

Mô hình hóa và mô phỏng cần cầu treo

Modelling and simulation of gantry crane

Nguyễn Thị Việt Hương
CD Công nghiệp Thái Nguyên
huongnv.ccb@moet.edu.vn

Đào Phương Nam
Đại học Bách khoa Hà Nội
nam.daophuong@hust.edu.vn

Nguyễn Doãn Phước
Đại học Bách khoa Hà Nội
phuoc.nguyendoan899@gmail.com

Tóm tắt: Để có thể nâng cao được chất lượng điều khiển cần cầu treo, cần thiết phải có mô hình toán đủ chính xác mô tả nó. Bài báo này trình bày mô hình phi tuyến các loại cần cầu treo khác nhau, từ 2D tới 3D và từ loại đơn giản có 1 tín hiệu vào đến loại có nhiều tín hiệu vào. Những mô hình cần cầu treo của bài báo đều được chuẩn hóa chung các biến trạng thái, giúp cho chúng có được tính thống nhất trong áp dụng các phương pháp điều khiển sau này.

Từ khóa: Cầu treo; Cầu giàn; Phương trình Euler-Lagrange; Hệ thiếu cơ cấu chấp hành.

Abstract: To improve control performance of gantry cranes are needed sufficient precise mathematical models. This article presents various nonlinear models of gantry cranes, such as 2D or 3D model and models of crane with one input or of complicated ones with multi-inputs. All obtained models, undepended on the kind of cranes they describe, have the same definition of states variables, which allows applying of common control method afterwards.

Keywords: Gantry cranes; Overhead cranes; Euler-Lagrange equation; Underactuated systems.

1. Đặt vấn đề

So với nhiều chủng loại cần cầu khác nhau như cầu tháp (tower/rotary crane), cầu cánh tay đòn (boom crane)... thì cần cầu (gantry/overhead crane) là loại được sử dụng rất phổ biến trong công nghiệp. Nó được dùng để vận chuyển, bốc dỡ hàng tại các bến cảng, nhà kho. Cầu treo có nhiều dạng khác nhau, từ đơn giản đến phức tạp. Hình H1 là loại cần cầu giàn, loại gặp khá nhiều tại các bến cảng. Nó gồm một xe cần chạy được theo hai chiều trục giao với nhau trong mặt phẳng (x, y) . Lực đẩy được tạo bởi hai động cơ đẩy độc lập với nhau. Trên xe cần còn có một động cơ thứ ba là động cơ dùng để tạo moment quán tính, điều chỉnh độ dài dây buộc hàng phía dưới. Loại cần cầu đơn giản hơn được hiểu là loại mà xe cần hàng chỉ chạy theo một chiều nằm ngang $(x$ hoặc y) bởi một động cơ đẩy. Tất nhiên tính linh hoạt trong bốc dỡ, vận chuyển hàng của loại cần cầu này là kém hơn, song lại tiện ích hơn về nhiều mặt ở những môi trường hẹp, có chiều vận chuyển hàng cố định theo một phương, chẳng hạn như ở các dây chuyền sản xuất trong nhà máy, vị trí chuyển đổi hàng giữa các băng tải trong nhà kho.... Tất cả các loại cần cầu trên đều có tên gọi chung là *gantry crane* (cầu giàn) hay *overhead crane* (cầu treo).

Mặc dù đã xuất hiện từ khá lâu và được dùng rất nhiều trong công nghiệp [13], song vấn đề điều khiển cần cầu treo, cải tiến chất lượng vận chuyển, bốc dỡ hàng, định hướng nhanh, an toàn và chính xác, tiết kiệm

năng lượng, vẫn là bài toán thời sự, cho kể cả tới ngày hôm nay. Hàng năm vẫn có nhiều lời giải cho bài toán điều khiển cần cầu được công bố, tuy vậy tính thích nghi, tính bền vững của những lời giải này là rất hạn chế và ta hoàn toàn có thể khẳng định rằng còn lâu nữa mới có thể có được lời giải hoàn thiện cuối cùng đáp ứng được mọi yêu cầu chất lượng điều khiển đặt ra của bài toán điều khiển cần cầu treo.

Giống như mọi bài toán điều khiển khác, để phân tích được chất lượng hệ thống và thiết kế được bộ điều khiển cho cần cầu cần cầu treo, ta cần phải có mô hình toán của nó. Ứng với mỗi loại cần cầu lại có nhiều mô hình toán khác nhau mô tả nó, trong đó thường sử dụng nhất vẫn là hai loại, mô hình trạng thái và mô hình biến khớp Euler-Lagrange. Cho mỗi loại mô hình sẽ có các phương pháp phân tích và thiết kế bộ điều khiển thích hợp khác nhau.



H1: Cầu treo/cầu giàn

Trong khi số lượng các phương pháp ứng với mô hình trạng thái là khá phong phú, trải khắp các yêu cầu về chất lượng điều khiển khác nhau, song kích thước bộ điều khiển thu được lại khá lớn, thì với mô hình Euler-Lagrange, các phương pháp phân tích và điều khiển thường gọn hơn, nhưng lại chủ yếu tập trung cho lớp hệ đủ cơ cấu chấp hành.

