để cho phép các hệ thống điện lân cận phối hợp với nhau bảo đảm sự làm việc kinh tế trong chế độ bình thường và hỗ trợ lẫn nhau trong trường hợp xảy ra sự cố. Việc phối hợp này được thực hiện bởi mỗi trung tâm điều khiển vùng ứng với mỗi hệ thống điện, thường cũng được coi là một *vùng điều khiển (control area)*. Mỗi vùng như vậy ngoài trách nhiệm bảo đảm đáp ứng cho phụ tải trong vùng, thực tế thay đổi thường xuyên, còn phải cố gắng duy trì sự trao đổi công suất-năng lượng đã được hoạch định trước với các vùng láng giềng. Điều đó dẫn đến hai thông số cần phải kiểm soát bởi các trung tâm điều khiển (ECC: Energy Control Center) là tần số hệ thống và dòng công suất trao đổi liên vùng. Một thông số tổng hợp gọi là *sai số điều khiển vùng (ACE: Area Control Error)* biểu diễn phối hợp độ lệch tần số và độ lệch công suất trao đổi liên vùng so với giá trị qui định. Chính hệ thống AGC của vùng sẽ có trách nhiệm khử sai số ACE bởi một chiến lược điều khiển tối ưu nào đó đối với các máy phát thuộc vùng.

Từ các trình bày ở trên, ta có thể khái quát các chức năng của hệ thống AGC như sau:



Hình 7.6

- Hấp thụ các thay đổi của phụ tải riêng của vùng
- Duy trì trao đổi liên vùng đã hoạch định
- Bảo đảm điều độ kinh tế các nguồn của vùng
- Phối hợp bảo đảm tần số của hệ thống hợp nhất

Hình 7.6 biểu diễn một sơ đồ nguyên lý chính của hệ thống AGC [6]. Sơ đồ này sẽ mô tả logic của quá trình điều khiển thời thực của hệ thống, mà những nguyên tắc điều khiển đã được trình bày trong các phần trên.

Sai số điều khiển vùng thu được ở đầu ra của khâu số 4 theo biểu thức:

$$ACE = (P - P_0) - 10 B_f (f - f_0) \quad (\text{MW}) \quad (7.50)$$

trong đó P và P_0 là tổng công suất trao đổi vùng thực tế và chuẩn (theo kế hoạch), f và f_0 là tần số thực tế và chuẩn (ví dụ tần số định mức 50 Hz), B_f là một hệ số qui đổi độ lệch tần số, thứ nguyên MW/0,1 Hz và có giá trị âm; nó nhân với $10 \Delta f$ để cho đại lượng thứ nguyên công suất $10 B_f \Delta f$ là độ lệch tần số qui đổi (*Frequency Bias*). Ghi nhận rằng giá trị của ACE tổng hợp độ lệch trao đổi vùng và độ lệch tần số. Giá trị của P và P_0 lấy dấu dương khi tổng công suất trao đổi là đi ra khỏi vùng (bán điện). Kết hợp với hệ số $B_f < 0$ nên ta thấy chẳng hạn giá trị ACE sẽ càng âm khi càng có $P < P_0$ (xuất thiếu) và $f < f_0$ (tần số thấp); hai yếu tố này được cộng với nhau một cách hợp lí và trị số ACE sẽ qui định tác động điều khiển cần thực hiện.

Vì ACE biểu diễn một tình trạng “mất cân bằng công suất” của vùng, ta sẽ dùng nó để chỉnh định đại lượng λ vùng như trong thuật toán điều độ kinh tế nêu ở cuối mục 7.5 và ở thí dụ 7.7. Các khâu 8,9 là tính toán điều độ kinh tế trên cơ sở định hướng điều khiển đã xác định bởi ACE và khâu 7.

Khâu số 5 tính toán đại lượng SCE (Station Control Error) đặc trưng cho độ sai lệch / chậm trễ giữa quyết định điều khiển và thực tế thực hiện. Đại lượng này được trừ vào trị số ACE như là một tác động cản dọi dao động điều khiển.

Đầu ra của hệ thống cho các tín hiệu tăng/giảm công suất gửi đến mỗi máy phát được điều khiển của vùng.