Riêng với hệ cần cầu, mặc dù lại là hệ Euler-Lagrange thiếu cơ cấu chấp hành, song ta vẫn có thể chuyển về bài toán phân tích và điều khiển hệ con, đủ cơ cấu chấp hành trong nó [2],[4],[5], nên có thể nói dạng mô hình Euler-Lagrange ở đối tượng cần cầu cần cầu có ưu thế hơn. Bởi vậy bài báo này sẽ tập trung chủ yếu vào việc xây dựng mô hình Euler-Lagrange, mô phỏng và đánh giá chất lượng của mô hình, cho hệ cần cầu cần cầu.

Cho tới nay cũng đã có nhiều công bố về kết quả mô hình hóa dạng Euler-Lagrange cho hệ cần cầu dưới nhiều hình thức khác nhau, chẳng hạn như ở [9],[12] là mô hình 2 chiều một đầu vào, xấp xỉ tuyến tính, ở [7],[8] là mô hình 3 chiều 2 đầu vào, ở [4] là mô hình

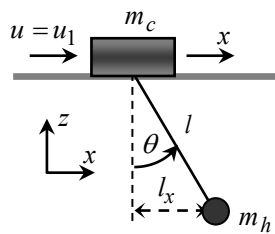
3 chiều 3 đầu vào Tuy nhiên, tất cả các dạng mô hình Euler-Lagrange đó lại không thống nhất với nhau ở việc chọn các biến trạng thái trong hệ cũng như các giả thiết kèm theo cho việc xây dựng mô hình. Do đó mặc dù chúng có thể là tương đương, song việc chuyển đổi từ dạng này sang dạng mô hình khác sẽ gặp khá nhiều khó khăn. Điều này kéo theo hệ quả là những phương pháp phân tích và điều khiển sau này, một khi được xây dựng cho dạng mô hình nào, thì chỉ có thể ứng dụng được đúng cho mô hình đó.

Vì vậy ở bài báo này, chúng tôi đã đặt ra nhiệm vụ là phải xây dựng mô hình Euler-Lagrange cho các loại cầu treo, có thể khác nhau về số chiều chuyển động của cầu hay số các tín hiệu đầu vào, song luôn nhất quán và thống nhất với nhau về các biến trạng thái độc lập quy định trong hệ cũng như những giả thiết được sử dụng trong quá trình xây dựng mô hình.

Khi xây dựng các mô hình thì chúng tôi đã giả thiết các hệ thống dây buộc hàng đều có thể thay bằng một dây cứng, không trọng lượng.

2. Mô hình cầu treo chuyển động theo một phương nằm ngang

Hình H2 là sơ đồ mô tả cấu trúc cơ khí của hệ cầu treo chuyển động theo một phương nằm ngang duy nhất.



H2: Mô hình 2D một phương

Hệ gồm có xe cầu với khối lượng m_c chạy trên một xà đỡ nằm ngang. Lực đẩy $u(t)$ cho xe cầu được lấy từ động cơ, giữ vai trò như một cơ cấu chấp hành. Dưới xe đẩy có một tời quay chính độ dài l của dây cáp buộc hàng. Hàng được nối với xe cầu ở đầu dây cáp có khối lượng là m_h . Khi có lực đẩy u tác động vào xe cầu, xe sẽ chạy trên xà đỡ nằm ngang một quãng đường là x và dưới tác động của lực quán tính trong quá trình chuyển động, hàng buộc ở đầu dây sẽ dao động. Dao động đó của hàng được biểu diễn bằng góc lắc θ giữa dây buộc hàng và phương thẳng đứng z .

2.1 Mô hình 2D một đầu vào

Mô hình 2D được hiểu là mô hình mô tả hệ cầu treo một phương ở hình H1 khi mà dao động của hàng m_h chỉ nằm trong mặt phẳng (x, z) . Tiếp theo, mô hình 2D một đầu vào được hiểu là mô hình 2D của hệ khi chỉ có tác động bởi lực $u_1(t) = u(t)$ vào xe đẩy, còn không quan tâm tới sự thay đổi độ dài l của dây treo hàng trong quá trình điều khiển. Nói cách khác, l là hằng số trong suốt quá trình điều khiển..

Sử dụng ký hiệu x_h, z_h về tọa độ của hàng được chiếu lên trục x và z , ta có (hình H2):

$$\begin{aligned} x_h &= x + l_x = x + l \sin \theta \\ z_h &= -l \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

Ký hiệu tiếp J là moment quán tính của hàng, ta sẽ có hàm mô tả động năng E và thế năng V của hệ như sau:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m_c \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_h \dot{x}_h^2 + \frac{1}{2} m_h \dot{z}_h^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \\ &= \frac{1}{2} (m_c + m_h) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_h (\dot{\theta} l)^2 + m_h \dot{x} \dot{\theta} l \cos \theta + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \\ V &= g m_h z_h = -g m_h l \cos \theta \end{aligned}$$

Từ đây, hàm Lagrange $L = E - V$ cho hệ sẽ là:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \frac{1}{2} (m_c + m_h) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_h (\dot{\theta} l)^2 + m_h \dot{x} \dot{\theta} l \cos \theta + \\ &\quad + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + g m_h l \cos \theta \end{aligned}$$

trong đó:

$$\mathbf{q} = (x, \theta)^T \quad (2)$$

là vector các biến khớp trong hệ.

Áp dụng công thức động lực học Euler-Lagrange [10]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T - \left(\frac{\partial L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = \boldsymbol{\tau} \quad (3)$$

trong đó $\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}}$, $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}}$ là ký hiệu đạo hàm Jacobi của hàm nhiều biến, và vector tín hiệu điều khiển:

$$\boldsymbol{\tau} = (u, 0)^T$$

ta có:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} (m_c + m_h) \dot{x} + m_h \dot{\theta} l \cos \theta \\ m_h \dot{\theta} l^2 + m_h \dot{x} l \cos \theta + J \dot{\theta} \end{pmatrix} + \\ &\quad + \begin{pmatrix} 0 \\ m_h \dot{x} \dot{\theta} l \sin \theta + g m_h l \sin \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (m_c + m_h) \ddot{x} + m_h \ddot{\theta} l \cos \theta - m_h \dot{\theta}^2 l \sin \theta \\ m_h \ddot{x} l \cos \theta - m_h \dot{x} \dot{\theta} l \sin \theta + (m_h l^2 + J) \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \\ &\quad + \begin{pmatrix} 0 \\ m_h \dot{x} \dot{\theta} l \sin \theta + g m_h l \sin \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} m_h + m_c & m_h l \cos \theta \\ m_h l \cos \theta & m_h l^2 + J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \\ &\quad + \begin{pmatrix} 0 & -m_h \dot{\theta} l \sin \theta \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ g m_h l \sin \theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Vậy khi sử dụng ký hiệu:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q}) &= \begin{pmatrix} m_h + m_c & m_h l \cos \theta \\ m_h l \cos \theta & m_h l^2 + J \end{pmatrix} \\ \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \begin{pmatrix} 0 & -m_h l \dot{\theta} \sin \theta \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \mathbf{g}(\mathbf{q}) &= \begin{pmatrix} 0 \\ gm_h l \sin \theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

thì phương trình trên trở thành:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} u \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

với hai ma trận $\mathbf{M}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ thỏa mãn các tính chất:

$$- \mathbf{M}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}^T(\mathbf{q}) > 0 \quad (5)$$

$$- \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) = \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{C}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (6)$$

Nói cách khác, hệ cầu treo chuyển động theo một phương nằm ngang ở hình H1 là hệ Euler-Lagrange có vector của hai biến khớp (2) và một đầu vào, hay (4) là hệ hai bậc tự do và thiếu cơ cấu chấp hành.

2.2 Mô hình 2D hai đầu vào

Xét lại hệ cầu treo chuyển động theo một phương nằm ngang trên xà đỡ cố định mô tả ở hình H2, nhưng bây giờ có hai tín hiệu tác động ở đầu vào là lực $u = u_1$ đẩy xe cầu có khối lượng m_c trên xà đỡ ngang và lực u_2 tạo ra từ động cơ với khối lượng m_t đặt ngay trên xe cầu để quán tời buộc hàng.

Từ lực u_2 tạo ra từ động cơ quán tời độ dài l của dây buộc hàng không còn là hằng số mà thay vào đó nó trở thành một biến $l(t)$ của mô hình giống như $x(t)$ và $\theta(t)$.

Như vậy, hệ cầu treo ở hình H1 bây giờ là ba bậc tự do có ba biến khớp:

$$\mathbf{q} = (x, l, \theta)^T \quad (7)$$

Lại sử dụng các ký hiệu (1) về tọa độ của hàng chiếu lên trục x và z , thì hàm động năng E và thế năng V của hệ khi độ dài dây buộc hàng $l(t)$ thay đổi theo thời gian, ứng với tổng khối lượng $m_c + m_t$ của xe và động cơ quán tời, sẽ là:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}(m_c + m_t + m_h)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(m_h + m_t)\dot{l}^2 + \\ &\quad + \frac{1}{2}m_h(\dot{\theta}l)^2 + m_h\dot{x}(\dot{\theta}l \cos \theta + \dot{l} \sin \theta) + \\ &\quad + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \end{aligned}$$

$$V = gm_h z_h = -gm_h l \cos \theta$$

Suy ra, hệ có hàm Lagrange $L = E - V$:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \frac{1}{2}(m_c + m_t + m_h)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(m_h + m_t)\dot{l}^2 + \\ &\quad + \frac{1}{2}m_h(\dot{\theta}l)^2 + m_h\dot{x}(\dot{\theta}l \cos \theta + \dot{l} \sin \theta) + \\ &\quad + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + gm_h l \cos \theta \end{aligned}$$