Tài liệu tham khảo

1. Y. WALLACH, *Calculations and Programs for System Networks*, Prentice Hall, Inc. 1986
2. GEORGE L. KUSIC, *Computer- Aided Power Systems Analysis*, Prentice Hall, 1986
3. J. ARRILLAGA, C. P. ARNOLD, B. J. HARKER, *Computer Modeling of Electrical Power Systems*, John Wiley & Sons Ltd., 1983
4. G.T. HEYDT, *Computer Analysis Methods for Power Systems*, Macmillan Publishing Company, Collier Macmillan Publishers, 1986
5. ALLEN J. WOOD, BRUCE F.WOLLENBERG, *Power Generation, Operation and Control*, John Wiley & Sons, 1984.
6. JOHN J. GRAINGER, WILLIAM D. STEVENSON JR., *Power System Analysis*, Mc Graw - Hill. 1994
7. ĐẶNG NGỌC DINH, NGÔ HỒNG QUANG, TRỊNH HÙNG THÁM, TRẦN BÁCH, NGUYỄN HỮU KHÁI , *Hệ thống điện*, NXB Đại học và Trung học chuyên nghiệp, 1982.
8. J. STOER, R. BULIRSCH, *Introduction to Numerical Analysis*, Springer Verlag 1980
9. P. LASCAUX, R. THEODOR, *Analyse Numerique Matricielle Appliquee a l'Art de l'Ingenieur*, Masson 1986
10. M. SIBONY, J-C MARDON, *Systemes Lineaires et Non Lineaires*, Hermann 1982
11. VINCENT DEL TORO, *Principles of Electrical Engineering*, Prentice Hall of India, 1977
12. V.H. QUINTANA, N. MULLER, *Studies of Load flow Methods in Polar & Rectangular Coordinates*, Electric Power Systems Research, 20 (1991) 225 - 235

13. L. HOLTEN, A. GJELSVIK, S. AAM, FELIX F. WU, WEN-HSIUNG E. LIU, *Comparison of Different Methods for State Estimation*, IEEE Trans on Power Systems, Vol 3, No 4, 11/1988
14. A. BOSE, KEVIN A. CLEMENT, *Real - Time Modelling of Power Networks*, Proc of the IEEE Vol. 75, No 12, 12/1987
15. R. KIDNER, A. BOSE, *Effects on State Estimation of Time Skew Errors in Inter-Utility Data Exchange*, Electric Power Systems Research, 22 (1991) 165 - 171
16. K.L. LO, M.M. SALEM, R.D. MC COLL, A.M. MOFFATT, *Two- Level State Estimation for Large Power System*, IEE Proc. Vol 135, Pt. C, No 4 7/1988
17. LOUIS S. VANSLYCK, JOHN J. ALLEMONG, *Operating Experience with the AEP State Estimator*, IEEE Trans. on P.S Vol 3, No 2, 5/1988
18. A. MONTICELLI, FELIX F. WU, *Observability Analysis for Orthogonal Transformation Based State Estimation*, IEEE Trans on P.S, Vol.1, No1, 2/1986
19. N. SINGH, H. GLAVITSCH, *Detection and Identification of Topological Errors in On-Line Power System Analysis*, IEEE Trans on P.S, Vol.1, No1, 2/1991
20. M. HANMANDLU, G.DURGA PRASAD, S.C. TRIPATHY, *Decoupled Internal State Estimation Using External System Equivalents*, Electrical Power and Energy Systems Vol 9 No1 1/1987
21. SAROSH N.TALUKDAR, FELIX F.WU, *Computer Aided Dispatch for Electric Power Systems*, Proc. of the IEEE Vol 69, No 10, 10/1981
22. F.C. SCHWEPPE, J. WILDES, *Power System Static State Estimation, Part I : Exact Model*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 89, No 1, 1/1970
23. R.D. MASIELLO, F.C. SCHWEPPE, *A Tracking Static State Estimator*, IEEE Trans. on PAS, Vol 90, 5-6 /1971
24. HYDE M. MERRILL, F.C. SCHWEPPE, *Bad Data Suppression in Power Static State Estimation*, IEEE Trans. on PAS, 11-12/1971
25. E. HANDSCHIN, F.C. SCHWEPPE, J. KOHLAS, A. FIECHTER, *Bad Data Analysis for Power System State Estimations*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 94, No 2 3-4/1975
26. A.MONTICELLI, A. GARCIA, *Reliable Bad Data Processing for Real Time State Estimation*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 102, No. 5, 5/1983
27. *Equivalents Exterieurs Statiques et Dynamiques*, Rapport de Synthese, Groupe de Travail 02 du Comite d'Etude 38, Electra No. 134 2/1991, No. 135 4/1991