Lại sử dụng công thức động lực học Euler-Lagrange (3) giống như ở mục 2.1, nhưng với vector biến khớp (7) và vector tín hiệu đầu vào:

$$\boldsymbol{\tau} = (u_1, u_2, 0)^T \quad (8)$$

ta sẽ có:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} (m_c + m_t + m_h)\dot{x} + m_h(\dot{\theta} \cos \theta + \dot{l} \sin \theta) \\ (m_h + m_t)\dot{l} + m_h\dot{x} \sin \theta \\ m_h\dot{\theta}l^2 + m_h\dot{x}l \cos \theta + J\dot{\theta} \end{pmatrix} - \\ &\quad - \begin{pmatrix} 0 \\ m_h\dot{\theta}^2 l + m_h\dot{x}\dot{\theta} \cos \theta + gm_h \cos \theta \\ m_h\dot{x}(-\dot{\theta} \sin \theta + \dot{l} \cos \theta) - gm_h l \sin \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (m_c + m_t + m_h)\ddot{x} + m_h\ddot{l} \sin \theta + \ddot{\theta}m_h l \cos \theta \\ m_h\ddot{x} \sin \theta + (m_h + m_t)\ddot{l} \\ m_h\ddot{x}l \cos \theta + (m_h l^2 + J)\ddot{\theta} \end{pmatrix} - \\ &\quad - \begin{pmatrix} m_h\dot{\theta}^2 l \sin \theta - 2m_h\dot{\theta} \dot{l} \cos \theta \\ m_h\dot{\theta}^2 l + m_h g \cos \theta \\ -2m_h\dot{\theta} \dot{l} - m_h g l \sin \theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

tức là có:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

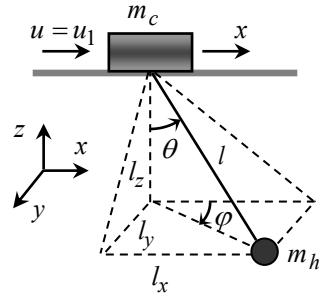
trong đó:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q}) &= \begin{pmatrix} m_c + m_t + m_h & m_h \sin \theta & m_h l \cos \theta \\ m_h \sin \theta & m_h + m_t & 0 \\ m_h l \cos \theta & 0 & m_h l^2 + J \end{pmatrix} \\ \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \begin{pmatrix} 0 & m_h \dot{\theta} \cos \theta & -m_h \dot{\theta} \sin \theta + m_h \dot{l} \cos \theta \\ 0 & 0 & -m_h \dot{\theta} l \\ 0 & m_h \dot{\theta} l & m_h \dot{l} l \end{pmatrix} \\ \mathbf{g}(\mathbf{q}) &= \begin{pmatrix} 0 \\ -m_h g \cos \theta \\ m_h g l \sin \theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ta thấy mô hình (9) trên cho hệ cầu treo 2D hai đầu vào u_1, u_2 cũng thỏa mãn các điều kiện (5), (6) của một hệ Euler-Lagrange.

2.3 Mô hình 3D một đầu vào

Ở mô hình 3D, mặc dù xe cầu chỉ chạy trên xà đỡ cố định nằm ngang, song dao động của hàng m_h sẽ theo cả ba chiều của toàn bộ không gian (x, y, z) như mô tả ở hình H3. Tương ứng, góc lắc của hàng lúc này được biểu diễn bởi hai giá trị là góc φ so với trục z và θ là góc so với trục x .



H3: Mô hình 3D một phương

Hệ chỉ có một đầu vào duy nhất là lực đẩy $u(t) = u_1(t)$ để xe cầu có khối lượng m_c chạy dọc trên thanh xà cố định nằm ngang một đoạn đường là x . Độ dài l của cáp treo hàng được giả thiết là hằng trong suốt quá trình cầu hàng.

Khi hàng được xe cầu vận chuyển, do lực quán tính nó sẽ dao động xung quanh điểm trọng tâm của xe với những khoảng cách l_x, l_y, l_z chiếu lần lượt theo các trục x, y, z tính từ tâm xe cầu. Những khoảng cách này chính là tọa độ tương đối của hàng so với tọa độ của xe cầu và được xác định từ φ, θ, l như sau (hình H3):

$$l_x = l \sin \theta \cos \varphi, l_y = l \sin \theta \sin \varphi, l_z = -l \cos \theta \quad (10)$$

Từ các giá trị này, ta cũng có được đoạn đường mà hàng dịch chuyển được theo ba chiều x, y, z dưới tác động của lực đẩy u . Từ đây ta có được hàm thế năng V :

$$V = gm_h l_z = -gm_h l \cos \theta$$

và hàm động năng E của hệ:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m_c \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_h (\dot{x} + \dot{l}_x)^2 + \frac{1}{2} m_h \dot{y}^2 + \frac{1}{2} m_h \dot{z}^2 + \\ &\quad + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 \\ &= \frac{1}{2} (m_c + m_h) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} (m_h l^2 \sin^2 \theta + J) \dot{\varphi}^2 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (m_h l^2 + J) \dot{\theta}^2 + m_h l \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - \\ &\quad - m_h l \dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi \end{aligned}$$

Suy ra hệ có hàm Lagrange là:

$$\begin{aligned} L &= E - V \\ &= \frac{1}{2} (m_c + m_h) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} (m_h l^2 \sin^2 \theta + J) \dot{\varphi}^2 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (m_h l^2 + J) \dot{\theta}^2 + m_h l \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - \\ &\quad - m_h l \dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi + gm_h l \cos \theta \end{aligned} \quad (11)$$

Thay (11) vào phương trình Euler-Lagrange (3) thì với các ký hiệu:

$$\tau = (u, 0, 0)^T \quad (12)$$

$$q = (x, \theta, \varphi)^T$$

ta sẽ có:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} (m_c + m_h) \dot{x} + m_h l \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - m_h l \dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi \\ (m_h l^2 + J) \dot{\theta} + m_h l \dot{x} \cos \theta \cos \varphi \\ (m_h l^2 \sin^2 \theta + J) \dot{\varphi} - m_h l \dot{x} \sin \theta \sin \varphi \end{pmatrix} \\ &\quad + m_h \begin{pmatrix} 0 \\ (l^2 \cos \theta - gl) \sin \theta - l \dot{x} (\dot{\theta} \sin \theta \cos \varphi + \dot{\varphi} \cos \theta \sin \varphi) \\ -l \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta \sin \varphi - l \dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi \end{pmatrix} \\ &= M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + g(q) \end{aligned}$$

trong đó

$$\begin{aligned} M(q) &= \begin{pmatrix} m_c + m_h & m_h l \cos \theta \cos \varphi & -m_h l \sin \theta \sin \varphi \\ m_h l \cos \theta \cos \varphi & m_h l^2 + J & 0 \\ -m_h l \sin \theta \sin \varphi & 0 & m_h l^2 \sin^2 \theta + J \end{pmatrix} \\ C(q, \dot{q}) &= \begin{pmatrix} 0 & -m_h l \dot{\theta} \sin \theta \cos \varphi - m_h l \dot{\varphi} \cos \theta \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_h l^2 \dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi & -m_h l \dot{\theta} \cos \theta \sin \varphi - m_h l \dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi \\ & & -m_h l^2 \dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta \\ & & m_h l^2 \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta \end{pmatrix} \\ g(q) &= \begin{pmatrix} 0 \\ m_h g l \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

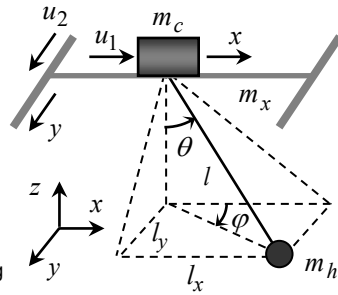
và các ma trận, vector hàm này cũng thỏa mãn các điều kiện cần phải có (5), (6) của một hệ Euler-Lagrange.

3. Mô hình cầu treo chuyển động theo hai phương trục giao

Đã có nhiều tài liệu trình bày về mô hình 3D một đầu vào, ví dụ [1,...,9] nhưng chúng rất khác nhau về quy định trạng thái, thứ tự đầu vào. Mô hình được trình bày ở bài báo này sẽ có sự nhất quán với tất cả các mô hình ở chương 2.

Khác với nội dung đã có ở mục II. trước đây cũng về hệ cầu treo 3D hai đầu vào, thì ở đây, ta sẽ xét hệ cầu treo có dạng cầu giàn, tức là xe cầu với khối lượng m_c sẽ di chuyển theo cả hai chiều x và y trục giao nhau trong mặt phẳng nằm ngang. Sự di chuyển đó được tạo ra bởi lực đẩy $u_1(t)$ theo phương x và $u_2(t)$ theo phương y độc lập với nhau (hình H4). Hai lực đẩy này chính là hai tín hiệu đầu vào của hệ.

Còn lại, khái niệm 3D ở đây cũng được hiểu tương tự như ở mục II.C, tức là hàng m_h , dưới tác động của lực quán tính trong quá trình vận chuyển, sẽ dao động lắc lư theo cả ba chiều (x, y, z) trong không gian như mô tả ở hình H4.



H4: Mô hình 3D hai phương

Để đơn giản, trước tiên ta giả thiết trong quá trình cầu hàng, chiều dài l của dây treo hàng là hằng số. Nói cách khác, hệ chỉ có hai tín hiệu vào duy nhất là u_1 và u_2 .