28. S. DECKMANN, A. PIZZOLANTE, A. MONTICELLI, B. STOTT, O. ALSAC, *Studies on Power System Load Flow Equivalencing*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 99, No.6, 11-12/1980
29. F.F. WU, A. MONTICELLI, *Critical Review of External Network Modeling for On-Line Security Analysis*, Elect. Power & Energ. Syst., 10/1983
30. A. BOSE, *Modeling of External Network for On-Line Security Analysis*, IEEE Trans. on PAS, Vol.103, No.8, 8/1984
31. A. BOSE, *The Effects of External Modeling Errors on On-Line Security Analysis*, IEEE Trans. on PS, Vol.1, No.1, 2/1986
32. P. SANDERSON, R. CURTIS, D. ATHOW, C.N. LU, K.C. LIU, C. LETTER, *Real Time Complete Model Estimation for Contingency Study: Field Experience*, IEEE Trans. on PS, Vol.6, No.4, 11/1991
33. B. STOTT, O. ALSAC, A. MONTICELLI, *Security Analysis and Optimization*, IEEE Proc., Vol.75, No.2, 12/1987
34. J. CARPENTIER, G. COTTO, *Modern Concepts for Security Control in Electric Power Systems*, CIGRE-IFAC Symposium 39-83, 1983
35. M. BENAHMED, *Analyse de Securite des Reseaux Electriques par la Methode des Indices de Performance. Application au Reseau Francais Tres Haute Tension*, These de Docteur INPG, 1991
36. M. HUNEAULT, F.D. GALIANA, *A Survey of the Optimal Power Flow Literature*, IEEE Trans. on PS, Vol.6, No.2, 5/1991
37. W.F. TINNEY, J.W. WALKER, *Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization*, Proc. IEEE, Vol. 55, No11, Nov 1967
38. J.B. WARD, *Equivalent Circuit for Power Flow Studies*, AIEE Trans. Vol. 68, 1949
39. STOTT, *Decoupled Newton Load Flow*, IEEE Trans. Power Apparatus and System, PAS-91, 9-10/1972.
40. STOTT AND O. ALSAC, *Fast Decoupled Load Flow*, IEEE Trans. Power Apparatus and System, PAS-93, 5-6/1974.
41. T.E. DY LIACCO, *The adaptive reliability control system*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 86, 5/1967.
42. SCHLUETER, J.E. SEKERKE, A.G. COSTI, *Improved Contingency Measures for Operation & Planning Application*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 4, No. 4, 10/1989.

43. R.G. WASLEY, M. DANESHDOOT, *Identification & Ranking of Critical Contingencies in Dependant Variable Space*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 102, No. 4, 4/1983.
44. J. CARPENTIER, *Contribution à l'étude du dispatching économique*, Bull. Soc. Française Electriciens, Vol. 3, 8/1962
45. H.W. DOMMEL, W.F. TINNEY, *Optimal Power Flow Solutions*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 87, 10/1968
46. M.J. STEINBERG, T.H. SMITH, *Economy Loading of Power Plants & Electric Systems*, New York, 1943.
47. L.K. KIRCHMAYER, *Economic Control of Interconnected Systems*, New York, 1959.
48. A.F. GLIMN, L.K. KIRCHMAYER, G.W. STAGG, *Analysis of Losses in Interconnected Systems*, AIEE Trans. , Vol.71, 1952.
49. H.W. HALE, *Power Losses in Interconnected Transmission Networks*, AIEE Trans. , Vol.71, 1952.
50. P. DIMO, *Analyse nodale des reseaux d'énergie*, Eyrolles, 1971.

Chịu trách nhiệm xuất bản: PGs.PTs. TÔ ĐĂNG HẢI

Biên tập: NGUYỄN ĐĂNG, NGỌC KHUÊ

Sửa bản in: VĂN CẨM, XUÂN KHÔI

Vẽ bìa: HƯƠNG LAN

In 1500 cuốn tại Công ty in Hàng không

Giấy phép xuất bản số 451-74-9/8/2000

In xong và nộp lưu chiểu tháng 9/2000