Xe cầu di chuyển theo phương x trên một thành xà đỡ có khối lượng m_x . Như vậy, toàn bộ khối lượng được dịch chuyển dọc theo trục y sẽ bao gồm m_c của xe cầu, m_x của xà đỡ và m_h của hàng được vận chuyển. Khi đó, và cùng với các ký hiệu về độ sai lệch tọa độ l_x, l_y, l_z của hàng đã có trước đây là công thức (10), sinh ra bởi dao động quán tính, ta sẽ có hàm động năng E và thế năng V của hệ như sau:

$$E = \frac{1}{2}(m_c + m_h)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(m_c + m_h + m_x)\dot{y}^2 + \frac{1}{2}(m_h l^2 + J)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}(m_h l^2 \sin^2 \theta + J)\dot{\varphi}^2 + m_h \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - m_h \dot{x} \dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi + m_h \dot{y} \dot{\theta} \cos \theta \sin \varphi + m_h \dot{y} \dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi$$

$$V = gm_h l_z = -gm_h l \cos \theta$$

tức là hệ có hàm Lagrange $L = E - V$:

$$L = \frac{1}{2}(m_c + m_h)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(m_c + m_h + m_x)\dot{y}^2 + \frac{1}{2}(m_h l^2 + J)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}(m_h l^2 \sin^2 \theta + J)\dot{\varphi}^2 + m_h \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - m_h \dot{x} \dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi + m_h \dot{y} \dot{\theta} \cos \theta \sin \varphi + m_h \dot{y} \dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi + gm_h l \cos \theta$$

Thay hàm Lagrange trên vào phương trình (3) ta có với:

$$\tau = (u_1, u_2, 0, 0)^T$$

$$q = (x, y, \theta, \varphi)^T$$

mô hình Euler-Lagrange của hệ như sau:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau$$

trong đó τ, q được định nghĩa bởi (13) và:

$$M(q) = \begin{pmatrix} m_c + m_h & 0 & m_h l \cos \theta \cos \varphi \\ 0 & m_c + m_h + m_x & m_h l \cos \theta \sin \varphi \\ m_h l \cos \theta \cos \varphi & m_h l \cos \theta \sin \varphi & m_h l^2 + J \\ -m_h l \sin \theta \sin \varphi & m_h l \sin \theta \cos \varphi & 0 \\ & & -m_h l \sin \theta \sin \varphi \\ & & m_h l \sin \theta \cos \varphi \\ & & 0 \\ & & m_h l^2 \sin^2 \theta + J \end{pmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -m_h l \dot{\theta} \sin \theta \cos \varphi - m_h l \dot{\varphi} \cos \theta \sin \varphi \\ 0 & 0 & -m_h l \dot{\theta} \sin \theta \sin \varphi + m_h l \dot{\varphi} \cos \theta \cos \varphi \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_h l^2 \dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta \\ & & -m_h l \dot{\theta} \cos \theta \sin \varphi - m_h l \dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi \\ & & m_h l \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - m_h l \dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi \\ & & -m_h l^2 \dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta \\ & & m_h l^2 \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta \end{pmatrix}$$

và

$$g(q) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m_h g l \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

Có thể thấy các ma trận $M(q), C(q, \dot{q})$ trên là thỏa mãn hai điều kiện bắt buộc (5), (6) của một hệ Euler-Lagrange.

4. Mô phỏng với MatLab

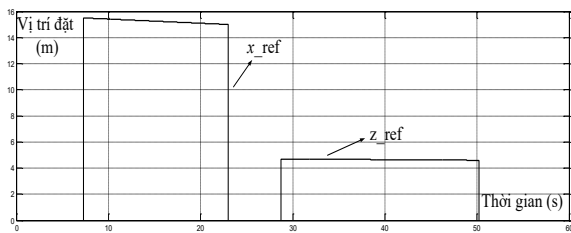
Từ mô hình toán được nêu ở trên, bài báo tiến hành xây dựng mô hình cầu treo 3D trên Matlab- Simulink phiên bản R2013a (**Matlab2013a**), với thông số kỹ thuật:

- Khối lượng xà đỡ (bỏ qua)
- Khối lượng xe cầu (1 kg)
- Khối lượng tải (10 kg)
- Momen quán tính tải $10^2 (Jkg^2)$

Để đánh giá khả năng sử dụng mô hình này, bài báo thực hiện phép so sánh nó với mô hình "vr crane_traj.xls" đã có trong **Matlab2013a** có cùng chức năng được sử dụng để mô tả cầu treo 3D. Tuy nhiên mô hình "vr crane_traj.xls" chỉ xét đến trường hợp đặc biệt là tại 1 thời điểm bất kỳ, chỉ có duy nhất 1 hướng chuyển động của xe cầu theo trục x hoặc y được tiến hành và góc lệch θ, φ đủ nhỏ. Điều này có thể thấy rõ trong "vr crane_traj.xls" bởi sự xuất hiện 2 thành phần trên trục x và y trong mô hình có cấu trúc hoàn toàn giống nhau. Cả 2 mô hình nói trên đều sử dụng 1 hệ thống điều khiển vị trí theo trục x và y của xe cầu, thực tế dựa vào hệ thống truyền động gồm 2 động cơ điện 1 chiều giúp dịch chuyển xà đỡ và xe cầu.

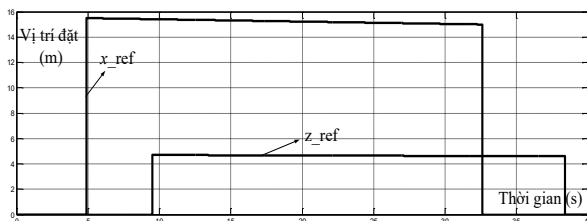
Bài báo tiến hành 2 mô phỏng chính:

- Lượng đặt vị trí được thể hiện như hình H5 cho thấy sự tách biệt 2 chiều chuyển động giúp so sánh mô hình xây dựng của bài báo và mô hình đã có trong Matlab.



H5: Vị trí đặt của xe cầu khi tách biệt hai chuyển động

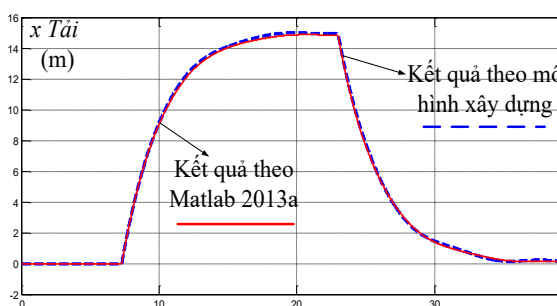
- Lượng đặt vị trí như thể hiện ở hình H6 cho thấy sự phối hợp 2 chiều chuyển động dựa vào mô hình mô phỏng được xây dựng giúp thu được vị trí chuyển động của tải.



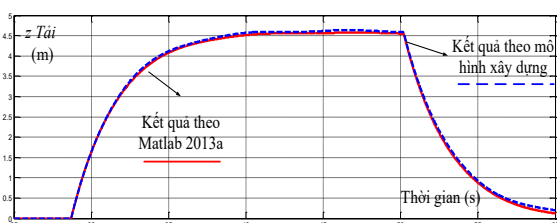
H6: Vị trí đặt của xe cầu khi phối hợp hai chuyển động

Kết quả mô phỏng cho thấy chất lượng bám tốt giữa 2 kết quả được hình thành từ 2 mô phỏng khác nhau (theo Matlab2013a và mô hình do bài báo xây dựng) đối với vị trí tải như thể hiện ở hình H7, H8.

Chất lượng bám rất tốt đó chứng tỏ trong trường hợp riêng khi tách biệt 2 chuyển động tịnh tiến thì có sự tương đương giữa mô hình 3D tổng quát được xây dựng trong bài báo và mô hình từ Matlab2013a.

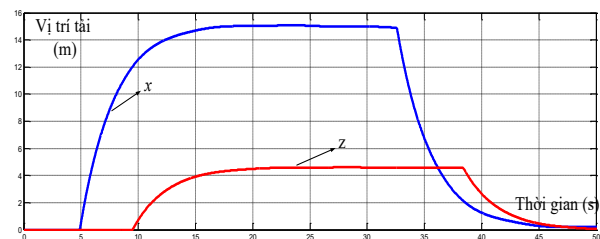


H7: So sánh vị trí của tải theo trục x khi tách biệt hai chuyển động



H8: So sánh vị trí của tải theo trục z khi tách biệt hai chuyển động

Khi xét đến trường hợp tổng quát có sự phối hợp giữa 2 chuyển động tịnh tiến (ví dụ như lượng đặt vị trí được nêu ở hình H6) thì mô hình cầu treo từ Matlab không còn phù hợp, và tiến hành mô phỏng dựa vào mô hình của bài báo thu được vị trí tải như hình H9.



H9: Vị trí của tải theo trục x, z khi phối hợp các chuyển động.

5. Kết luận

Bài báo đã trình bày việc mô hình hóa các loại cầu treo khác nhau (từ 2D tới 3D, từ loại đơn giản có 1 tín hiệu vào đến loại có nhiều tín hiệu vào) và đưa ra 1 mô hình mô phỏng tổng quát khi xét đến sự phối hợp giữa các hướng chuyển động. Mô hình được xây dựng là tin cậy, thể hiện qua những kết quả mô phỏng trong trường hợp riêng (H5, H7, H8) khi đem so sánh với mô hình "vrcrane_traj.xls" đã có trong Matlab2013a. Mặc dù ảnh hưởng của các yếu tố bất định về tham số (mômen quán tính,...) cũng như nhiều tác động bên ngoài chưa được xét đến trong bài báo nhưng mô hình này hoàn toàn có thể được sử dụng cho những nghiên cứu sau này khi có sự can thiệp của bộ điều khiển thích nghi, bền vững.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Ahmad, M.A.; Ismail, R.M.T.R. and Ramli, M.S. (2009): *Input shaping techniques for anti-sway control of 3D gantry crane system*. Proceeding of IEEE Int. Conference on Mechatronics and Automation, China, Aug. 2009, pp.2876-2881.
- [2] Ahmad, M.A.; Ismail, R.M.T.R.; Ramli, M.S.; Ghani, N.M.A. and Hambali, N. (2009): *Investigation of feedforward techniques for anti-sway control of 3D gantry crane system*. Proceeding of IEEE Symposium on Industrial Electronics and Applications, Malaysia, Oct. 2009, pp.265-270.
- [3] Chen, W. and Saif, M. (2008): *Output feedback controller design for a class of MIMO nonlinear systems using high order sliding mode differentiators with application to a laboratory 3D crane*. IEEE trans. on Industrial Electronics, vol.55, no.11, Nov. 2008, pp.3985-3997.
- [4] Chen, H.; Gao, B. and Zhang, X. (2005): *Dynamical modelling and nonlinear control of a 3D crane*. Proceeding of ICCA2005, Hungary, June 2005, pp.1085-1090.
- [5] Cho, S.K. and Lee, H.H. (2000): *An anti swing control of a 3D dimensional overhead crane*. Proceeding of the American Control Conference, Chicago, June 2000, pp.1037-1041.
- [6] Chwa, D. (2009): *Nonlinear tracking control of 3D overhead cranes against the initial swing angle and variation of payload weight*. IEEE trans. on Control and Systems Technology, Vol. 17, No. 4, July 2009, pp. 876-883.

- [7] Ismail, R.M.T.R.; That, N.D. and Ha, Q.P. (2012): *Observer based trajectory tracking for a class of underactuated Lagrangian systems using high order sliding modes*. Proceeding of IEEE 8th Int. Conference on Automation Science and Engineering. Korea, Aug. 2012, pp.1204-1209.
- [8] Ismail, R.M.T.R.; Ahmad, M.A.; Ramli, M.S. and Rashidi, F.R.M. (2011): *Nonlinear dynamic modelling and analysis of a 3D overhead gantry crane system with system parameters variation*. Proceeding of Int. Conference on IJSSST, Vol. 11, No. 2, pp.9-16.
- [9] Maczynski, A. and Szczotka, M. (2002): *Comparison of models for dynamic analysis of a mobile telescopic crane*. Journal of theoretical and applied mechanics 40, 4, Warsaw, pp. 1051-1074.
- [10] Morin, D. (2007): *Introduction to classical mechanics*. Cambridge University Press.
- [11] Pauluk, M.; Korytowski, A.; Turnau, A. and Szymkat, M. (2001): *Time optimal control of 3D crane*. Proceeding of IFAC Conference on CACD, Sep. 2001.
- [12] Park, H.; Chwa, D. and Hong, K. (2007): *A feedback linearization control of container crane varying rope length*. Int. Journal of Control, Automation and Systems, vol.5, no.4, pp.379-384, Aug. 2007.
- [13] Rahman, E.A.; Nayfed, A.H. and Masoud, Z. (2003): *Dynamics and Control of Cranes: A Review*. Journal of Vibration and Control 9, pp. 863-908.
- [14] Thuan, N.Q. and Vesely (2011): *Robust decentralized controller design for 3D crane*. Proceeding of 18th Int. Conference on Process Control, Slovakia, June 2011, pp.485-490.



Hương Thị-Việt Nguyễn, nhận bằng đại học và cao học ngành Tự động hóa tại trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp Thái Nguyên vào các năm tương ứng là tháng 01/1998 và năm 2004. Từ tháng 4/1998, làm việc tại trường cao đẳng Công nghiệp nghiên cứu chính là các vấn đề thuộc lĩnh vực liên quan đến kỹ thuật điều khiển, tự động hóa và đo lường.



Đào Phương Nam sinh năm 1982. Tháng 6/2005 tốt nghiệp kỹ sư ngành Điều khiển – Tự động hóa (viết tắt: ĐK – TĐH) tại ĐH Bách Khoa Hà Nội (viết tắt: ĐHBK HN). Tháng 11/2007 tốt nghiệp thạc sỹ ngành ĐK – TĐH tại ĐHBK HN.

Tháng 1/2013 nhận bằng Tiến sỹ ngành ĐK – TĐH tại ĐHBK HN. Từ 06/2005 đến 01/2012 công tác tại Trung tâm Nghiên cứu Công nghệ cao – ĐHBK HN. Từ 02/2012 đến nay công tác tại Bộ môn Điều khiển tự động – Viện Điện – ĐHBK HN.



Nguyễn Doãn Phước tốt nghiệp Đại học Tổng hợp kỹ thuật Dresden năm 1981. Từ 1981-1982 là kỹ sư nghiên cứu và phát triển của VEB Robotron, CHDC Đức. Từ 1983 đến 1988 là cán bộ nghiên cứu Viện 481 Bộ Quốc Phòng (Viện Hạt nhân Quân đội). Năm 1989-1990 là cán bộ nghiên cứu Viện Năng lượng nguyên tử Quốc gia. Từ 10.1990 đến 11.1993 là nghiên cứu sinh tại Viện Lý thuyết các hệ thống điều khiển, trường Đại học Tổng hợp kỹ thuật Dresden, CHLB Đức và bảo vệ học vị Dr.-Ing. năm 1994. Năm 1994-1996 là cán bộ nghiên cứu Viện Fraunhofer Dresden về Điều khiển, CHLB Đức. Từ năm 1997 đến nay là cán bộ giảng dạy của Đại học Bách khoa Hà Nội và được phong học hàm PGS năm 2003. Lĩnh vực nghiên cứu là: Điều khiển phi tuyến; Điều khiển thích nghi và tối ưu